



XLII Академические чтения по космонавтике,
посвященные памяти С.П. Королева и других
ученых-пионеров освоения космического
пространства, 23 – 26 января 2018 года

Поддержание орбит в окрестности точки L2 системы Солнце-Венера

Сергей Трофимов

научный сотрудник, к.ф.-м.н.

Максим Ширококов

научный сотрудник, к.ф.-м.н.



Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Содержание

- Венера и планетарная защита
- Геометрия и динамика в окрестности точки либрации L2 системы Солнце-Венера
- Моделирование алгоритмов поддержания неустойчивых либрационных орбит
- Результаты
- Заключение

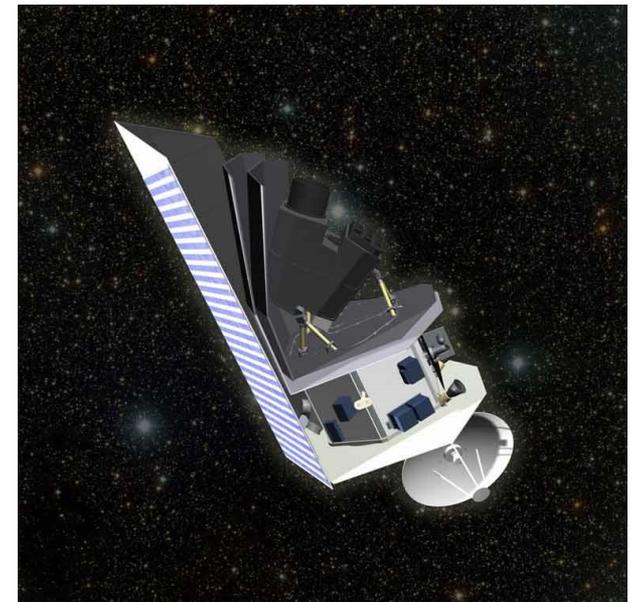
Концепции планетарной защиты

- R.E. Gold. SHIELD: a comprehensive earth-protection architecture. *Advances in Space Research*, 2001, Vol. 28, Is. 8, pp. 1149-1158
- D.W. Dunham, A.L. Genova. Using Venus for locating space observatories to discover potentially hazardous asteroids, *Cosmic Research*, 2010, Vol. 48, No. 5, pp. 424-429
- National Research Council. Defending Planet Earth: Near-Earth-Object Surveys and Hazard Mitigation Strategies (2010)
- **«Оптический барьер»: создание космического патруля из КА на орбитах Земли, Венеры и Меркурия (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН)**
Т.М. Энеев, Р.З. Ахметшин, Г.Б. Ефимов. К вопросу об астероидной опасности. *Космические исследования*, 2012, Т. 50, №2, с. 99-108
Р.З. Ахметшин. Космический патруль: варианты схемы оптического барьера. *Космические исследования*, 2013, Т. 51, №4, с. 274-286

Преимущества использования орбит вокруг точки L2 Солнце-Венера

- Хорошее местоположение для наблюдения за астероидами с большой полуосью менее чем 1 а.е. – атирами (Interior Earth Objects) и атонами
- Гибкие условия освещенности для ряда типов либрационных орбита и отсутствие Венеры в поле зрения телескопа
- Низкие затраты на поддержание орбиты

Космический телескоп
Sentinel Space Telescope

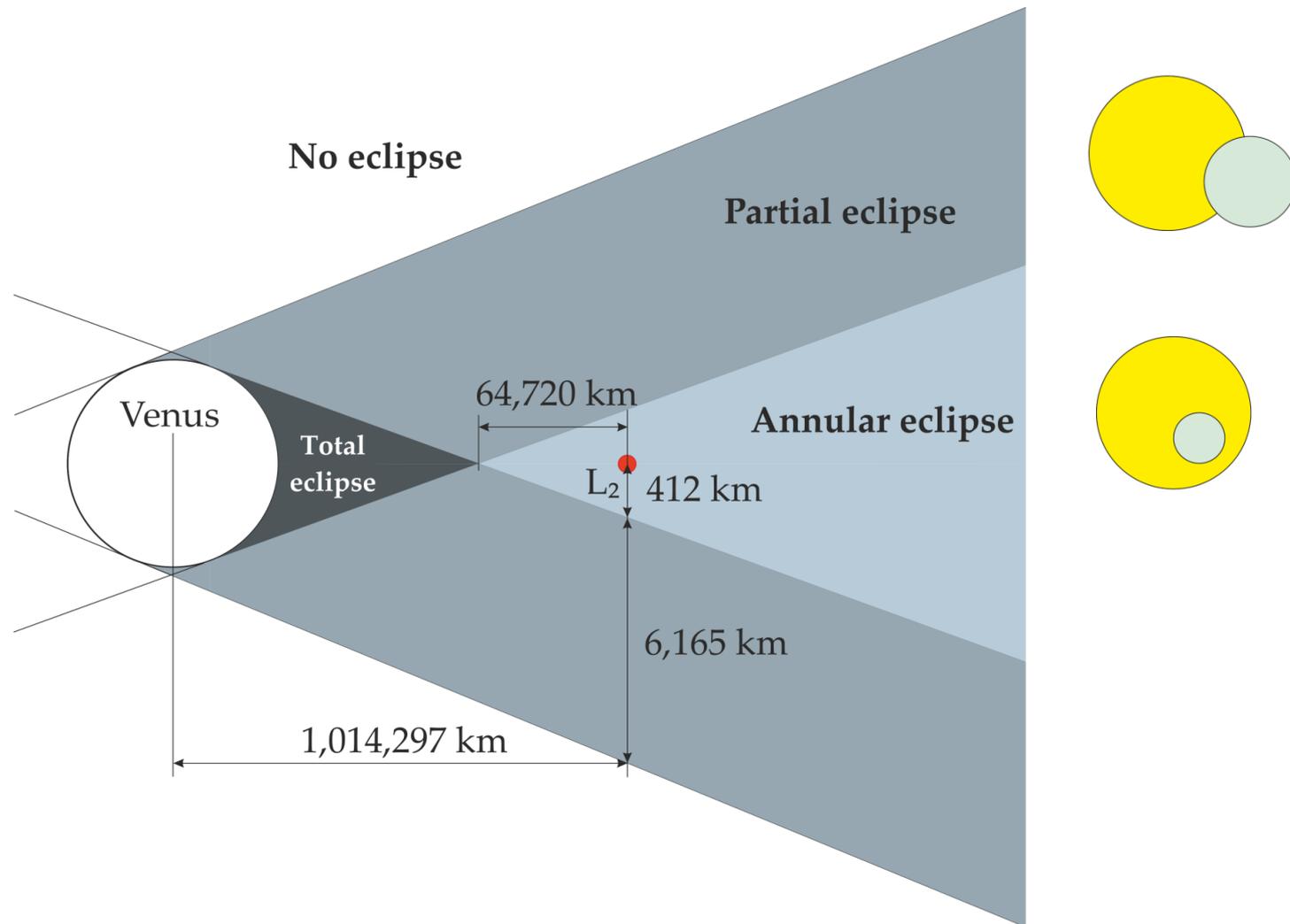


Источник: Ball Aerospace &
Technologies Corporation

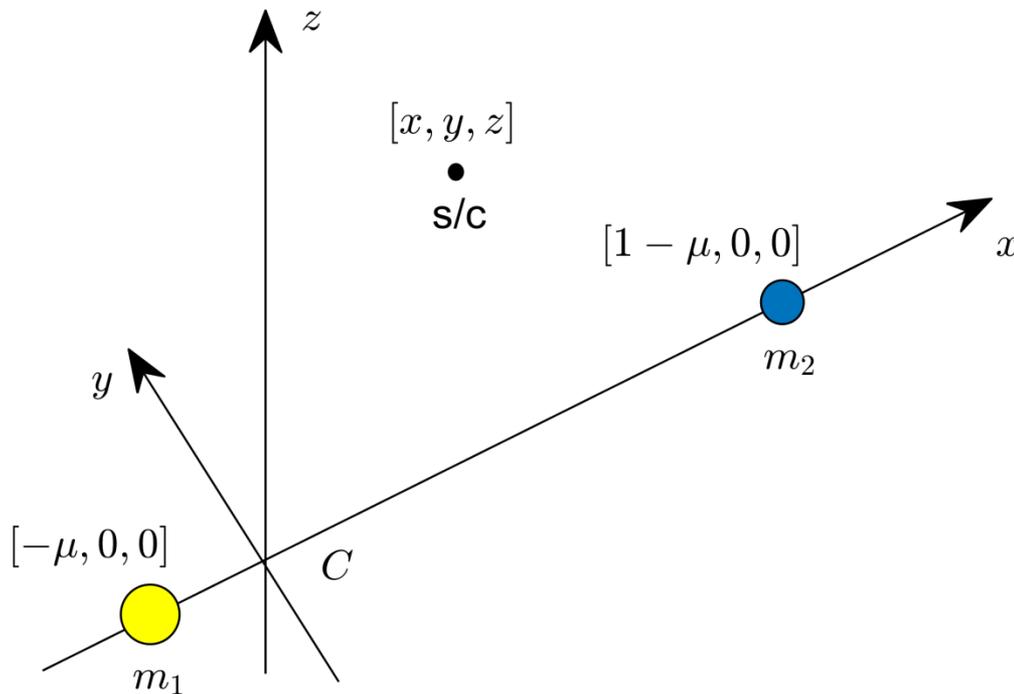
Миссии к точкам либрации и затраты на поддержание либрационных орбит

Mission	Agency	Launch date	Libration point(s)	Type of orbit	$A_y, A_z,$ 1000 km	Δv m/s/year
ISEE-3	NASA/ESA	12 Aug 1978	SE L_1	Halo	666.67, 120.0	8.5
Wind	NASA	01 Nov 1994	SE L_1	Quasi-halo	640.0, 170.0	1.0
SOHO	ESA/NASA	02 Dec 1995	SE L_1	Halo	666.67, 120.0	2.4
ACE	NASA	25 Aug 1997	SE L_1	Lissajous	264.0, 157.41	1.0
WMAP	NASA	30 Jun 2001	SE L_2	Lissajous	264.0, 264.0	1.2
Genesis	NASA	08 Aug 2001	SE L_1	Quasi-halo	800.0, 450.0	9.0
ARTEMIS	NASA	17 Feb 2007	EM L_2	Quasi-halo	63.52, 35.20 (P1)	7.39 (P1)
			EM L_1	Quasi-halo	58.82, 2.39 (P1)	5.28 (P1)
			EM L_1	Quasi-halo	67.71, 4.68 (P2)	5.09 (P2)
Herschel	ESA/NASA	14 May 2009	SE L_2	Halo	700.0, 400.0	1.0
Planck	ESA	14 May 2009	SE L_2	Lissajous	300.0, 300.0	1.0
Chang'e 2	CNSA	01 Oct 2010	SE L_2	Lissajous	918.0, 400.0	(N/A)
Gaia	ESA	19 Dec 2013	SE L_2	Lissajous	350.0, 100.0	2.0
Chang'e 5-T1	CNSA	23 Oct 2014	EM L_2	Lissajous	40.0, 35.0	(N/A)
DSCOVR	NASA/NOAA	11 Feb 2015	SE L_1	Lissajous	264.1, 157.4	(N/A)
LISA Pathfinder	ESA	03 Dec 2015	SE L_1	Quasi-halo	800.0, 600.0	1.8

Геометрия солнечных затмений вблизи венерианской точки L2



Вращающаяся система координат



Массовый параметр

$$\mu = m_2 / (m_1 + m_2)$$

Безразмерные единицы

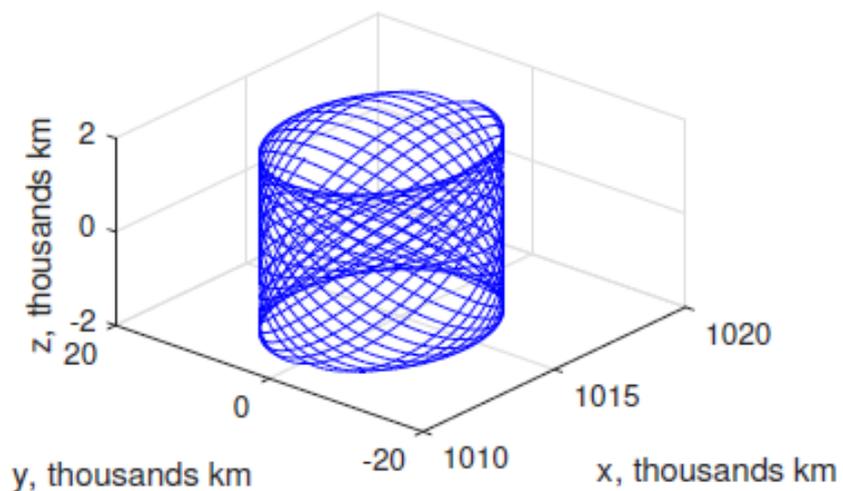
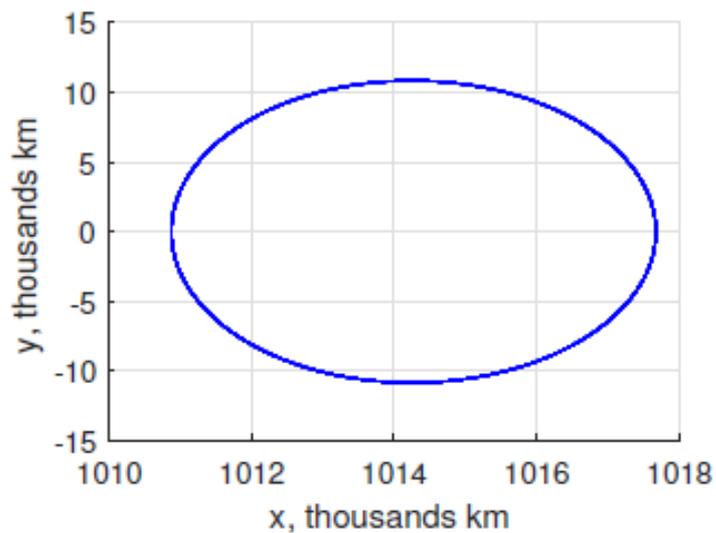
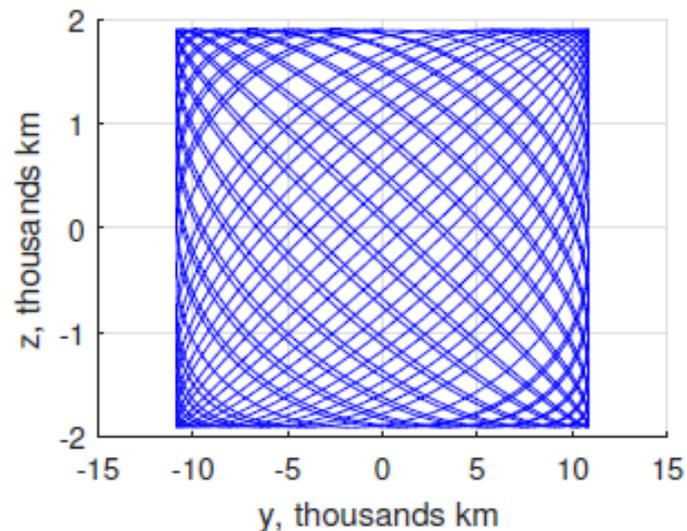
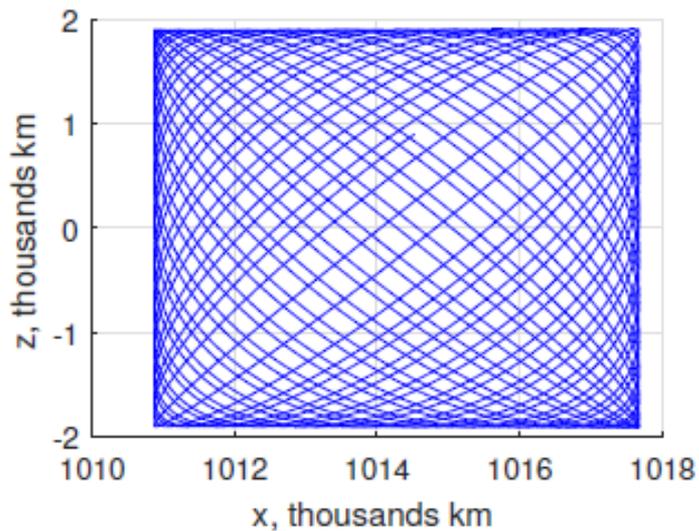
$$m_1 = 1 - \mu \quad x_{m_1} = -\mu$$

$$m_2 = \mu \quad x_{m_2} = 1 - \mu$$

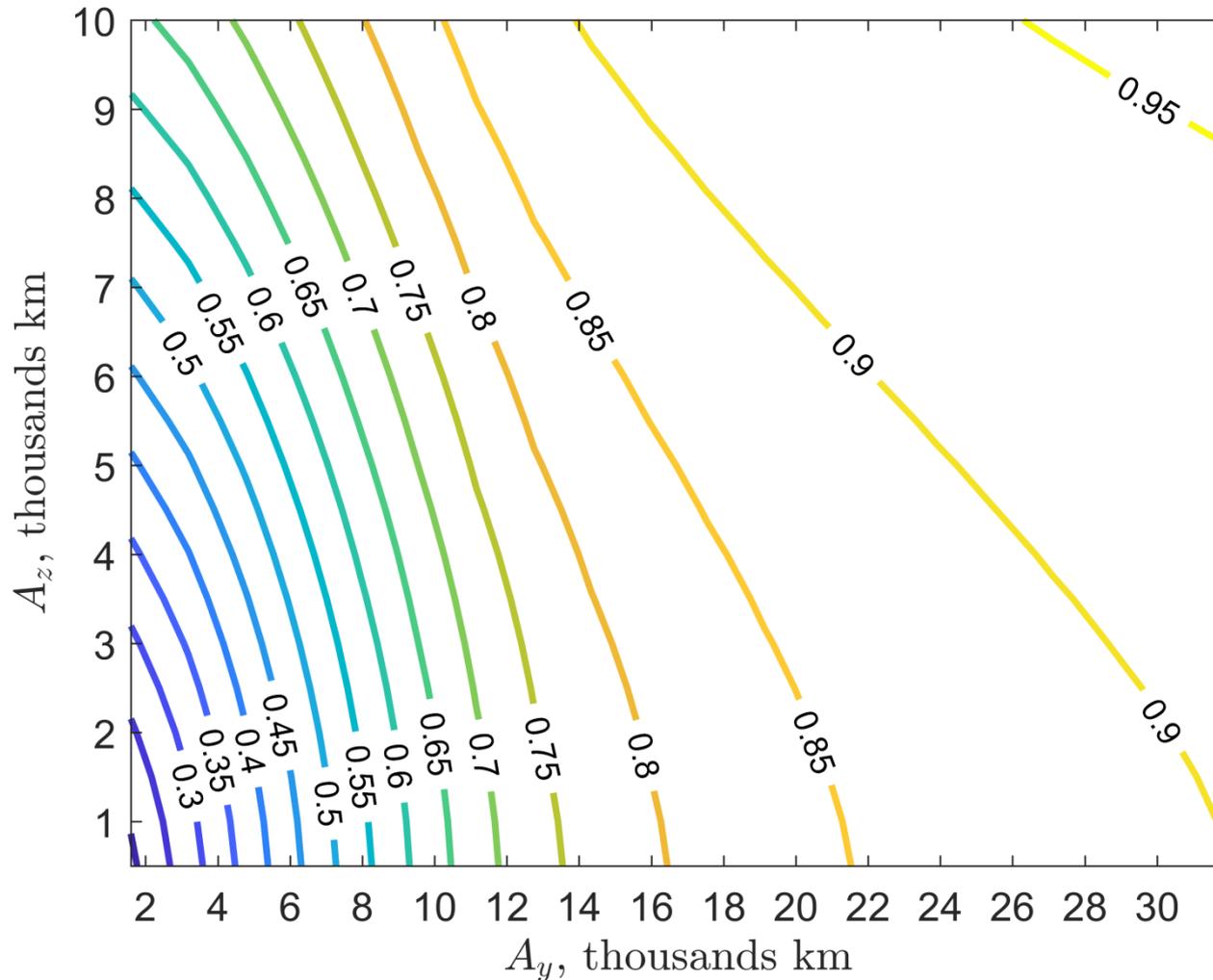
$$\omega_0 = 1$$

Для системы Солнце-Венера: $\mu = 2.447832293839728 \times 10^{-6}$

Орбита Лиссажу 3400 x 10842 x 1900 км



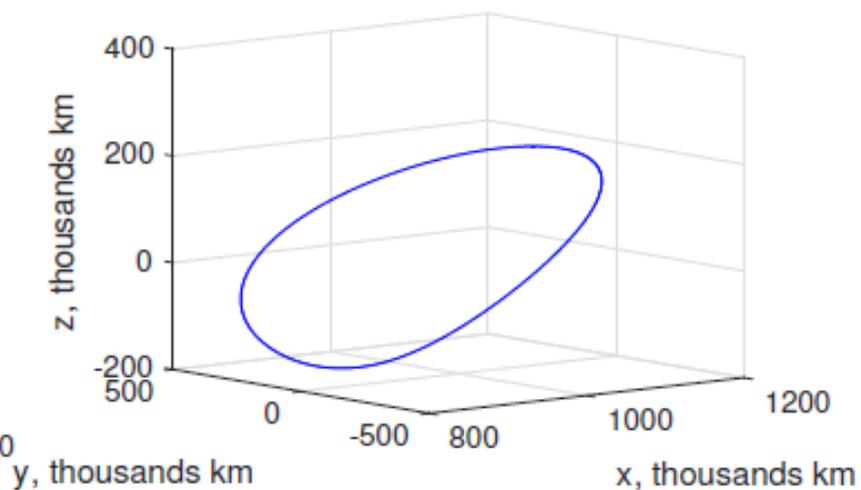
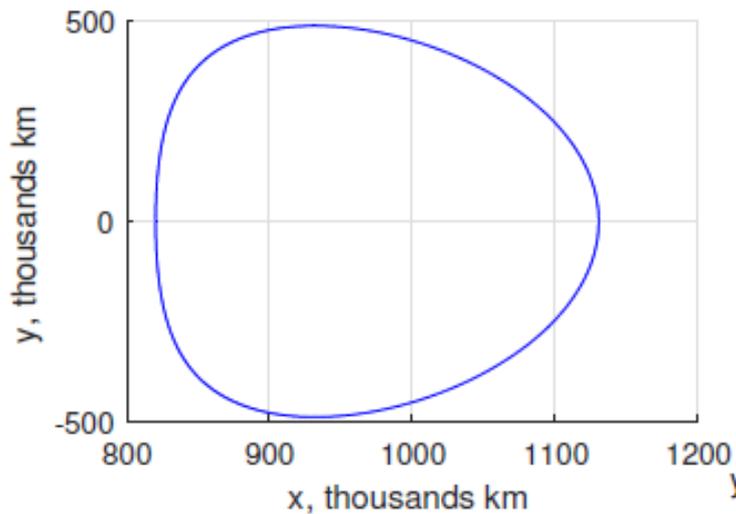
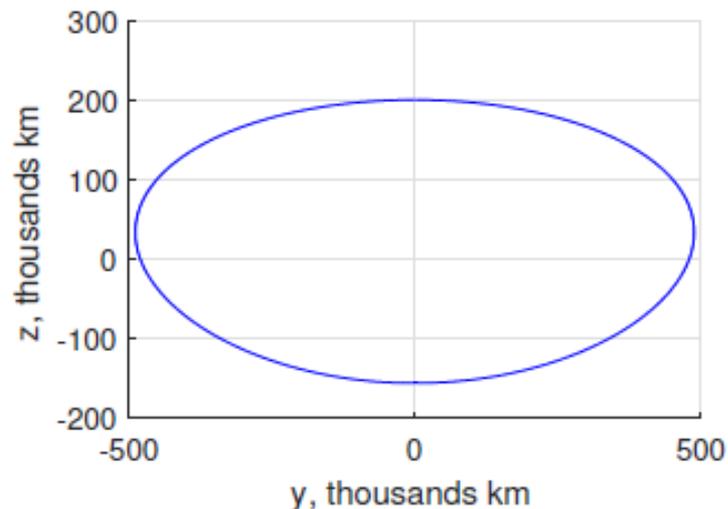
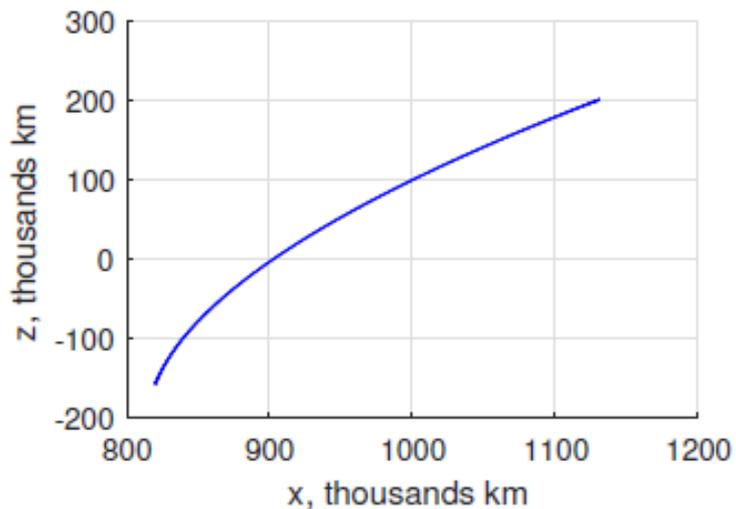
Средний, минимальный и максимальный уровни освещенности для различных орбит Лиссажу



Средний, минимальный и максимальный уровни освещенности для различных орбит Лиссажу

$A_y \times A_z$, km	Mean degree	Minimum degree	Maximum degree
1,900×800	0.20	0.11	0.30
3,200×1,500	0.30	0.12	0.42
4,800×2,000	0.40	0.12	0.57
6,050×3,400	0.50	0.14	0.71
8,000×4,000	0.60	0.14	0.85
9,500×5,000	0.70	0.15	0.95
13,000×4,600	0.80	0.14	1.0

Гало-орбита с y -амплитудой 489,290 км



Моделирование работы метода целевых точек (target point technique)

- Построить опорную орбиту в высокоточной модели движения и отметить на ней целевые точки $\mathbf{x}_r(t_0), \mathbf{x}_r(t_1), \dots, \mathbf{x}_r(t_{N_p})$ в моменты времени

$$t_0 < t_1 < \dots < t_{N_p}$$

- Добавить модельные ошибки выведения

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_r(t_0) + \boldsymbol{\xi}_{\text{ins}}$$

где

$$\boldsymbol{\xi}_{\text{ins}} \in \mathcal{N} \left(\mathbf{O}_{6 \times 1}, \begin{bmatrix} \sigma_R^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \sigma_V^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \right)$$

Два типа управления

- **х-управление:** найти величину импульса Δv вдоль оси x (\approx вдоль вектора на Солнце) из условия минимизации функционала

$$J(\Delta v) = \sum_{i=1}^m |\mathbf{x}(t_i) - \mathbf{x}_r(t_i)|^2$$

- **Трехосное управление:** найти импульс $\Delta \mathbf{v}$ из условия минимизации функционала

$$J(\Delta \mathbf{v}) = \sum_{i=1}^m |\mathbf{x}(t_i) - \mathbf{x}_r(t_i)|^2$$

Параметры неопределенности

- Ошибки выведения:

$$\sigma_R = 100 \text{ km}, \sigma_V = 10 \text{ cm/s}$$

- Навигационные ошибки:

$$\sigma_r = 10 \text{ km}, \sigma_v = 1 \text{ cm/s}$$

- Ошибки исполнения импульсов:

$$\sigma_{\Delta v} = 2\%/3, \sigma_{\alpha} = 1^\circ/3$$

- Минимальная величина импульса:

$$\Delta v_{\min} = 1 \text{ mm/s}$$

- Число целевых точек: $m = 3$

Средние годовые затраты на поддержание и максимальное отклонение от опорной орбиты

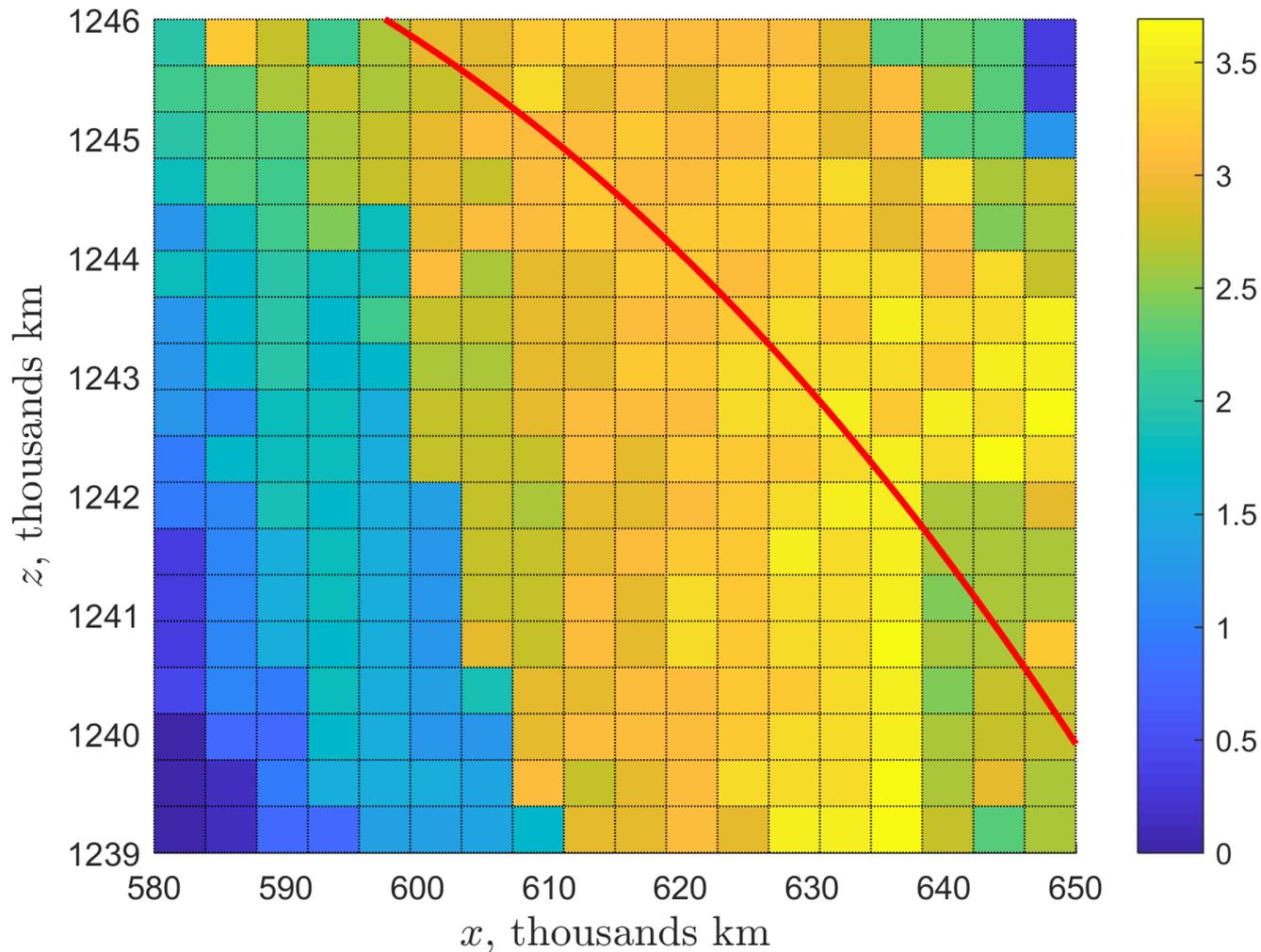
х-управление

Type of the orbit	$A_y \times A_z$, km	Δv_{sk} , m/s/year	$\sigma_{\Delta v_{sk}}$, m/s/year	Max deviation, km
Lissajous	1,900×800	1.140640	0.090263	740.230150
Lissajous	6,050×3,400	1.151472	0.100858	627.309827
Lissajous	13,000×4,600	1.144088	0.095452	612.612098
Halo	440,933×200,000	1.038363	0.100828	783.863879
Halo	572,597×500,000	0.908447	0.100944	961.489560
Halo	680,007×700,000	0.766427	0.077872	1,295.723246

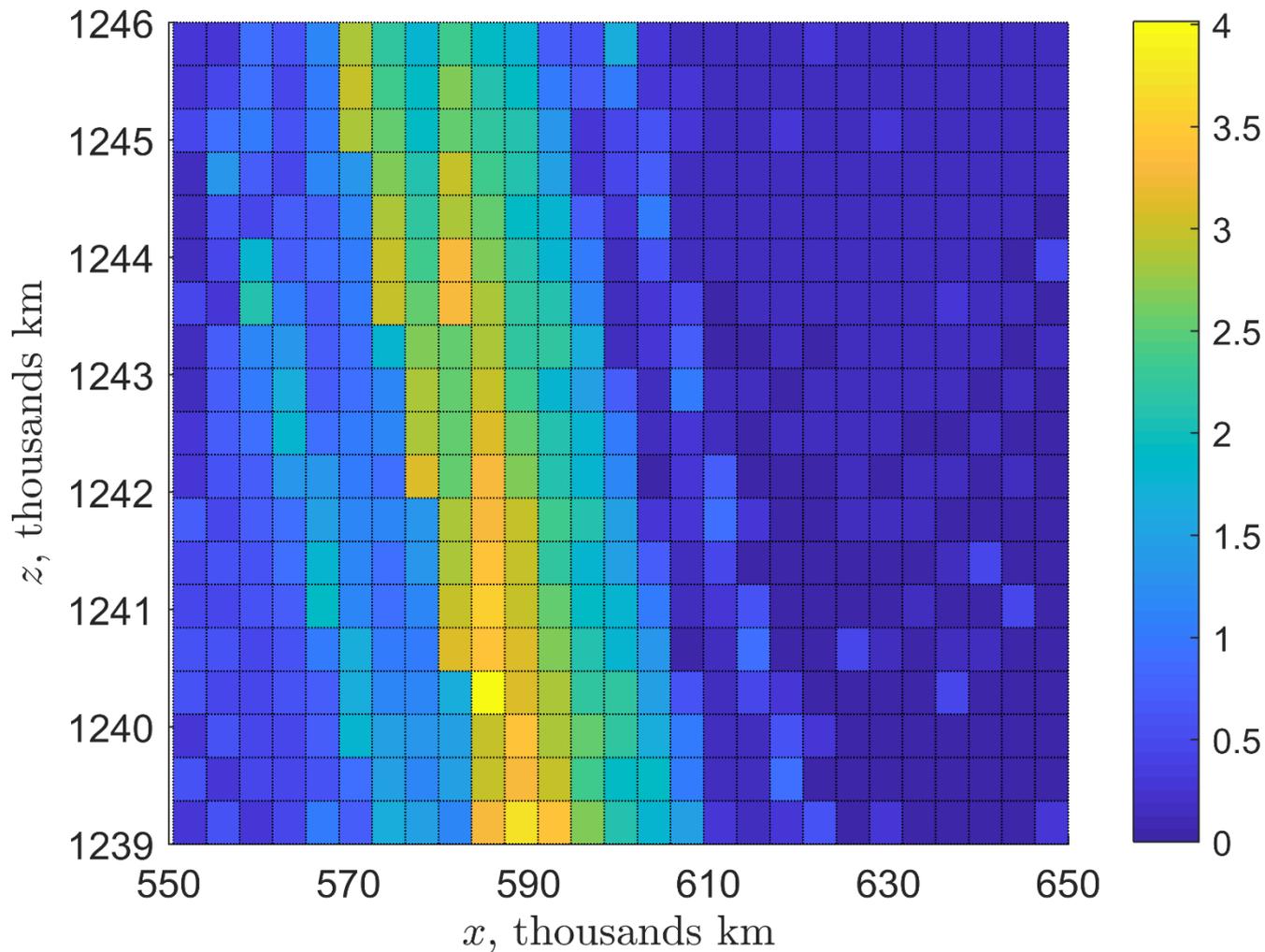
Трехосное управление

Type of the orbit	$A_y \times A_z$, km	Δv_{sk} , m/s/year	$\sigma_{\Delta v_{sk}}$, m/s/year	Max deviation, km
Lissajous	1,900×800	1.213267	0.091439	340.186621
Lissajous	6,050×3,400	1.216384	0.085488	374.733444
Lissajous	13,000×4,600	1.216128	0.086184	383.862144
Halo	440,933×200,000	1.138523	0.093358	404.384913
Halo	572,597×500,000	1.004817	0.080704	369.591763
Halo	680,007×700,000	0.871449	0.075924	354.378774

Приблизительные границы центрального многообразия (модель задачи трех тел)



Приблизительные границы центрального многообразия (эфмеридная модель)



Заключение

- Затраты на поддержание орбит Лиссажу с различным средним уровнем освещенности примерно одинаковы составляют чуть более 1 м/с в год
- Затраты на поддержание гало-орбит чуть меньше, чем для орбит Лиссажу, и убывают по мере возрастания амплитуды
- Затраты на трехосное управление на 6-10% выше, чем затраты на одноосное управление (за счет увеличения точности поддержания – примерно в два раза)
- Для устойчивого подсемейства гало-орбит оценены допустимые навигационные ошибки при пересечении плоскости xz

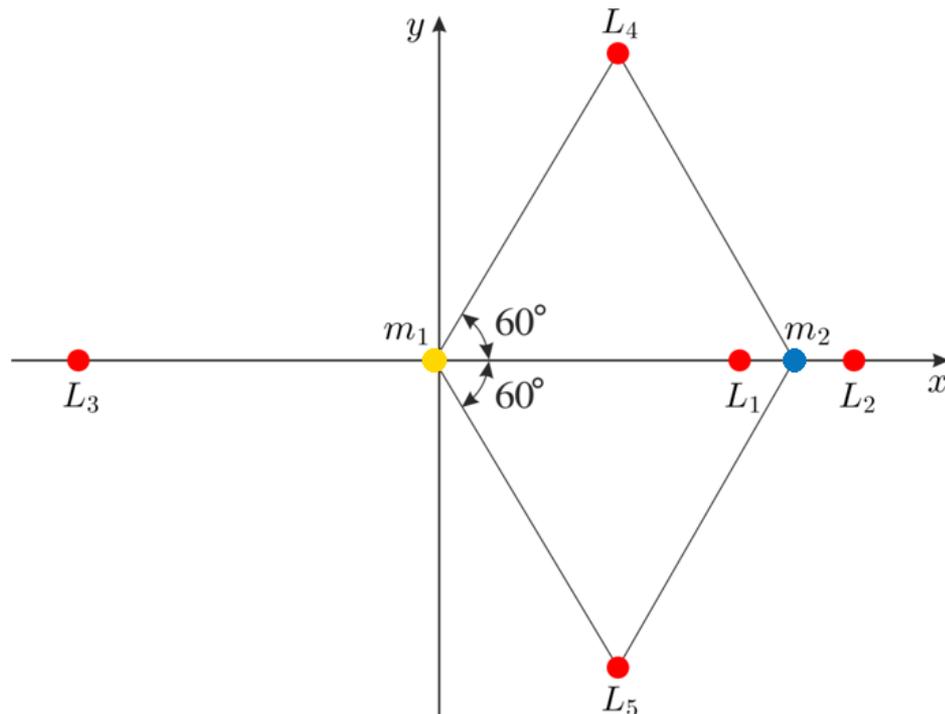
Спасибо за внимание!

Исследование поддержано грантом РФФ 14-11-00621

Уравнения движения круговой ограниченной задачи трех тел

Во вращающейся СК $\ddot{x} - 2\dot{y} = U_x$, $\ddot{y} + 2\dot{x} = U_y$, $\ddot{z} = U_z$

где
$$U(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{1 - \mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + \frac{\mu(1 - \mu)}{2}$$



Точки относительного равновесия находятся из условий

$$U_x = U_y = U_z = 0$$

и называются *точками либрации* или *точками Лагранжа*

Уравнения движения КА в высокоточной модели

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} = -\frac{\mu_V \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} - \sum_{i=1}^N \mu_i \left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3} + \frac{\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_i|^3} \right) + \mathbf{a}_{SRP} \end{cases}$$

$$\mathbf{a}_{SRP} = \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S) \cdot C \cdot \frac{A}{m} \cdot \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_S}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_S|^3}$$

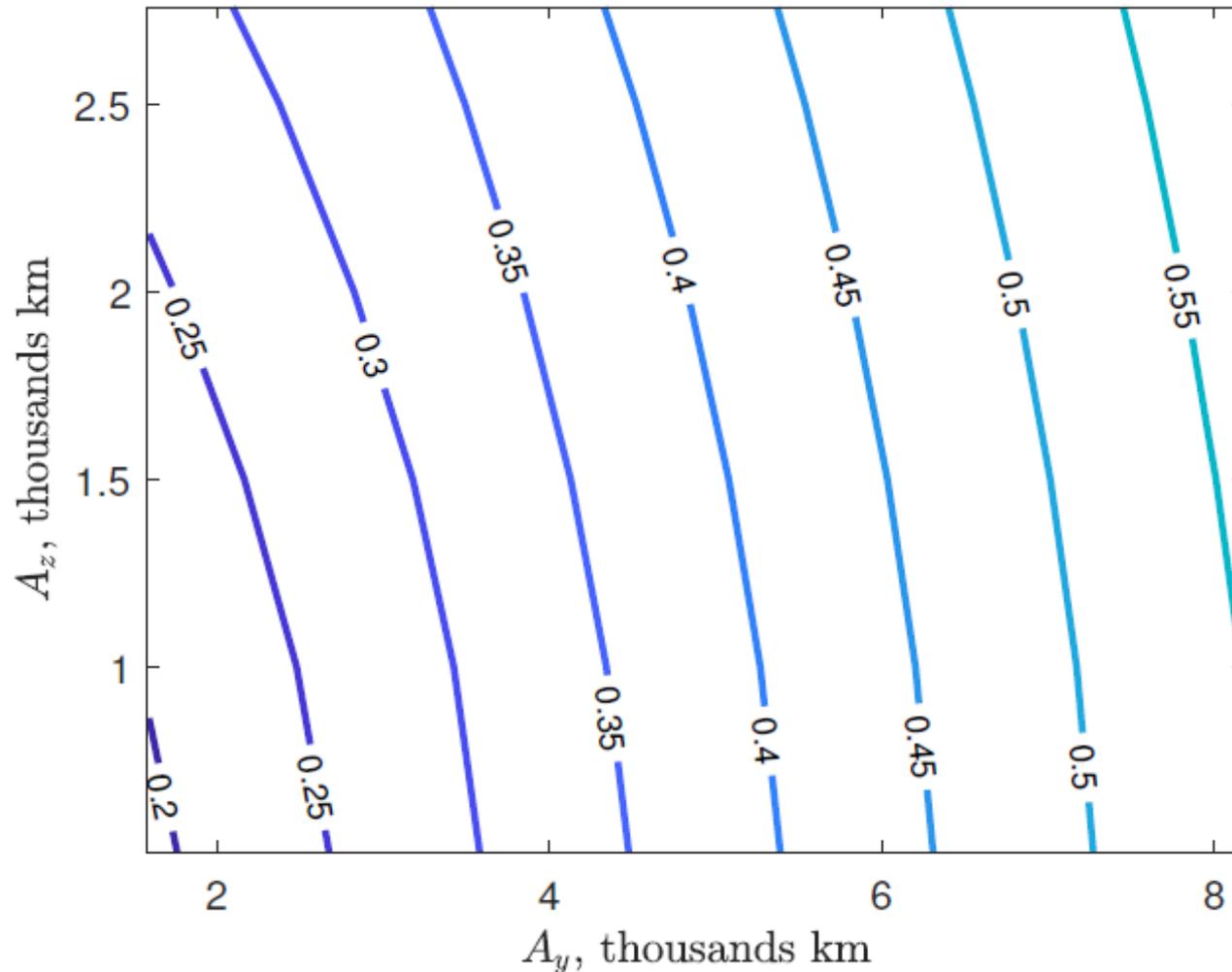
$$C = 4.56 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$$

$$A/m = 0.01 \text{ m}^2/\text{kg}$$

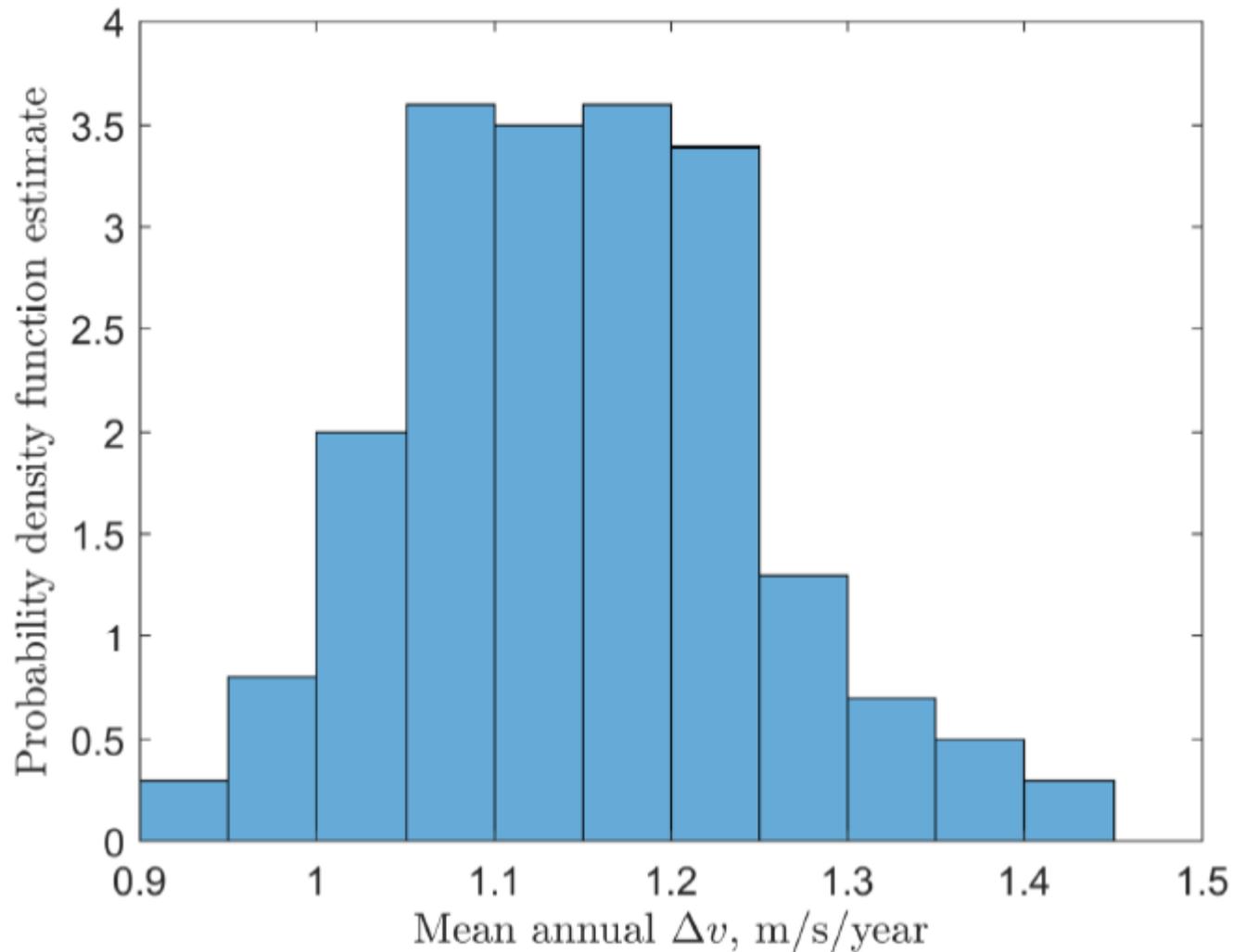
ИСТОЧНИКИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Source of perturbation	Normalized acceleration		
Sun	4.65×10^{-1}	\div	8.63×10^{-1}
Mercury	1.84×10^{-8}	\div	2.31×10^{-6}
Venus	1.00×10^0	\div	1.00×10^0
Earth	1.81×10^{-7}	\div	4.23×10^{-5}
Mars	6.77×10^{-9}	\div	3.45×10^{-7}
Jupiter	8.68×10^{-7}	\div	3.17×10^{-6}
Saturn	3.37×10^{-8}	\div	9.14×10^{-8}
Uranus	6.72×10^{-10}	\div	1.81×10^{-9}
Neptune	2.28×10^{-10}	\div	6.53×10^{-10}
Pluto	2.37×10^{-14}	\div	5.01×10^{-14}
SRP	2.60×10^{-4}	\div	3.23×10^{-4}

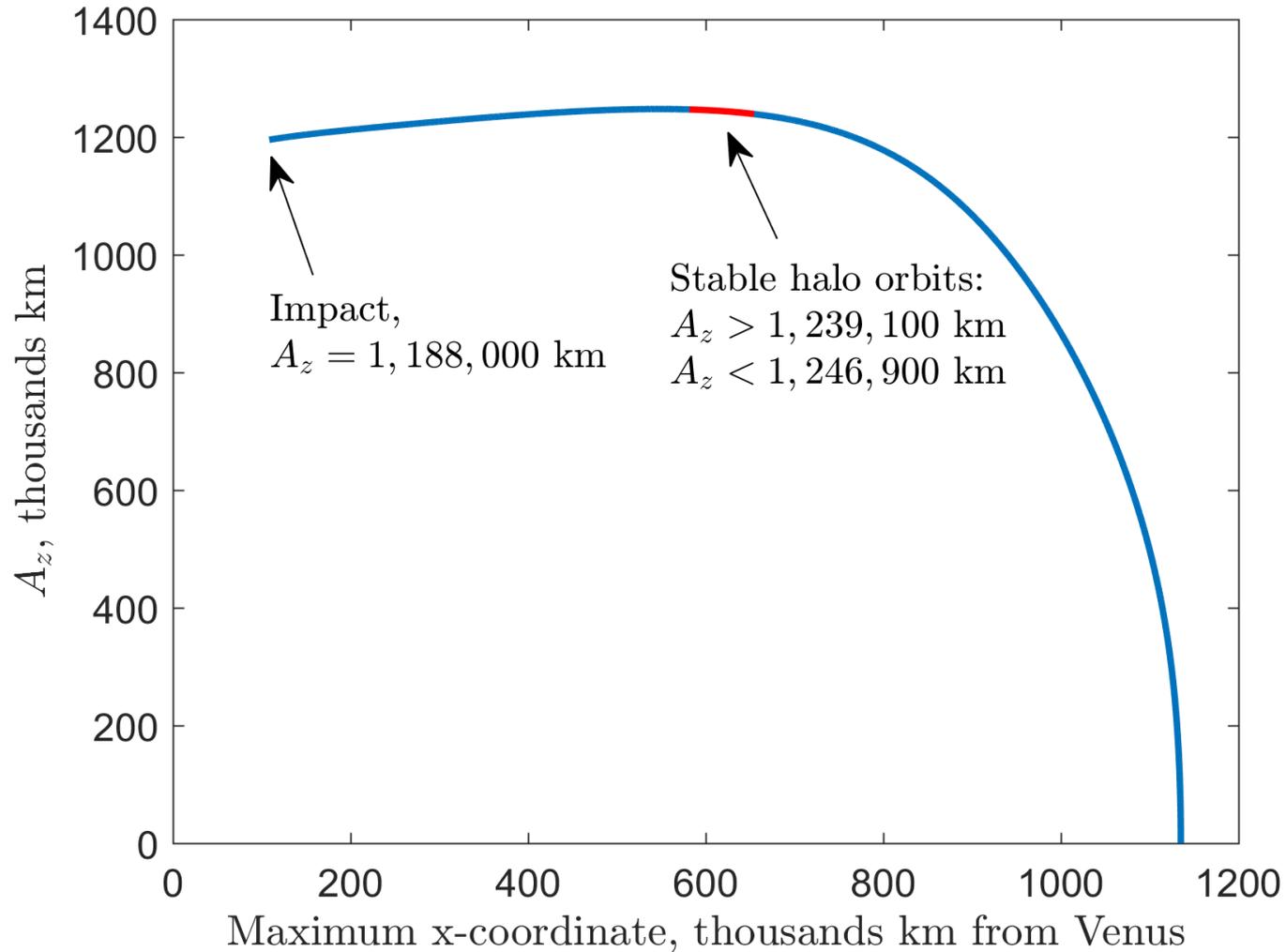
Средний уровень освещенности для различных орбит Лиссажу



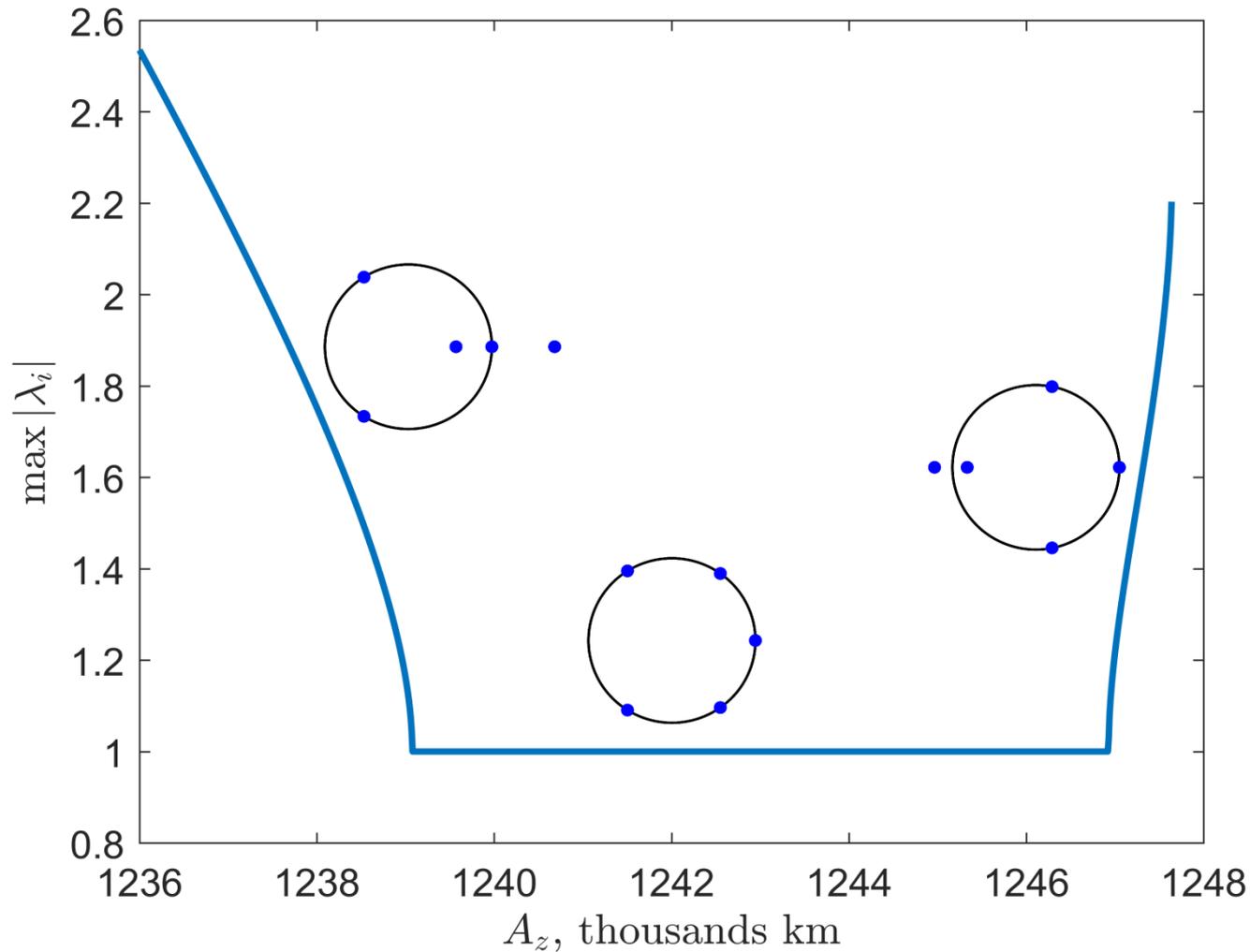
Гистограмма годовых расходов на поддержание орбиты Лиссажу 6,050 x 3,400 км (x-управление)



Семейство гало-орбит



Эволюция диаграмм Флоке вдоль семейства гало-орбит



Навигационные ошибки

- Simulate the navigational errors before applying the impulse

$$\mathbf{x}(t_0) \leftarrow \mathbf{x}(t_0) + \boldsymbol{\xi}_{\text{nav}}$$

where

$$\boldsymbol{\xi}_{\text{nav}} \in \mathcal{N} \left(\mathbf{O}_{6 \times 1}, \begin{bmatrix} \sigma_r^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \sigma_v^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \right)$$

Ошибки исполнения импульсов

- Simulate the impulse execution errors

$$\mathbf{v}(t_0) \leftarrow \mathbf{v}(t_0) + (1 + \xi_{\Delta v}) \cdot \mathbf{R} \Delta \mathbf{v}$$

where $\xi_{\Delta v} \in \mathcal{N}(0, \sigma_{\Delta v})$ and the rotational matrix \mathbf{R} perform a random rotation with the normally distributed cone angle and the uniformly distributed clock angle

- If $(1 + \xi_{\Delta v}) \Delta v < \Delta v_{\min}$, then the impulse is skipped

Mean annual station-keeping cost, its standard deviation, and the maximum deviation from the reference orbit for different levels of the orbit insertion and navigational uncertainties; the x-axis control

Uncertainty level	Δv_{sk} , m/s/year	$\sigma_{\Delta v_{sk}}$, m/s/year	Max deviation, km
$\sigma_R = 20$ km, $\sigma_V = 2$ cm/s $\sigma_r = 2$ km, $\sigma_v = 0.2$ cm/s	0.230678	0.019658	152.120344
$\sigma_R = 50$ km, $\sigma_V = 5$ cm/s $\sigma_r = 5$ km, $\sigma_v = 0.5$ cm/s	0.574301	0.045031	344.639002
$\sigma_R = 100$ km, $\sigma_V = 10$ cm/s $\sigma_r = 10$ km, $\sigma_v = 1$ cm/s	1.151472	0.100858	627.309827
$\sigma_R = 200$ km, $\sigma_V = 20$ cm/s $\sigma_r = 20$ km, $\sigma_v = 2$ cm/s	2.319981	0.193106	1,489.591905
$\sigma_R = 500$ km, $\sigma_V = 50$ cm/s $\sigma_r = 50$ km, $\sigma_v = 5$ cm/s	5.711677	0.456067	2,975.897634

Концепции планетарной защиты

- D. W. Dunham and A. L. Genova. Using Venus for locating space observatories to discover potentially hazardous asteroids. *Cosmic Research*, 48(5):424-429, 2010.
- K.G. Raikunov. Structure and design of the orbital segment of the Earth's asteroid information system. Ph.D. Thesis, Bauman Moscow State Technical University, 2016 (in Russian).
- Yu. S. Bodrova and K.G. Raikunov. Rational variants for deployment of space telescopes for concurrent detection of asteroids. In *XLI Academic Readings on Cosmonautics*, Moscow, 2017.
- R. E. Gold. SHIELD - A Comprehensive Earth Protection System. A Phase I Report to the NASA Institute for Advanced Concepts, 1999.
- R. Arentz et al. NEO Survey: An Efficient Search for NearEarth Objects by an IR Observatory in a Venuslike Orbit. In *AIP Conference Proceedings*, volume 1208, pages 418-429. AIP, 2010.
- National Research Council. *Defending Planet Earth: Near-Earth-Object Surveys and Hazard Mitigation Strategies*. The National Academies Press, Washington, DC, 2010.
- R.Z. Akhmetshin. Space based Optical Barrier in the Problem of Asteroid Hazard. *Keldysh Institute Preprints*, (29):1-32, 2012.
- R. Z. Akhmetshin. Space patrol: Variants of the optical barrier scheme. *Cosmic Research*, 51(4):241-253, 2013.
- E. T. Lu, H. Reitsema, J. Troeltzsch, and S. Hubbard. The B612 Foundation Sentinel Space Telescope. *New Space*, 1(1):42-45, 2013.
- D. W. Dunham et al. A Concept for Providing Warning of Earth Impacts by Small Asteroids *Solar System Research*, 47(4):315-324, 2013.