



Влияние возмущений на качество изображений при маршрутной съемке поверхности Земли

Я.В. Маштаков
С.С. Ткачев

Задачи ДЗЗ

- Прогноз погоды
- Мониторинг окружающей среды
- Сельское хозяйство
- Картографирование



Спутники ДЗЗ



Ресурс-П

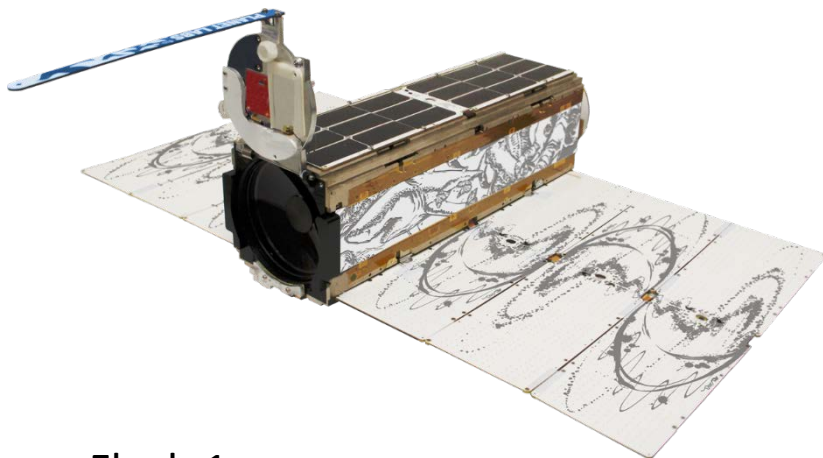
Высота орбиты, км	470-480
Наклонение	97.28
Разрешение, м панхроматический режим	1.0
Разрешение, м мультиспектральный режим	3-4
Полоса обзора, км	38
Масса, кг	6570

Высота орбиты, км	618-621
Наклонение	97.98
Разрешение, м панхроматический режим	0.31
Разрешение, м мультиспектральный режим	1.24
Полоса обзора, км	13.1
Масса, кг	2800

WorldView 3



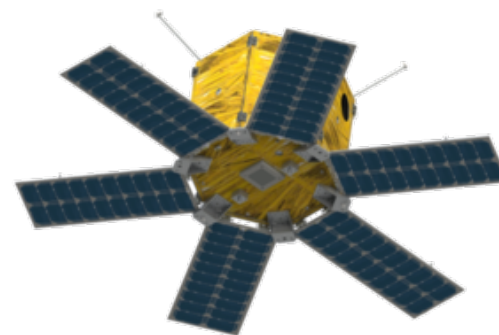
Малые спутники ДЗЗ



Flock-1

Высота орбиты, км	400
Наклонение	52
Разрешение, м	3-5
Масса, кг	5

Высота орбиты, км	620
Наклонение	97.9
Разрешение, м	15
Масса, кг	26



TabletSat Aurora

Отслеживание сложных маршрутов



Постановка задачи

Что нам известно?

- Орбитальное движение
- Траектория на поверхности Земли (гладкая параметризованная кривая)
- Параметры системы управления ориентацией
- Характеристики камеры (ПЗС-линейки)

Что нужно узнать/построить?

- Опорное угловое движение
- Управление
- Ограничения на траекторию
- Влияние возмущений

Особенности чувствительного элемента

Ограничения ПЗС-линейки:

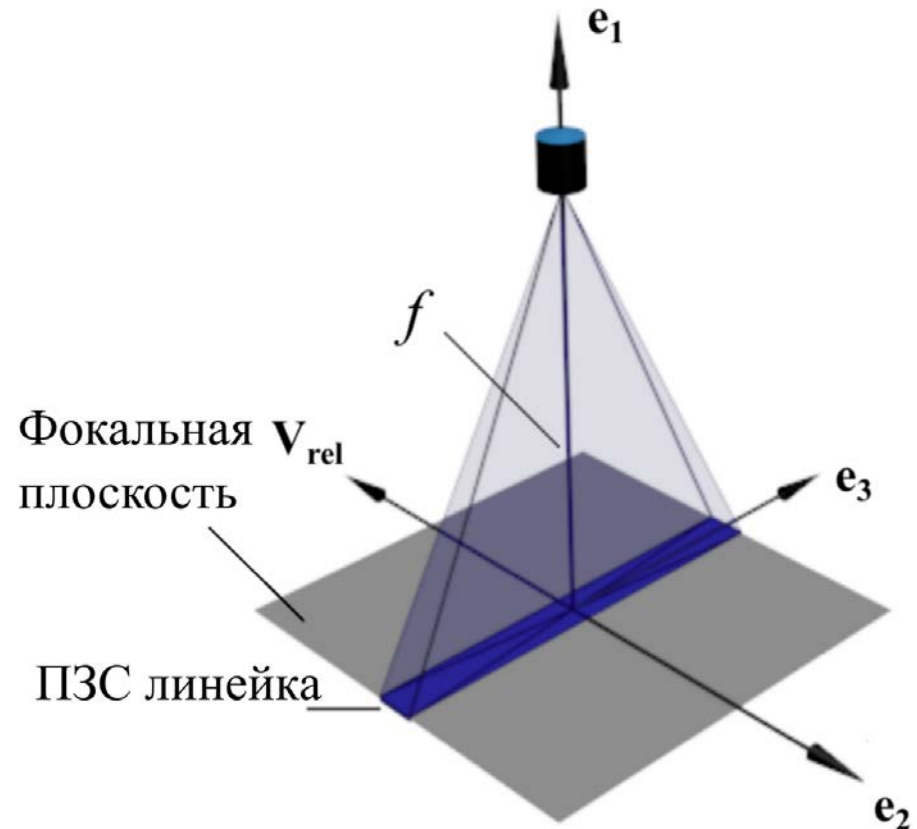
$$(\mathbf{V}_{rel}, \mathbf{e}_3) = 0$$

$$(\mathbf{V}_{rel}, \mathbf{e}_2) = -\frac{V\rho}{f}$$

$$\mathbf{V}_{rel} = \boldsymbol{\Omega}_E \times \mathbf{r}_p - \mathbf{V}_s - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_s)$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} \omega_2 = -\frac{(\boldsymbol{\Omega}_E \times \mathbf{r}_p - \mathbf{V}_s, \mathbf{e}_3)}{\rho} \\ \omega_3 = \frac{(\boldsymbol{\Omega}_E \times \mathbf{r}_p - \mathbf{V}_s, \mathbf{e}_2)}{\rho} + \frac{V}{f} \end{cases}$$



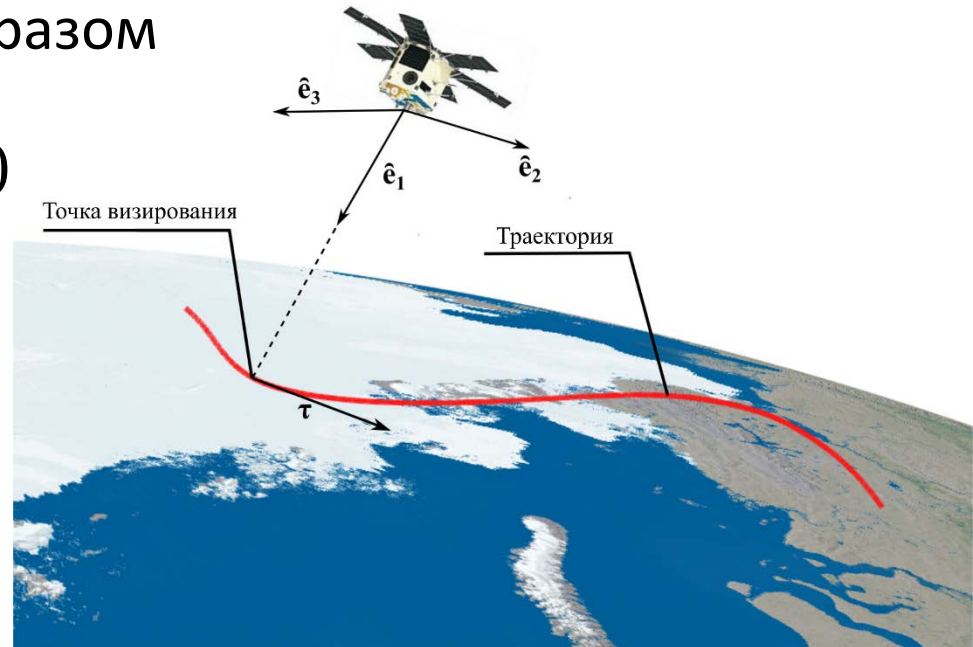
Опорное движение

Определим $\hat{\mathbf{e}}_j$ следующим образом

$$\hat{\mathbf{e}}_1 = \frac{\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_s}{\|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_s\|} = \frac{\boldsymbol{\rho}}{\rho}, \mathbf{r}_p = \mathbf{r}_p(t, p(t))$$

$$\hat{\mathbf{e}}_2 = \frac{\boldsymbol{\tau} - \hat{\mathbf{e}}_1(\hat{\mathbf{e}}_1, \boldsymbol{\tau})}{\|\boldsymbol{\tau} - \hat{\mathbf{e}}_1(\hat{\mathbf{e}}_1, \boldsymbol{\tau})\|}, \boldsymbol{\tau} = \frac{\partial \mathbf{r}_p}{\partial p}$$

$$\hat{\mathbf{e}}_3 = \hat{\mathbf{e}}_1 \times \hat{\mathbf{e}}_2$$



С учетом ограничений камеры получаем диф.ур. для параметра траектории. Его решение доопределяет угловое движение

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\rho(t, p)V}{f} \frac{1}{(\boldsymbol{\tau}(t, p), \hat{\mathbf{e}}_2(t, p))} \rightarrow \boldsymbol{\omega}_1 = (\dot{\hat{\mathbf{e}}}_2, \hat{\mathbf{e}}_3)$$

Управление

Управление – ПД-регулятор

$$\mathbf{M}_{ctrl} = -\mathbf{M}_{ext} + \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_{abs} - \mathbf{J} \mathbf{W}_{rel} \mathbf{A} \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{J} \mathbf{A} \dot{\boldsymbol{\omega}}_0 - k_a \mathbf{S} - k_\omega \boldsymbol{\omega}_{rel}$$

Уравнения относительного движения

$$\mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{rel} + k_\omega \boldsymbol{\omega}_{rel} + k_a \mathbf{S} = \mathbf{M}_{dist}$$
$$\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{W}_{rel} \mathbf{A}$$

Решить в явном виде сложно, но в силу малости возмущений можно провести линеаризацию и применить метод Пуанкаре

Влияние возмущений

В результате получаем оценки точности ориентации и стабилизации

$$|\delta\alpha_i| \leq \begin{cases} \max(|\mathbf{M}_{dist}|) \frac{1}{2k_a}, & k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} \geq 0, \\ \max(|\mathbf{M}_{dist}|) \coth\left(\frac{\pi k_\omega}{2\sqrt{8k_a J_{ii} - k_\omega^2}}\right) \frac{1}{2k_a}, & k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} < 0, \end{cases}$$

$$|\delta\omega_i| \leq \begin{cases} \max(|\mathbf{M}_{dist}|) \frac{2}{\sqrt{2J_{ii}k_a}} \left(\frac{k_\omega + \sqrt{k_\omega^2 - 8k_a J_{ii}}}{k_\omega - \sqrt{k_\omega^2 - 8k_a J_{ii}}} \right)^{\frac{-k_\omega}{2\sqrt{k_\omega^2 - 8k_a J_{ii}}}}, & k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} \geq 0, \\ \frac{\max(|\mathbf{M}_{dist}|)}{\sqrt{2J_{ii}k_a}} \exp\left[-\frac{k_\omega}{\sqrt{8k_a J_{ii} - k_\omega^2}} \arccos\left(\frac{k_\omega}{\sqrt{8k_a J_{ii}}} \right) \right] \left(1 + \coth\left(\frac{\pi k_\omega}{2\sqrt{8k_a J_{ii} - k_\omega^2}} \right) \right), & k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} < 0. \end{cases}$$

Точность съёмки

$\delta \mathbf{r}_p$ – Ошибка точки визирования

$\delta V_{2,3}$ – Ошибка скорости бега изображения

$$\begin{pmatrix} \delta \mathbf{r}_p \\ \delta V_2 \\ \delta V_3 \end{pmatrix} = \mathbf{D}_{5 \times 12} \begin{pmatrix} \delta \boldsymbol{\alpha} \\ \delta \boldsymbol{\omega} \\ \delta \mathbf{r}_s \\ \delta \mathbf{V}_s \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{– неточность ориентации} \\ \text{– неточность стабилизации} \\ \text{– ошибка положения ц.м.} \\ \text{– ошибка скорости ц.м.} \end{array}$$

Точность съемки

В случае съемки близко к надиру

$$\frac{r_s \sin \varphi}{\sqrt{R^2 - r_s^2 \sin^2 \varphi}} \ll 1$$

и учете только ошибок стабилизации и ориентации

$$\begin{aligned}\delta r_p &\approx \rho |\delta \alpha|, \\ \delta V_3 &\approx f |\delta \alpha| (|\omega| + |\Omega_E|) + f |\delta \omega| + V |\delta \alpha|, \\ \delta V_2 &\approx f |\delta \alpha| (|\omega| + |\Omega_E|) + f |\delta \omega|.\end{aligned}$$

Ограничения на траекторию

Из-за ограничения на максимальное управляющее воздействие возможно отследить только траектории с кривизной (предполагается съемка не далее чем в 30° от надира)

$$\kappa \leq 3\sqrt{3}f \frac{(\omega_{max} - 2\Omega_E)}{8\rho V}$$

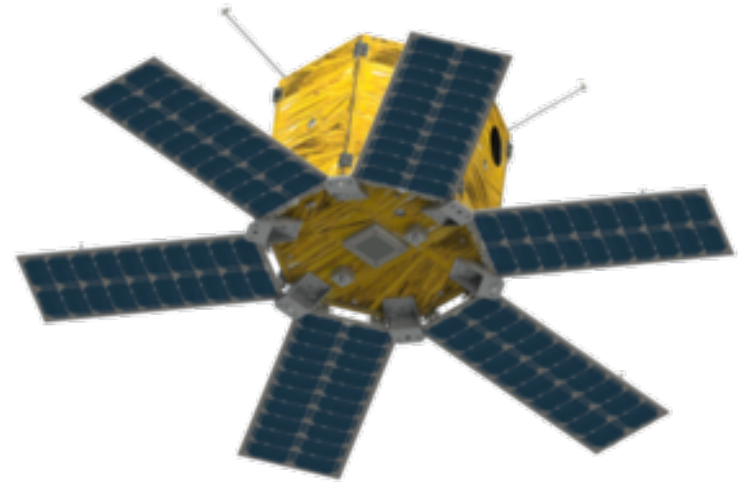
где

$$|\omega_{max}| \approx \sqrt{\frac{M_0}{\max_{i,j} |J_{ii} - J_{jj}|}}$$

а M_0 – максимальный управляющий момент

Моделирование

- Высота орбиты 600 км
- Фокальное расстояние 6 м
- Скорость бега изображения 50 мм/с
- Максимальный управляющий момент 10^{-3} Н·м
- Гравитационный и аэродинамический моменты рассматриваются как возмущающие

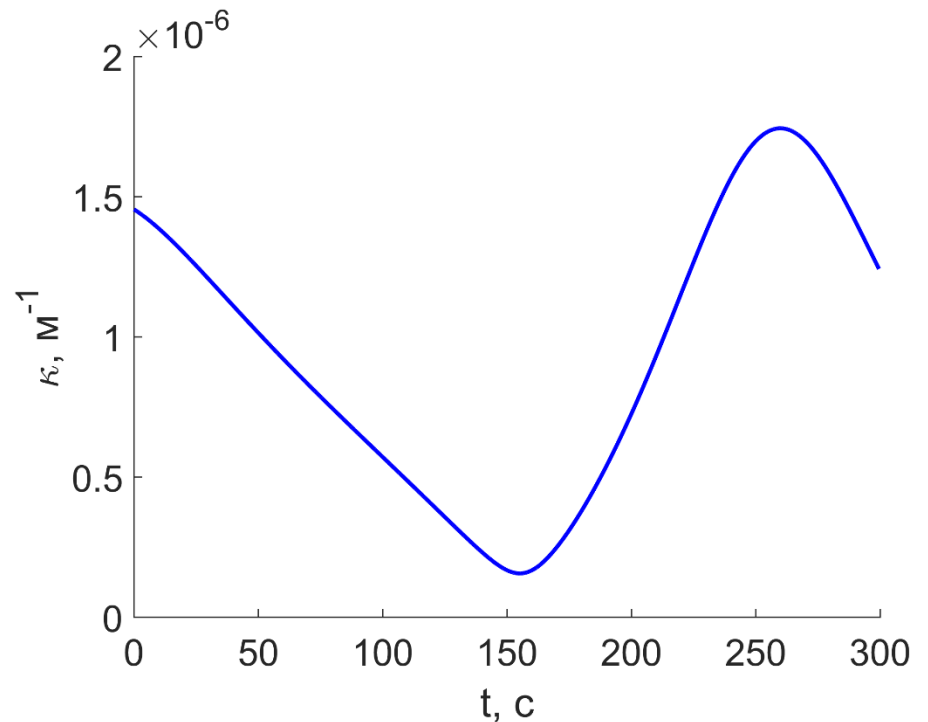


ТаблетСат-Аврора
(успешно запущен 19
июня 2014)

Вид траектории



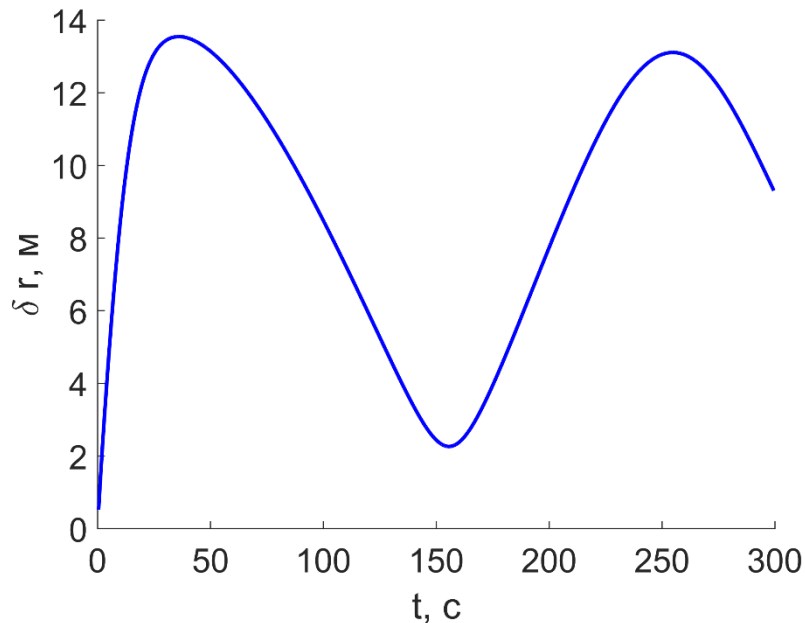
Кривизна траектории



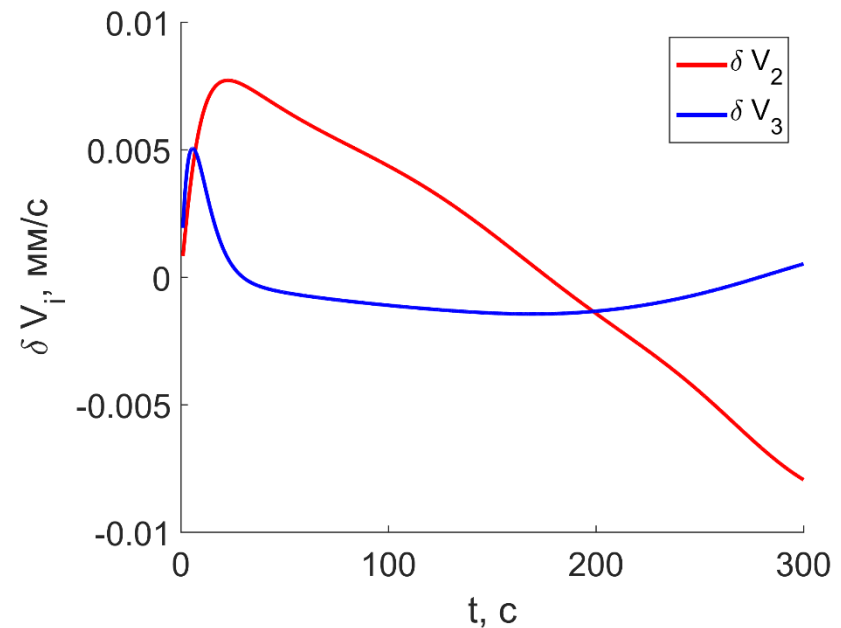
Ограничения на кривизну: $\kappa \leq 2 \cdot 10^{-6} \text{ M}^{-1}$

Сравнение аналитических и численных результатов

Ошибка точки визирования

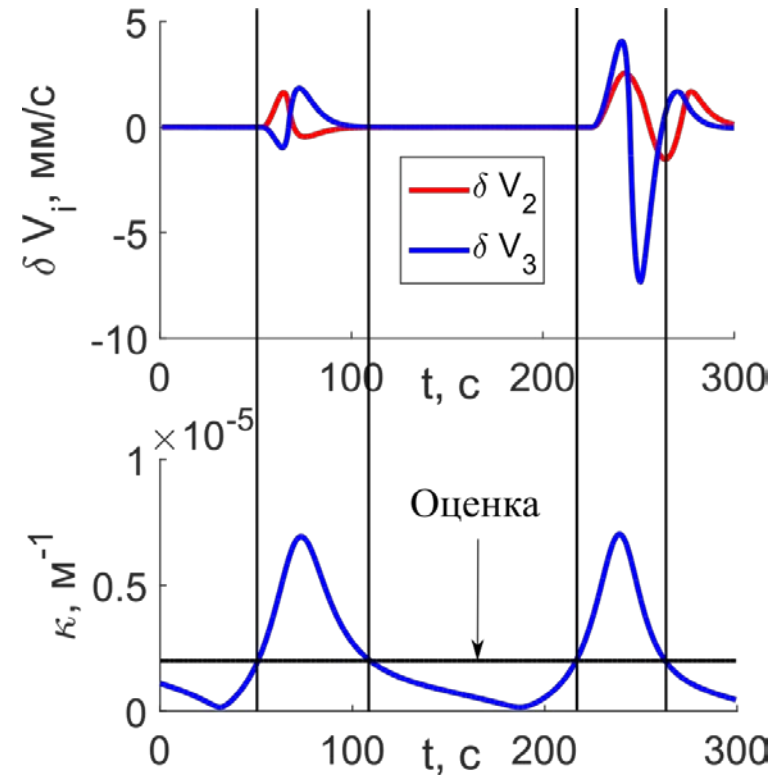


Ошибка скорости бега



Аналитические оценки: $|\delta \mathbf{r}_p| \leq 17$ м, $|\delta V_i| \leq 2 \cdot 10^{-2}$ мм/с
 $|\delta \alpha| \leq 5$ угл.сек., $|\delta \omega| \leq 3 \cdot 10^{-6}$ рад/с

Выход на ограничения



Оценка кривизны: $\kappa \leq 2 \cdot 10^{-6} M^{-1}$

Заключение

- Предложен алгоритм построения углового движения
- Исследовано влияние возмущений на точность стабилизации и ориентации КА
- Получены общие и упрощенные выражения, которые позволяют связать между собой параметры системы управления ориентацией, ошибки ориентации и стабилизации, а также точность проведения съемки

Авторы выражают благодарность М.Ю. Овчинникову за внимание, проявленное к работе