

Синтез углового движения спутника ДЗЗ при отслеживании маршрутов на поверхности Земли

Маштаков Я.В.
yarmashtakov@gmail.com
Ткачев С.С.

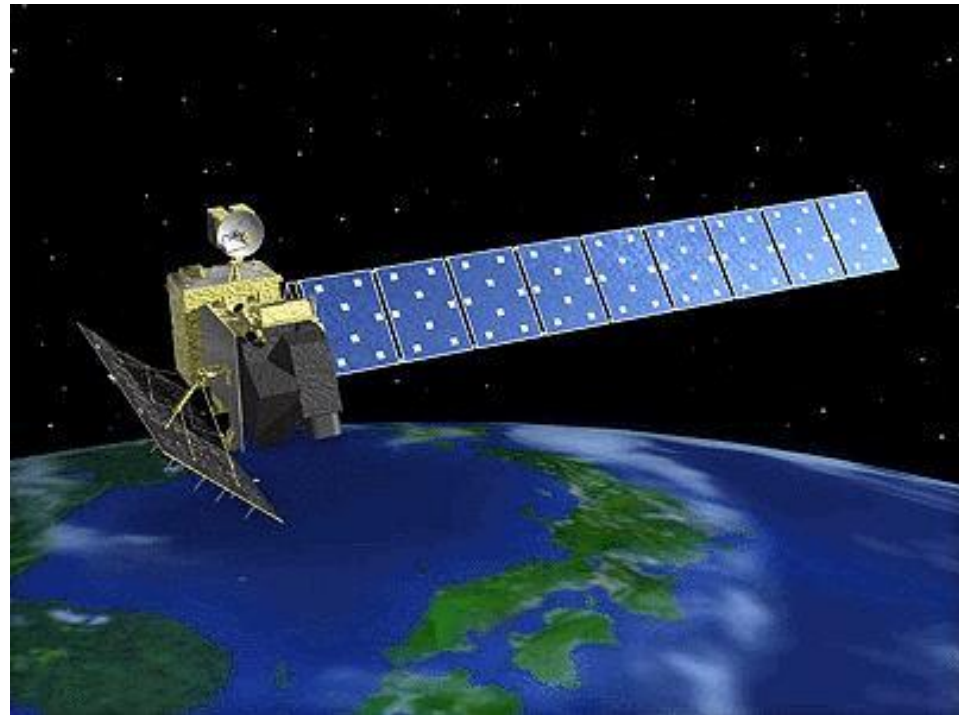
Содержание

- Введение
- Постановка задачи
- Синтез углового движения
- Проверка полученных алгоритмов
- Заключение

Введение

Задачи ДЗЗ:

- мониторинг состояния окружающей среды;
- прогнозирование лесных пожаров;
- метеорология.



Постановка задачи

При решении задачи считаются известными:

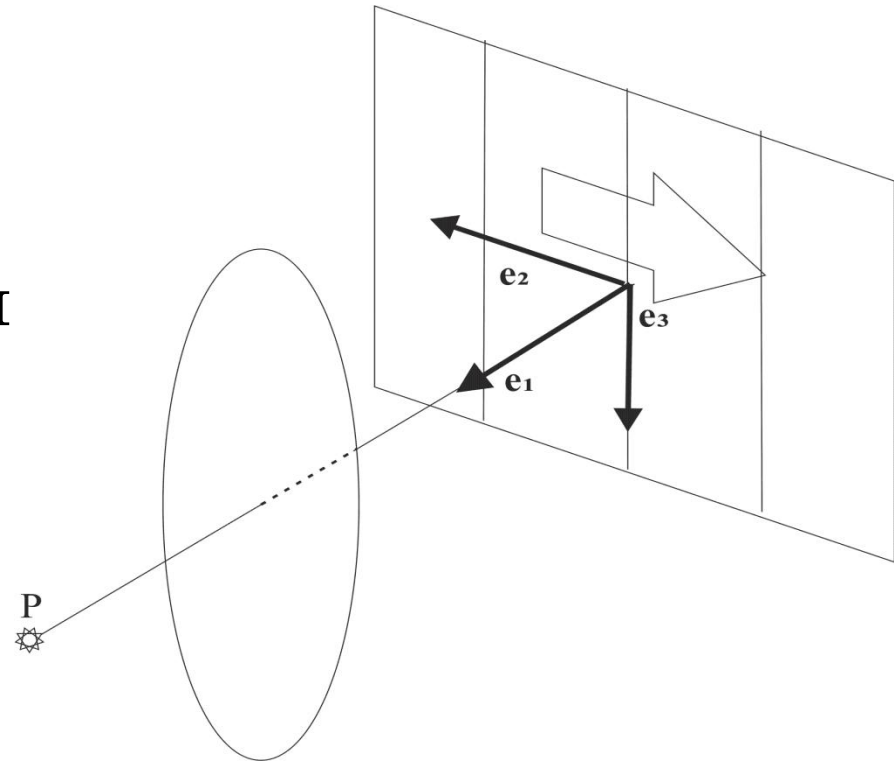
- радиус-вектор спутника и его производные для произвольного момента времени;
- маршрут на поверхности Земли, заданный в виде гладкой кривой некоторого параметра
- тензор инерции спутника

Искомые величины:

- опорное угловое движение КА;
- управляющие моменты, реализующие найденное угловое движение

Опорная СК

- e_1 параллелен оптической оси камеры;
- e_2 антипараллелен требуемой скорости бега изображения;
- e_3 дополняет систему до правой ортогональной



Синтез углового движения

Условия на скорость бега изображения в фокальной плоскости камеры, установленной на спутнике:

$$(\mathbf{V}_{отн}, \mathbf{e}_3) = 0$$

$$(\mathbf{V}_{отн}, \mathbf{e}_2) = -\frac{V\rho}{f}$$

$$\mathbf{V}_{отн} = \boldsymbol{\Omega}_e \times \mathbf{r}_p - \mathbf{V}_s - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_s)$$

Синтез углового движения

Условия, накладываемые на значение угловой скорости:

$$\omega_2 = -\frac{(\mathbf{\Omega}_e \times \mathbf{r}_p - \mathbf{V}_s, \mathbf{e}_3)}{\rho},$$
$$\omega_3 = \frac{(\mathbf{\Omega}_e \times \mathbf{r}_p - \mathbf{V}_s, \mathbf{e}_2)}{\rho} + \frac{V}{f}$$

Синтез углового движения

Уравнения Пуассона:

$$\dot{\mathbf{B}} = \mathbf{W}\mathbf{B}, \mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_1^T \\ \mathbf{e}_2^T \\ \mathbf{e}_3^T \end{pmatrix}, \quad \dot{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{e}}_1^T \\ \dot{\mathbf{e}}_2^T \\ \dot{\mathbf{e}}_3^T \end{pmatrix}.$$

Синтез углового движения

Базисные векторы ОСК:

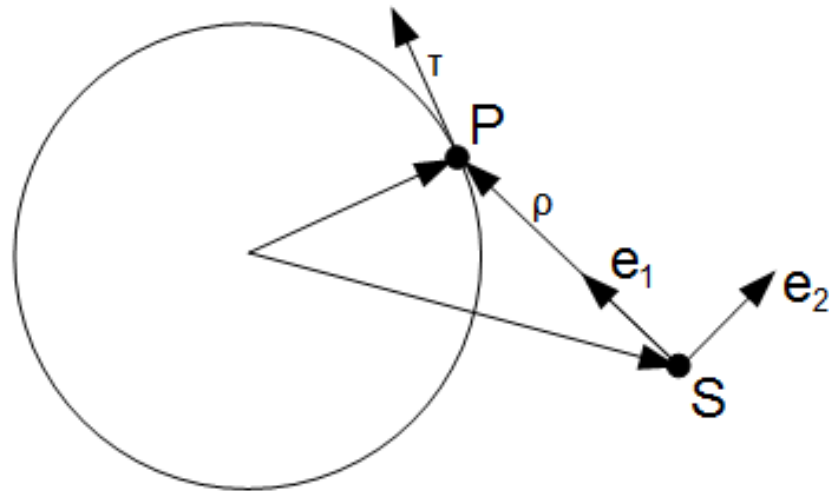
$$\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_s}{\|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_s\|} = \frac{\boldsymbol{\rho}}{\rho},$$

$$\mathbf{r}_p = \mathbf{r}_p(t, s(t)),$$

$$\mathbf{e}_2 = \frac{\boldsymbol{\tau} - \mathbf{e}_1(\mathbf{e}_1, \boldsymbol{\tau})}{\|\boldsymbol{\tau} - \mathbf{e}_1(\mathbf{e}_1, \boldsymbol{\tau})\|},$$

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{\partial \mathbf{r}_p}{\partial s},$$

$$\mathbf{e}_3 = [\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2].$$



Синтез углового движения

Производные базисных векторов ОСК:

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = \frac{\dot{\mathbf{r}}_p - \mathbf{V}_s - (\dot{\mathbf{r}}_p - \mathbf{V}_s, \mathbf{e}_1)\mathbf{e}_1}{\rho},$$

$$\mathbf{b} = \boldsymbol{\tau} - (\mathbf{e}_1, \boldsymbol{\tau})\mathbf{e}_1, \quad \dot{\mathbf{b}} = \dot{\boldsymbol{\tau}} - \dot{\mathbf{e}}_1(\mathbf{e}_1, \boldsymbol{\tau}) - \mathbf{e}_1\{(\mathbf{e}_1, \dot{\boldsymbol{\tau}}) + (\dot{\mathbf{e}}_1, \boldsymbol{\tau})\},$$

$$\dot{\boldsymbol{\tau}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{r}_p}{\partial s} \right) = \boldsymbol{\Omega}_e \times \frac{\partial \mathbf{r}_p}{\partial s} + \frac{\partial^2 \mathbf{r}_p}{\partial s^2} \dot{s},$$

$$\dot{\mathbf{e}}_2 = \frac{\dot{\mathbf{b}} - (\dot{\mathbf{b}}, \mathbf{e}_2)\mathbf{e}_2}{\|\mathbf{b}\|},$$

$$\dot{\mathbf{e}}_3 = \dot{\mathbf{e}}_1 \times \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_1 \times \dot{\mathbf{e}}_2.$$

Синтез углового движения

Выражения для компонент вектора угловой скорости КА, полученные с помощью уравнений Пуассона и условий на скорость бега изображения:

$$\omega_2 = -(\dot{\mathbf{e}}_1, \mathbf{e}_3) = -\frac{(\dot{\mathbf{r}}_p - \mathbf{V}_s, \mathbf{e}_3)}{\rho},$$

$$\omega_3 = (\dot{\mathbf{e}}_1, \mathbf{e}_2) = \frac{(\dot{\mathbf{r}}_p - \mathbf{V}_s, \mathbf{e}_2)}{\rho}.$$

Синтез углового движения

Связь между базисными векторами и радиус-вектором наблюдаемой точки:

$$\frac{(\dot{\mathbf{r}}_p - \boldsymbol{\Omega}_e \times \mathbf{r}_p, \mathbf{e}_3)}{\rho} = 0,$$

$$\frac{(\dot{\mathbf{r}}_p - \boldsymbol{\Omega}_e \times \mathbf{r}_p, \mathbf{e}_2)}{\rho} = \frac{V}{f}.$$

После упрощений:

$$\dot{s} = \frac{\rho V}{f} \frac{1}{(\boldsymbol{\tau}, \mathbf{e}_2)}, \rho = \rho(t, s), \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}(t, s), \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_2(t, s)$$

Алгоритм решения

- Путем численного решения

$$\dot{s} = \frac{\rho V}{f} \frac{1}{(\tau, \mathbf{e}_2)}$$

строится опорное движение спутника

- Интегрируются динамические и кинематические уравнения с некоторыми начальными данными. В качестве управления используется PD-регулятор

Параметризация маршрута

Сплайн Эрмита:

$$\mathbf{f}(t) = (2t^3 - 3t^2 + 1)\mathbf{r}_k + (t^3 - 2t^2 + t)\mathbf{m}_k + \\ + (-2t^3 + 3t^2)\mathbf{r}_{k+1} + (t^3 - t^2)\mathbf{m}_{k+1},$$

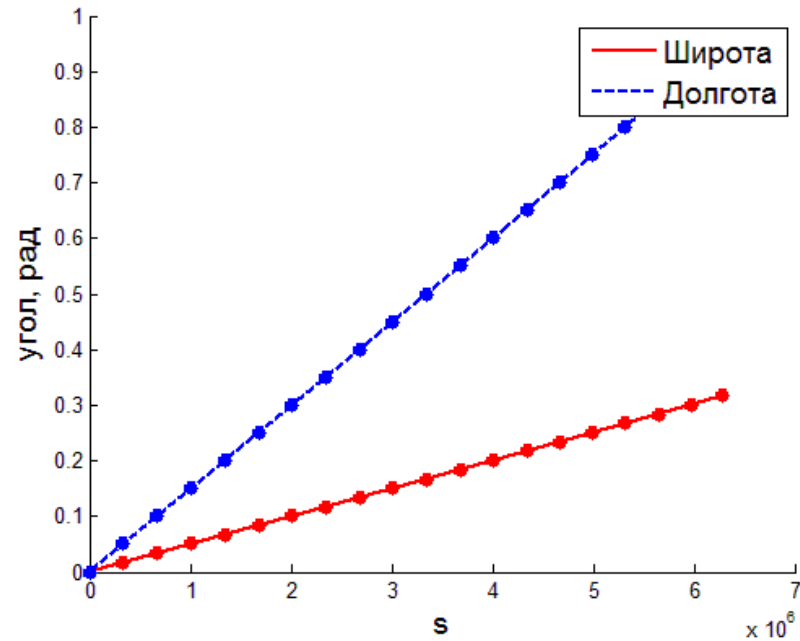
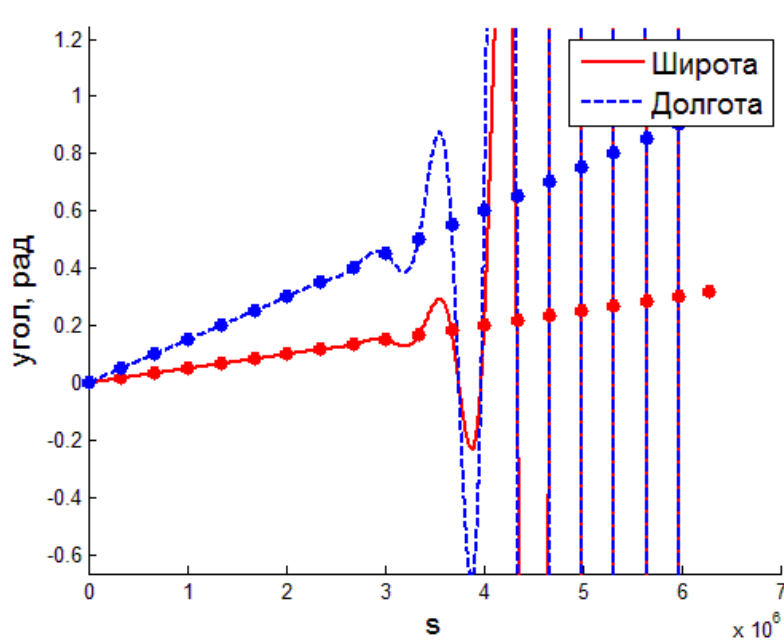
$$t = \frac{s - s_k}{s_{k+1} - s_k}, \quad t \in [0, 1].$$

Условия склейки:

$$\mathbf{m}_1^{(2)} = \mathbf{m}_2^{(1)} \frac{s_2^{(2)} - s_1^{(2)}}{s_2^{(1)} - s_1^{(1)}},$$

$$\mathbf{m}_2^{(2)} = 3\mathbf{r}_2^{(2)} - 2\mathbf{m}_1^{(2)} - 3\mathbf{r}_1^{(2)} - \left(\frac{s_2^{(2)} - s_1^{(2)}}{s_2^{(1)} - s_1^{(1)}} \right)^2 (3\mathbf{r}_1^{(1)} + \mathbf{m}_1^{(1)} - 3\mathbf{r}_2^{(1)} + 2\mathbf{m}_2^{(1)}).$$

Выбор сплайна



Использование дважды и один раз
непрерывно дифференцируемого
сплайна

Модельная задача

Параметризация траектории с использованием модели эллипсоида Красовского:

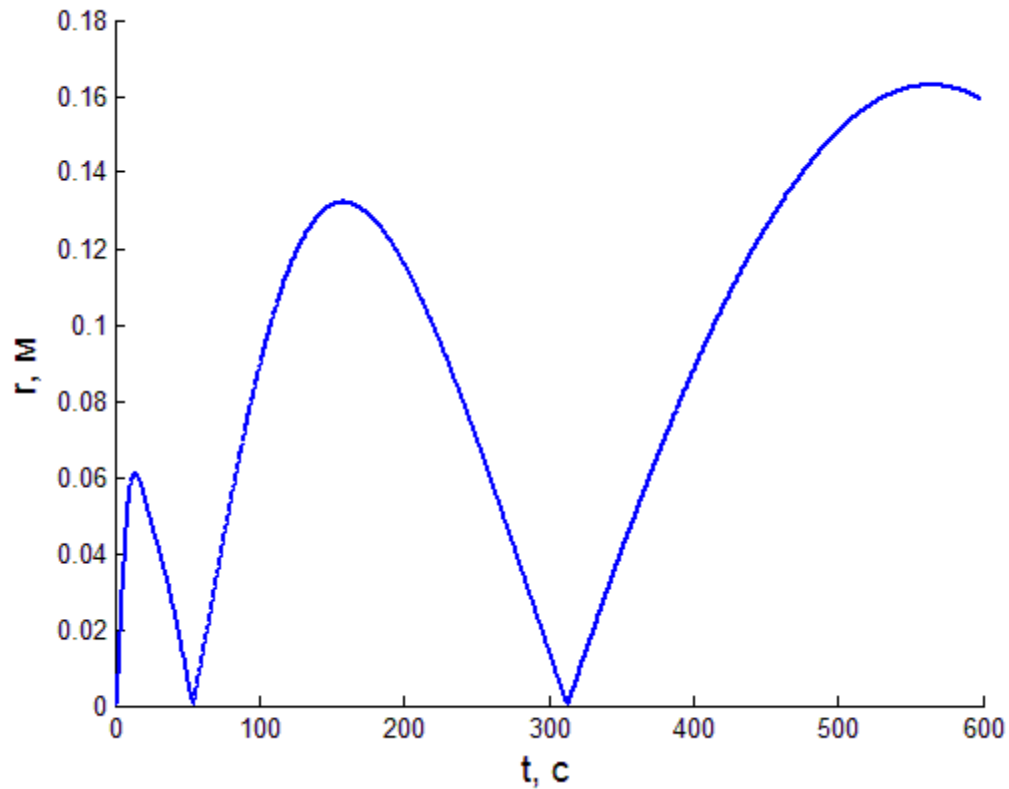
$$\mathbf{r}_p(s) = h(\varphi) \begin{pmatrix} \cos \lambda \cos \varphi \\ \sin \lambda \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix}, \quad \varphi = \varphi(s), \quad \lambda = \lambda(s),$$

$$h(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2 \varphi}{a^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{b^2}}}.$$

Модельная задача

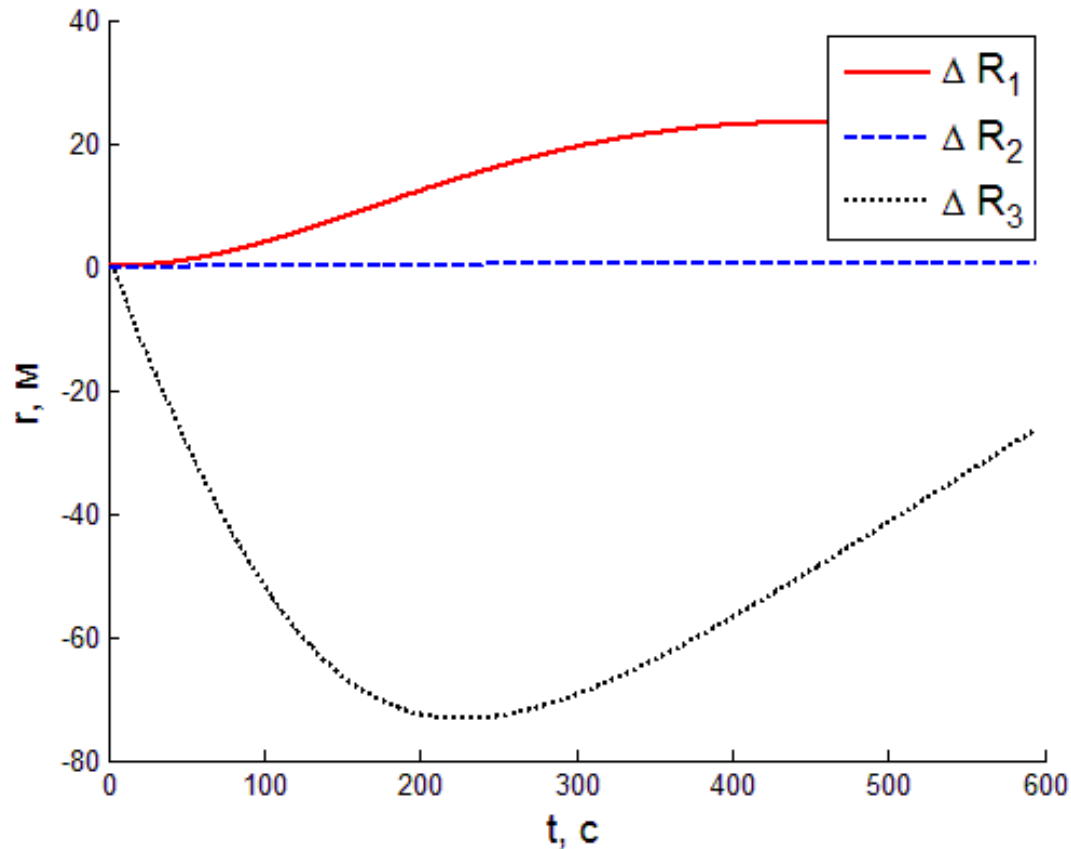
- Траектория направлена вдоль нулевого меридиана
- КА движется по орбите с эксцентриситетом 0.002, параметром 6980 км, наклоном 98° и долготой восходящего узла 0°
- В начальный момент времени спутник находится над начальной точкой наблюдения
- Тензор инерции спутника есть $diag(2, 3, 4)$
- Скорость бега изображения $1,8 \cdot 10^{-3}$ м
- Частота управления составляет 10 Гц

Модельная задача



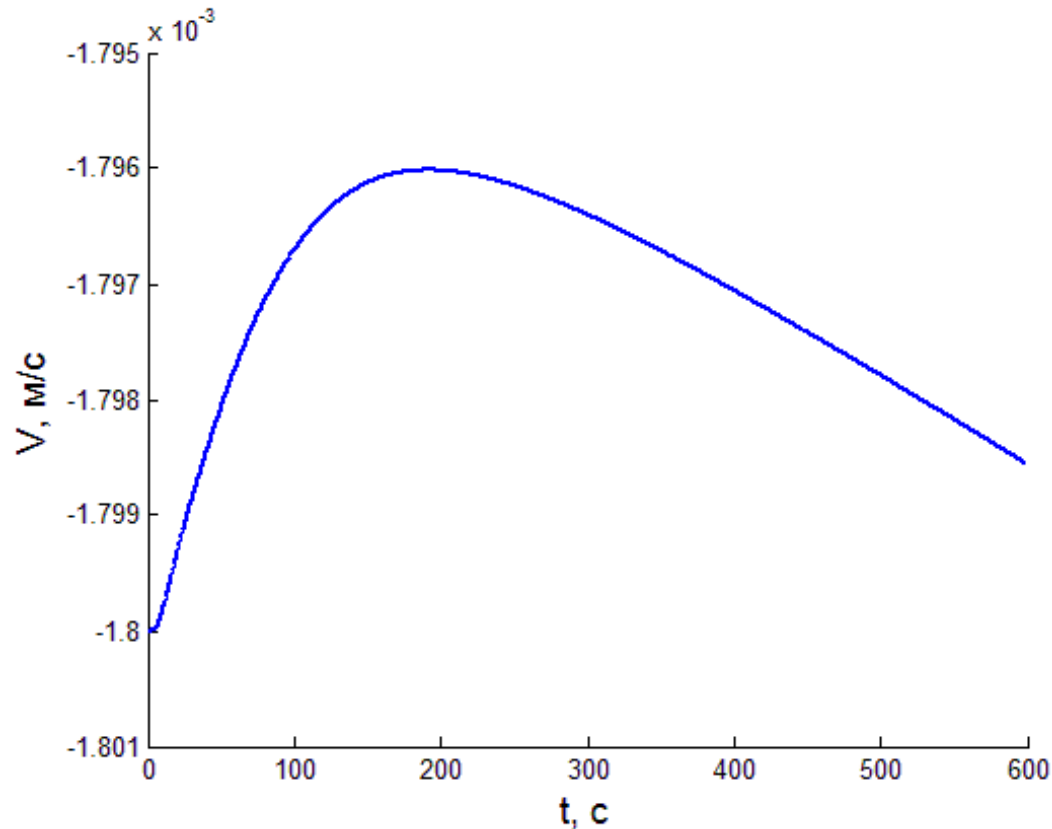
Отклонение камеры от траектории

Модельная задача



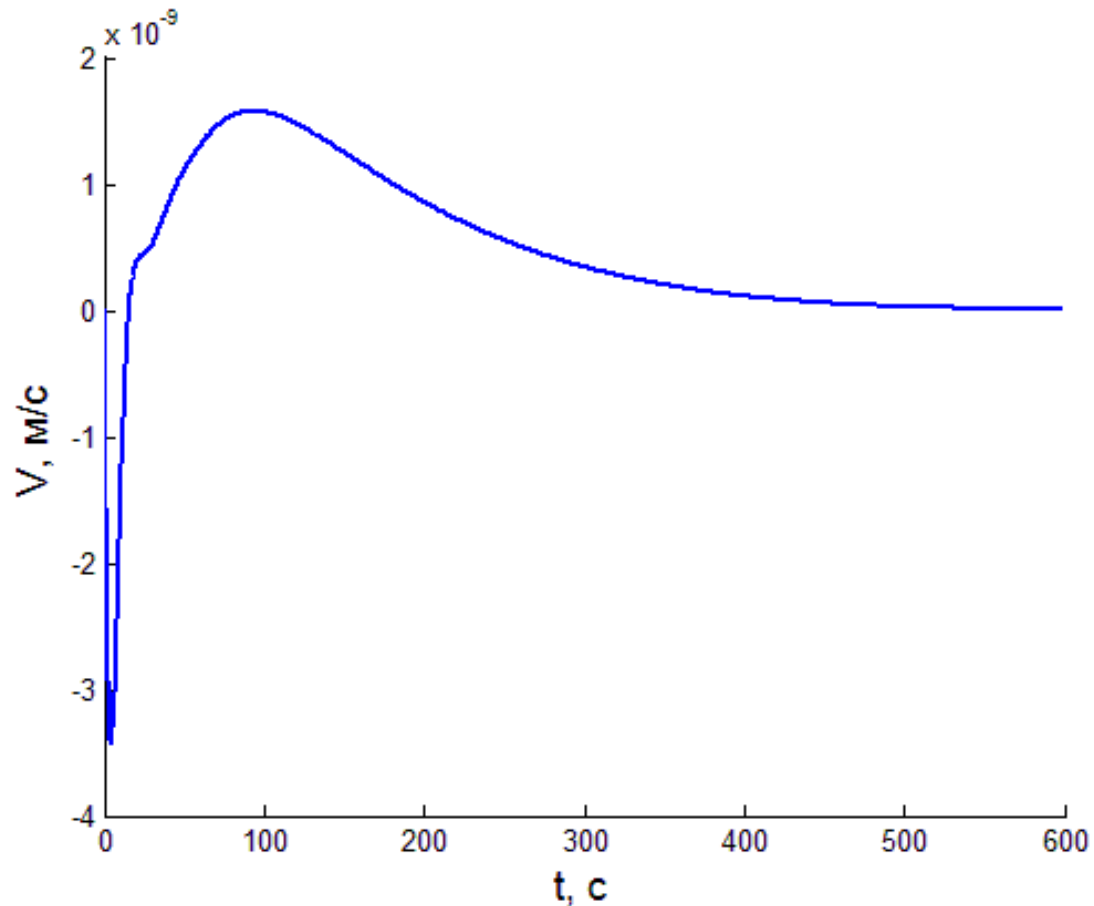
Отставание камеры от расчетного значения

Модельная задача



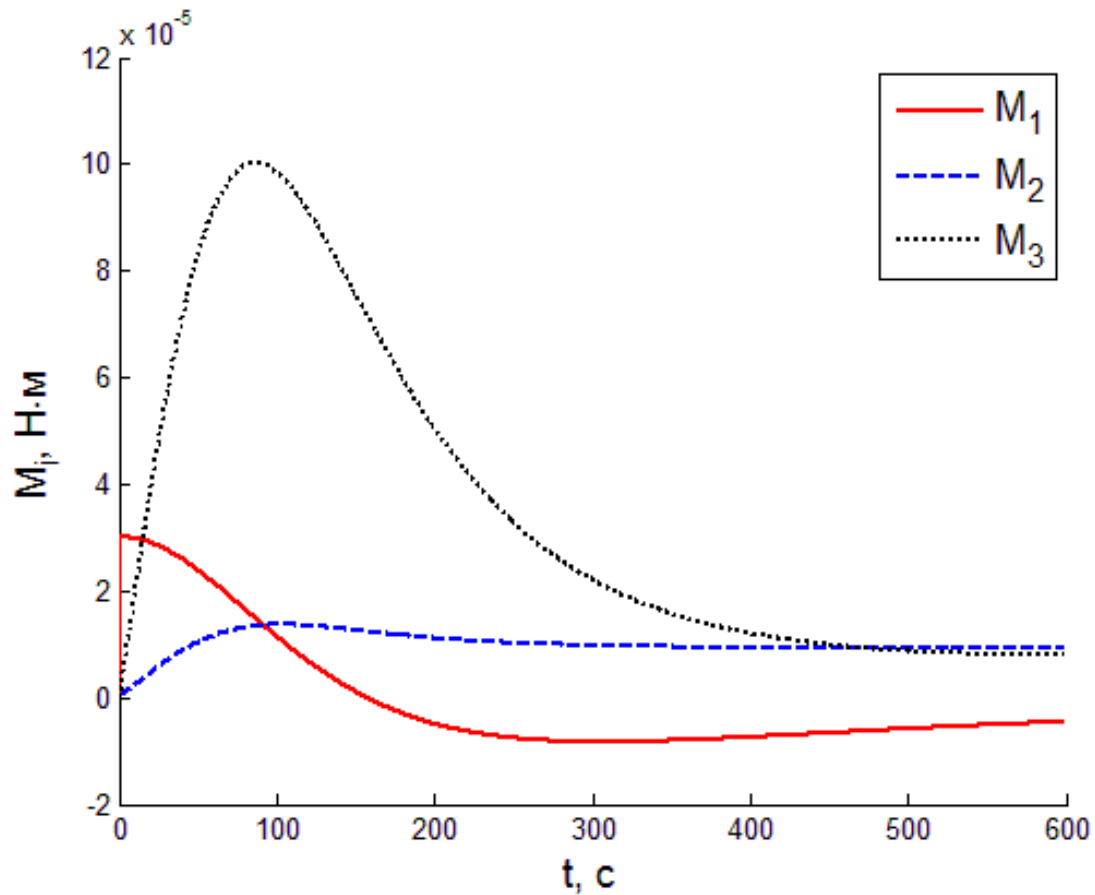
Горизонтальная скорость бега
изображения

Модельная задача



Вертикальная скорость бега
изображения

Модельная задача



Требуемое управление

Заключение

- Реализован алгоритм синтеза углового движения
- Рассмотрены различные типы параметризации маршрутов на поверхности Земли
- Проведена верификация разработанных алгоритмов

Открытым остается вопрос о воздействии ошибок в определении ориентации, а также ошибок управления на поведение спутника

Работа поддержана грантами РФФИ № 12-01-33045, № 13-01-00665

Спасибо за
внимание!