Годовой курс «Динамические системы» (1-2 семестры магистратуры)

Курс составили: Трофимов Сергей Павлович, к.ф.-м.н., с.н.с. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН
Широбоков Максим Геннадьевич, к.ф.-м.н., с.н.с. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

Лекции читает: Трофимов Сергей Павлович, к.ф.-м.н., с.н.с. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

Отчётность: осенний семестр – дифференцированный зачёт, весенний семестр – экзамен

Материалы: <https://www.notion.so/Dynamical-Systems-c9fe068491234f9b923b410e565e7a54>

Контакты: sertrofimov@yandex.ru, +7 (499) 220-79-77

Разделы первой части курса

1. Основные понятия теории динамических систем

Понятие динамической системы (ДС). Пространство состояний, оператор эволюции ДС. Дискретные и непрерывные динамические системы. Инвариантные множества ДС. Фазовый портрет ДС.

2. Линейные системы

Общее решение линейной системы с постоянными коэффициентами. Классификация двумерных линейных систем. Устойчивое, неустойчивое и центральное подпространства. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Теория Флоке.

3. Локальное поведение нелинейных систем

Существование и единственность локального решения нелинейной ДС. Линеаризация. Теорема об устойчивом многообразии. Теорема Гробмана-Хартмана. Теорема о центральном многообразии.

4. Глобальное поведение нелинейных систем

Существование и единственность глобального решения нелинейной ДС. Предельные множества и аттракторы. Положения равновесия, предельные и сепаратрисные циклы. Гомо- и гетероклинические траектории. Динамические системы на плоскости. Теорема Пуанкаре-Бендиксона.

Разделы второй части курса

1. Структурно устойчивые системы и элементы теории бифуркаций

Эпсилон-возмущение. Грубая система. Теорема о грубости одномерной системы. Теорема о грубости двумерной системы (Андропова-Понтрягина).

2. Бифуркации в непрерывных динамических системах

Локальная и глобальная бифуркация. Теорема о гладкой зависимости положения равновесия от параметра системы. Гиперболическая, негиперболическая и транскритическая бифуркации. Бифуркация типа вилки. Седло-узловая бифуркация. Бифуркационная диаграмма. Бифуркация Андропова-Хопфа. Бифуркации периодических решений. Бифуркация рождения двумерного тора.

3. Бифуркации в дискретных динамических системах

Неподвижные точки, циклы, фазовые портреты дискретных динамических систем. Диаграмма Ферхюльста. Топологическая эквивалентность и классификация линейных систем. Устойчивость линейных систем, неподвижных точек и циклов. Аттракторы дискретных ДС. Бифуркация положений

равновесия (транскритическая бифуркация, бифуркация типа вилки, седло-узловая бифуркация). Бифуркация удвоения периода. Бифуркация Андронова-Хопфа. Бифуркация в окрестностях циклов.

4. Фракталы и хаос в динамических системах. Модели нелинейных систем

Понятие хаоса. Хаотический аттрактор. Детерминированный хаос. Топологическая и фрактальная размерности. Размерности Минковского и Хаусдорфа. Фрактальное множество. Комплексные динамические системы. Множества Жюлиа. Модель Лотки-Вольтерры. Модели Ван-дер-Поля, Рэля и Льюнара. Модель Лоренца. Модель Энона и логистическая модель.

Итоговая оценка (по десятибалльной шкале) складывается из трёх компонент:

1. Посещаемость лекций:

- меньше половины – 0 баллов
- не больше двух пропущенных – 2 балла
- в остальных случаях – 1 балл

2. Сдача мини-тестов (осенний семестр) или задач (весенний семестр) – 4 балла максимум

3. Сдача зачёта/экзамена – 4 балла максимум

Литература по курсу

- 1) Perko, L. Differential Equations and Dynamical Systems. 3rd ed. – Springer, 2001. – 557 p.
- 2) Guckenheimer, J., Holmes, P. Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields. 1st ed. – Springer, 1983. – 478 p.
- 3) Fradkov, A.L., Pogromsky, A.Y. Introduction to Control of Oscillations and Chaos. World Scientific Nonlinear Science Series. – World Scientific Publishing Company, 1998. – 408 p.
- 4) Юмагулов М.Г. Введение в теорию динамических систем: Учебное пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2015. – 272 с.
- 5) Verhulst, F. Nonlinear Differential Equations and Dynamical Systems. 2nd revised ed. – Springer, 1996. – 306 p.