



Переориентация космического аппарата при наличии ограничений

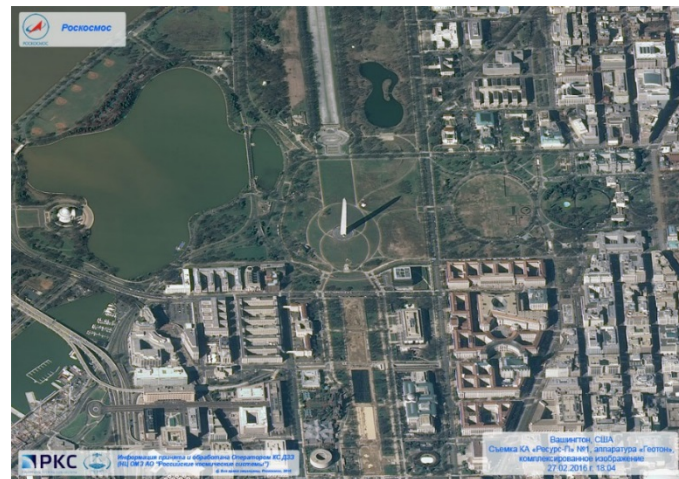
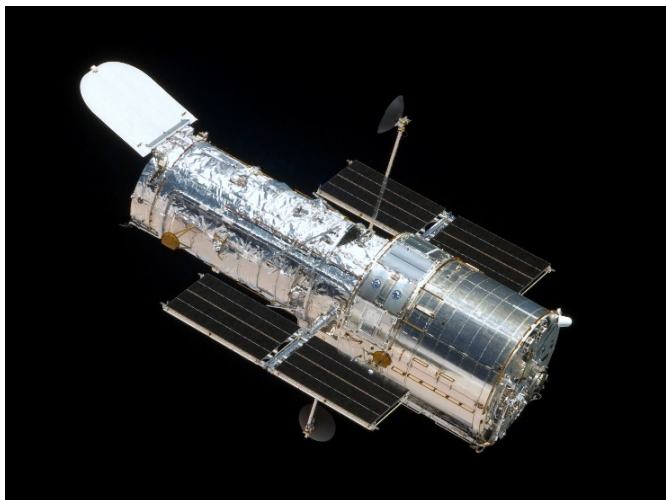
Я.В. Маштаков, С.С. Ткачев

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Введение

Зачем нам нужно управлять ориентацией?

- ДЗЗ
- Космические телескопы
- Спутники связи
- Обеспечение энергией



Введение

Разные аппараты – разные режимы движения

- Отслеживание траекторий
- Стабилизация в инерциальной/орбитальной СК
- Переориентация

Введение

Разные аппараты – разные режимы движения

- Отслеживание траекторий
- Стабилизация в инерциальной/орбитальной СК
- Переориентация

Введение

Разные аппараты – разные режимы движения

- Отслеживание траекторий
- Стабилизация в инерциальной/орбитальной СК
- Переориентация



Ограничения:

- Солнечные панели ориентированы на Солнце
- Камера не направлена на яркие объекты

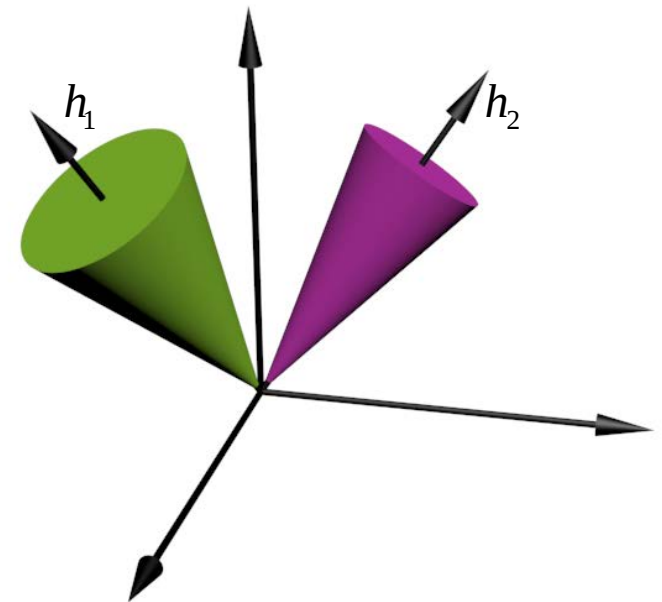
Постановка задачи

Что мы знаем?

- Параметры спутника
- Запрещенные зоны (неизменны в ИСК, являются конусами)
- Начальная и конечная ориентация
- Начальная и конечная угловая скорость равны нулю

Что мы хотим?

- Переориентировать спутник
- Избежать запрещенных зон



Прямой метод Ляпунова

- Используется для построения алгоритмов управления ориентацией
- Обеспечивает асимптотическую устойчивость
- Устойчив к внешним возмущениям

Основная идея:

- Положительно определенная функция
- С помощью управления обеспечиваем отрицательность ее полной производной по времени
- Одновременно доказываем ас.устойчивость опорного движения (по теореме Барбашина-Красовского)

Примеры

Функция:

$$V_0 = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega}_{rel}, \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{rel}) + k_a(3 - \text{Tr}(A))$$

Уравнения относительного движения:

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{rel} + k_{\omega}\boldsymbol{\omega}_{rel} + k_a q_0 \mathbf{q} = 0$$

Управление:

$$\mathbf{M}_{ctrl} = -\mathbf{M}_{ext} + \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs} + \mathbf{J}\mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_{ref} - \\ - \mathbf{J}[\boldsymbol{\omega}_{rel}]_{\times} \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{ref} - k_a q_0 \mathbf{q} - k_{\omega}\boldsymbol{\omega}_{rel}$$

Функция:

$$V_0 = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega}_{rel}, \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{rel}) + k_q(1 - q_0)$$

Уравнения относительного движения:

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{rel} + k_{\omega}\boldsymbol{\omega}_{rel} + k_q \mathbf{q} = 0$$

Управление:

$$\mathbf{M}_{ctrl} = -\mathbf{M}_{ext} + \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs} + \mathbf{J}\mathbf{A}\dot{\mathbf{q}}_{ref} - \\ - \mathbf{J}[\boldsymbol{\omega}_{rel}]_{\times} \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{ref} - k_q \mathbf{q} - k_{\omega}\boldsymbol{\omega}_{rel}$$

$(q_0, \mathbf{q})$, A – кватернион и матрица перехода из опорной в связанную СК

$\boldsymbol{\omega}_{rel}$ – относительная угловая скорость

$\mathbf{J}$ – тензор инерции

k_a, k_{ω}, k_q – положительные константы

Основная идея

- Стандартная функция V_0 не подходит
- Учет ограничений: $V = V_0 \cdot f$
- f – некоторая функция, принимающая достаточно большие значения в запрещенной зоне
- Управление обеспечивает убывание V , а значит и обход запрещенных зон
- Аналогия: создается потенциальный барьер

Глобальная функция

$$f = \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{\cos \alpha_i - (\mathbf{e}, \mathbf{h}_i)}$$

a_i – константы, α_i – минимальный угол между осью конуса и осью, которая не должна попасть в запрещенную зону

Функция Ляпунова :

$$V = \left(\frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega}, \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}) + k_q (1 - q_0) \right) \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{\cos \alpha_i - (\mathbf{e}, \mathbf{h}_i)}$$

Управление (с учетом постоянства опорной траектории, для простоты $n = 1$)

$$\mathbf{M}_{ctrl} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} - \mathbf{M}_{ext} - k_q \mathbf{q} - k_\omega \frac{\cos \alpha - (\mathbf{e}, \mathbf{h})}{a} \boldsymbol{\omega} - \mathbf{e} \times \mathbf{h} \frac{(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}) + 2k_q (1 - q_0)}{\cos \alpha - (\mathbf{e}, \mathbf{h})}$$

Локальная функция

$$f_i = \begin{cases} 1, & (\mathbf{e}, \mathbf{h}_i) \leq \cos \beta_i \\ a_i, & (\mathbf{e}, \mathbf{h}_i) \geq \cos \alpha_i \end{cases}, \quad \beta_i > \alpha_i$$

α_i – минимальный угол между осью конуса и осью, которая не должна попасть в запрещенную зону,
 β_i – угол, при котором начинает работать алгоритм обхода

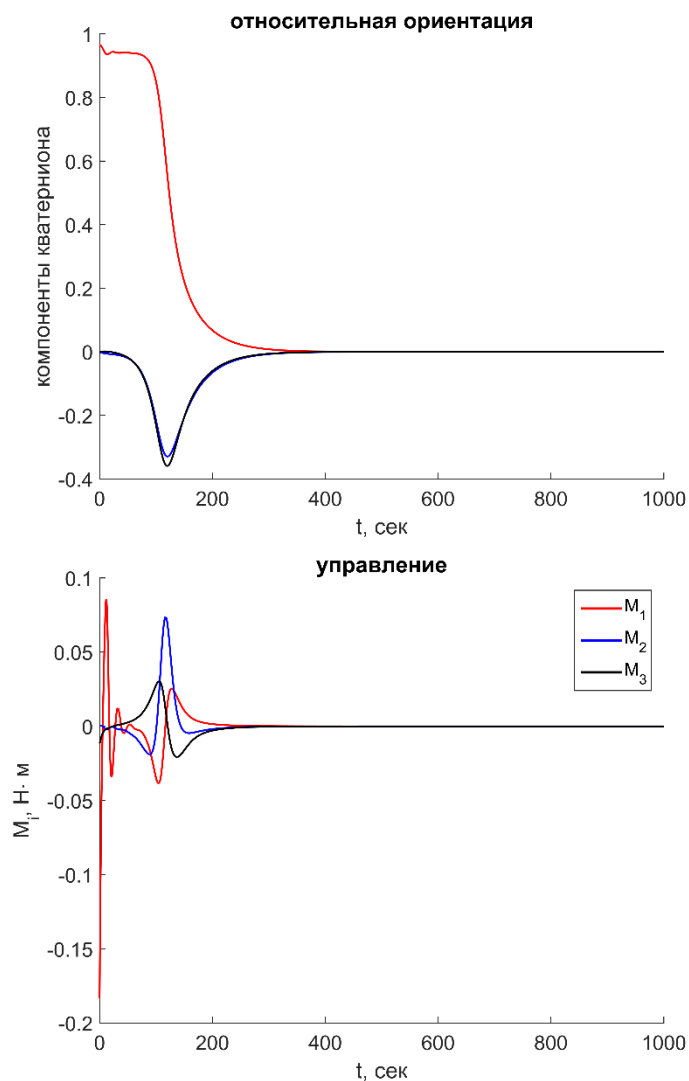
Функция Ляпунова:

$$V = \left(\frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega}, \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}) + k_q (1 - q_0) \right) \prod_{i=1}^n f_i$$

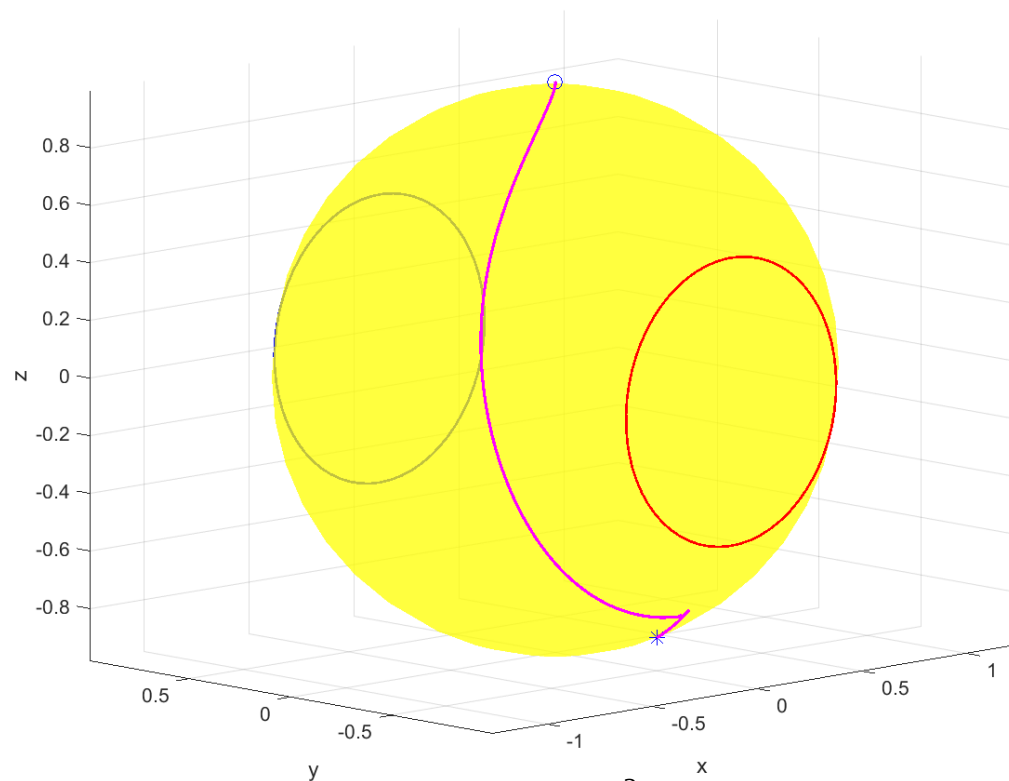
Управление (для простоты $n = 1$):

$$\mathbf{M}_{ctrl} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} - \mathbf{M}_{ext} - k_q \mathbf{q} - \frac{k_\omega}{f} \boldsymbol{\omega} - \mathbf{e} \times \mathbf{h} \left[\frac{1}{2} (\boldsymbol{\omega}, \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}) + k_q (1 - q_0) \right] \frac{f'}{f}$$

Результаты моделирования

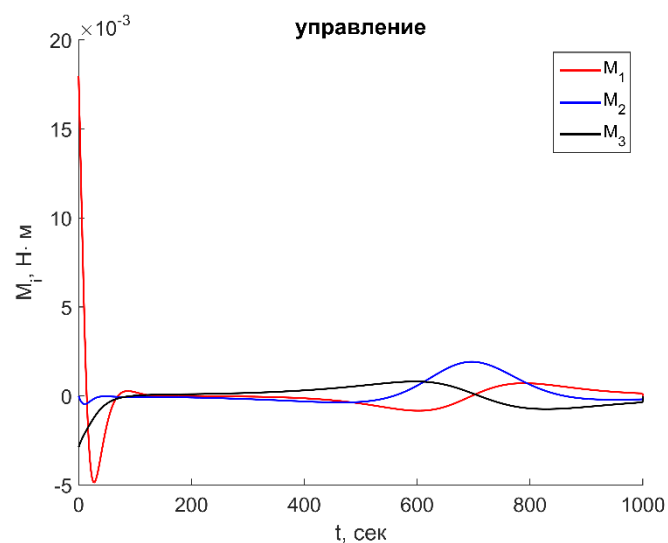
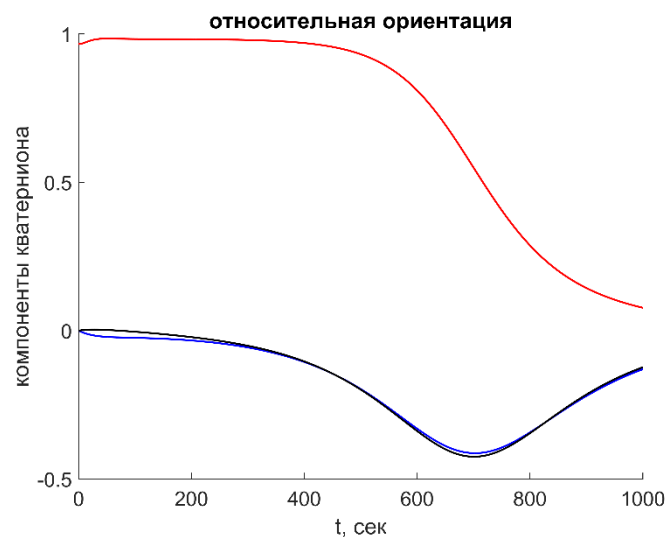


Глобальная функция

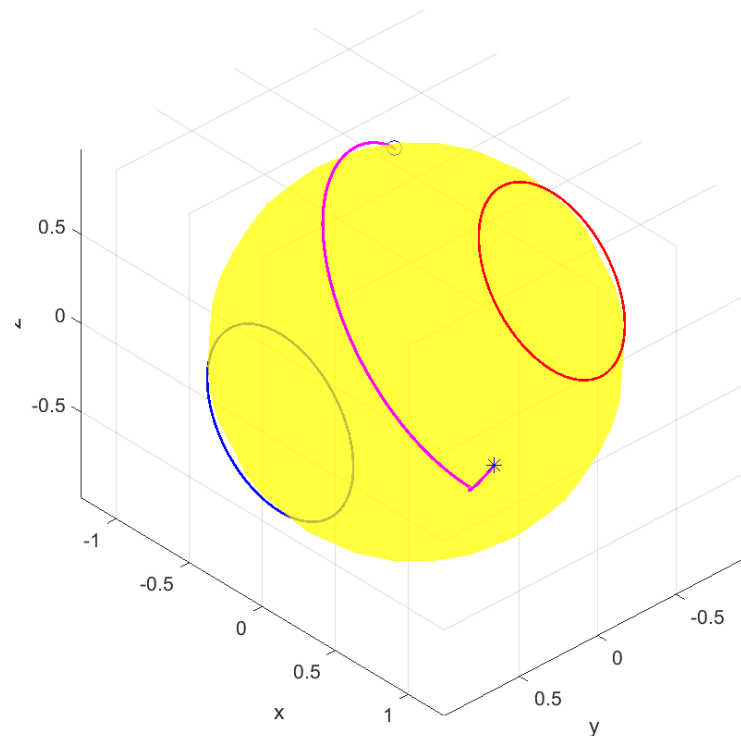


$$\mathbf{J} = \text{diag}(20, 30, 40) \quad f = \sum_{i=1}^2 \frac{0.05}{\cos \frac{\pi}{6} - (\mathbf{e}, \mathbf{h}_i)}$$

Результаты моделирования



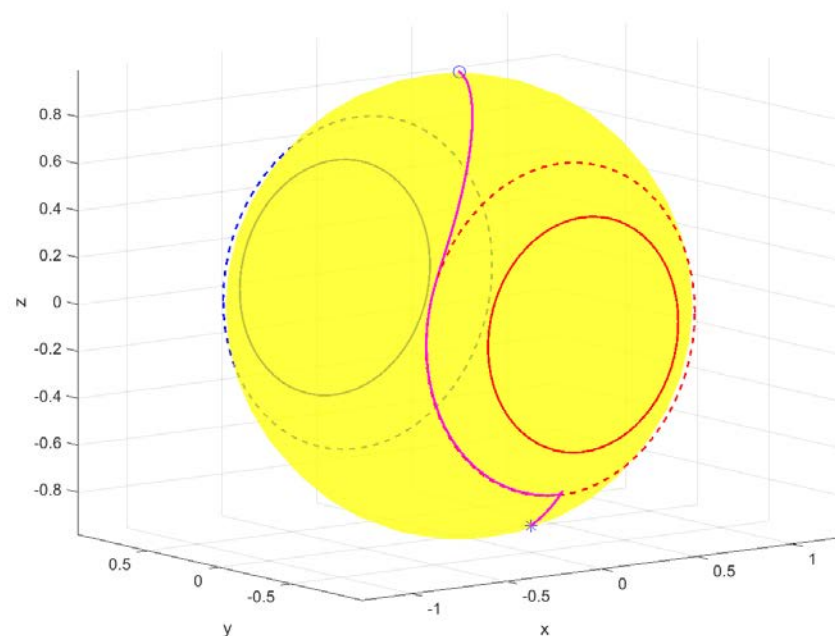
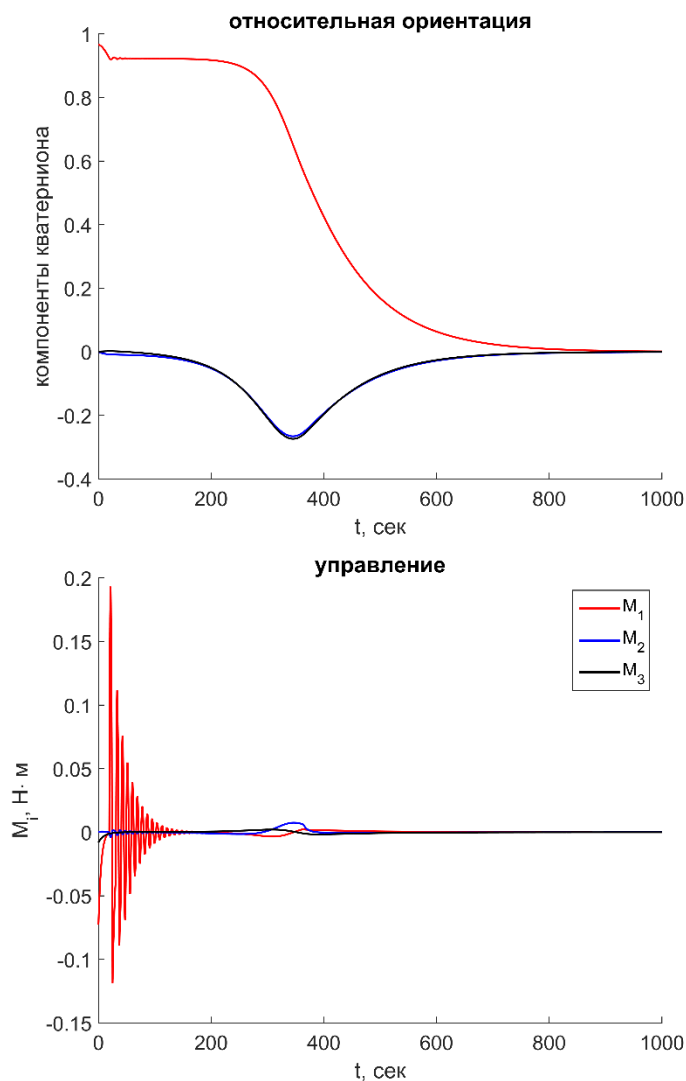
Глобальная функция



$$\mathbf{J} = \text{diag}(20, 30, 40) \quad f = \sum_{i=1}^2 \frac{0.2}{\cos \frac{\pi}{6} - (\mathbf{e}, \mathbf{h}_i)}$$

Результаты моделирования

Локальная функция

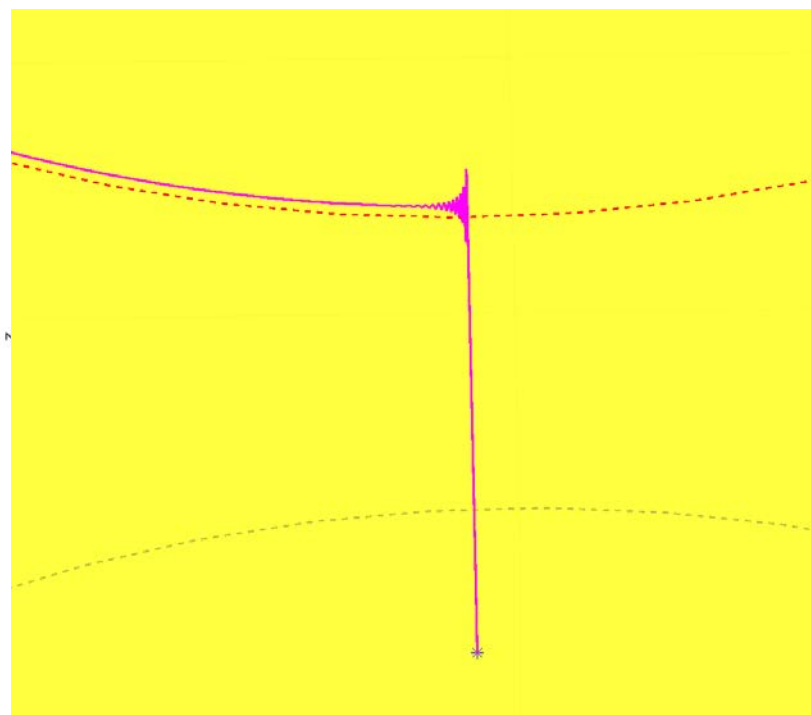
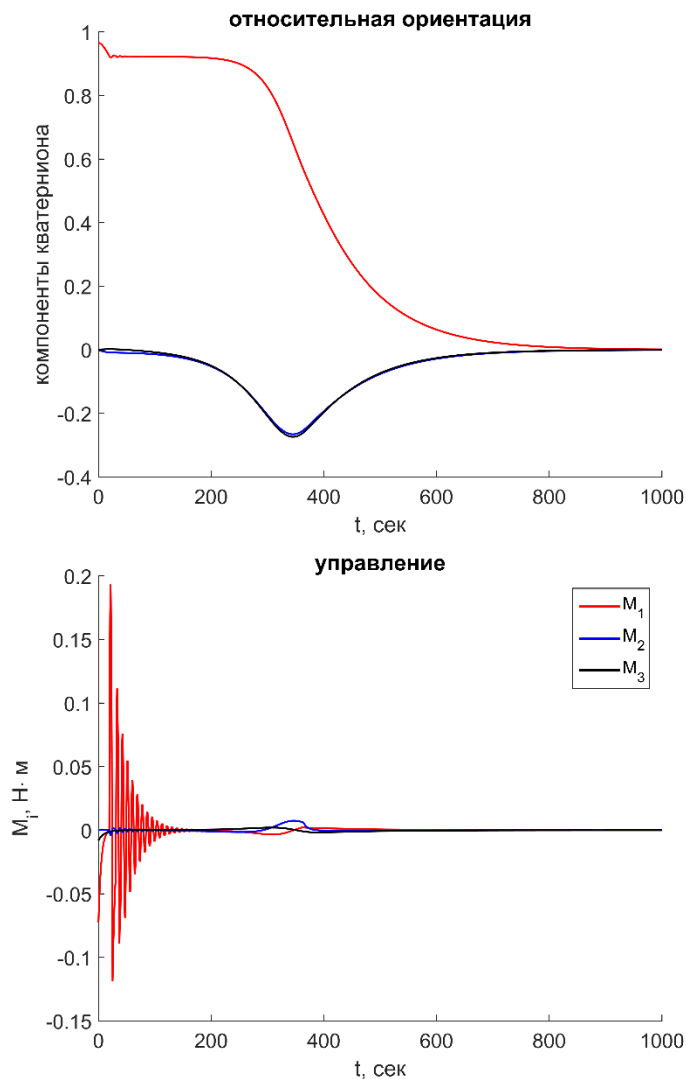


$$\mathbf{J} = \text{diag}(20, 30, 40)$$

$$\alpha_i = \frac{\pi}{6}, \quad \beta_i = \frac{\pi}{4}$$

Результаты моделирования

Локальная функция

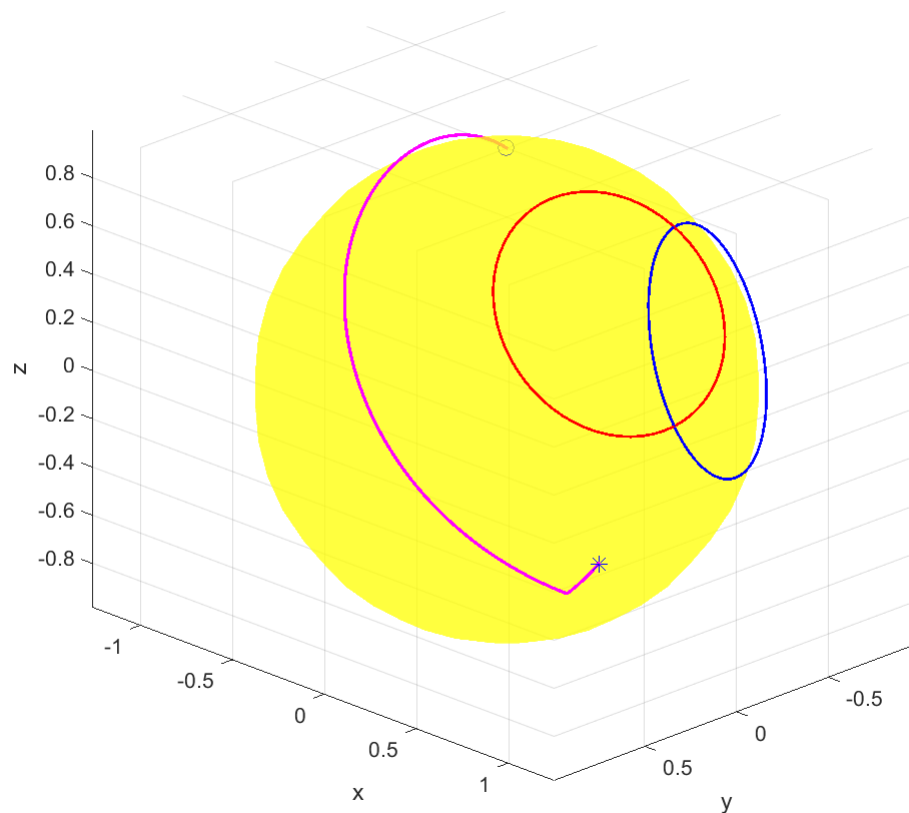
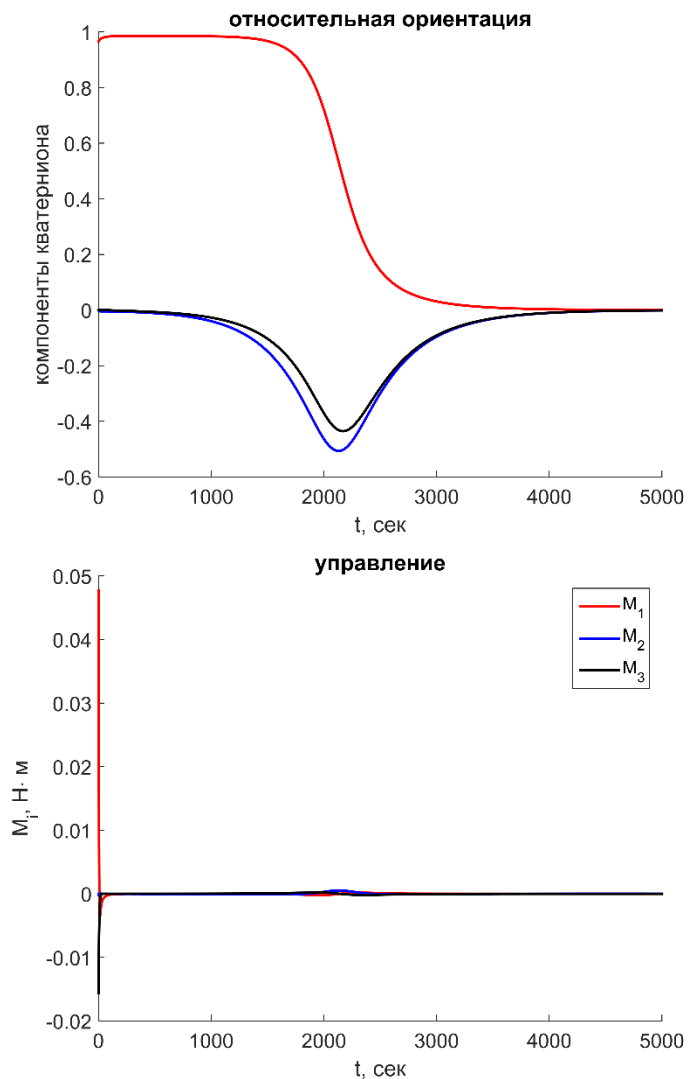


$$\mathbf{J} = \text{diag}(20, 30, 40)$$

$$\alpha_i = \frac{\pi}{6}, \quad \beta_i = \frac{\pi}{4}$$

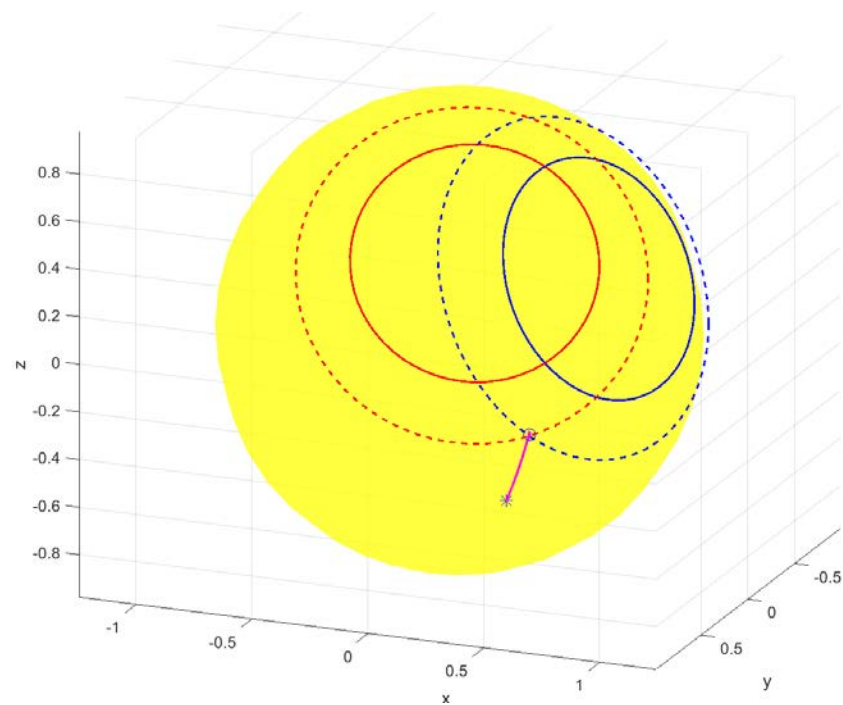
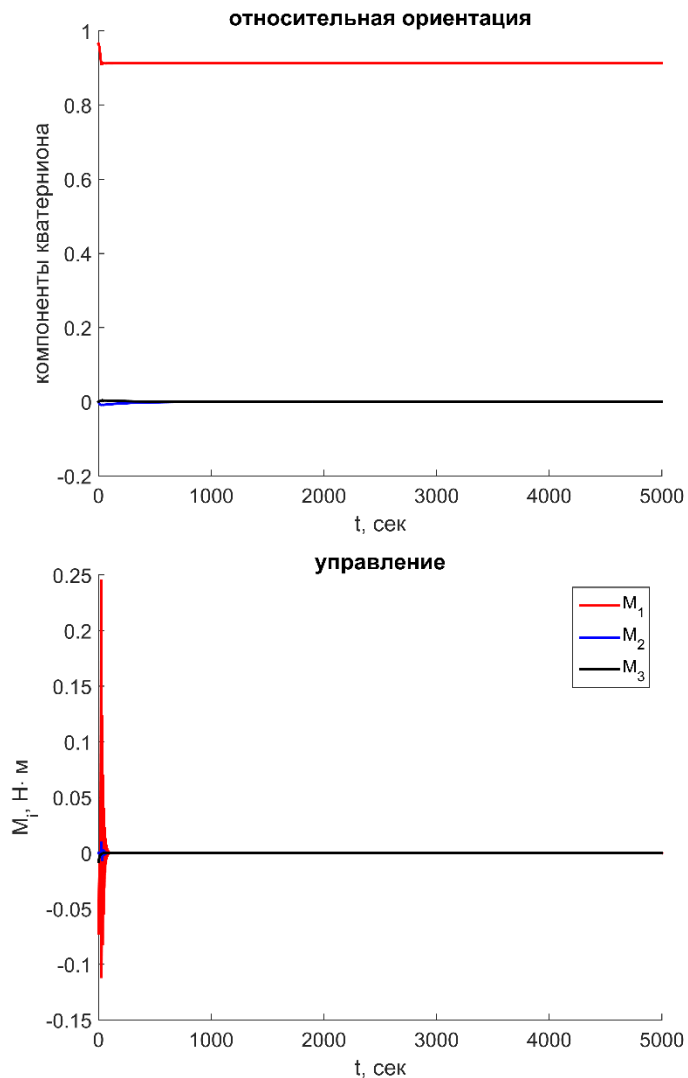
Два пересекающихся конуса

Глобальная функция



Два пересекающихся конуса

Локальная функция



Заключение

- Рассмотрен подход к решению задачи переориентации спутника с использованием прямого метода Ляпунов
- Предложены две модификации функции Ляпунова: при помощи глобальной и локальной функций. В первом случае движение существенно отличается от стандартного, во втором же изменения будут заметны только в случае выхода на ограничения
- Возможно двухэтапное применение предложенной методики: на первом этапе в упрощенной модели движения (без внешних возмущений) строится опорное движение путем интегрирования уравнений движения. На втором этапе это движение реализуется стандартным алгоритмом
- Необходим дальнейший анализ влияния констант в управлении на скорость сходимости и требуемые для реализации управления моменты

Работа поддержана грантом РФФИ №17-71-20117