

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»
Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики
Кафедра математического моделирования и прикладной математики

Направление подготовки / специальность: 03.04.01 Прикладные математика и физика
(магистратура)

Направленность (профиль) подготовки: Управление динамическими системами

**ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ РОЕМ
НАНОСПУТНИКОВ С ПОМОЩЬЮ
АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ**

(магистерская диссертация)

Студент:

Монахова Ульяна Владимировна

(подпись студента)

Научный руководитель:

Иванов Данил Сергеевич,
канд. физ.-мат. наук, доц.

(подпись научного руководителя)

Консультант (при наличии):

(подпись консультанта)

Москва 2019

Аннотация

В работе рассматривается проблема построения роя наноспутников сразу после их отделения от ракеты-носителя. После устранения относительных дрейфов во второй главе рассматривается задача достижения относительного движения аппаратов роя внутри заданной области. Роем называется конфигурация множества спутников, движущихся по произвольным, но ограниченным относительным траекториям. В работе предложено децентрализованное управление с использованием силы аэродинамического сопротивления для устранения относительного дрейфа между спутниками в рое. Принимаются во внимание коммуникационные возможности аппаратов, ограничивающие размер области, в которой аппараты обладают информацией об относительном движении других спутников, и максимальное допустимое число аппаратов, информация о движении для которых может быть доступна. Изучается эффект разделения роя на несколько независимых групп, который рассматривается как нарушение целостности роя и является нежелательным. Этот эффект зависит от размера коммуникационной области, начальных условий и правил для управления. Исследуются предельные значения этих параметров для двадцати 3U-кубсатов. Рассматривается применение магнитного управления для обеспечения требуемого углового положения спутников относительно набегающего потока.

Содержание

Введение	3
Глава 1. Алгоритмы управления для устранения относительного дрейфа спутников в рое12	
1.1 Постановка задачи.....	12
<i>Система координат и модель движения.....</i>	13
<i>Уравнения управляемого движения.....</i>	15
<i>Децентрализованная реализация управления</i>	18
1.2 Правила управления роём	19
<i>Устранение дрейфа с наиболее удаленным спутником</i>	20
<i>Устранение среднего дрейфа</i>	21
<i>Устранение максимального дрейфа.....</i>	22
<i>Предотвращение столкновений</i>	23
1.3 Численное исследование	25
<i>Сравнение правил для управления</i>	27
<i>Эффект разделения роя</i>	33
<i>Влияние возмущений и неопределенностей.....</i>	38
Заключение к главе 1	44
Глава 2. Управление для достижения ограниченного движения роя.....	45
2.1 Угловое движение	45
2.2 Алгоритм управления	49
2.3 Численное исследование	51
<i>Конфигурация Центр.....</i>	52
<i>Влияние возмущений.....</i>	54
<i>Движение в ограниченной области</i>	58
<i>Влияние возмущений.....</i>	61
Заключение к главе 2	63
Заключение.....	64
Список литературы	65

Введение

Для решения прикладных задач с помощью групповых полетов спутников необходимо управлять их движением для достижения требуемой относительной конфигурации. Конфигурация спутников может иметь различные формы, например, типа «цветок» [1] или форму тетраэдра [2]. Однако для некоторых задач не требуется, чтобы аппараты поддерживали заданное относительное движение, и достаточно, чтобы спутники двигались по произвольным относительным траекториям, как это происходит в рое [3]. Для движения роя спутников необходима только ограниченность относительных траекторий без каких-либо других дополнительных требований, в отличие от формации спутников. Во время запуска роя неизбежна некоторая ошибка в скорости отделения наноспутников от ракеты-носителя. Это приводит к немного различающемуся орбитальному периоду аппаратов, относительные траектории становятся неограниченными, и рой разрушается. Таким образом, возникает задача управления роевым движением спутников для устранения относительного дрейфа. После устранения относительных дрейфов может возникнуть задача достижения относительного движения аппаратов роя внутри заданной области, например, для измерения пространственного распределения параметров магнитосферы в разных масштабах. Другой важной задачей управления движением в рое является предотвращение случайных столкновений спутников.

Для управления каждым спутником в рое необходимо, чтобы было известно движение каждого из аппаратов. Однако в случае значительного количества спутников это трудновыполнимая задача из-за аппаратных ограничений системы определения относительного движения и/или ограничений межспутниковой связи. Эти ограничения, препятствующие получению информации об относительном движении всех спутников в рое, в дальнейшем будем называть коммуникационными ограничениями. Для природных роев, например, роя насекомых, существует ограничение на

количество коммуникационных связей между каждым элементом роя и своими соседями. Кроме того, есть предел максимального расстояния между элементами роя, при котором относительное движение может быть известно. Подобные ограничения существуют и для роя спутников. Используя бортовую систему определения движения, каждый спутник может оценить относительное движение других спутников роя. Однако из-за ограниченных возможностей датчиков космический аппарат может оценить относительное движение только тех спутников, которые расположены в определенной его окрестности. Системы определения относительного движения могут быть основаны на обработке изображений [4], на измерениях дальномеров [5] и других датчиков, но количество спутников, относительное движение которых возможно одновременно определить, как правило, невелико. Также существует ограничение на дальность, при которой система работает с необходимой точностью. Эти особенности системы автономного определения движения могут быть учтены путем передачи информации между спутниками о текущем орбитальном движении, полученном, например, с использованием приемников GPS, установленных на каждом спутнике, и, таким образом, вычисляется относительное движение, как в работе [6]. Однако каналы межспутниковой связи также не могут обеспечить неограниченное количество подключений к одному спутнику, что обусловлено частотными ограничениями сигналов. Таким образом, при построении движения роя спутников необходимо учитывать особенности, связанные с коммуникационными ограничениями.

Существуют два основных подхода к автономному управлению группой спутников: централизованное управление и децентрализованное управление. Централизованное управление подразумевает наличие головного (или "материнского") аппарата в формации, его движение отслеживается остальными "дочерними" спутниками, которые управляются для достижения требуемой относительной траектории. Примером миссии, где была

использована такая схема управления, является миссия CanX-4&5, осуществленная в июне 2014 года [7]. Она построена на использовании двух наноспутников и направлена на реализацию автономного управления формацией, минимизирующего расход топлива при маневрировании. Централизованное управление больше подходит для небольших групп спутников, движущихся вдоль заданных заранее относительных траекторий. В случае значительного количества аппаратов, как в рое спутников, этот подход представляется нецелесообразным, поскольку головной аппарат может быть вне коммуникационной области для некоторых спутников, к тому же межспутниковая связь всегда имеет ограничение на количество каналов. Это затрудняет определение относительного движения «материнского» аппарата по отношению к «дочерним». При децентрализованном управлении каждый аппарат принимает решение об управлении индивидуально на основе информации о движении ближайших соседей. Этот подход к управлению больше подходит для роя спутников, принимая во внимание ограничения по количеству связей с другими аппаратами.

В литературе о движении в рое рассматриваются так называемые «агенты» – независимые и автономные контролируемые единицы, в нашем случае – спутники. В большинстве работ по мультиагентным системам модель управления состоит из четырех правил: притяжение, выравнивание, предотвращение столкновений и достижение цели. В работе [8] рассматривается управление на основе линейно-квадратичного регулятора с использованием этих правил для управления роем спутников, проводится сравнение затраченных характеристических скоростей при использовании централизованного и децентрализованного управления для различных параметров миссии. Для большого количества спутников было показано уменьшение вычислительной сложности при использовании двухуровневой системы (комбинация централизованной и децентрализованной стратегий). В

работе [9] основное внимание уделяется изучению децентрализованного подхода с использованием метода потенциалов для управления на основе тех же правил, что и в вышеупомянутой работе. Было представлено исследование управляемого движения группы аппаратов с учетом коммуникационных ограничений для достижения различных целей, однако в этой статье динамика относительного движения спутников не рассматривается.

Для построения роя можно осуществлять управление с помощью двигателей малой тяги, но для наноспутников на низкой околоземной орбите управление на основе аэродинамической силы сопротивления является более выгодным, поскольку оно не требует затрат топлива. Однако для приложения требуемой разности сил необходимо постоянно управлять ориентацией спутников относительно набегающего потока, чего можно достичь с использованием, например, маховичной системы управления ориентации. Метод управления, основанный на аэродинамической силе сопротивления, был впервые предложен в 1980-х годах Леонардом [10] в предположении дискретного изменения эффективного сечения спутников, летящих в группе. Он разработал алгоритм управления на основе пропорционально-дифференцирующего регулятора. Во многих работах используют различные алгоритмы управления с использованием дифференциального аэродинамического сопротивления: ПИД-регулятор [11], ляпуновское управление [12,13], скользящее управление [14], оптимальное управление [15] и т.д. Однако почти все работы рассматривают только два спутника в формации с централизованным управлением. Лишь несколько работ посвящены управлению несколькими аппаратами с помощью силы аэродинамического сопротивления. В статье [16] предложены циклические и оптимальные стратегии управления формацией, состоящей более чем двух спутников. Стабильность и эффективность поддержания формации с учетом возможных столкновений изучается в [17]. В работе [18] рассматривается

централизованное управление четырьмя аппаратами с помощью скользящего управления. В упомянутых выше работах не рассматриваются коммуникационные ограничения и не применяется децентрализованное управление.

Одной из наиболее критических задач при управлении роем является предотвращение столкновений между спутниками, которые движутся по произвольным траекториям. Алгоритмы избегания столкновений обычно направлены на уменьшение вероятности опасных встреч спутников. Так, в работе [19] разработан алгоритм расчета необходимого маневра в случае прогнозируемого близкого пролета, который минимизирует вероятность столкновения и характеристическую скорость. В статье [20] предлагается алгоритм оптимизации, который минимизирует расход топлива и одновременно максимизирует относительное расстояние между спутниками. Другим распространенным подходом к предотвращению столкновений является метод потенциалов, рассмотренный, например, в [21]. Спутник образует вокруг себя потенциальное поле в форме сферы. Согласно алгоритму управления, если в эту сферу попадает другой спутник, на него начинает действовать отталкивающая сила, направленная по радиус-вектору от одного спутника ко второму. В работе [22] разработан алгоритм для реконфигурации группы спутников, основанный на децентрализованном управлении. Если спутники попадают в запрещенную сферическую зону одного из аппаратов во время реконфигурации, то на спутники воздействует заданный импульс отталкивания, направленный вдоль радиус-вектора. Такой импульс применяется до тех пор, пока спутник находится в запрещенной зоне. Такое управление не является оптимальным и приводит к чрезмерному потреблению топлива, но доказано, что оно эффективно предотвращает столкновения при реконфигурации. В настоящей работе используется аналогичный подход для предотвращения столкновений, однако

рассматривается аэродинамическая сила сопротивления, воздействующая на спутник только в направлении касательной к орбите.

Цель настоящей работы заключается в разработке и изучении простых для реализации децентрализованных алгоритмов управления роем спутников после их отделения от ракеты-носителя для устранения относительного дрейфа и достижения ограниченного движения внутри заданной области с учетом коммуникационных ограничений и особенностей управления. В работе исследуется влияние параметров коммуникационных ограничений, возмущений со стороны второй гармоники разложения гравитационного потенциала Земли, неопределенности в знании плотности атмосферы на успешность решения задач управления роем наноспутников. При некоторых значениях этих параметров применение правил для управления роем может привести к разделению роя – образованию нескольких независимых подгрупп спутников. Эффект разделения роя изучается статистически на основе массовых численных экспериментов по управлению роем со случайными начальными условиями движения спутников. Сравняется проявление эффекта разделения при применении различных правил децентрализованного управления.

Результаты работы были доложены на отечественных и международных конференциях и семинарах:

- 1) Д.С. Иванов, У.В. Монахова, «Формирование группы малых спутников с использованием магнитной системы ориентации для управления с помощью аэродинамических сил», XLIII Академические чтения по космонавтике, Москва, 2019
- 2) Monakhova U., Ivanov D., Roldugin D., «Magnetorquers attitude control for differential aerodynamic force application to nanosatellite formation flying construction and maintenance», IAA SciTech Forum, Moscow, 2018
- 3) Д.С. Иванов, У.В. Монахова, «Исследование возможности управления групповым полетом на низких околоземных орбитах с помощью

магнитной системы ориентации», 61-я Всероссийская научная конференция МФТИ, Москва, 2018

- 4) Д.С. Иванов, У.В. Монахова, «Децентрализованное управление группой спутников для поддержания тетраэдральной конфигурации с помощью аэродинамической силы», 60-я Всероссийская научная конференция МФТИ, Москва, 2017 (Диплом победителя)

Список публикаций по теме магистерской работы:

- 1) У.В. Монахова, Д.С. Иванов, Д.С. Ролдугин, М.Ю. Овчинников, «Применение магнитного управления ориентацией для формирования роя наноспутников на низкой околоземной орбите» // *Полет* (в печати)
- 2) Ivanov D., Monakhova U., Ovchinnikov M., «Nanosatellites swarm deployment using decentralized differential drag-based control with communicational constraints» // *Acta Astronautica*, 2019, Vol. 159, P. 646-657
- 3) Monakhova U., Ivanov D., “Magnetorquers attitude control for differential aerodynamic force application to nanosatellite formation flying construction and maintenance” // *AIP conference proceedings* (в печати)
- 4) Д.С. Иванов, У.В. Монахова, «Формирование группы малых спутников с использованием магнитной системы ориентации для управления с помощью аэродинамических сил» // *Сборник тезисов XLIII Академических чтений по космонавтике*, 2019
- 5) Monakhova U., Ivanov D., Roldugin D., «Magnetorquers attitude control for differential aerodynamic force application to nanosatellite formation flying construction and maintenance» // *Advances in Astronautical Science* (в печати)
- 6) Д.С. Иванов, У.В. Монахова, «Исследование возможности управления групповым полетом на низких околоземных орбитах с помощью

магнитной системы ориентации», *Труды 61-й Всероссийской научной конференции МФТИ*, 2018

- 7) У.В. Монахова, Д.С. Иванов, «Формирование роя наноспутников с помощью децентрализованного аэродинамического управления с учетом коммуникационных ограничений» // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*, 2018, №151, 32 с.
- 8) Ivanov D., Mogilevsky M., Monakhova U., Ovchinnikov M., Chernyshov A., «Deployment and Maintenance of Nanosatellite Tetrahedral Formation Flying Using Aerodynamic Forces» // *Proceedings of 69th International Astronautical Congress*, 2018
- 9) Д.С. Иванов, М.М. Могилевский, У.В. Монахова, А.А. Чернышов, «Децентрализованное управление группой спутников для поддержания тетраэдральной конфигурации с помощью аэродинамических сил» // *Сборник тезисов XLII Академических чтений по космонавтике*, 2018
- 10) Д.С. Иванов, У.В. Монахова, «Децентрализованное управление группой спутников для поддержания тетраэдральной конфигурации с помощью аэродинамической силы» // *Труды 60-й Всероссийской научной конференции МФТИ*, 2017
- 11) Ivanov D., Monakhova U., Ovchinnikov M., «Decentralized Control of Swarm of Nanosatellites with Communication Restrictions using Aerodynamic Forces» // *Proceedings of 68th International Astronautical Congress*, 2017

Работа состоит из введения, двух глав и заключения. В первой главе описывается постановка задачи формирования роя наноспутников после отделения, приводится описание алгоритма управления и децентрализованных стратегий его реализации с учетом коммуникационных ограничений, проводится численное исследование применения предложенных правил управления для формирования роя спутников,

изучается зависимость вероятности разделения роя на отдельные части при различных параметрах моделирования. Также проводится исследование работы предложенных алгоритмов при действии возмущений со стороны второй гармоники разложения гравитационного потенциала Земли и неточности знания атмосферы. Во второй главе решается задача достижения ограниченного движения роя наноспутников внутри заданной области. Предложен алгоритм управления и рассмотрено магнитное управление для реализации требуемой ориентации спутников относительно набегающего потока. Проводится численное моделирование работы алгоритма в полной модели движения с учетом возмущений и неточного знания плотности атмосферы.

Глава 1. Алгоритмы управления для устранения относительного дрейфа спутников в рое

1.1 Постановка задачи

Рассматривается задача построения роя спутников после их отделения от пусковой установки, которая заключается в достижении замкнутых относительных траекторий. Предполагается, что у каждого спутника есть своя коммуникационная область в виде сферы (рис.1). Когда один из соседних спутников попадает в такую область, аппарату становится известно его относительное движение, которое может быть получено либо с помощью линии межспутниковой связи, либо с использованием бортовых датчиков определения относительного расстояния (дальномеры, оптические сенсоры и т.д.).

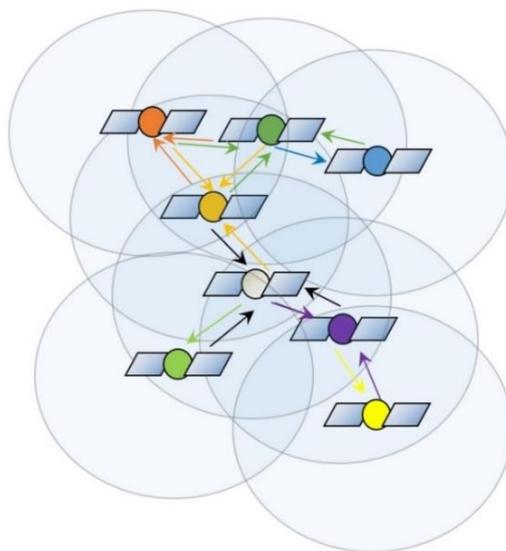


Рис.1. Рой спутников с коммуникационными областями и связями

В начальный момент времени спутники двигаются в соответствии с заданными условиями отделения. Поскольку отделение спутников осуществляется с помощью некоторой пусковой системы (как правило, на основе специальных выталкивающих пружин), которая имеет ошибки исполнения, то это приведет к постепенному разрушению роя спутников при

отсутствии управления. Предполагается, что рой находится на низкой околоземной орбите, и спутники имеют возможность управляться с помощью аэродинамической силы сопротивления. Это достигается путем поворота спутника относительно набегающего потока с помощью маховичной системой ориентации. Рассматриваются спутники с форм-фактором типа 3U кубсаты, которые имеют отношение максимальной к минимальной площади сечения равное 3.

Основной целью работы является разработка такого децентрализованного управления спутниками, которое приводит относительный дрейф к нулю для всех аппаратов в группе, произвольно двигающихся в начальный момент времени после отделения от ракеты-носителя. Исследуется возможность построения роя с помощью кусочно-постоянного управления в зависимости от начальных условий и коммуникационных ограничений. Рассматривается влияние этих параметров на целостность роя при реализации управления с помощью аэродинамической силы.

Система координат и модель движения

Рассмотрим рой спутников, движущихся по близким околокруговым орбитам. Для описания траекторий спутников удобно пользоваться уравнениями движения, записанными в относительных координатах. Общий вид уравнений относительного движения двух любых спутников из роя достаточно сложен для аналитического рассмотрения, поэтому на первом этапе используется простая модель движения, описываемая системой уравнений Хилла-Клохесси-Уилтшира [23,24]. Модель описывает относительное движение двух произвольно выбранных спутников из роя, летящих по близким околокруговым орбитам в центральном поле тяготения Земли. В этой модели используется опорная система координат, ее начало (опорная точка O) движется по круговой орбите радиуса r_0 с орбитальной

угловой скоростью $\omega = \sqrt{\mu/r_0^3}$, где μ – гравитационный параметр Земли. Ось Oz направлена от центра Земли, ось Oy направлена по нормали к плоскости орбиты, ось Ox дополняет тройку до правой (рис.2).

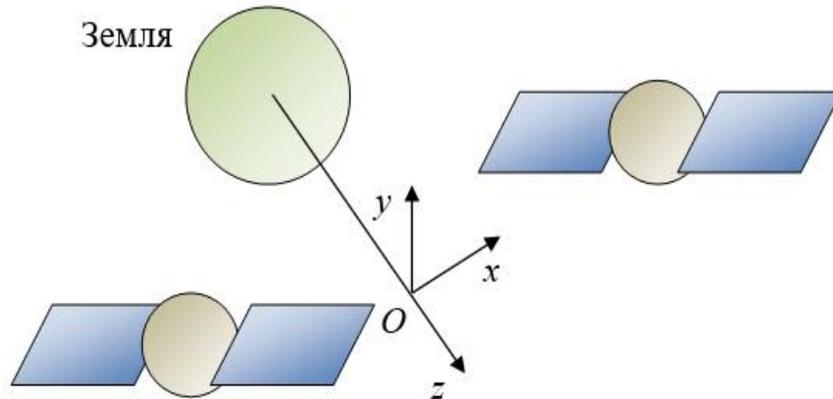


Рис.2. Система координат, связанная с опорной точкой O , движущейся по круговой орбите

Пусть $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$, $\mathbf{r}_j = (x_j, y_j, z_j)$ – координаты условных i -го и j -го спутников в опорной системе координат, $i \neq j$, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$, где N – количество аппаратов в рое. Тогда для координат $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i = (x_{ij}, y_{ij}, z_{ij})$ вектора относительного положения спутников можно записать следующую систему уравнений движения:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{ij} + 2\omega\dot{z}_{ij} = 0, \\ \ddot{y}_{ij} + \omega^2 y_{ij} = 0, \\ \ddot{z}_{ij} - 2\omega\dot{x}_{ij} - 3\omega^2 z_{ij} = 0. \end{cases}$$

Решение системы имеет вид:

$$\begin{cases} x_{ij}(t) = -3C_1^{ij}\omega t + 2C_2^{ij}\cos(\omega t) - 2C_3^{ij}\sin(\omega t) + C_4^{ij}, \\ y_{ij}(t) = C_5^{ij}\sin(\omega t) + C_6^{ij}\cos(\omega t), \\ z_{ij}(t) = 2C_1^{ij} + C_2^{ij}\sin(\omega t) + C_3^{ij}\cos(\omega t), \end{cases} \quad (1)$$

где $C_1^{ij} - C_6^{ij}$ – константы, которые зависят от начальных условий следующим образом:

$$\begin{aligned} C_1^{ij} &= \frac{\dot{x}_{ij}(0)}{\omega} + 2z_{ij}(0), C_2^{ij} = \frac{\dot{z}_{ij}(0)}{\omega}, C_3^{ij} = -3z_{ij}(0) - \frac{2\dot{x}_{ij}(0)}{\omega}, \\ C_4^{ij} &= x_{ij}(0) - \frac{2\dot{z}_{ij}(0)}{\omega}, C_5^{ij} = \frac{\dot{y}_{ij}(0)}{\omega}, C_6^{ij} = y_{ij}(0). \end{aligned}$$

Слагаемое, отвечающее за дрейф: $-3C_1\omega t$. Итак, относительная траектория двух спутников замкнута тогда и только тогда, когда $C_1=0$. Однако, на практике такие идеальные начальные условия задать невозможно, а в случае действия возмущений и нелинейных эффектов всегда наблюдается относительный дрейф аппаратов. Поэтому для формирования группового полета необходимо управлять спутниками как минимум для устранения дрейфа.

В случае роя спутников необходимо рассматривать попарное относительное движение между всеми аппаратами. Для ограниченных относительных траекторий всех спутников в рое все должны сводиться к нулю. Таким образом, проблема формирования роя после запуска заключается в устранении всех относительных дрейфов.

Уравнения управляемого движения

Рассмотрим применение аэродинамической силы сопротивления для управления роем. Поскольку сила сопротивления направлена против вектора скорости спутника, а рой движется по низкой околокруговой орбите, предполагается, что сила сопротивления параллельна оси Ox . Модель

аэродинамической силы f_i , действующей на i -й спутник, может быть представлена в следующем виде:

$$f_i = -\frac{1}{2}C_a\rho V^2\Delta S \sin \alpha_i - \frac{1}{2}C_a\rho V^2S_0, \quad (2)$$

где C_a – коэффициент аэродинамического сопротивления, ρ – плотность атмосферы, V – скорость набегающего потока, ΔS – разность между максимальным и минимальным значением площади поперечного сечения спутника, S_0 – минимальное значение площади поперечного сечения спутника, $\alpha_i \in [0; \pi/2]$ представляет собой угол между направлением набегающего потока воздуха и продольной осью спутника, который считается осесимметричным. Предполагается, что космические аппараты в рое одинаковые, поэтому и значения ΔS , S_0 , C_a для всех спутников одинаковы. Предполагается, что скорость набегающего потока для всех аппаратов равна орбитальной скорости $V = \sqrt{\mu/r_0}$, при этом пренебрегается вклад от скорости атмосферы, возникающей за счет вращения Земли. Также предполагается, что спутники оснащены системой управления ориентацией, что позволяет им изменять угол α и тем самым задавать значение аэродинамической силы.

Разница между аэродинамическими силами, действующими на i -й и j -й спутники, учитывая, что второе слагаемое равно для всех спутников, записывается следующим образом:

$$f_{ij} = f_j - f_i = -\frac{1}{2}C_a\rho V^2\Delta S (\sin \alpha_j - \sin \alpha_i).$$

В соответствии с моделью аэродинамического сопротивления значение силы ограничено, а максимальное значение вычисляется следующим образом:

$$\max |f_{ij}| = \frac{1}{2} C_a \rho V^2 \Delta S.$$

Рассмотрим управляемое движение роя спутников. Поскольку управление реализовано с использованием аэродинамической силы, вектор ускорения $\mathbf{u}_{ij} = \mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i = (u_x^{ij}, u_y^{ij}, u_z^{ij})$ имеет ненулевую компоненту только по оси Ox , т.е. $u_y^{ij} = u_z^{ij} = 0$. Введем обозначение $u_{ij} = u_x^{ij} = f_{ij} / m$, где m – масса спутника. Тогда уравнения относительного движения для i -го и j -го аппаратов следующие:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{ij} + 2\omega \dot{z}_{ij} = u_{ij}, \\ \ddot{y}_{ij} + \omega^2 y_{ij} = 0, \\ \ddot{z}_{ij} - 2\omega \dot{x}_{ij} - 3\omega^2 z_{ij} = 0. \end{cases}$$

Аэродинамическая сила сопротивления не влияет на движение по оси Oy , оно определяется только начальными условиями после запуска. Однако, движение по оси Oy является ограниченным согласно уравнениям движения (1) и для задачи формирования роя не имеет значения. Поэтому в работе рассмотрено плоское движение спутников в плоскости Oxz .

Основной целью управления является достижение замкнутых относительных траекторий, то есть устранение относительного дрейфа C_1^{ij} . Рассмотрим управление, построенное на основе прямого метода Ляпунова. Будем считать, что константы в уравнениях Клохесси-Уилдшира являются окулирующими элементами в возмущенном движении. На первом этапе работы рассмотрим следующую кандидат-функцию Ляпунова для устремления относительного дрейфа между i -м и j -м спутниками к нулю:

$$V = \frac{1}{2} (C_1^{ij})^2 \quad (3)$$

Система будет асимптотически устойчивой, если будут выполняться условия:

$$V > 0, V(0) = 0, \dot{V} < 0$$

Первые два условия выполняются для (3). Третье условие на функцию Ляпунова требует, чтобы $\dot{V} = C_1 \dot{C}_1 < 0$. Используя зависимость констант от начальных условий, получим:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= C_1^{ij} \left(\frac{\ddot{x}_{ij}}{\omega} + 2\dot{z}_{ij} \right) = \frac{1}{\omega} C_1^{ij} (\ddot{x}_{ij} + 2\omega\dot{z}_{ij}) = \frac{1}{\omega} C_1^{ij} u_{ij} < 0 \\ \Rightarrow u_{ij} &= -k C_1^{ij}, k > 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, в случае двух i -го и j -го спутников постоянное управление u_{ij} приводит к замкнутой относительной траектории. Однако в случае, если вычисленное управление u_{ij} больше, чем максимальное значение дифференциального ускорения u_{\max} , необходимо уменьшить коэффициент управления k или применить u_{\max} в течение нескольких временных интервалов до тех пор, пока не станет $C_1^{ij} = 0$ после применения управления.

Децентрализованная реализация управления

Централизованное управление подразумевает наличие головного аппарата в группе спутников, его движение отслеживается остальными спутниками, которые управляются для достижения требуемой относительной траектории, или же головной аппарат отправляет управляющие команды другим спутникам. Напротив, децентрализованный подход означает, что каждый спутник управляется индивидуально и независимо на основе информации об относительном движении других спутников, при этом расчетное управление, применяемое к другим спутникам, может быть неизвестно.

Так как при децентрализованном подходе каждый спутник управляется независимо, то i -й спутник может только частично реализовать расчетное

значение $u_{ij} = u_j - u_i$. Значение u_j считается неизвестным для i -го спутника, тогда его можно рассматривать как возмущение в управлении для i -го спутника. Согласно модели аэродинамического сопротивления $u_i \in [-u_{\max}; -u_{\min}]$, где $u_{\max} > 0, u_{\min} > 0$ – абсолютное максимальное и минимальное значения ускорения. Таким образом, для этого u_i можно получить следующий децентрализованный закон управления:

$$u_i = \begin{cases} -u_{\max}, & \text{if } u_{ij} > (u_{\max} - u_{\min}), \\ -u_{ij} - u_{\min}, & \text{if } 0 < u_{ij} < (u_{\max} - u_{\min}), \\ -u_{\min}, & \text{if } u_{ij} < 0. \end{cases} \quad (5)$$

В случае только двух i -го и j -го спутников, которые работают по закону управления (5), выполняется $u_{ji} = -u_{ij}$. Если $u_{ij} < 0$, то значение u_j , полученное из (5), обеспечивает расчетное управление согласно (4) и относительный дрейф устраняется. Однако, в случае, когда необходимо достигнуть $C_1^{ij} = 0$ для всех спутников в рою, требуется разработать способы реализации управления (4), так как существует неоднозначность в выборе пар спутников в рою, для которых устраняется дрейф. Эти пары должны выбираться согласно таким правилам, которые в итоге приведут к устранению всех относительных дрейфов. Можно также предложить такое выравнивание дрейфа каждого конкретного спутника не с дрейфом какого-то другого аппарата, а с некоторым средним значением дрейфов среди аппаратов внутри коммуникационной сферы. Принимая во внимание коммуникационные ограничения, были разработаны несколько правил для управления роём.

1.2 Правила управления роём

Рассмотрим набор возможных правил управления для устранения относительного дрейфа между всеми спутниками в рою. Постоянное в течение временного интервала ΔT управление (4) применяется к спутникам.

Однако, главная трудность реализации заключается в том, как выбрать конкретный спутник внутри коммуникационной сферы, с которым должен быть устранен относительный дрейф. Существует множество способов этого выбора, но в настоящей работе рассматриваются три правила управления, которые позволяют сформировать рой после запуска. Предполагается, что ко всем спутникам прикладывается управление, которое реализуется в соответствии с одним и тем же правилом.

Рассмотрим ограничение на максимальное количество спутников N_{links} , относительное движение которых может быть определено, согласно ограничениям системы определения движения и/или возможностям канала связи. Пусть количество спутников внутри коммуникационной сферы равно N_{inside} . В случае, когда количество спутников внутри сферы N_{inside} больше, чем максимальное количество спутников N_{links} , относительное движение которых может быть определено, рассматриваются только аппараты, входящие в N_{links} . Среди спутников, входящих в коммуникационную сферу N_{inside} , будем выбирать в число аппаратов N_{links} те, что находятся ближе к спутнику, относительно которого рассматривается коммуникационная сфера. Таким образом, число спутников, движение которых считается известным внутри коммуникационной сферы N_{comm} , определяется следующим образом:

$$N_{comm} = \begin{cases} N_{inside}, & \text{если } N_{inside} < N_{links}, \\ N_{links}, & \text{если } N_{inside} \geq N_{links}. \end{cases}$$

Устранение дрейфа с наиболее удаленным спутником

Самой важной особенностью роя является его целостность. Чтобы достичь этого, спутники не должны выходить за пределы коммуникационных сфер друг друга на длительное время. Если коммуникационные сферы одной части роя не пересекаются со сферами другой части на некотором интервале времени, может произойти разделение роя на независимые подгруппы. Чтобы предотвратить такой исход, рассмотрим правило, согласно которому

каждый спутник пытается устранить относительный дрейф с самым удаленным от него аппаратом, который может покинуть коммуникационную сферу и вследствие чего может отделиться от роя.

После выбора наиболее удаленного аппарата среди N_{comm} спутников значение управления $u_{ij}^{\max R}$ (4) для каждого i -го спутника рассчитывается следующим образом:

$$u_{ij}^{\max R} = -kC_1^{ij}, J = \arg\left(\max_j (R_{ij})\right), j \in [1, \dots, N_{comm}], j \neq i, R_{ij} \leq R_{comm},$$

где R_{comm} – радиус коммуникационной сферы, R_{ij} – расстояние между i -м и j -м спутниками, рассчитанное как

$$R_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}.$$

Далее это расчетное управление реализуется согласно децентрализованной схеме (5) для каждого i -го спутника. Вследствие того, что дрейф выравнивается с самым удаленным из аппаратов из числа N_{comm} спутников, а в процессе движения расстояния изменяются, то на соседних интервалах времени ΔT управление будет переключаться на другие аппараты, самые удаленные на момент начала интервалов. Таким образом, в результате переключений на выравнивание дрейфов с разными аппаратами в среднем относительные дрейфы между всеми спутниками в рое будут устраняться.

Устранение среднего дрейфа

Так как внутри коммуникационной сферы могут находиться несколько спутников, то можно выравнивать дрейф не с конкретным аппаратом, а рассмотреть некоторый средний дрейф среди аппаратов из числа N_{comm} и стремиться с помощью управления (4) устранить его. Такое правило для управления будет работать, если каждый из аппаратов будет выравнивать дрейф со средним значением внутри своей коммуникационной сферы. Для i -

го спутника с числом аппаратов N_{comm} , относительное движение которых известно, среднее дрейфа \bar{C}_1^i определяется следующим образом:

$$\bar{C}_1^i = \sum_{j=1}^{N_{comm}} C_1^{ij} / N_{comm}.$$

Соответствующее управление, применяемое к спутнику во время интервала ΔT , согласно (4) имеет вид:

$$u_i^{\bar{C}_1} = -k\bar{C}_1^i. \quad (6)$$

Для этого расчетного управления $u_i^{\bar{C}_1}$ нельзя определить конкретный j -й спутник, так как выравнивание дрейфа производится с некоторым виртуальным средним дрейфом. Так как аппараты в процессе движения будут входить в число N_{comm} спутников и выходить из этого числа на соседних интервалах управления ΔT , то и при расчете среднего дрейфа будут использоваться различные аппараты. Это приведет к тому, что относительный дрейф всех аппаратов в рое будет стремиться к нулю.

Устранение максимального дрейфа

Рассмотрим еще один подход по выравниванию относительных дрейфов всех аппаратов в рое. Он заключается в замедлении спутника с максимальным относительным дрейфом из числа N_{comm} для каждого аппарата. Если все спутники нацелены на то, чтобы остановить самый быстро дрейфующий относительно них аппарат, тогда вероятность сохранения целостности роя увеличивается. Итак, значение управления для i -го спутника в данном случае рассчитывается следующим образом:

$$u_{ij}^{\max C_1} = -kC_1^{iJ}, J = \arg\left(\max_j (C_{ij})\right), j \in [1, \dots, N_{comm}], j \neq i.$$

При устранении дрейфа спутника с максимальным C_1 из числа N_{comm} на соседнем интервале времени ΔT аппараты будут переключаться на другие спутники с максимальным дрейфом на момент начала интервала управления. Таким образом, постепенно относительный дрейф выравнивается между всеми спутниками в рое.

Предотвращение столкновений

Так как спутники в рое летают по случайным относительным траекториям, возможны столкновения между ними. Поэтому необходимо применять управление для избегания столкновений. Рассмотрим некоторую малую окрестность вокруг каждого спутника в виде сферы и будем считать, что если спутник попадает в неё, то вероятность столкновения аппаратов высокая. Пусть, если спутник попадает в эту опасную зону, алгоритм управления переключается с режима «формирование роя» на «предотвращение столкновения». Предположим также, что управляющая сила внутри сферы может применяться только вдоль оси Ox , так как рассматривается аэродинамическая сила сопротивления. Согласно уравнениям относительного движения управление u_x вдоль оси Ox влияет на движение в орбитальной плоскости Oxz , а движение вне этой плоскости остается неконтролируемым.

Цель управления для предотвращения столкновения может быть сформулирована следующим образом: спутник должен как можно скорее покинуть опасную зону или, по крайней мере, увеличить относительное расстояние до ближайшего аппарата. Для достижения этой цели разумно использовать максимальный доступный ресурс управления. Рассмотрим следующую схему управления. Предположим, что каждый спутник управляется независимо от других, т.е. управление является децентрализованным. Когда один из спутников попадает в опасную зону, второй спутник может предсказать относительную траекторию первого,

используя информацию об относительном векторе состояния и уравнениях относительного движения (1). Столкновение может произойти, когда траектория аппарата при свободном движении пересекает непосредственную окрестность начала координат. Так как аэродинамическая сила может напрямую действовать на изменение координаты x траектории, то управление должно быть направлено на увеличение расстояния между спутником и прогнозируемой точкой пересечения траектории и оси Ox . Схематично управление для предотвращения столкновения представлено на рис. 3.

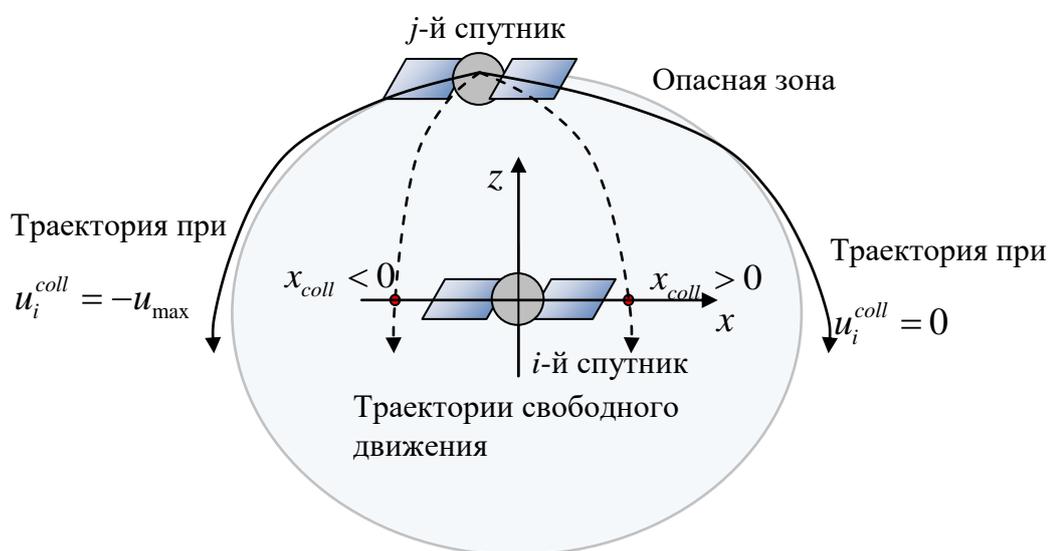


Рис.3. Схема алгоритма предотвращения столкновений

Аэродинамическая сила сопротивления, приложенная к конкретному спутнику, может иметь только отрицательное значение. Поэтому, если прогнозируемая точка пересечения траектории с осью Ox , которую обозначим как x_{coll} , будет больше нуля, то возможное управление для i -го спутника будет $u_i^{coll} = 0$. Однако, в системе координат, связанной с j -м аппаратом, $x_{coll} < 0$, что означает, что к j -му аппарату будет приложено максимально допустимое управление $u_j^{coll} = -u_{max}$. Таким образом,

управление для предотвращения столкновений можно записать следующим образом:

$$u_i^{coll} = \begin{cases} 0, & \text{если } x_{coll} \geq 0, \\ -u_{\max}, & \text{если } x_{coll} < 0. \end{cases}$$

Это управление работает в течение всего времени, пока аппараты находятся внутри опасной зоны, после выхода из опасной зоны, аппараты переключаются на режим устранения относительных дрейфов согласно одному из описанных выше правил. В случае, если внутри опасной зоны находится больше одного аппарата, то режим предотвращения столкновений работает для ближайшего из спутников внутри сферы.

1.3 Численное исследование

Рассмотрим применение предложенных правил для управления к задаче формирования роя наноспутников после запуска их с ракеты-носителя. Схема запуска спутников – такая же, что использовалась компанией PlanetLabs в 2017 году для запуска 88-ми 3U кубсатов [25]. Схема запуска и кадр из видеозаписи при отделении аппаратов представлены на рис.4. Предполагается, что спутники запускаются с ракеты-носителя в направлении оси Ox один за другим с временным интервалом Δt между запусками. Скорость отделения V_e одинакова для всех кубсатов, но из-за неточности системы запуска имеются ошибки в скоростях отделения. Таким образом, рассматривается следующий вектор начальной скорости \mathbf{V}_0 в орбитальной системе отсчета:

$$\mathbf{V}_0 = \begin{bmatrix} V_e + \delta V \\ \delta V \\ \delta V \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где δV – ошибка в скорости отделения, которая моделируется как нормально распределенная случайная величина с нулевым математическим ожиданием

и дисперсией $\sigma_{\delta V}^2$.

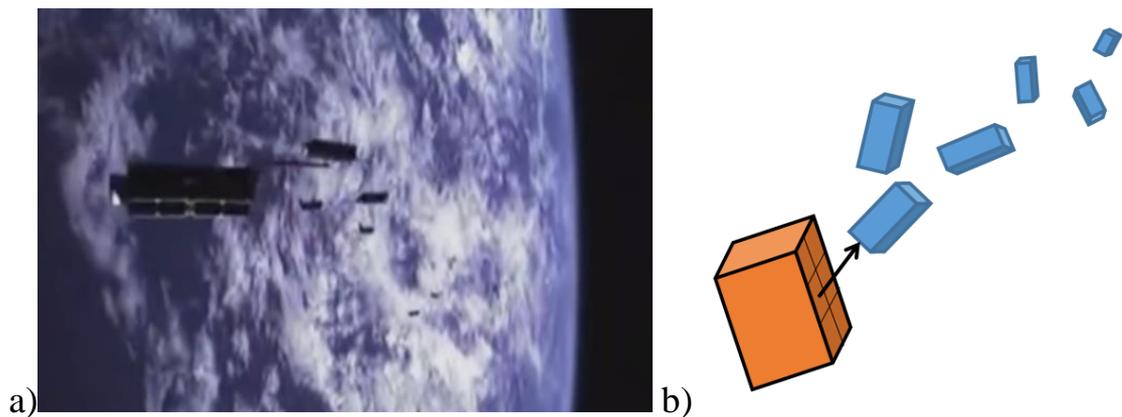


Рис. 4. Снимок экрана видеоролика запуска PlanetLabs 3U кубсатов [25] (a) и схема запуска (b)

Все параметры, используемые для моделирования управляемого движения роя кубсатов, представлены в табл. 1. На начальном этапе исследования предполагается, что плотность атмосферы на траектории движения постоянна, её значение выбирается в соответствии со средней плотностью атмосферы на орбите высотой 340 км в соответствии с моделью ГОСТ [26].

Таблица 1

Параметры моделирования	
<i>Основные параметры роя</i>	
Число спутников в рое, N	20
Радиус коммуникационной сферы, R_{comm}	500 м
Максимальное количество спутников, движение которых известно, N_{links}	10
Радиус опасной зоны, R_{coll}	10 м
Интервал времени между изменением управления, ΔT	150 с
<i>Параметры запуска</i>	
Интервал времени между запусками, Δt	10 с
Скорость отделения, V_e	0.5 м/с

Ошибка в скорости отделения, $\sigma_{\delta V}$	0.015 м/с
<i>Параметры кубсатов</i>	
Масса спутника, m	3 кг
Разница между максимальной и минимальной площадью поперечного сечения, ΔS	0.02 м ²
Коэффициент аэродинамического сопротивления, C_a	2
<i>Параметры модели силы аэродинамического сопротивления</i>	
Постоянная плотность атмосферы, ρ	10 ⁻¹¹ кг/м ³
Высота орбиты, h	340 км
Скорость набегающего потока, $V = \sqrt{\mu / (R_E + h)}$	7.69 км/с
Максимальное управляющее воздействие, u_{\max}	4.1 · 10 ⁻⁶ м/с ²

Сравнение правил для управления

Сначала рассмотрим движение роя спутников без управления сразу после запуска. Начальная скорость отделения складывается из постоянной компоненты и нормально распределенной ошибки согласно (7). На рис. 5 представлены траектории движения относительно первого запущенного аппарата. На рис.5 и последующих рисунках каждый цвет соответствует отдельному спутнику из роя. Так как движение по оси Oy является неуправляемым и замкнутым согласно уравнениям (1), траектории представлены только в плоскости Oxz . Из рис. 5 видно, что относительные траектории движения спутников при свободном движении являются неограниченными вследствие ненулевых относительных дрейфов, вызванных ошибками в скорости отделения. Таким образом, через некоторое время после запуска спутники разлетаются на значительные относительные расстояния и рой разрушается.

Приложим к рою спутников децентрализованное управление согласно правилу выравнивания среднего дрейфа среди аппаратов из числа N_{comm} внутри коммуникационной сферы. Начальные условия движения возьмем те же самые, что и для свободного движения роя спутников, представленного на

рис. 5. Управление начинает действовать сразу после того, как все спутники роя отделились от ракеты-носителя. Значение управления для устранения среднего дрейфа вычисляется согласно формуле (6) периодически в соответствие с временным интервалом $\Delta T = 150$ с. Это управление реализуется с учетом ограничений аэродинамической силы сопротивления согласно (5). На рис. 6 представлены траектории относительного движения, которые, как видно, постепенно становятся замкнутыми, и, таким образом, формируется рой спутников.

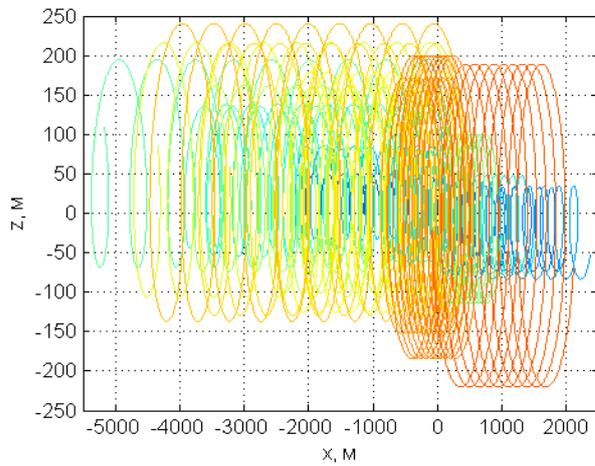


Рис. 5. Неуправляемые относительные траектории движения спутников в рое

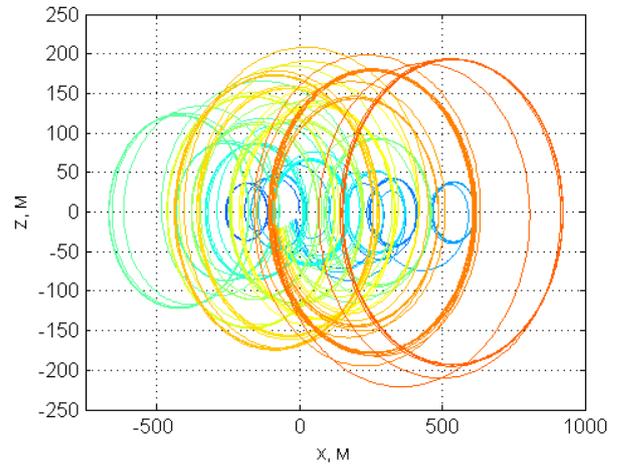


Рис. 6. Относительные траектории движения спутников в рое при управлении согласно правилу выравнивания среднего дрейфа

Изменение величин C_1^{ij} , которые пропорциональны дрейфу, вычисленные относительно первого запущенного аппарата, представлены на рис. 7 для рассматриваемого примера. Относительные дрейфы сходятся к нулю, что ещё раз подтверждает, что относительные траектории спутников в рое становятся ограниченными. Рой сформировался за примерно 5 часов после запуска, однако, как видно из рис. 7, движение спутников в рое остается подверженным управлению для предотвращения столкновений. На рис. 8 представлены относительные расстояния между первым запущенным аппаратом и остальными спутниками в рое. Горизонтальные линии

обозначают радиус опасной зоны R_{coll} и размер коммуникационной сферы R_{comm} . Когда расстояние между аппаратами меньше, чем R_{coll} к паре аппаратов прикладывается управление для предотвращения столкновений. Если расстояние между аппаратами больше, чем R_{comm} , то эти спутники не учувствуют при расчете управления согласно правилу устранения среднего дрейфа. Число спутников внутри коммуникационной сферы для всех аппаратов представлено на рис. 9. Горизонтальная линия обозначает предельное число аппаратов N_{links} , относительное движение которых может быть определено. Можно увидеть, что для большого количества аппаратов число спутников внутри коммуникационных сфер больше, чем N_{links} . Это означает, что для них движение только 10-ти ближайших спутников внутри коммуникационной сферы будут влиять на расчет управления.

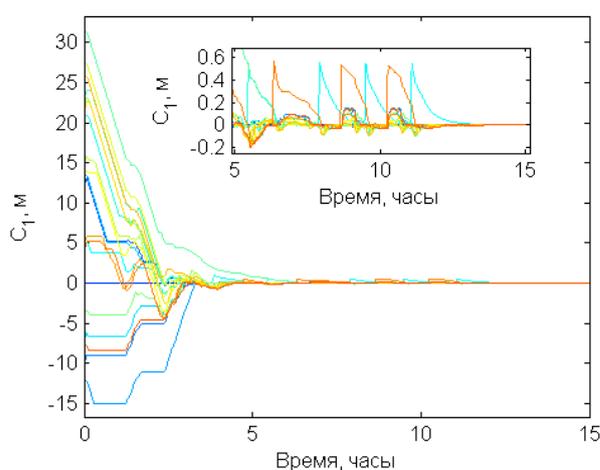


Рис. 7. Значения C_1 , рассчитанные относительно первого запущенного спутника

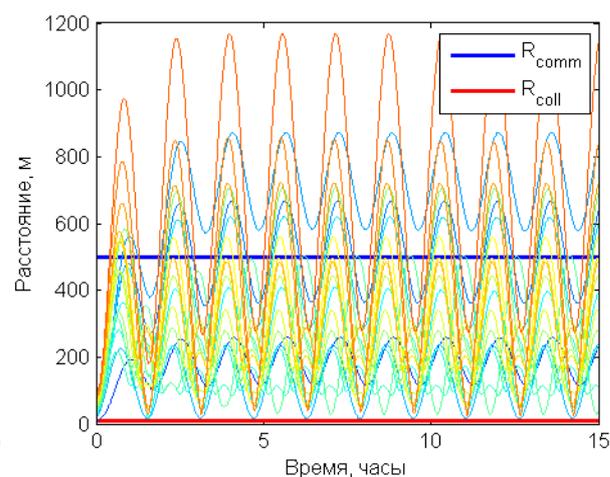


Рис. 8. Расстояния между первым запущенным спутником и остальными аппаратами

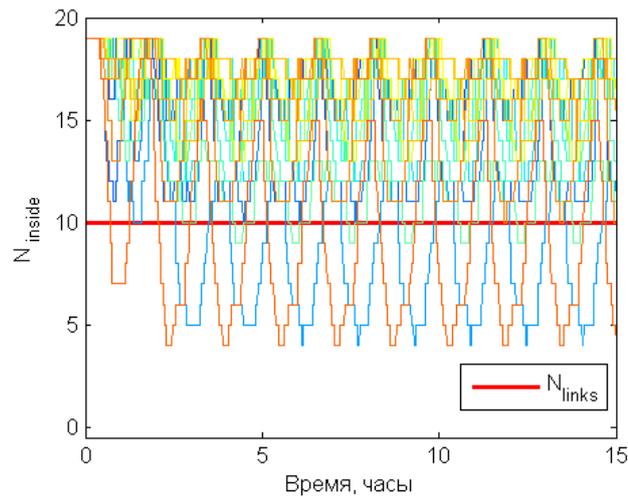


Рис. 9. Число спутников внутри коммуникационных сфер аппаратов

На рис. 10 представлен график приложенного ко всем спутникам в рое управления в зависимости от времени. На первых витках после запуска приложенное управление является максимально возможным почти для всех спутников. Но по мере уменьшения относительных дрейфов, величина приложенного управления уменьшается. На рис. 11 представлено управление для предотвращения столкновений. Это управление стремится увеличить расстояние между парами спутников, которые находятся на расстоянии, меньше величины R_{col} , что приводит к временному увеличению относительных дрейфов между спутниками. На рис. 11 можно увидеть, что в начале моделирования практически все спутники после запуска находились достаточно близко друг к другу и к ним прикладывалось управление для предотвращения столкновений. Из увеличения на рис. 7 и из рис. 11 видно, что после примерно 5 часов, когда рой уже сформировался, две пары аппаратов периодически попадают в опасную зону, что приводит к увеличению относительных дрейфов для этих аппаратов. После выхода из опасной зоны управление всех спутников роя снова стремится к устранению относительных дрейфов. Так как величина аэродинамического управления

ограничена, то для увеличения относительного расстояния при опасном сближении потребовалось несколько витков для этих двух пар аппаратов. Примерно после 11 часов с момента начала моделирования спутники в рое перестали попадать в опасные зоны друг друга и относительный дрейф сошелся к нулю для всех аппаратов.

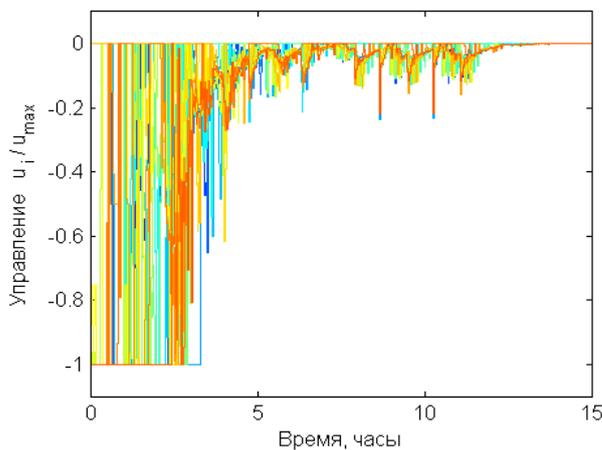


Рис. 10. Расчетное управление для всех спутников в рое согласно правилу для устранения среднего дрейфа

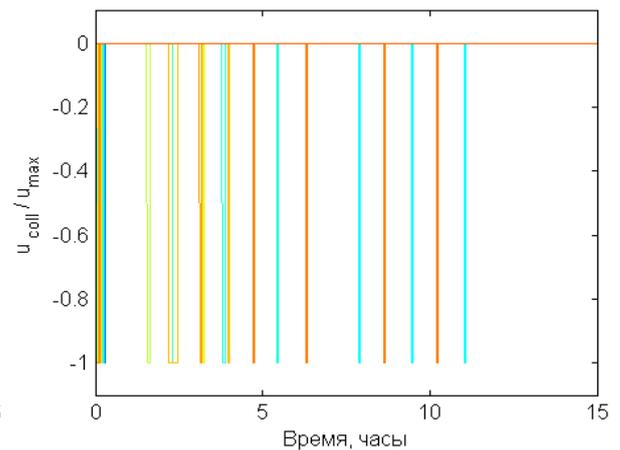


Рис. 11. Управление для предотвращения столкновения

Рассмотренный пример является демонстрацией применения управления на основе правила для устранения среднего относительного дрейфа. Рассмотрим применение правил для устранения дрейфа с самым удаленным спутником и для устранения максимального дрейфа спутника внутри коммуникационной сферы. Пусть начальные условия отделения и остальные параметры из Табл.1 останутся теми же, что и для рассмотренного выше примера. На рис. 12 представлены траектории движения относительно первого запущенного аппарата при применении этих двух правил для управления. На рис. 13 представлены графики изменения параметров относительных дрейфов. Можно сравнить рис. 7 и 13, демонстрирующие применение различных правил для управления и увидеть разницу в сходимости относительных дрейфов к нулю. Применение правила

устранения максимального дрейфа среди спутников внутри коммуникационной сферы обеспечивает самую быструю сходимость для рассматриваемого примера. Время, затраченное на формирование роя, составило всего 3.5 часа, что на полчаса меньше, чем при применении правила для устранения дрейфа с наиболее удаленным спутником, и на полтора часа меньше, чем при устранении среднего дрейфа. Также можно увидеть разницу в самих кривых для относительных дрейфов. Кривые на рис. 7, соответствующие устранению среднего дрейфа, более гладкие, чем, например, кривые на рис. 13а, соответствующие устранению дрейфа с наиболее удаленным спутником. Скачки на кривых на рис. 13а обусловлены переключениями управления между дрейфами самых удаленных спутников на соседних интервалах управления по мере движения аппаратов. Эти переключения также случаются и при применении правила устранения максимального дрейфа, но заметно реже, как видно из рис. 13б.

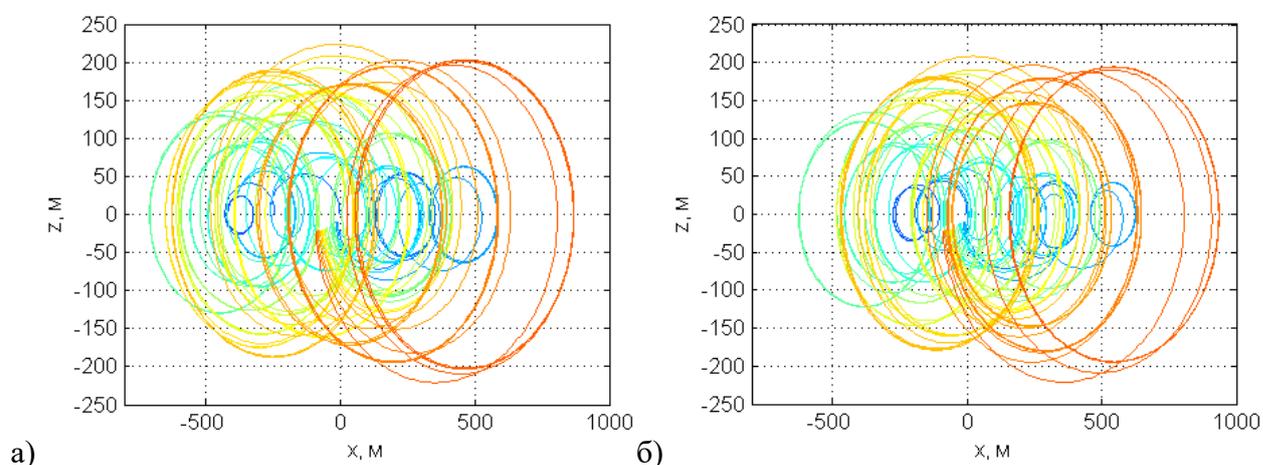


Рис. 12. Относительные траектории движения спутников в рое при управлении согласно правилам устранения дрейфа наиболее удаленного спутника (а) и устранения максимального дрейфа спутника (б)

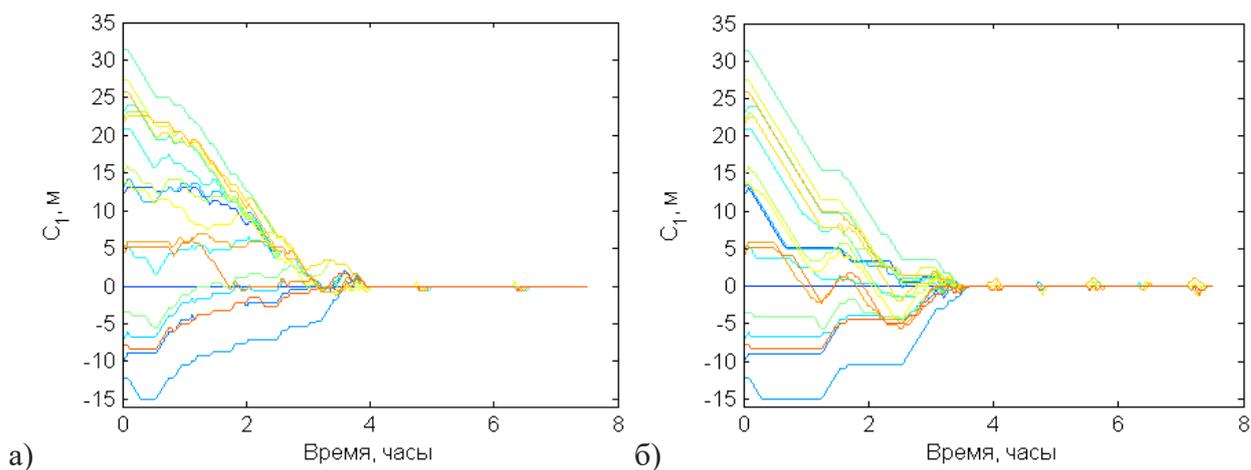


Рис. 13. Параметры C_1 , рассчитанные относительно первого запущенного спутника, при управлении согласно правилам устранения дрейфа наиболее удаленного спутника (а) и устранения максимального дрейфа спутника (б)

Эффект разделения роя

Рассмотренные выше примеры являются демонстрацией успешного применения предложенных правил для управления для задачи формирования роя спутников. Однако, успешность формирования роя зависит от ряда параметров. Рассмотрим пример, когда применение правила для управления роем приводит к разделению роя – образованию нескольких независимых подгрупп спутников.

Пусть все параметры моделирования останутся такими же, как и для предыдущих примеров, кроме случайной составляющей скорости отделения спутников, которая является нормально распределенной, но с тем же среднеквадратическим отклонением $\sigma_{\delta v} = 0.015$ м/с, как и для предыдущего примера. Рассмотрим применение управления на основе правила для устранения среднего дрейфа. На рис. 14 представлены относительные траектории аппаратов, из которого видно, что четыре спутника удаляются от остальных аппаратов роя. На рис. 15 изображены дрейфы аппаратов относительно первого запущенного спутника, четыре из которых не стремятся к нулю. Это происходит вследствие того, что эти аппараты

отлетели на достаточно большое расстояние относительно основной группы спутников и не попадают в их коммуникационные сферы, что можно проследить на рис. 16. На рис. 17 продемонстрировано количество аппаратов внутри коммуникационных сфер спутников. Можно увидеть, что три из четырех отделяющихся от роя спутников выровняли между собой относительные дрейфы и стали независимой группой аппаратов.

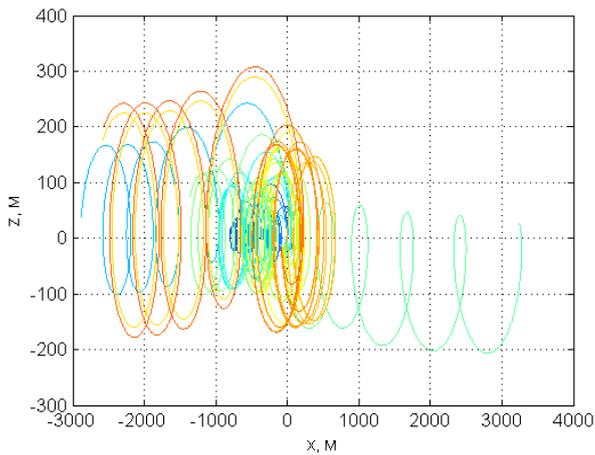


Рис. 14. Относительные траектории движения спутников в случае разделения роя

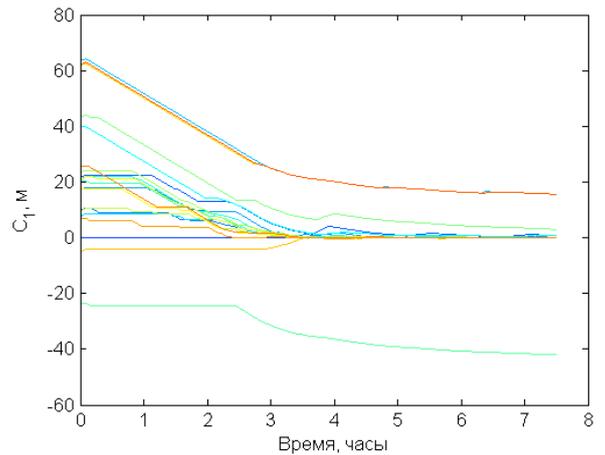


Рис. 15. Параметры C_1 , рассчитанные относительно первого запущенного спутника, при разделении роя

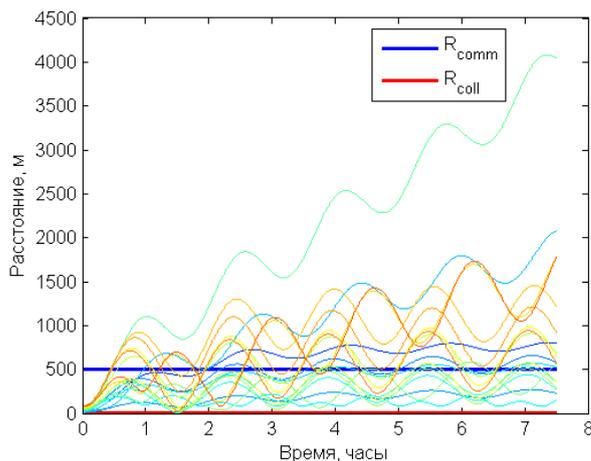


Рис. 16. Расстояния между первым запущенным спутником и остальными аппаратами

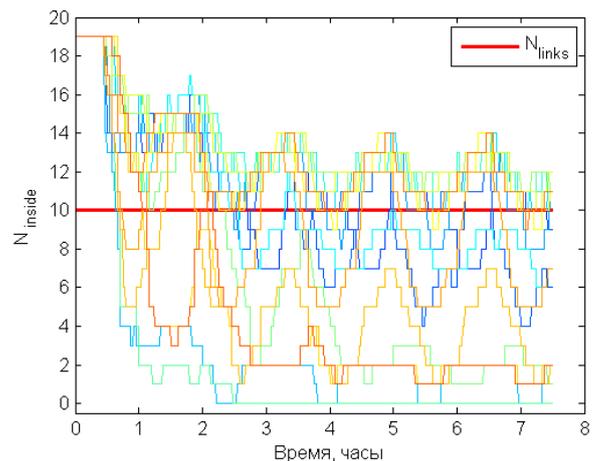


Рис. 17. Число спутников внутри коммуникационных сфер аппаратов

Большой интерес представляет исследование эффекта разделения роя спутников на подгруппы в зависимости от параметров моделируемого запуска. Так как ошибка в скорости отделения спутников является случайной, то и результат работы алгоритмов по формированию роя спутников тоже будет случайной величиной. Исследуем работу алгоритмов управления с помощью массовых численных расчетов, варьируя ряд параметров моделирования. При фиксированном наборе параметров проведем ряд одинаковых численных экспериментов с различающимися ошибками в скорости отделения, но с одним и тем же нормальным распределением. После каждого эксперимента будем проверять, сошлись ли все относительные дрейфы к нулю. В случае разделения роя вычисляется количество спутников в каждой подгруппе с одинаковыми относительными дрейфами. Обозначим число спутников в самой многочисленной группе как N_{group} . Будем измерять эффект разделения роя на подгруппы с использованием отношения числа самой многочисленной группы к общему числу спутников в рое N_{group} / N . Если $N_{group} / N = 1$, то это означает, что ни один спутник из роя не отделился. Если же это отношение близко к единице, то это соответствует случаю, когда небольшая часть аппаратов покинуло рой, но подавляющее большинство осталось в одной группе. В случае роя наноспутников потеря незначительного числа, как правило, недорогостоящих аппаратов может считаться приемлемой для той или иной миссии. Однако, если число аппаратов уменьшается вдвое, это можно рассматривать как значительную деградацию роя.

Исследуем эффект разделения роя в зависимости от размера коммуникационной сферы R_{comm} , числа спутников, движение которых может быть определено N_{links} , а также от значения ошибки скорости при запуске аппаратов $\sigma_{\delta v}$. Для каждого значения параметра было проведено 20 численных экспериментов при применении каждого из трёх правил для

управления роением спутников. Значение N_{group} / N вычислялось для результатов каждого численного моделирования. Предполагалось, что отношение N_{group} / N является нормально распределенной случайной величиной. На рис. 18 представлены результаты численного исследования при фиксированных параметрах N_{links} и $\sigma_{\delta V}$, но изменяемом значении R_{comm} при применении трех правил для управления. В легенде рисунка цветом обозначены привила для управления роением. Результаты представлены в виде диаграммы размаха, на которой 50% результатов находятся внутри прямоугольника, черта в прямоугольнике обозначает математическое ожидание. Выше и ниже черты находятся по 25% результатов, также по 25% приходятся на пунктирные линии выше и ниже прямоугольника. Красные крестики обозначают значения, выходящие за пределы 3σ -отклонения нормально распределенной случайной величины. Из рис. 18 можно заключить, что эффект разделения роения усиливается при уменьшении размера коммуникационной сферы R_{comm} каждого спутника, причем особенного различия в отношении N_{group} / N между тремя правилами для управления не наблюдается. Можно увидеть, что при $R_{comm} = 500\text{ м}$ и $R_{comm} = 1000\text{ м}$ характеристика эффекта разделения практически не изменяется, откуда можно заключить, что начиная с некоторого значения R_{comm} эффект разделения начинает в большей степени определяться другими параметрами.

На рис. 19 представлены результаты численного моделирования работы алгоритмов при фиксированных $\sigma_{\delta V}$ и R_{comm} и изменяемом параметре N_{links} – максимальное число аппаратов, движение которых может быть определено внутри коммуникационной сферы. При $N_{links} = 2$ движение только двух ближайших спутников учитывалось при расчете управления. Больше всего эффект разделения роения при малом числе N_{links} сказывается при применении правила устранения дрейфа самого удаленного спутника – в

среднем около половины спутников роя разлетаются. Лучше с этим ограничением справляется правило устранения среднего дрейфа, хотя разброс значений N_{group} / N несколько меньше. Управление на основе правила устранения наибольшего дрейфа показало лучший результат. Такое же соотношение между влиянием эффекта разделения при управлении на основе трех правил осталось и при $N_{links} = 5$, хотя значения N_{group} / N значительно сдвинулись в сторону единицы для все трех правил. При $N_{links} = 10$ средние значения N_{group} / N вплотную приблизились к единице для всех трёх правил, что означает, что наблюдается отделение от роя небольшого числа аппаратов.

Рассмотрим теперь влияние случайной составляющей в скорости отделения спутников $\sigma_{\delta v}$ при фиксированных остальных параметрах. Из рис. 20 можно увидеть, что величина $\sigma_{\delta v}$ является очень критичной для задачи формирования роя с помощью аэродинамической силы сопротивления. Величина $\sigma_{\delta v}$ влияет на начальный разброс относительных дрейфов при запуске спутников, и чем она больше, тем быстрее часть аппаратов может покинуть коммуникационные сферы других спутников даже при воздействии управления, величина которого ограничена. В случае, когда $\sigma_{\delta v} = 0.01$ м/с любое из трёх правил для управления успешно справляется с задачей формирования роя спутников, $N_{group} / N = 1$ практически для всех численных экспериментов. Однако уже при $\sigma_{\delta v} = 0.03$ м/с ни одно из правил не успевает остановить дрейф до разделения роя на подгруппы, хотя правило устранения максимального дрейфа в среднем более успешно справляется с эффектом разделения. Чем больше $\sigma_{\delta v}$, тем меньше аппаратов остается в наиболее многочисленной группе роя, как можно судить из рис. 20.

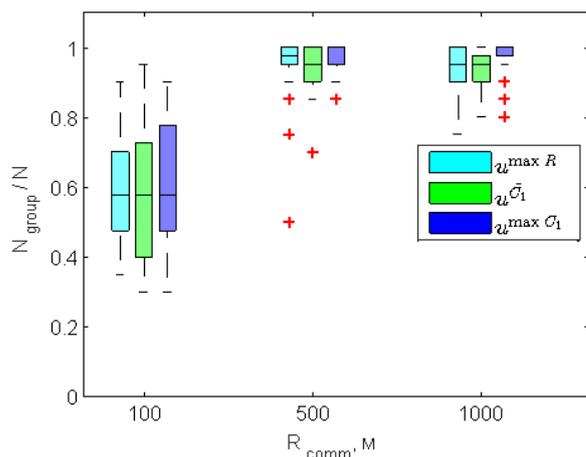


Рис. 18. Зависимость отношения N_{group} / N от R_{comm} при фиксированных $N_{links} = 10$ и $\sigma_{\delta V} = 0.015$ м/с

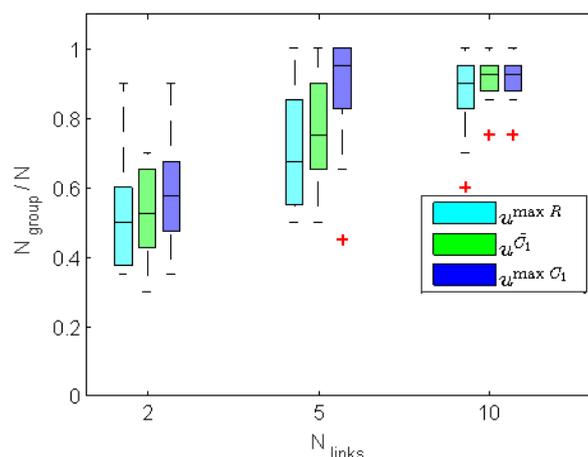


Рис. 19. Зависимость отношения N_{group} / N от R_{links} при фиксированных $R_{comm} = 500$ м и $\sigma_{\delta V} = 0.015$ м/с

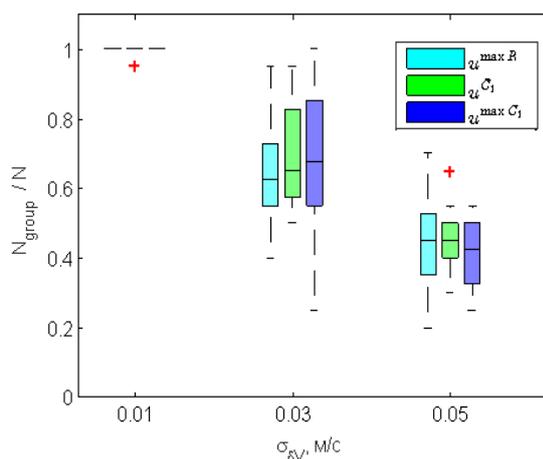


Рис. 20. Зависимость отношения N_{group} / N от $\sigma_{\delta V}$ при фиксированных $R_{comm} = 500$ м и $N_{links} = 10$

Влияние возмущений и неопределенностей

Линейные уравнения (1) пригодны для описания относительного движения только на коротких интервалах времени, так как они не учитывают возмущений, действующих на спутники. На низких околоземных орбитах основное возмущение вызвано второй гармоникой J_2 разложения гравитационного потенциала Земли. Так как орбиты спутников в рое немного

отличаются, это приводит к постепенному разрушению, даже если изначально относительный дрейф был равен нулю.

Рассмотрим уравнения Швайгарта-Сэдвика [27], которые учитывают влияние J_2 на относительное движение аппаратов, летящих в группе по околокруговой орбите. Пусть $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$, $\mathbf{r}_j = (x_j, y_j, z_j)$ – координаты условных i -го и j -го спутников в опорной системе координат, $i \neq j$, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$, где N – количество аппаратов в рое. Тогда для координат $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i = (x_{ij}, y_{ij}, z_{ij})$ вектора относительного положения спутников можно записать следующую систему уравнений движения:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{ij} + 2nc\dot{z}_{ij} &= u_{ij}, \\ \ddot{y}_{ij} + q^2 y_{ij} &= 2l_{ij}q_{ij} \cos(qt + \phi_{ij}), \\ \ddot{z}_{ij} - 2nc\dot{x}_{ij} - (5c^2 - 2)n^2 z_{ij} &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Константы в уравнении (8) определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} c &= \sqrt{1 + \frac{3J_2 R_\oplus^2}{8r_0^2} (1 + 3\cos 2i_0)}, \\ q_{ij} &= nc + \frac{3nJ_2 R_\oplus^2}{2r_0^2} \left(\cos^2 i_j - \frac{(\cos i_i - \cos i_j)(\operatorname{ctg} i_i \sin i_j \cos \Delta\Omega_{ij}^0 - \cos i_j)}{\sin^2 \Delta\Omega_{ij}^0 + (\operatorname{ctg} i_i \sin i_i - \cos i_j \cos \Delta\Omega_{ij}^0)^2} \right), \\ l_{ij} &= -\frac{3nJ_2 R_\oplus^2}{2r_0} \frac{(\cos i_i - \cos i_j) \sin i_i \sin i_j \sin \Delta\Omega_{ij}^0}{\sqrt{1 - (\cos i_i \cos i_j + \sin i_i \sin i_j \cos \Delta\Omega_{ij}^0)^2}}, \\ \Delta\Omega_{ij}^0 &= \frac{y_{ij}^0}{r_0 \sin i_0}, \end{aligned}$$

где i_0 , i_i и i_j – это наклонения опорной орбиты, орбиты i -го и j -го спутников соответственно, R_{\oplus} – радиус Земли, r_0 – радиус опорной орбиты, $y_{ij}^0 = y_{ij}(t_0)$.

Угол ϕ может быть вычислен из следующего уравнения:

$$l_{ij} \sin \phi + q_{ij} y_{ij}^0 \operatorname{ctg} \phi_{ij} = \dot{y}_{ij}^0.$$

Используя уравнения (8) для моделирования относительного движения спутников в рое, применим управление (6), вычисленное на основе модели движения (1). Таким образом оценим, насколько устойчив предложенный подход к формированию роя к неучтенным возмущениям.

Ранее в работе предполагалось, что плотность атмосферы одинакова вдоль орбиты движения роя. Однако в действительности плотность атмосферы может значительно изменяться, и она зависит от освещенности части орбиты Солнцем, от географической широты подспутниковой точки, от индексов геомагнитной и солнечной активности. Используем модель ГОСТ плотности верхней атмосферы [28] при моделировании относительного движения спутников в рое. Но в алгоритме управления будет использоваться прежняя постоянная плотность, тем самым будет имитироваться неопределенность в знании этого параметра аэродинамической силы сопротивления, что приводит к ошибкам управления.

Для демонстрации работы алгоритмов управления возьмем те же параметры моделирования, что и для примера управления с использованием линейной модели. Для расчета плотности по модели ГОСТ необходимо задать момент начала моделирования, уровень солнечной активности F_0 , среднесуточный индекс солнечной активности, планетарные среднесуточные индексы геомагнитной возмущенности и другие параметры модели. Для определенности рассмотрим дату старта t_0 – 1 января 2012 года 0 часов 00 минут. Для этой даты известны все эти параметры модели, в частности

$F_0 = 125 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м² · Гц), что характеризуется как средний уровень солнечной активности. Наклонение опорной орбиты примем $i = 51.7^\circ$, наклонения всех спутников рассчитываются в соответствие с начальными условиями отделения аппаратов.

На рис. 21 представлены относительные траектории движения роя при управлении согласно правилу устранения среднего дрейфа. Начальные условия были взяты точно такие же, как и для примера, изображенного на рис. 6. Как видно, под действием возмущения со стороны второй гармоники траектории движения после формирования роя не становятся замкнутыми, однако дрейф устраняется. На рис. 22 представлены графики изменения параметров дрейфа C_1 , которые стремятся к нулю, но относительно нуля остаются небольшие колебания, связанные с действием возмущений и неточностью знания плотности атмосферы. На рис. 23 представлен график изменения плотности атмосферы согласно модели ГОСТ, а также обозначено значение постоянной плотности, принятой в алгоритме управления. Видно, что постоянная плотность может отличаться от плотности по ГОСТ до полутора раз. На рис. 24 представлены графики приложенного управления с учетом плотности атмосферы по ГОСТ, из которых видно, что вследствие неточности знания плотности реальная приложенная к спутникам сила аэродинамического сопротивления может превышать максимальное значение u_{\max} , рассчитанное в предположении постоянной плотности.

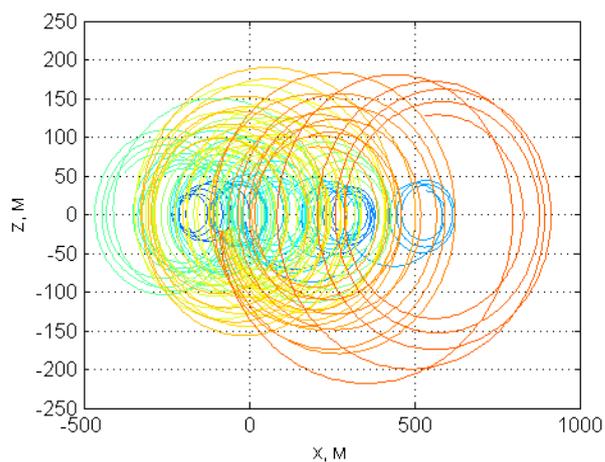


Рис. 21. Относительные траектории движения спутников в рое при управлении согласно правилу выравнивания среднего дрейфа при действии возмущений

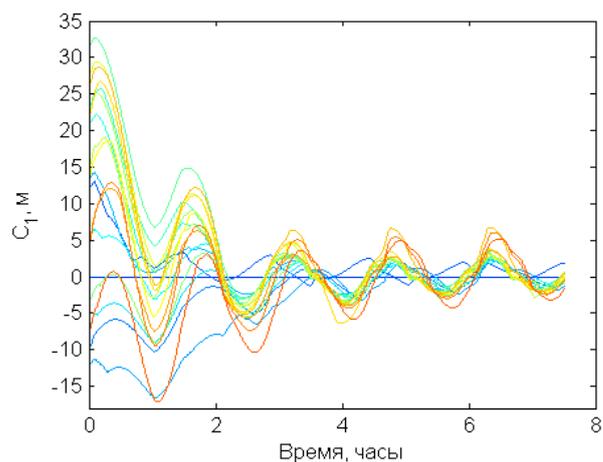


Рис. 22. Значения C_1 , рассчитанные относительно первого запущенного спутника

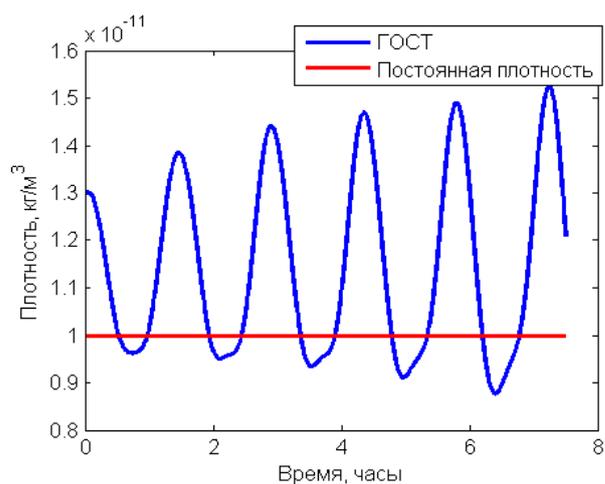


Рис. 23. Плотность атмосферы по ГОСТ и значение постоянной плотности

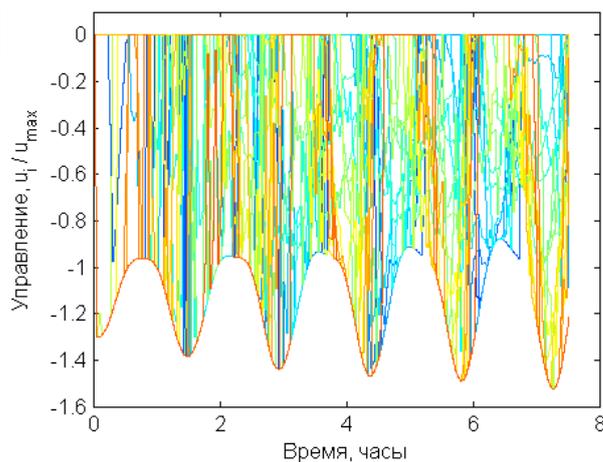


Рис. 24. Значения действующего на спутники управления

Несмотря на действующее возмущение от J_2 и неточность в модели плотности атмосферы, алгоритмы формирования роя на основе предложенных правил успешно справляются с задачей. Отличие заключается только в том, что относительные дрейфы не сводятся к нулю, как при отсутствии возмущений, а начинают колебаться в некоторой его окрестности,

как на рис. 22. Причем среднее их значение за виток практически равно нулю, что означает, что относительного дрейфа не наблюдается.

При рассмотренных параметрах моделирования эффект разделения роя проявляется для трех правил управления практически без изменений по сравнению с тем, что было получено без учета возмущений. Однако при изменении величины постоянной плотности, принимаемой при расчете управления, эффект разделения роя начинает проявляться по-другому. Для демонстрации этого влияния рассмотрим возмущенное движение спутников под действием управления с одними и теми же начальными условиями отделения, но различными значениями используемой при расчете постоянной плотности ρ_0 . После каждого моделирования движения рассчитаем количество спутников в самой многочисленной подгруппе роя и вычислим отношение N_{group} / N . На рис. 25 представлена зависимость N_{group} / N от принимаемой величины ρ_0 для трех правил управления роем спутников, из которого видно, что ошибка в знании плотности даже на порядок не приводит к разделению роя. Более того, если принимаемая величина будет меньше реальных значений по модели ГОСТ (для рассматриваемого примера это примерно 10^{-11} кг/м³, как видно из рис. 23), то рассчитанное с ошибкой управление все равно приводит к формированию роя. При значениях $\rho_0 = 10^{-9}$ кг/м³, что на два порядка больше, чем реальная плотность, управление недооценивает величину плотности, для устранения относительных дрейфов кубсаты поворачиваются на маленькие углы, этого не хватает для формирования роя, и, таким образом, происходит разделение роя на подгруппы. Эффект разделения меньше всего сказывается при больших ошибках в плотности атмосферы в случае управления согласно правилу устранения максимального дрейфа, как можно увидеть из рис. 25.

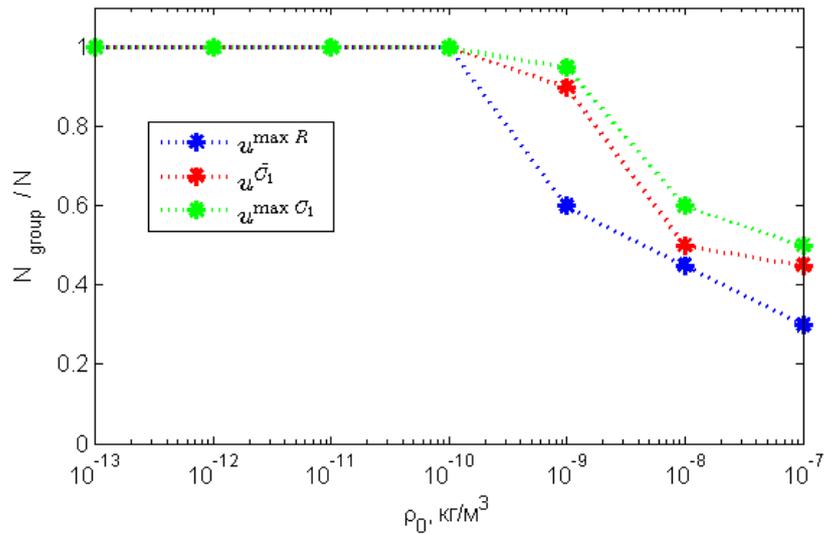


Рис. 25. зависимость N_{group} / N от принимаемой в управлении величины ρ_0

Заключение к главе 1

Применение децентрализованного управления на основе аэродинамической силы сопротивления позволяет сформировать рой спутников после отделения. Однако следует принимать во внимание коммуникационные ограничения, возникающие в результате особенностей системы определения относительного движения и межспутниковой связи. Эти ограничения наряду с ошибками в скорости отделения спутников могут приводить к разделению роя на независимые подгруппы спутников. Как показало численное исследование, большая неопределенность в знании плотности атмосферы при расчете управления может также привести к разделению роя.

Глава 2. Управление для достижения ограниченного движения роя

В предыдущей главе была рассмотрена задача формирования роя наноспутников после запуска, то есть достижение замкнутых относительных траекторий. После устранения относительных дрейфов может возникнуть задача относительного движения аппаратов роя внутри заданной области, например, для измерения пространственного распределения параметров магнитосферы в разных масштабах. Настоящая глава будет посвящена задаче сохранения роя, то есть удержание относительных траекторий спутников внутри определенных границ.

Для приложения требуемой разности сил необходимо постоянно управлять ориентацией спутников относительно набегающего потока. Наиболее точной является маховичная система управления ориентацией, однако маховики подвержены проблеме насыщения и требуют определенной электроэнергии для разгрузки, что может быть проблемой для нано- и фемтоспутников. В данной главе будет рассмотрена система управления ориентацией с использованием магнитных катушек для реализации требуемой аэродинамической силы. Далее будем считать, что спутник оснащен тремя магнитными катушками для обеспечения трехосного управления ориентацией аппарата и магнитометром для определения текущей ориентации спутника. Таким образом, рассматривается активная система ориентации минимального состава для управления движением роя наноспутников.

2.1 Угловое движение

Изменение ориентации и скорости спутника описывается с помощью динамических уравнений Эйлера и кинематических соотношений, основанных на кватернионах, элементах матрицы направляющих косинусов или углах Эйлера. Вектор состояния спутника описывается с помощью компонент угловой скорости и различных наборов позиционных

переменных. При этом может быть использована как абсолютная угловая скорость $\boldsymbol{\omega}$ и ее компоненты $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, так и угловая скорость относительно орбитальной системы координат $\boldsymbol{\Omega}$ и ее компоненты $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$. Связь относительной и абсолютной скорости задается соотношением

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{orb}, \quad (9)$$

где $\boldsymbol{\omega}_{orb}$ – угловая скорость вращения орбитальной системы координат, \mathbf{A} – матрица перехода от орбитальной системы координат к связанной системе координат, оси которой совпадают с главными центральными осями инерции спутника. При движении по круговой орбите $\boldsymbol{\omega}_{orb} = (0, 0, \omega_0)$.

В качестве позиционных переменных используются кватернион $\Lambda = (\mathbf{q}, q_0)$, где \mathbf{q} – векторная часть кватерниона, q_0 – скалярная, матрица ориентации \mathbf{A} и ее компоненты a_{ij} , углы ориентации φ, ψ, θ . Динамические уравнения движения спутника с тензором инерции $\mathbf{J}_x = \text{diag}(A, B, C)$ в связанных осях представлены в виде

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}, \quad (10)$$

либо при использовании относительной скорости

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{M} + \mathbf{M}_{отн}, \quad (11)$$

где

$$\mathbf{M}_{отн} = -\mathbf{J}\mathbf{W}\mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{orb} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{J}\mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{orb} - \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{orb} \times \mathbf{J}(\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{orb}),$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Механический момент может содержать как управление $\mathbf{M}_{упр}$, так и возмущающие моменты (гравитационный и неизвестной природы на уровне $\pm 5 \cdot 10^{-4} \text{ Н}\cdot\text{м}$), то есть $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{упр} + \mathbf{M}_{зр} + \mathbf{M}_{возм}$. Гравитационный момент выделен, так как далее всегда учитывается при исследовании. Возмущения

другой природы в некоторых случаях, в особенности при проведении аналитических исследований, могут игнорироваться. Точкой обозначена операция дифференцирования по времени.

Динамические уравнения дополняются кинематическими соотношениями. При численном моделировании используется кватернион, описывающий ориентацию спутника, и кинематическое соотношение

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{q}_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \mathbf{C} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ q_0 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix}.$$

При построении управления используется матрица направляющих косинусов и соотношение

$$\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{W}\mathbf{A}. \quad (14)$$

При использовании магнитных катушек в качестве исполнительных элементов управляющий момент имеет вид

$$\mathbf{M}_{упр} = \mathbf{m} \times \mathbf{B},$$

где \mathbf{m} – дипольный управляющий момент спутника, \mathbf{B} – вектор геомагнитной индукции в связанных осях. Гравитационный момент при движении по круговой орбите имеет вид

$$\mathbf{M}_{gp} = 3\omega_0^2 (\mathbf{A}\mathbf{e}_1) \times \mathbf{J}(\mathbf{A}\mathbf{e}_1), \quad (15)$$

где $\mathbf{e}_1 = (1, 0, 0)^T$ – вектор местной вертикали в орбитальной системе координат.

В основном в работе для аппроксимации геомагнитного поля используется модель наклонного диполя, описывающая поле диполя, наклоненного под углом около 10-12 градусов к оси вращения Земли и направленного антипараллельно ей. Точное значение угла наклона постоянно

меняется из-за перемещения северного и южного магнитных полюсов, в настоящее время наклон составляет около 11.7° . Вклад дипольной части в общее геомагнитное составляет более 90% на низких орбитах и увеличивается с увеличением высоты. Вектор индукции в модели наклонного диполя можно задать выражением

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_e}{r^5} (\mathbf{k}r^2 - 3(\mathbf{k}\mathbf{r})\mathbf{r}).$$

Такое простое выражение дополнительно позволяет добиться значительного уменьшения времени численных расчетов. При дальнейшем упрощении до модели прямого диполя геомагнитное поле моделируется полем диполя, расположенного в центре Земли и антипараллельного ее оси вращения. В орбитальной системе координат геомагнитное поле записывается

$$\mathbf{B}_{ОСК} = B_0 \begin{pmatrix} -2 \sin u \sin i \\ \cos u \sin i \\ \cos i \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где $B_0 = \frac{\mu_e}{r^3}$, величина вектора индукции $|\mathbf{B}| = B_0 \sqrt{1 + 3 \sin^2 i \sin^2 u}$. Модель прямого диполя будет использоваться при аналитических исследованиях.

Для имитации измерений магнитометра будем использовать модель измерений

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{B}} &= \mathbf{A}\mathbf{B}_{ОСК} + \Delta\mathbf{B} + \boldsymbol{\eta}_B, \\ \Delta\dot{\mathbf{B}} &= \boldsymbol{\eta}_{\Delta B}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\tilde{\mathbf{B}}$ – измерения магнитометра, $\mathbf{B}_{ОСК}$ – модельное значение магнитного поля в орбитальной системе координат (при работе фильтра Калмана используется модель наклонного диполя), $\Delta\mathbf{B}$ – смещение ноля измерений, $\boldsymbol{\eta}_B$ и $\boldsymbol{\eta}_{\Delta B}$ – нормально распределенные векторы магнитного поля и скорости изменения смещения ноля соответственно с нулевым математическим ожиданием $M\langle \boldsymbol{\eta}_B \rangle = 0$ и $M\langle \boldsymbol{\eta}_{\Delta B} \rangle = 0$.

2.2 Алгоритм управления

Основной целью управления в настоящей главе является формирование и сохранение роя спутников, то есть устранение относительного дрейфа и ограничение относительных траекторий. Форма и размер относительных траекторий определяется константами C^{ij} . Для достижения замкнутости относительных траекторий ($C_1^{ij}=0$) ранее было получено управление (4), которое будет использоваться на первом этапе управления спутниками. Далее для того, чтобы рой находился в определенной области, будем осуществлять управление положением центров мгновенных эллипсоидов, которые являются в общем случае траекториями относительного движения. Из уравнений движения (1) можем сделать вывод, что при устранении дрейфа C_1^{ij} за положение центра мгновенного эллипсоида траектории отвечает константа C_4^{ij} . Итак, целью второго этапа управления будет являться удержание величины C_4^{ij} меньше некоторого контрольного значения \tilde{C}_4^{ij} . Для реализации такого управления рассмотрим функцию Ляпунова

$$V = \frac{1}{2}(C_1^{ij})^2 + \frac{1}{2}(\Delta C_4^{ij})^2, \quad (18)$$

где ΔC_4^{ij} - это разность между контрольным значением \tilde{C}_4^{ij} и реальным значением C_4^{ij} . Несложно убедиться, что для (18) выполняются условия $V > 0$, $V(0) = 0$. Проверим выполнение условия на производную функции Ляпунова $\dot{V} < 0$.

$$\dot{V} = C_1^{ij} \dot{C}_1^{ij} + \Delta C_4^{ij} \Delta \dot{C}_4^{ij} = C_1^{ij} \left(\frac{\ddot{x}^{ij}}{\omega} + 2\dot{z}^{ij} \right) + \Delta C_4^{ij} \left(\dot{x}^{ij} - \frac{2\ddot{z}^{ij}}{\omega} \right),$$

подставляя выражение для \ddot{z} из (1), получаем

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{\omega} C_1^{ij} (\ddot{x}^{ij} + 2\omega \dot{z}^{ij}) + \Delta C_4^{ij} \left(\dot{x}^{ij} - \frac{2}{\omega} (2\omega \dot{x}^{ij} + 3\omega^2 z^{ij}) \right) = \frac{1}{\omega} C_1^{ij} u_x + \Delta C_4^{ij} (-3\omega C_1^{ij}) \\ &\Rightarrow u^{ij} = 3\omega^2 \Delta C_4^{ij} - k C_1^{ij}, \quad k > 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Таким образом, в случае двух i -го и j -го спутников постоянное управление u_{ij} приводит к замкнутой относительной траектории, лежащей в определенной области, определяемой значением \tilde{C}_4^{ij} .

Рассмотрим реализацию такого алгоритма управления, когда необходимо достигнуть $C_1^{ij} = 0$ и $C_4^{ij} = \tilde{C}_4^{ij}$ для всех спутников в рое. Аналогично подходу по выравниванию средних дрейфов спутников, можно не для каждого аппарата стремиться сделать $C_4^{ij} = \tilde{C}_4^{ij}$, а управлять только средним значением C_4^{ij} среди аппаратов внутри коммуникационной сферы. Для i -го спутника с числом аппаратов N_{comm} , относительное движение которых известно, среднее \bar{C}_4^i определяется следующим образом:

$$\bar{C}_4^i = \sum_{j=1}^{N_{comm}} C_4^{ij} / N_{comm}.$$

Соответствующее управление, применяемое к спутнику во время интервала ΔT , если его \bar{C}_4^i больше контрольного значения \tilde{C}_4^{ij} , согласно (19) имеет вид:

$$u_i^{\bar{C}_1} = -k\bar{C}_1^i + 3\omega^2 \Delta \bar{C}_4^i \quad (20)$$

Итоговая схема управления с учетом реализации требуемого углового положения с помощью магнитной системы ориентации представлена на рис. 26. Сначала определяются начальные условия для интегрирования уравнений относительного движения **Ошибка! Источник ссылки не найден.** и уравнений углового движения для обоих спутников. Затем с использованием вектора текущего состояния вычисляется относительный дрейф и с использованием (21) получается требуемое значение управления. Это значение аэродинамической силы может быть достигнуто, если будет реализована определенная ориентация обоих спутников. Используя модель аэродинамической силы (22), рассчитываются необходимые углы ориентации

аппарата относительно набегающего потока. После этого магнитное управление направлено на стабилизацию спутника относительно требуемого положения. Для управления угловым движением используется механический момент от взаимодействия магнитных катушек с магнитным полем Земли, который равен $\mathbf{M} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$, где управляющий магнитный момент \mathbf{m} рассчитывается следующим образом:

$$\mathbf{m} = -k_{\omega} \mathbf{B} \times \boldsymbol{\Omega} - k_a \mathbf{B} \times \mathbf{S},$$

где \mathbf{B} - вектор геомагнитной индукции, k_{ω}, k_a - коэффициенты управления, $\boldsymbol{\Omega}$ вектор угловой скорости относительно орбитальной системы координат, $\mathbf{S} = (a_{23} - a_{32}, a_{31} - a_{13}, a_{12} - a_{21})^T$, a_{ij} элементы матрицы направляющих косинусов. Во время стабилизации фактическое положение аппарата используется для расчета действующей на него аэродинамической силы и для интегрирования уравнений относительного движения. Обновление требуемой величины управления для устранения относительного дрейфа происходит с определенным интервалом времени.

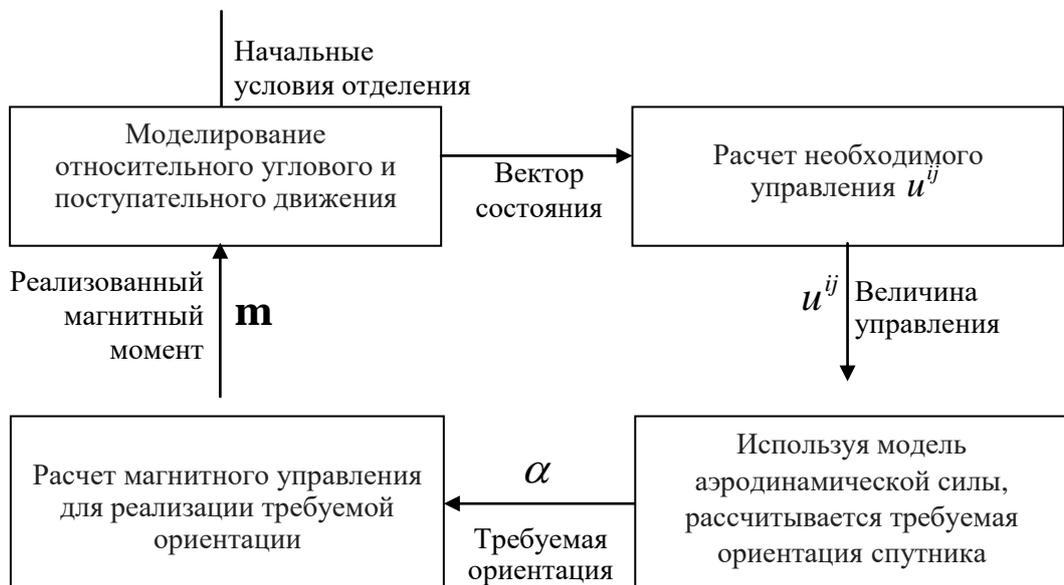


Рис. 26. Схема управления

2.3 Численное исследование

Рассмотрим применение предложенного алгоритма для управления к задаче формирования роя наноспутников и достижения ограниченного движения внутри заданной области после запуска их с ракеты-носителя. Схема запуска спутников – такая же, что использовалась в Главе 1. Все параметры, используемые для моделирования управляемого движения роя кубсатов, представлены в табл. 1. На начальном этапе исследования предполагается, что плотность атмосферы на траектории движения постоянна, её значение выбирается в соответствии со средней плотностью атмосферы на орбите высотой 340 км в соответствии с моделью ГОСТ [26]. Начальная скорость отделения складывается из постоянной компоненты и нормально распределенной ошибки согласно (7).

Конфигурация Центр

Приложим к рою спутников предложенное децентрализованное управление и выберем значение $\tilde{C}_4^{ij} = 0$. Таким образом, все средние значения \bar{C}_4^i будут стремиться к нулю, что должно привести все центры относительных траекторий в начало координат. Управление начинает действовать сразу после того, как все спутники роя отделились от ракеты-носителя. Величина управления вычисляется согласно формулам (6) и (20) в зависимости от значения \bar{C}_4^i периодически в соответствии с временным интервалом $\Delta T = 150$ с. Это управление реализуется с учетом ограничений аэродинамической силы сопротивления согласно (5). На рис.27 и рис.28 представлены траектории относительного движения на протяжении всего времени моделирования и на последних двух витках соответственно. Из представленных графиков видно, что траектории постепенно становятся близкими к замкнутым и их центры приходят в начало координат.

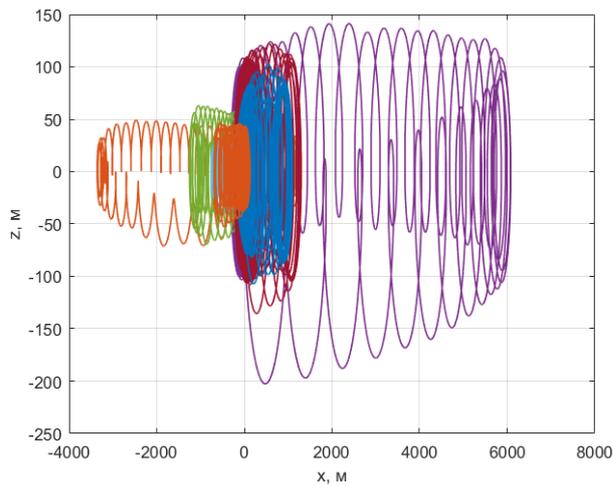


Рис. 27. Относительные траектории движения спутников

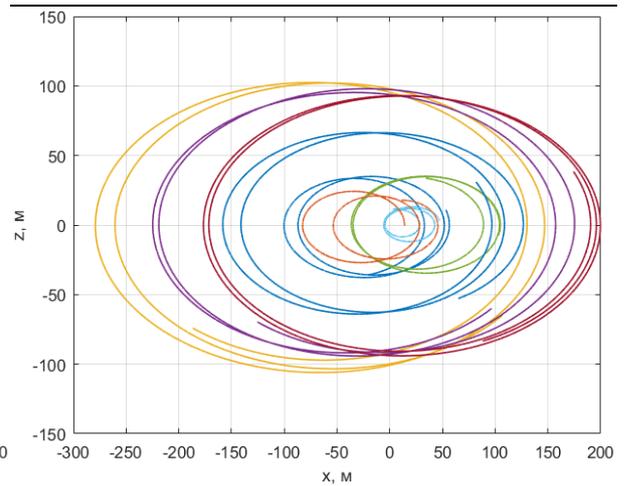


Рис. 28. Относительные траектории движения спутников на последних витках

Изменение величин \bar{C}_4^i , вычисленные на момент реализации управления, и изменение величин C_1^{ij} , которые пропорциональны дрейфу, вычисленные относительно первого запущенного аппарата, представлены на рис. 29 и на рис.30 соответственно. Значения \bar{C}_4^i и C_1^{ij} сходятся к нулю, что ещё раз подтверждает, что относительные траектории спутников в рое становятся ограниченными.

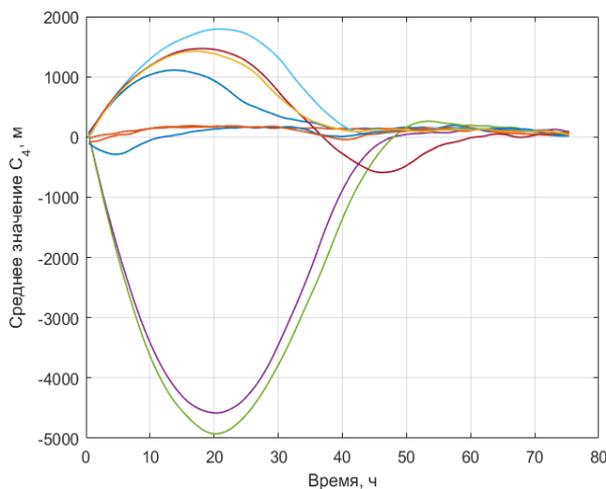


Рис. 29. Значения \bar{C}_4^i , вычисленные для всех аппаратов

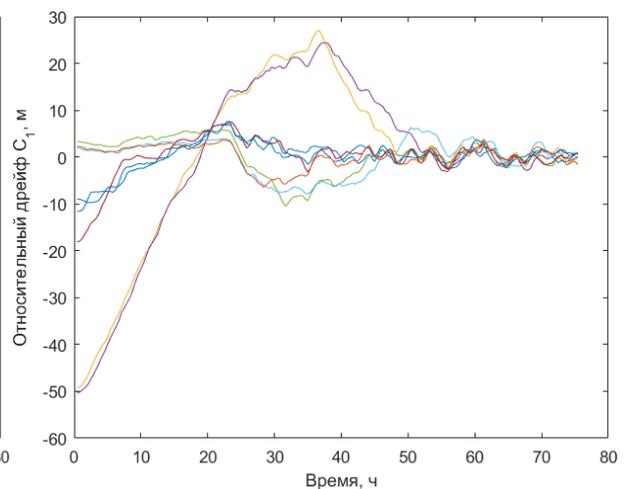


Рис. 30. Параметры C_1^{ij} , рассчитанные относительно первого запущенного спутника

На рис. 31 представлены значения требуемого и фактического угла ориентации относительно набегающего потока для одного из спутников в рое. Точность реализации требуемых углов составляла около 20 градусов. Несмотря на невысокую точность реализации требуемого управления, формируется рой спутников. На рис. 32 показаны значения магнитных дипольных моментов катушек во время управления.

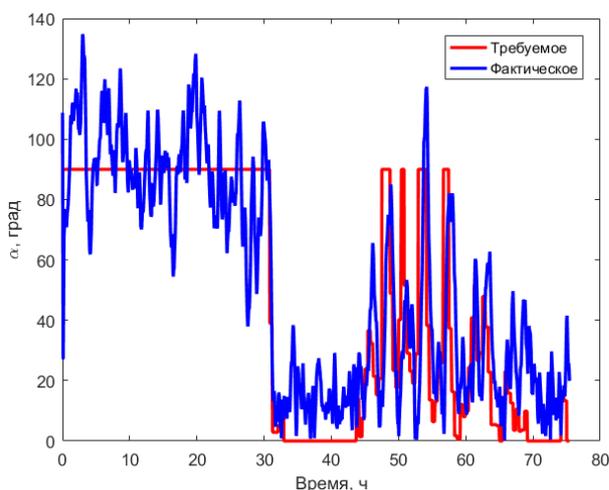


Рис. 31. Требуемая и фактическая ориентация аппарата

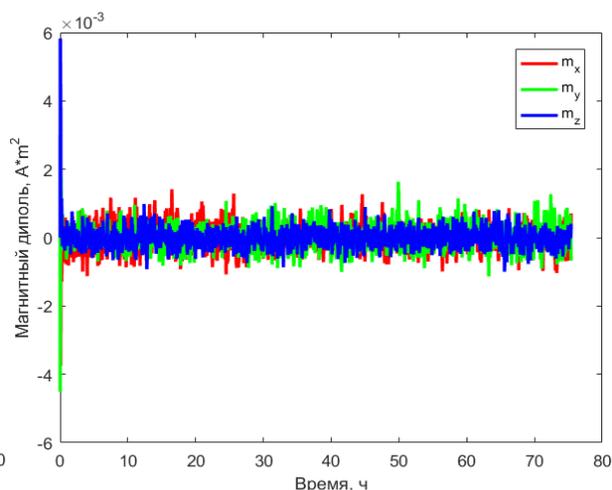


Рис. 32. Магнитный момент катушек

Влияние возмущений

На низких околокруговых орбитах источниками возмущений относительного движения группы спутников являются вторая гармоника J_2 разложения гравитационного поля Земли и влияние слабой эллиптичности орбит. Однако наибольшие возмущения на движение вносят ошибки управления, вызванные неточным знанием плотности атмосферы. Плотность атмосферы на низких околоземных орбитах может меняться в несколько раз вдоль круговой орбиты и зависит от освещенности атмосферы в точке полета, а также от активности Солнца. Модели плотности атмосферы, например, ГОСТ [28], всегда имеют некоторую ошибку, и использование этих моделей для расчета плотности на возможно слабом бортовом компьютере может вызвать затруднения. Поэтому исследуем движение

спутников в случае, если алгоритм управления построен по линейной модели с постоянной плотностью атмосферы, а моделируемое движение учитывает эллиптичность орбиты и вторую гармонику J_2 , а также плотность атмосферы меняется согласно модели [28].

Для демонстрации работы алгоритма управления возьмем те же параметры моделирования, что и для примера управления с использованием линейной модели. Интегрирование орбитального движения каждого спутника производится в инерциальной системе координат, а вычисление относительного движения получается путем перевода разницы положений и скоростей в орбитальной системе координат. Уравнения движения в инерциальной системе координат записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{R}}_i &= -\frac{\mu}{R_i^3}\mathbf{R}_i + \mathbf{D}_i^{J_2} + \mathbf{F}_i^a, \\ \mathbf{D}_i^{J_2} &= \frac{\delta}{R_i^5}\left(\frac{5Z_i^2}{R_i^2} - 1\right)\mathbf{R}_i - 2\frac{\delta}{R_i^5}\mathbf{Z}_i,\end{aligned}$$

где $\mathbf{R}_i = [X_i, Y_i, Z_i]$ – радиус-вектор i -го спутника в ИСК, $\mathbf{D}_i^{J_2}$ – вектор возмущений от второй гармоники разложения гравитационного поля Земли, $\delta = 3J_2\mu R_E^2 / 2$, $J_2 = 1082.6 \cdot 10^{-6}$ – вторая гармоника разложения гравитационного поля Земли, $R_E = 6.378 \cdot 10^6$ м – средний радиус Земли, \mathbf{F}_i^a – аэродинамическая сила в ИСК, действующая на i -й спутник. Аэродинамическая сила вычисляется по формуле (2), где все векторы должны быть записаны в ИСК, а плотность атмосферы считается непостоянной и рассчитывается согласно модели ГОСТ. Относительное положение \mathbf{r} и относительная скорость \mathbf{v} двух спутников в орбитальной системе координат вычисляется по формулам:

$$\begin{aligned}\mathbf{r} &= G(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1), \\ \mathbf{v} &= G\left[\left(\dot{\mathbf{R}}_2 - \dot{\mathbf{R}}_1\right) + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1)\right],\end{aligned}\tag{23}$$

где G – матрица перехода из ИСК в ОСК, ω – орбитальная угловая скорость, записанная в ИСК.

Для расчета плотности по модели ГОСТ необходимо задать момент старта моделирования, уровень солнечной активности F_0 , среднесуточный индекс солнечной активности, планетарные среднесуточные индексы геомагнитно возмущенности и другие параметры модели. Для определенности, рассмотрим дату старта t_0 – 1 января 2012 года 0 часов 00 минут. Для этой даты известны все эти параметры модели, в частности $F_0 = 125 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м² · Гц), что характеризуется как средний уровень солнечной активности.

Наклонение орбиты примем за $i = 51.7^\circ$, для первого спутника зададим такие начальные условия, при которых в центральном поле притяжения он двигался бы по круговой орбите, т.е. в плоскости орбиты зададим скорость $\dot{R}_1(t_0) = \sqrt{\mu / (R_E + h)}$ перпендикулярно радиус-вектору, а начальные условия для остальных аппаратов в соответствии с константами C_i . Векторы положения и скорости спутников в ОСК будут выглядеть следующим образом:

$$\mathbf{r}(t_0) = \begin{bmatrix} C_2 + 2C_2 + C_4 \\ C_6 \\ 2C_1 + C_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}(t_0) = \begin{bmatrix} -3C_1\omega - 2C_3\omega \\ \omega C_5 \\ 2C_2\omega \end{bmatrix},$$

а векторы положения и скорости в ИСК вычисляются так:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_2(t_0) &= \mathbf{R}_1(t_0) + G^T \mathbf{r}(t_0), \\ \dot{\mathbf{R}}_2(t_0) &= \dot{\mathbf{R}}_1(t_0) + G^T \mathbf{v}(t_0) + \omega \times (G^T \mathbf{r}(t_0)). \end{aligned}$$

В результате интегрирования уравнений движения для двух спутников с заданными начальными условиями получаются траектории и скорости движения в ИСК, которые пересчитываются в относительные по формулам (23). И эти значения подаются в алгоритм управления (20), построенном по

линейной модели и предположении постоянной плотности атмосферы. На рис.33 и рис.34 представлены траектории относительного движения для конфигурации центр на протяжении всего времени моделирования и на последних двух витках соответственно. Из представленных графиков видно, что траектории постепенно становятся ограниченными и их центры стремятся прийти в начало координат.

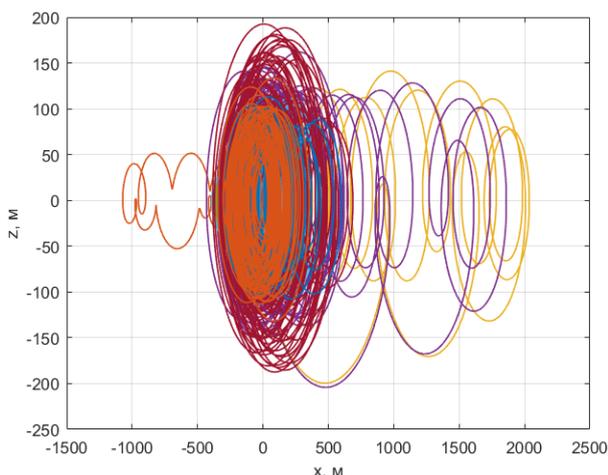


Рис. 33. Относительные траектории движения спутников

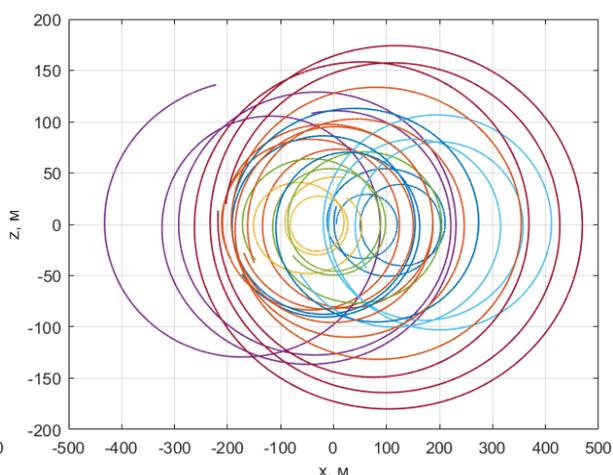


Рис. 34. Относительные траектории движения спутников на последних витках

Изменение величин \bar{C}_4^i , вычисленные на момент реализации управления, и изменение величин C_1^{ij} , которые пропорциональны дрейфу, вычисленные относительно первого запущенного аппарата, представлены на рис. 35 и на рис.36 соответственно. Значения \bar{C}_4^i и C_1^{ij} стремятся к нулю, но относительно ноля остаются колебания, связанные с действием возмущений и неточностью знания плотности атмосферы.

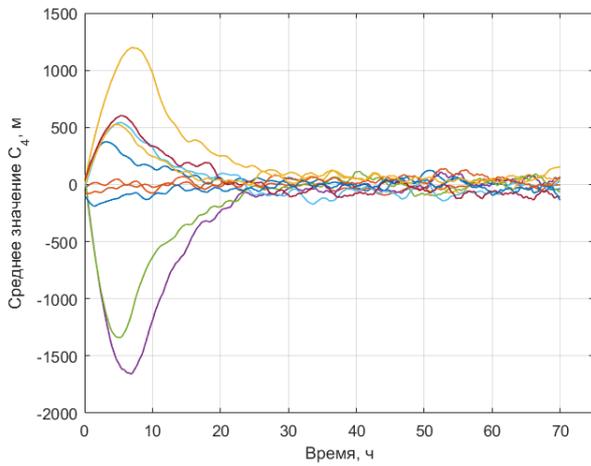


Рис. 35. Значения \bar{C}_4^i , вычисленные для всех аппаратов

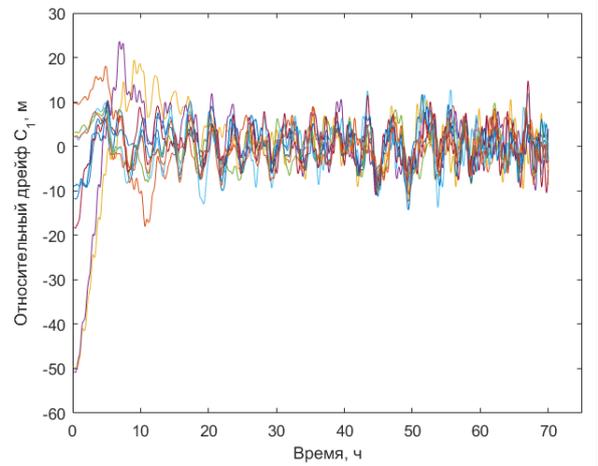


Рис. 36. Параметры C_1 , рассчитанные относительно первого запущенного спутника

На рис. 37 представлены значения требуемого и фактического угла ориентации относительно набегающего потока для одного из спутников в рое. На рис. 38 показаны значения магнитных дипольных моментов катушек во время управления.

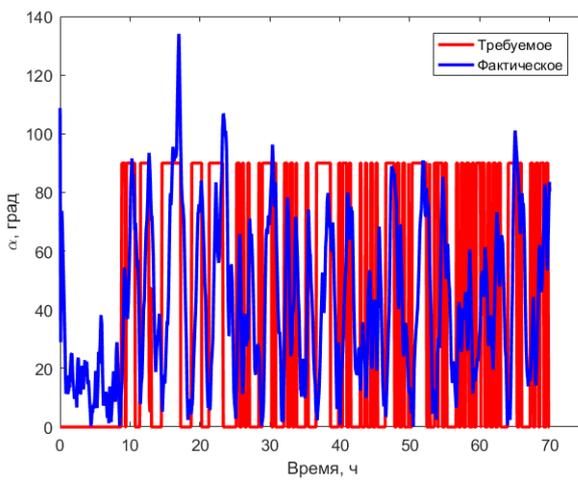


Рис. 37. Требуемая и фактическая ориентация аппарата

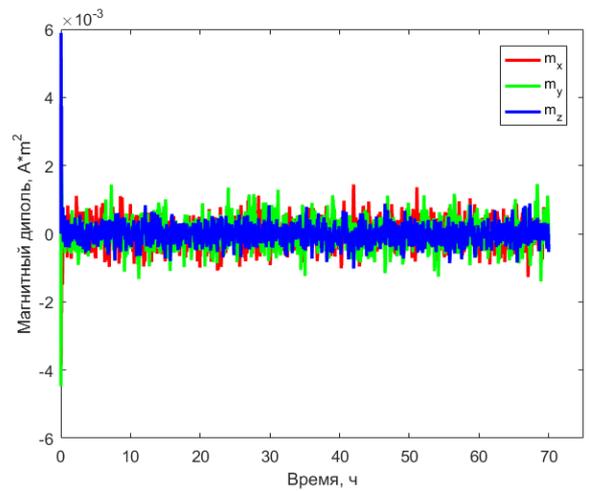


Рис. 38. Магнитный момент катушек

Движение в ограниченной области

Рассмотрим предложенное децентрализованное управление только с отличным от нуля контрольным значением $\tilde{C}_4^{ij} = 300$ м. Таким образом, все

средние значения \bar{C}_4^i будут стремиться уже не к нулю, а к значениям, не превышающим 300 м. Управление начинает действовать сразу после того, как все спутники роя отделились от ракеты-носителя. Величина управления вычисляется согласно формулам (6) и (20) в зависимости от значения \bar{C}_4^i периодически в соответствии с временным интервалом $\Delta T = 150$ с. Это управление реализуется с учетом ограничений аэродинамической силы сопротивления согласно (5). На рис. 39 представлены траектории относительного движения на протяжении всего времени моделирования. Изменение величин C_1^{ij} , которые пропорциональны дрейфу, вычисленные относительно первого запущенного аппарата, представлены на рис.40. Из представленных графиков видно, что центры траекторий приходят в заданные по Ox границы.

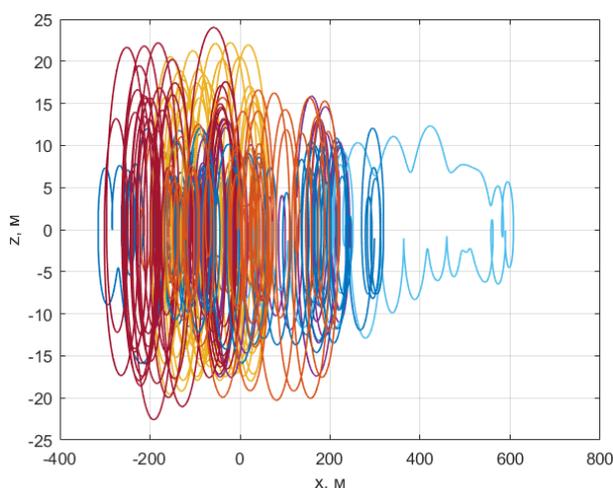


Рис. 39. Относительные траектории движения спутников

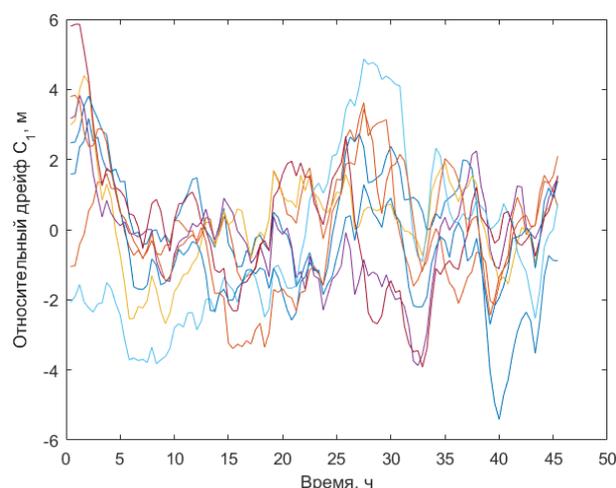


Рис. 40. Параметры C_1 , рассчитанные относительно первого запущенного спутника

Изменение величин \bar{C}_4^i , вычисленные на момент реализации управления, и изменение величин C_4^{ij} , вычисленные относительно первого запущенного аппарата, представлены на рис.41 и на рис.42 соответственно. Значения \bar{C}_4^i и C_4^{ij} на момент окончания моделирования не выходят из

заданной области, что ещё раз подтверждает, что относительные траектории спутников в рое становятся ограниченными.

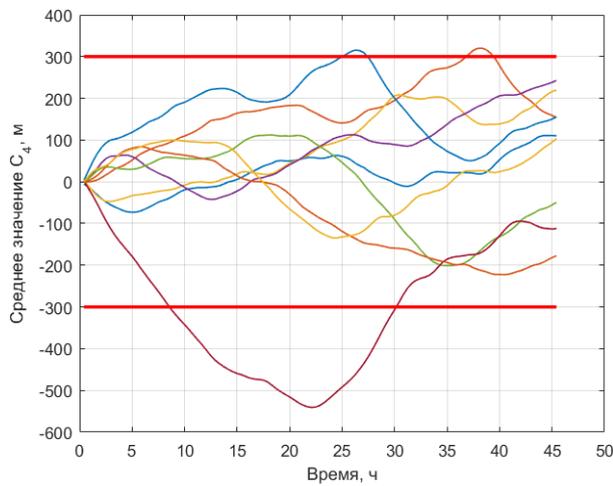


Рис. 41. Значения \bar{C}_4^i , вычисленные для всех аппаратов

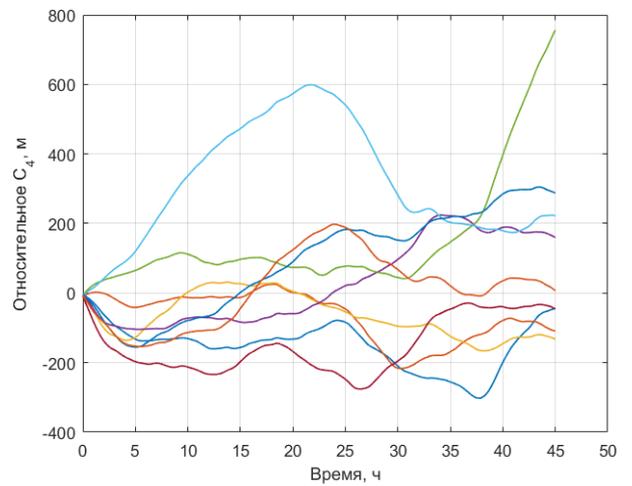


Рис. 42. Параметры C_4 , рассчитанные относительно первого запущенного спутника

На рис.43 представлены значения требуемого и фактического угла ориентации относительно набегающего потока для одного из спутников в рое. На рис.44 показаны значения магнитных дипольных моментов катушек во время управления.

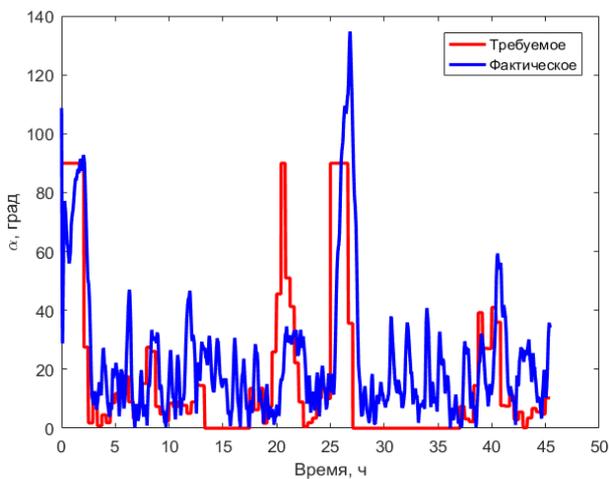


Рис. 43. Требуемая и фактическая ориентация аппарата

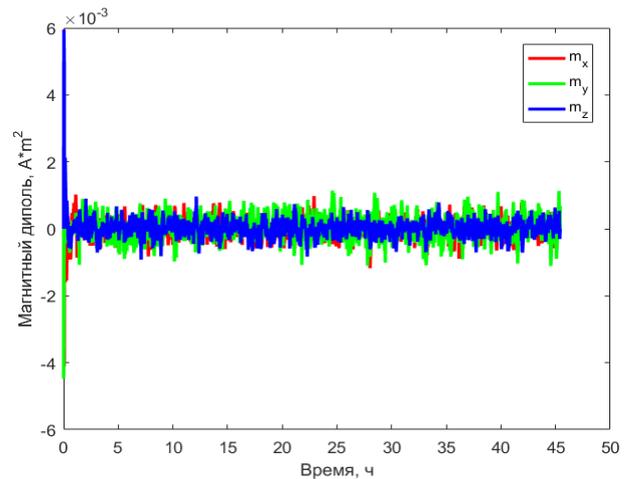


Рис. 44. Магнитный момент катушек

Влияние возмущений

Рассмотрим влияние возмущений, вносимых второй гармоникой J_2 разложения гравитационного поля Земли и неточным знанием плотности атмосферы. Моделирование движения и работа алгоритма будет происходить так же, как и в предыдущей задаче. На рис.45 представлены траектории относительного движения на протяжении всего времени моделирования. Изменение величин C_1^{ij} , которые пропорциональны дрейфу, вычисленные относительно первого запущенного аппарата, представлены на рис.46. Из представленных графиков видно, что центры траекторий приходят в заданные по Ox границы.

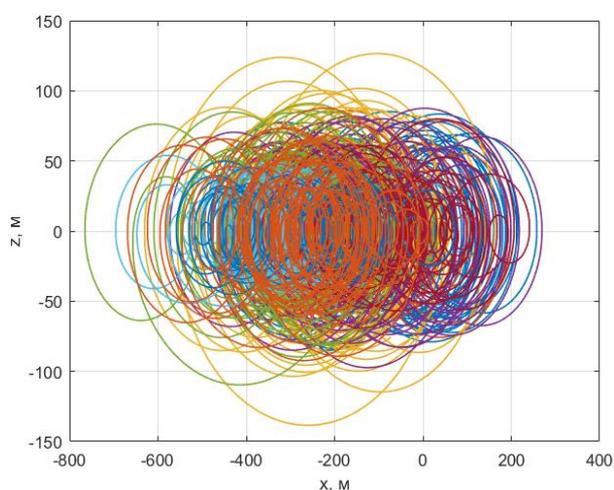


Рис. 45. Относительные траектории движения спутников

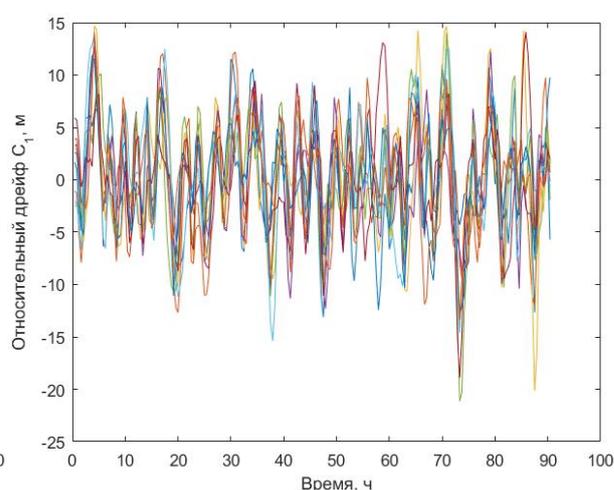


Рис. 46. Параметры C_1 , рассчитанные относительно первого запущенного спутника

Изменение величин \bar{C}_4^i , вычисленные на момент реализации управления, и изменение величин C_4^{ij} , вычисленные относительно первого запущенного аппарата, представлены на рис.47 и на рис.48 соответственно. Значения \bar{C}_4^i и C_4^{ij} на момент окончания моделирования не выходят из заданной области, что ещё раз подтверждает, что относительные траектории спутников в рое становятся ограниченными.

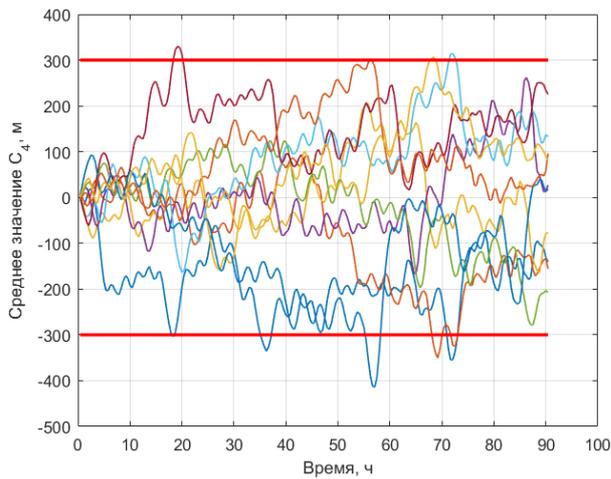


Рис. 47. Значения \bar{C}_4^i , вычисленные для всех аппаратов

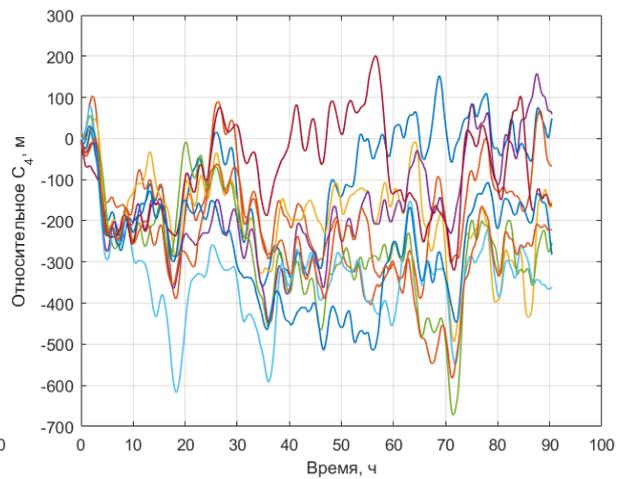


Рис. 48. Параметры C_4 , рассчитанные относительно первого запущенного спутника

На рис.49 представлены значения требуемого и фактического угла ориентации относительно набегающего потока для одного из спутников в рое. На рис.50 показаны значения магнитных дипольных моментов катушек во время управления.

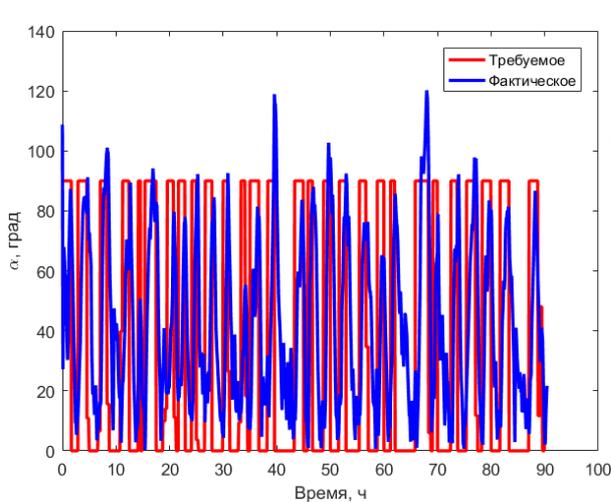


Рис. 49. Требуемая и фактическая ориентация аппарата

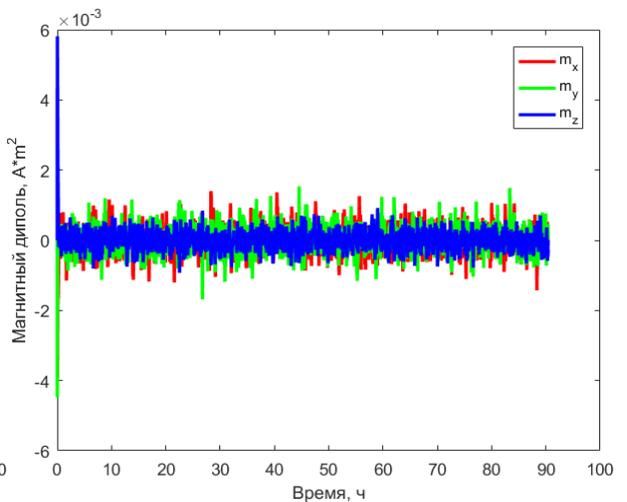


Рис. 50. Магнитный момент катушек

Заключение к главе 2

Децентрализованное управление на основе аэродинамической силы сопротивления позволяет достичь ограниченного движения спутников внутри заданной области. Продемонстрировано успешное применение магнитного управления для реализации требуемой ориентации спутников относительно набегающего потока. Несмотря на низкую точность стабилизации спутников относительно набегающего потока, относительные траектории становятся ограниченными. Предложенная схема управления позволяет достичь требуемой ограниченности роя наноспутника даже в условиях действия возмущений и неточности знания плотности атмосферы.

Заключение

Применение децентрализованного управления на основе аэродинамической силы сопротивления позволяет сформировать рой спутников после отделения и достичь движения спутников в рое внутри области заданного размера. Однако следует принимать во внимание коммуникационные ограничения, возникающие в результате особенностей системы определения относительного движения и межспутниковой связи. Эти ограничения наряду с ошибками в скорости отделения спутников могут приводить к разделению роя на независимые подгруппы спутников. Как показало численное исследование, большая неопределенность в знании плотности атмосферы при расчете управления может также привести к разделению роя. Таким образом, роем наноспутников из 3U кубсатов возможно управлять с помощью аэродинамической силы сопротивления, используя магнитную систему ориентации для достижения требуемой ориентации аппаратов относительно набегающего потока.

Список литературы

1. Sabol C., Burns R., McLaughlin C.A. Satellite Formation Flying Design and Evolution // J. Spacecr. Rockets. 2001. Vol. 38, № 2. P. 270–278.
2. Smirnov G. V., Ovchinnikov M., Guerman A. Use of solar radiation pressure to maintain a spatial satellite formation // Acta Astronaut. 2007. Vol. 61, № 7–8. P. 724–728.
3. Izzo D., Pettazzi L. Autonomous and Distributed Motion Planning for Satellite Swarm // J. Guid. Control. Dyn. 2007. Vol. 30, № 2. P. 449–459.
4. Ivanov D. et al. Satellite relative motion determination during separation using image processing // Int. J. Sp. Sci. Eng. 2014. Vol. 2, № 4. P. 365–379.
5. Persson S. et al. Autonomous Formation Flying for the PRISMA Mission // J. Spacecr. Rockets. 2007. Vol. 44, № 3. P. 671–681.
6. Renga A., Grassi M., Tancredi U. Relative navigation in LEO by carrier-phase differential GPS with intersatellite ranging augmentation // Int. J. Aerosp. Eng. 2013. Vol. 2013. P. 11.
7. Roth N.H., Risi B., Zee R.E. Flight Results From the Canx-4 and Canx-5 Formation Flying Mission // International Workshop on Satellite Constellations and Formation Flying, June 19-21, 2017. CO, Boulder, 2017. P. 1–17.
8. Sabatini M., Reali F., Palmerini G.B. Autonomous behavioral strategy and optimal centralized guidance for on-orbit self assembly // IEEE Aerosp. Conf. Proc. 2009. P. 12.
9. Sabatini M., Palmerini G.B., Gasbarri P. Control laws for defective swarming systems // Adv. Astronaut. Sci. 2015. Vol. 153. P. 749–768.

10. Leonard C.L. Formation Keeping of Spacecraft via Differential Drag // Master Thesis, Massachusetts Inst. Technol. 1986.
11. Kumar B.S., Ng A., Bang-Bang A. Control Approach to Maneuver Spacecraft in a Formation With Differential Drag // Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, AIAA Paper No.2008-6469, Honolulu, Hawaii, August 2008.
12. Pérez D., Bevilacqua R. Lyapunov-Based Adaptive Feedback for Spacecraft Planar Relative Maneuvering via Differential Drag // J. Guid. Control. Dyn. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2014. Vol. 37, № 5. P. 1678–1684.
13. Pérez D., Bevilacqua R. Differential drag spacecraft rendezvous using an adaptive Lyapunov control strategy // Acta Astronaut. 2013. Vol. 83. P. 196–207.
14. Kumar K.D. et al. Maintenance of Satellite Formations Using Environmental Forces // Acta Astronaut. Elsevier, 2014. Vol. 102. P. 341–354.
15. Dellelce L., Kerschen G. Optimal propellantless rendez-vous using differential drag // Acta Astronaut. Elsevier, 2015. Vol. 109. P. 112–123.
16. Ben-Yaacov O., Gurfil P. Long-Term Cluster Flight of Multiple Satellites Using Differential Drag // J. Guid. Control. Dyn. 2013. Vol. 36, № 6. P. 1731–1740.
17. Ben-Yaacov O., Gurfil P. Orbital elements feedback for cluster keeping using differential drag // Adv. Astronaut. Sci. 2015. Vol. 153. P. 769–787.
18. Varma S., Kumar K.D. Multiple Satellite Formation Flying Using Differential Aerodynamic Drag // J. Spacecr. Rockets. 2012. Vol. 49, № 2. P. 325–336.
19. Slater G.L., Byram S.M., Williams T.W. Collision Avoidance for Satellites

- in Formation Flight // *J. Guid. Control. Dyn.* 2006. Vol. 29, № 5. P. 1140–1146.
20. Bombardelli C., Hernando-Ayuso J. Optimal Impulsive Collision Avoidance in Low Earth Orbit // *J. Guid. Control. Dyn.* 2015. Vol. 38, № 2. P. 217–225.
 21. Lee D., Sanyal A.K., Butcher E. a. Asymptotic Tracking Control for Spacecraft Formation Flying with Decentralized Collision Avoidance // *J. Guid. Control. Dyn.* 2015. Vol. 38, № 4. P. 587–600.
 22. Schlanbusch R., Kristiansen R., Nicklasson P.J. Spacecraft formation reconfiguration with collision avoidance // *Automatica*. Elsevier Ltd, 2011. Vol. 47, № 7. P. 1443–1449.
 23. Schweighart S.; Sedwick R.J. High-Fidelity Linearized J2 Model for Satellite Formation Flight // *J. Guid. Control. Dyn.* 2002. Vol. 25, № 6. P. 1073–1080.
 24. Hill G.W. Researches in Lunar Theory // *Am. J. Math.* 1878. Vol. 1. P. 5–26.
 25. Foster C. et al. Differential Drag Control Scheme for Large Constellation of Planet Satellites and on-Orbit Results // *Proc. of 9th International Workshop on Satellite Constellation and Formation Flying*, CO, Boulder 19-21 June. 2004. P. 18.
 26. Earth upper atmosphere. Density model for ballistic support of flights of artificial earth satellites. Russian GOST P-25645.166-2004. Moscow: IPK, 2005. 31 p.
 27. Schweighart S., Sedwick R.J. High-Fidelity Linearized J2 Model for Satellite Formation Flight // *J. Guid. Control. Dyn.* 2002. Vol. 25, № 6. P. 1073–1080.
 28. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полётов искусственных спутников Земли; ГОСТ Р 25645.000-2001.