



XL Академические чтения по космонавтике
памяти академика С.П. Королёва и других
выдающихся ученых – пионеров освоения
космического пространства
26– 29 января 2016 г.



Параметрический анализ траекторий перелета к Луне на малой тяге с использованием резонансных маневров

М.Г. Ширококов

(ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, МФТИ)

С.П. Трофимов

(ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, МФТИ)

Содержание

- Актуальность проблемы
- Этапы решения
- Алгоритмы и реализация
- Результаты
- Заключение

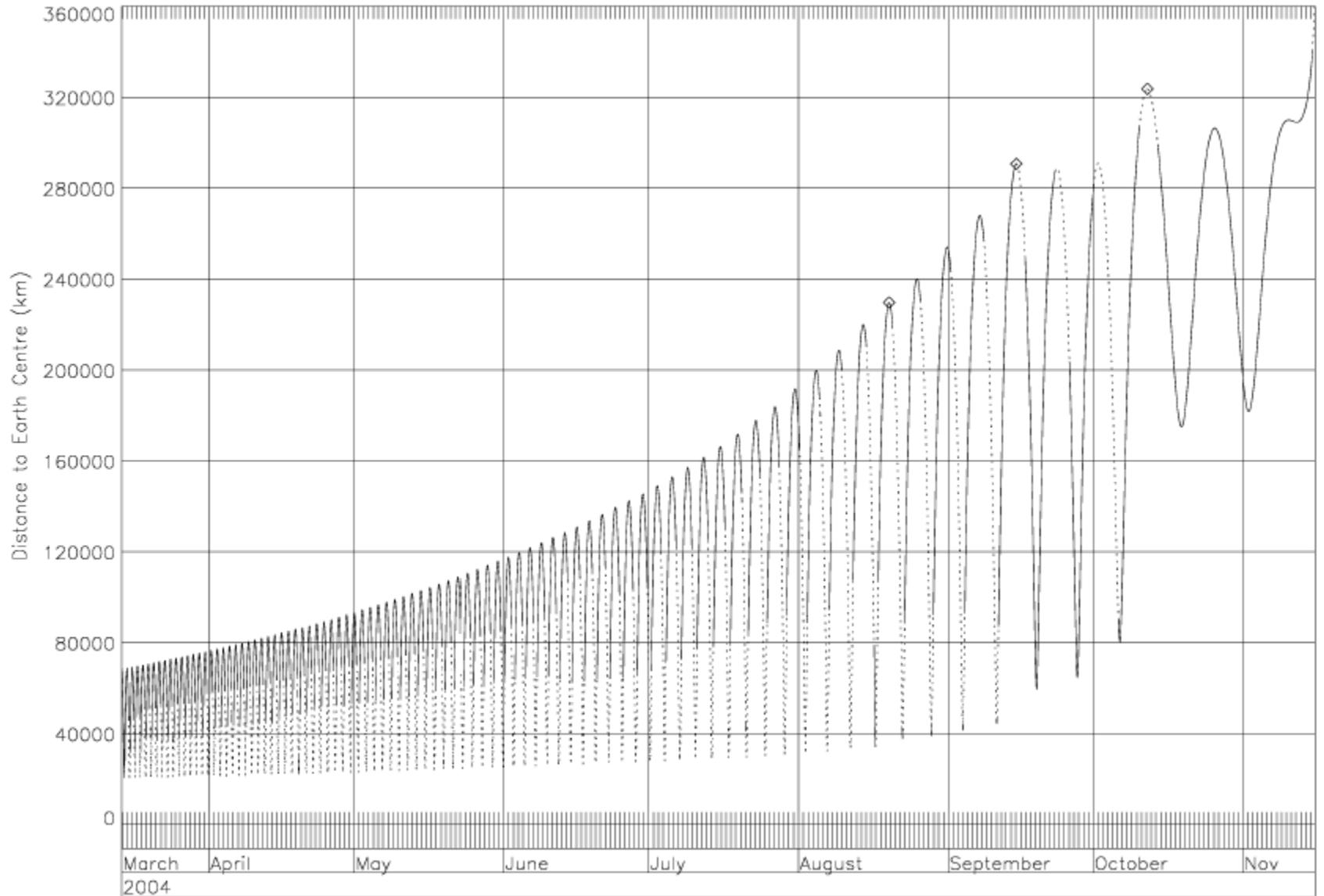
Основные сложности

- Многовитковый перелет с малой тягой
- Преодоление радиационных поясов
- При попутном запуске не выбираются дата и/или момент старта
- В тени Земли двигатель выключен
- Оптимизация массы полезной нагрузки

Миссия SMART-1 (2003 г.)

- Начальная орбита геопереходная с перигеем 7,029 км и апогеем 42,384 км
- Почти непрерывная тяга вдоль скорости в течение трех месяцев, пока перигей не поднялся до 20,000 км
- Дальнейшие маневры были направлены на увеличение апогея до 67,500 км, на это ушло еще 3 месяца
- Затем тяга вблизи перицентра и апоцентра увеличила апогей до 200,000 км. Здесь Луна начала сильно возмущать орбиту и появилась возможность использовать резонансы для скачкообразного поднятия перигея КА

Расстояние до центра Земли



Этапы решения задачи перелета

- Первый этап – максимально быстрый подъем орбиты так, чтобы перигей вышел за пределы радиационных поясов
- Второй этап – увеличение орбиты в размерах и подстройка ориентации плоскости орбиты КА относительно орбиты Луны, фазирование
- Третий этап – серия резонансных сближений с Луной, выход на устойчивое многообразие гало орбиты

Алгоритм построения траектории



Первый этап: выход за пределы радиационных поясов

$$\frac{d\varpi}{dt} = \mathbf{M}\mathbf{a}$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\xi^2}{h^3\mu_E} + \frac{h\eta}{\xi} [0 \ 0 \ 1] \mathbf{a}$$

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{F_T}{v_{ex}}$$

Уравнения движения
интегрируются до тех пор, пока
перигей не превысит 30,000 км

$$\mathbf{M} = \frac{h}{\xi} \begin{bmatrix} 0 & h & 0 \\ \xi \sin L & (\xi + 1) \cos L + e_x & -e_y \eta \\ -\xi \cos L & (\xi + 1) \sin L + e_y & e_x \eta \\ 0 & 0 & \varphi \cos L \\ 0 & 0 & \varphi \sin L \end{bmatrix}$$

$$\varpi = [h, e_x, e_y, i_x, i_y]^T$$

$$\xi = 1 + e_x \cos L + e_y \sin L$$

$$\eta = i_x \sin L - i_y \cos L$$

$$\varphi = (1 + i_x^2 + i_y^2)/2$$

$$\mathbf{a} = [a_r, a_s, a_w]^T$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_T + \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{J2} + \mathbf{a}_S + \mathbf{a}_M$$

Третий этап: расчет резонансных сближений

$$\varphi = 0.2$$

$$\Delta v_0 = 0.78 \text{ м/с}$$

$$5 : 2 \rightarrow 3 : 1$$

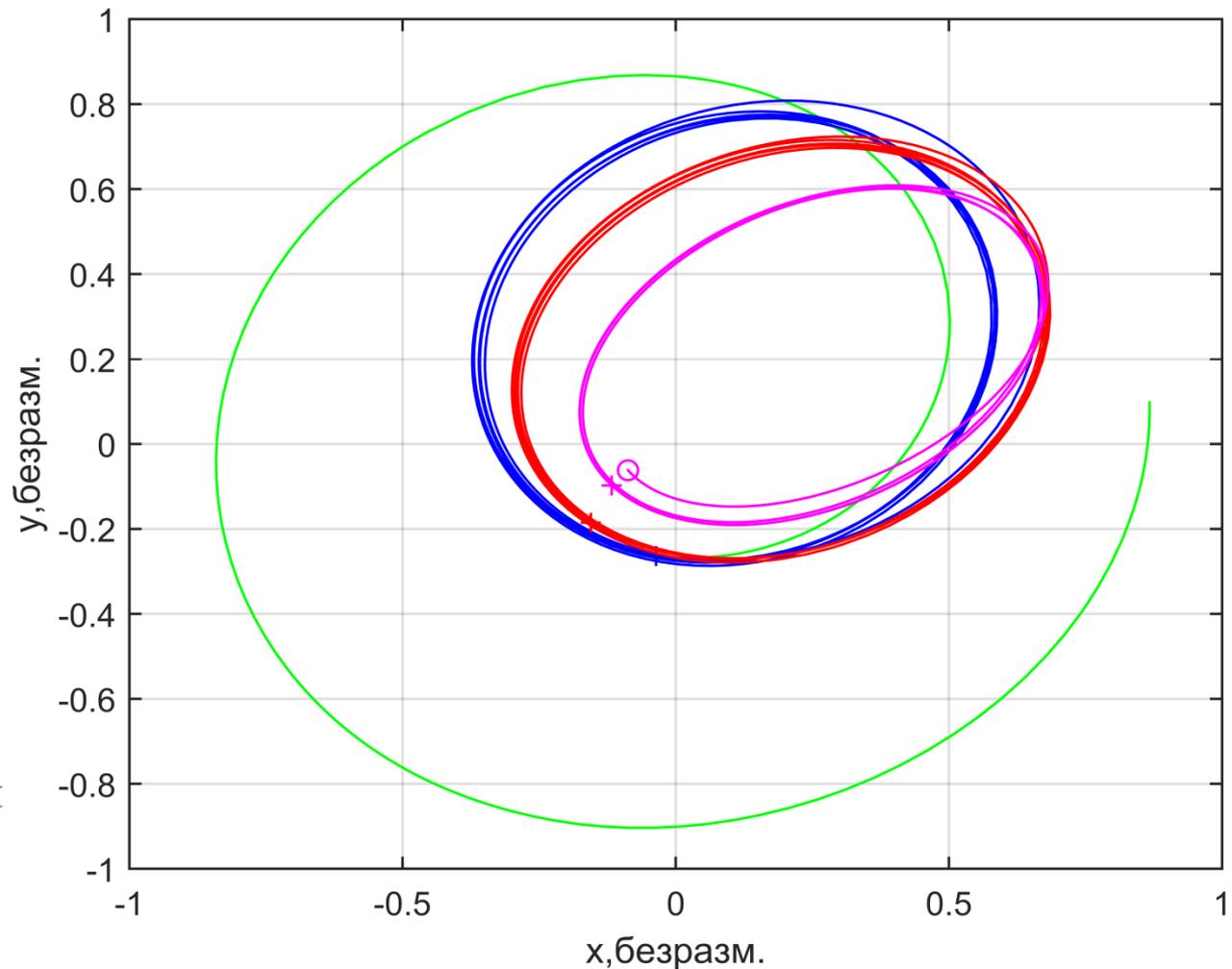
$$\Delta v_1 = 47.5 \text{ м/с}$$

$$\Delta v_2 = 0 \text{ м/с}$$

$$r_\pi = 41,127 \text{ км}$$

$$r_\alpha = 300,600 \text{ км}$$

$$\text{TOF} = 137.6 \text{ дней}$$



Второй этап: оптимизация многовиткового перелета по быстродействию

$$\frac{dy}{dt} = \frac{n}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{f}(L, \mathbf{y}) \frac{dt}{dL} dL, \quad \mathbf{y} = [\alpha, L, M]^T, \quad n = \frac{1}{\mu_E} \left(\frac{\sqrt{1-e^2}}{h} \right)^3, \quad \frac{dt}{dL} = \frac{h^3}{\xi^2}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \rightarrow \min$$

$$H = -1 + \frac{n}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{p}_y^T \mathbf{f}(L, \mathbf{y}) \frac{dt}{dL} dL, \quad \mathbf{p}_y = [\mathbf{p}_\alpha, p_L, p_M]^T$$

$$p_L(t_2) = 0, \quad p_M(t_2) = 0, \quad H(t_2) = 0$$

$$\mathbf{a}_T = \frac{F_{\max}}{M} \frac{\mathbf{M}^T \mathbf{p}_\alpha}{\|\mathbf{M}^T \mathbf{p}_\alpha\|}$$

$$p_L \equiv 0$$

$$M = M_1 - (F_{\max}/v_{ex})(t - t_1)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}_\alpha}$$

$$\frac{d\mathbf{p}_\alpha}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \alpha}$$

$$\alpha(t_1) = [h, e_x, e_y, i_x, i_y]_1^T$$

$$\alpha(t_2) = [h, e_x, e_y, i_x, i_y]_2^T$$

$$H(t_2) = 0$$

$$[\mathbf{p}_\alpha(t_1), t_2] = ?$$

Параметры КА и двигателя

	I_{sp} , с	N/m, Вт/кг	eff	a_T , мм/с ²
Характерный диапазон для малых КА	1500...3000	4...6	0.4...0.6	0.1...0.5
SMART-1	1640	3.2	0.51	0.20
Lunar IceCube	3000	4.3	0.42	0.10
В наших расчетах	1600	4.5	0.45	0.26

Параметры орбит

- Околосемная орбита – геопереходная:
 - $r_{\pi} = 200$ км
 - $r_{\alpha} = 35,786$ км
 - $i = 6^{\circ}$
 - $\omega = 0^{\circ}$
- Гало орбита:
 - Земля-Луна L1, северная
 - $A_z = 35,000$ км

Таблица возможностей

$\Delta\Omega$				
270°	$T_{\min} = 271$ день $\Delta V = 3.3$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$	$T_{\min} = 271$ день $\Delta V = 3.3$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$	$T_{\min} = 272$ дня $\Delta V = 3.4$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$	$T_{\min} = 272$ дня $\Delta V = 3.4$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$
180°	$T_{\min} = 273$ дня $\Delta V = 3.4$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$	$T_{\min} = 272$ дня $\Delta V = 3.4$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$	$T_{\min} = 272$ дня $\Delta V = 3.4$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$	$T_{\min} = 273$ дня $\Delta V = 3.4$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$
90°	$T_{\min} = 266$ дней $\Delta V = 3.21$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$	$T_{\min} = 265$ дней $\Delta V = 3.18$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$	$T_{\min} = 266$ дней $\Delta V = 3.22$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$	$T_{\min} = 266$ дней $\Delta V = 3.22$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$
0°	$T_{\min} = 278$ дней $\Delta V = 3.53$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$	$T_{\min} = 277$ дней $\Delta V = 3.51$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$	$T_{\min} = 278$ дней $\Delta V = 3.54$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$	$T_{\min} = 278$ дней $\Delta V = 3.54$ км/с $\phi = 0.0$ $7:2 \rightarrow 3:1$
	0°	90°	180°	270° λ_s

Заключение

- Предложена методика проектирования траекторий перелета с малой тягой и резонансными сближениями на орбиты вокруг лунных точек либрации
- Предложен способ проведения параметрического анализа траекторий относительно 1) даты и времени старта, 2) последовательности резонансных сближений, и 3) точки входа на терминальную орбиту вокруг точки L_1
- Рассчитанные траектории группируются в соответствии с выбранными значениями параметров, формируя таблицы с численным описанием лучших траекторий
- Такие таблицы дают глобальную картину решений и могут помочь разработчикам миссий проводить предварительный баллистический анализ миссий