Управление тросовой тетраэдральной формацией микроспутников с помощью силы Лоренца

Кирилл Чернов, Данил Иванов

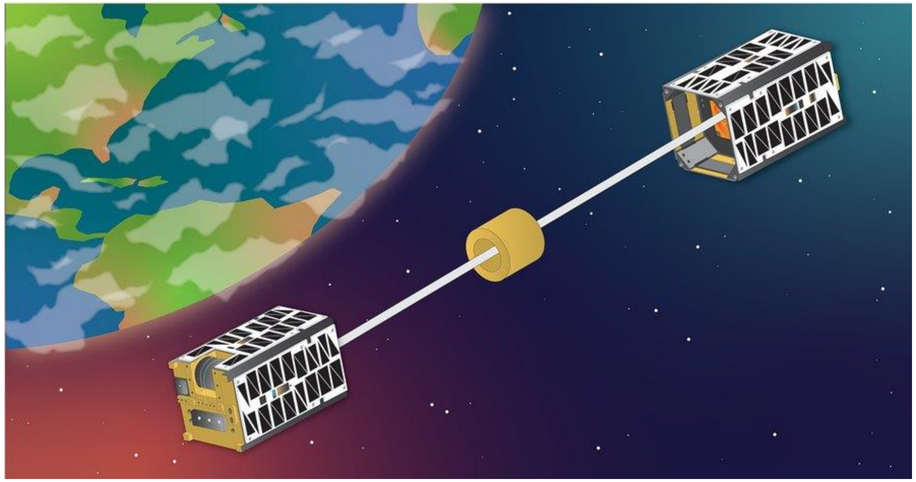
Московский физико-технический институт,
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

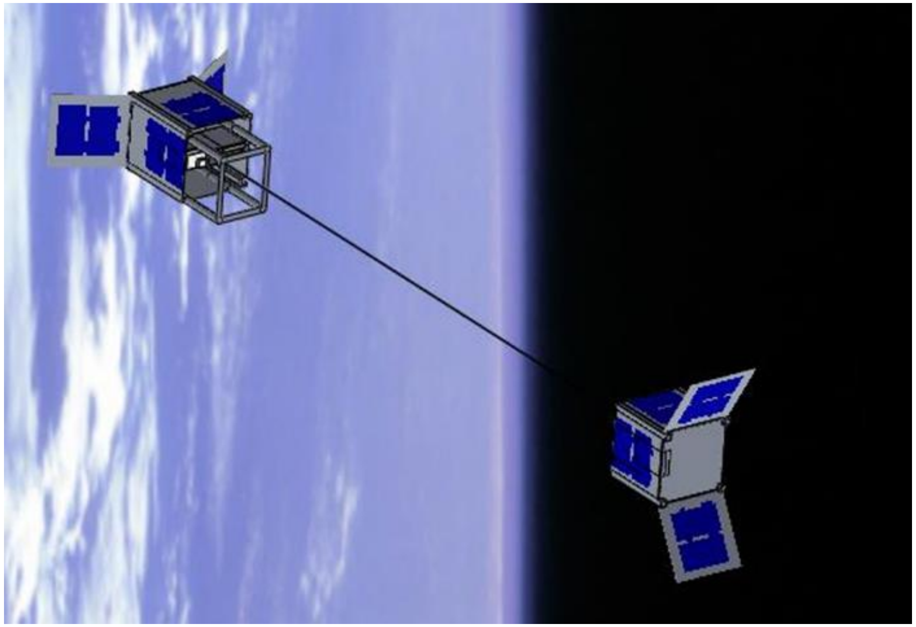
64-я научная конференция МФТИ

Содержание работы

- Постановка задачи
- Расчет требуемого управления
- Вычисление силы Лоренца
- Численное исследование
- Заключение

Электродинамические тросы





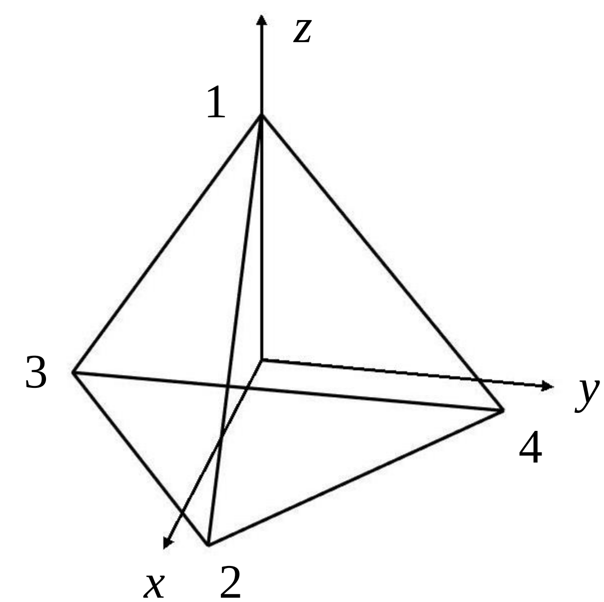
Постановка задачи

Дано:

- 4 спутника, соединенных 6-ю жесткими тросами
- Тросы проводят электрический ток
- В магнитном поле Земли на тросы действует сила

Требуется:

Построить управление
с помощью силы Лоренца
для поддержания требуемого
орбитального и углового
движения системы



Системы координат

- Инерциальная
- Опорная – движется по круговой орбите, вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью
- Орбитальная – построена на векторе состояния центра опорной системы
- Связанная – оси направлены по главным осям инерции тетраэдра

Уравнения движения

Орбитальное

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} = -\dfrac{\mu}{r^3}\mathbf{r} + \mathbf{f}_{J_2} + \mathbf{f}_{control} \end{cases}$$

Угловое

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}^{-1}\left(\mathbf{M}_{grav} + \mathbf{M}_{control} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}\right) \\ \dot{\mathbf{q}} = \dfrac{1}{2}\mathbf{q} \circ [0; \boldsymbol{\omega}] \end{cases}$$

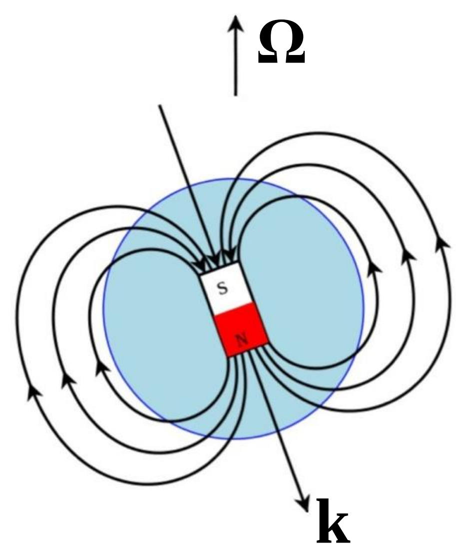
Учитывается вторая гармоника геопотенциала и гравитационный момент

Геомагнитное поле

Модель наклонного диполя

Вектор **k** вращается вместе с Землей

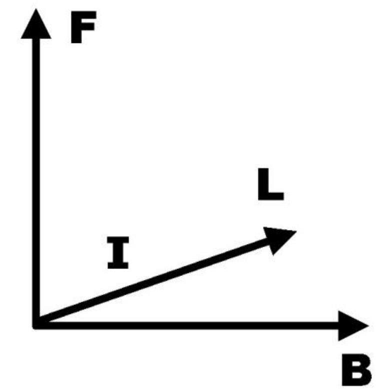
$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_B}{r^5}\left(3(\mathbf{kr})\mathbf{r} - r^2\mathbf{k}\right)$$



Сила Лоренца

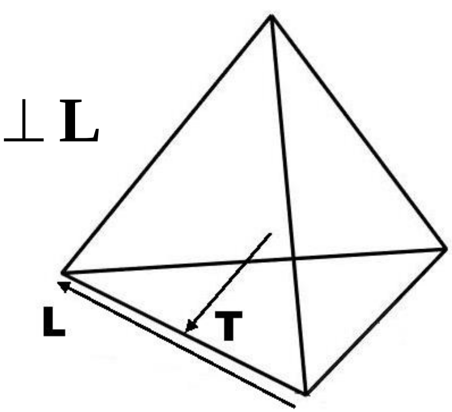
Сила Лоренца перпендикулярна вектору магнитной индукции

$$\mathbf{F} = \mathbf{B} \times \mathbf{L} I$$



Момент силы направлен вдоль ребра

$\mathbf{T} \perp \mathbf{L}$



$$\mathbf{M} = \mathbf{T} \times \mathbf{F} = \mathbf{T} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{L} I) =$$

$$= \mathbf{B}(\mathbf{T}\mathbf{L}) I - \mathbf{L}(\mathbf{T}\mathbf{B}) I = -\mathbf{L}(\mathbf{T}\mathbf{B}) I$$

Уравнения Хилла–Клохесси–Уилтшира

Линеаризованные уравнения относительного движения в орбитальной системе координат [1]

$$\begin{cases} \ddot{x}_{ij} + 2\omega \dot{z}_{ij} = u_x^{ij} \\ \ddot{y}_{ij} + \omega^2 y_{ij} = u_y^{ij} \\ \ddot{z}_{ij} - 2\omega \dot{x}_{ij} - 3\omega^2 z_{ij} = u_z^{ij} \end{cases}$$

Для свободного движения решение имеет вид

$$\begin{cases} x_{ij}(t) = -3C_1^{ij}\omega t + 2C_2^{ij}\cos(\omega t) - 2C_3^{ij}\sin(\omega t) + C_4^{ij} \\ y_{ij}(t) = C_5^{ij}\sin(\omega t) + C_6^{ij}\cos(\omega t) \\ z_{ij}(t) = 2C_1^{ij} + C_2^{ij}\sin(\omega t) + C_3^{ij}\cos(\omega t) \end{cases}$$

[1] Hill, G.W. Researches in Lunar Theory // American Journal of Mathematics, 1878. Vol. 1. Pp. 5–26.

Требуемое орбитальное движение

Дрейф по оси *x*

$$x_{ij}(t) = -3C_1^{ij}\omega t + 2C_2^{ij}\cos(\omega t) - 2C_3^{ij}\sin(\omega t) + C_4^{ij}$$

Управление по оси *x* для устранения дрейфа [2]

$$u_{ij} = -\frac{\omega}{\Delta T}\left(\frac{\dot{x}_{ij}(0)}{\omega} + 2z_{ij}(0)\right)$$

[2] Монахова У.В., Иванов Д.С. Формирование роя наноспутников с помощью децентрализованного управления с учетом коммуникационных ограничений. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2018. № 151. 33 с.

Требуемое угловое движение

Вращение с заданной постоянной угловой скоростью: $\boldsymbol{\omega}_{ref} = const$

Расчет управляющего момента на основе метода Ляпунова $\boldsymbol{\omega}_{rel} = \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_{ref}$, $\mathbf{q}_{rel} = \tilde{\mathbf{q}}_{ref} \circ \mathbf{q}$

$$\mathbf{M}_{control} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ref} - \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_{rel} \times \boldsymbol{\omega}_{ref}) - \mathbf{K}_a \mathbf{q}_{rel} - \mathbf{K}_w \boldsymbol{\omega}_{rel} - \mathbf{M}_{grav}$$

Коэффициенты метода в качестве примера

$$\mathbf{K}_w = diag\left(\left[0.8, 0.8, 0.8\right]\right), \quad \mathbf{K}_a = diag\left(\left[\frac{0.8^2}{8J_{xx}}, \frac{0.8^2}{8J_{yy}}, \frac{0.8^2}{8J_{zz}}\right]\right)$$

Расчет сил тока

$$\mathbf{F} = \mathbf{B} \times \sum_{i=1}^{6} \mathbf{L}_i I_i, \quad \mathbf{M} = -\sum_{i=1}^{6} \mathbf{L}_i (\mathbf{T}_i \mathbf{B}) I_i$$

$$\begin{bmatrix} f_{control}^{x} \\ \mathbf{M}_{control} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^y \sum L_i^z I_i - B^z \sum L_i^y I_i \\ -\sum \mathbf{L}_i (\mathbf{T}_i \mathbf{B}) I_i \end{bmatrix} = \mathbf{X} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{Vmatrix} B^y L_i^z - B^z L_i^y \\ \mathbf{L}_i (\mathbf{T}_i \mathbf{B}) \end{Vmatrix}$$

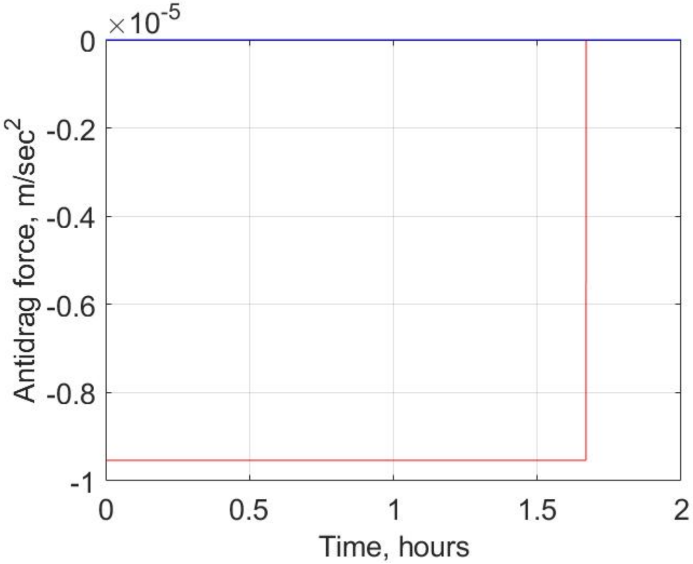
$$\begin{cases} J_{opt} = \sum I_i^2 \to \min \\ \begin{bmatrix} f_{control}^{x} \\ \mathbf{M}_{control} \end{bmatrix} = \mathbf{X} \left[I_1 \ldots I_6 \right]^T \end{cases}$$

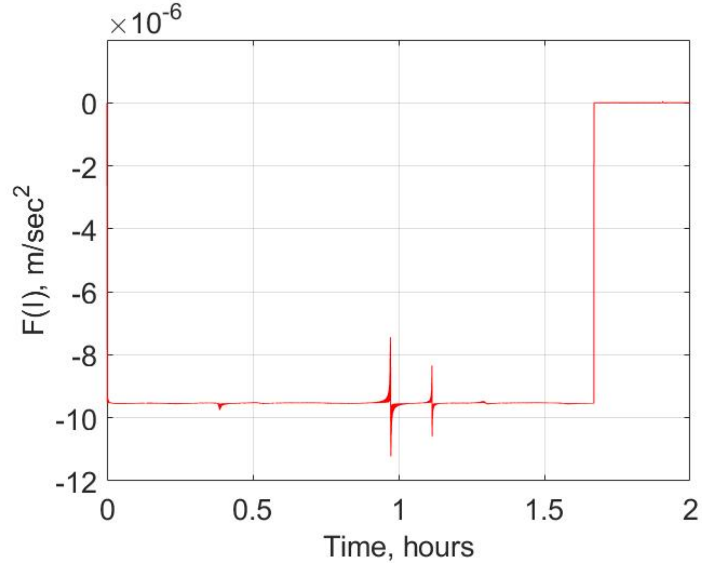
Задача квадратичного программирования с ограничениями типа равенства

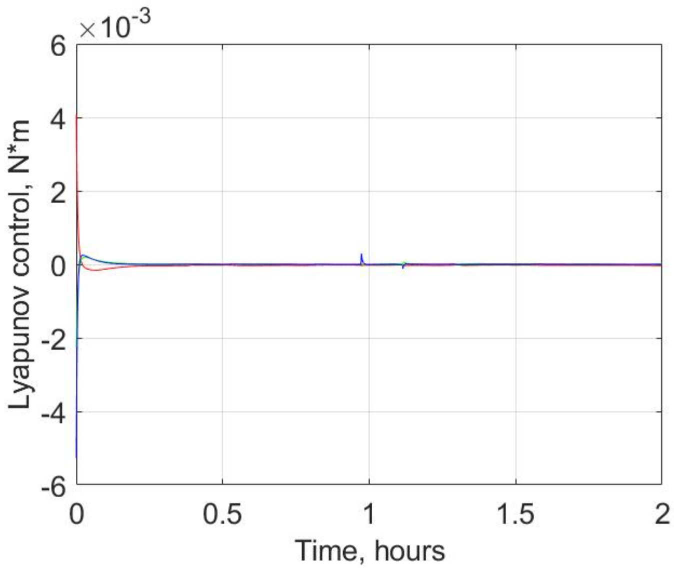
Параметры моделирования

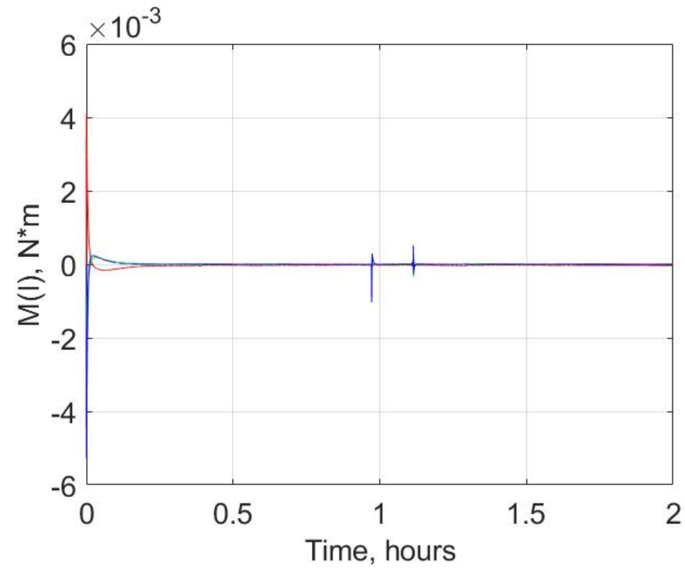
Высота орбиты	350 км
Наклонение орбиты	51.7°
Масса спутников	10 кг
Масса тросов	10 кг
Длина тросов	10 м

Управление

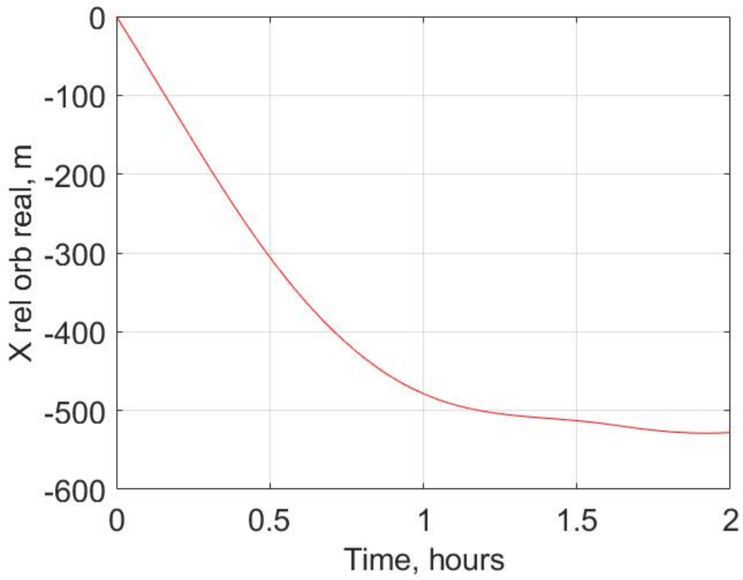

×10^-5
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
Antidrag force, m/sec^2
0
0.5
1
1.5
2
Time, hours

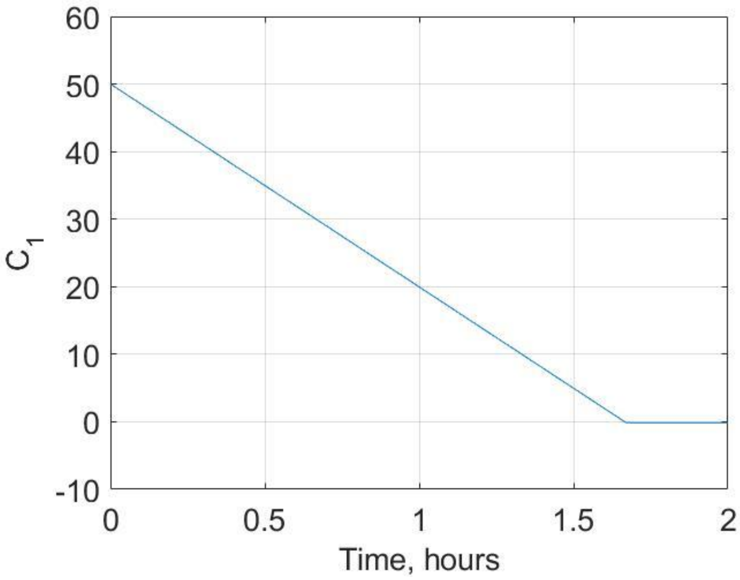

×10^-6
0
-2
-4
-6
-8
-10
-12
F(I), m/sec^2
0
0.5
1
1.5
2
Time, hours


×10^-3
6
4
2
0
-2
-4
-6
Lyapunov control, N*m
0
0.5
1
1.5
2
Time, hours

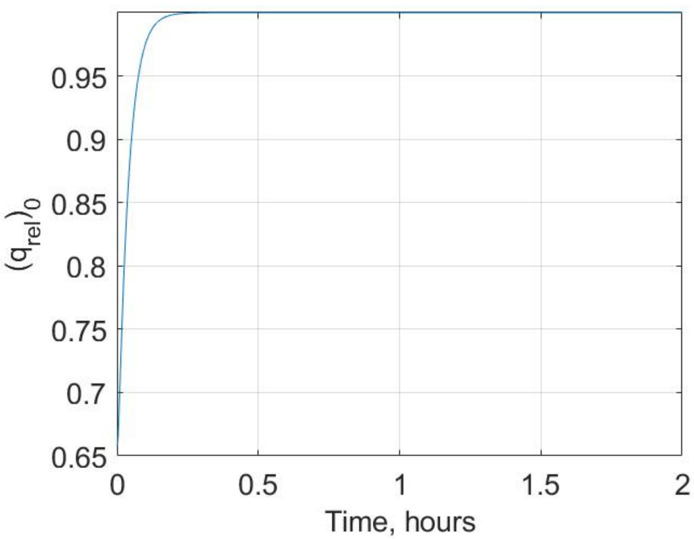

×10^-3
6
4
2
0
-2
-4
-6
M(I), N*m
0
0.5
1
1.5
2
Time, hours

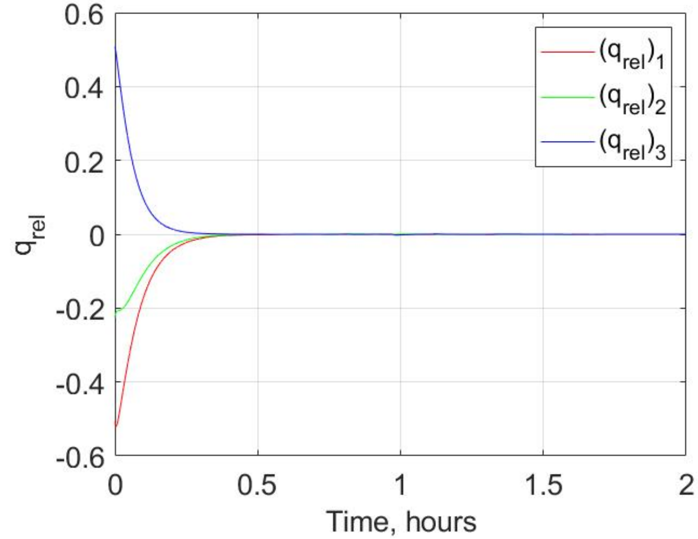
Орбитальное движение

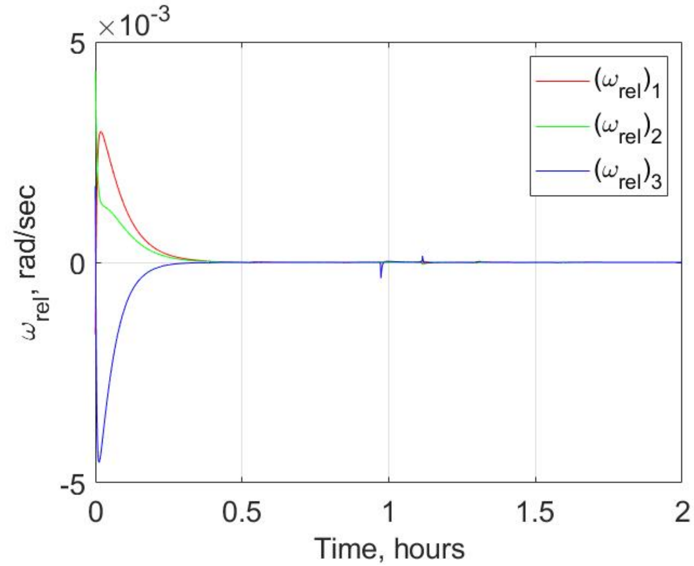


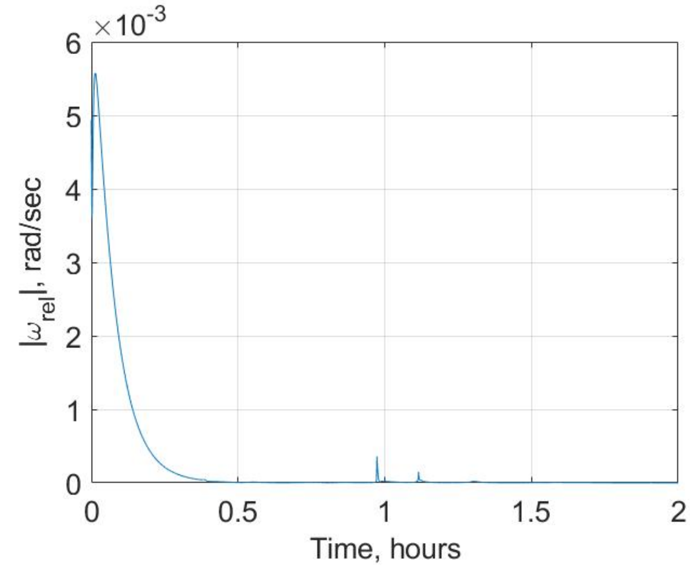


Угловое движение









Заключение

Показана принципиальная возможность управления тросовой тетраэдральной формацией с помощью сил Лоренца

Из-за ограничений на направление силы невозможно реализовать произвольное управление

В продолжении работы будет приниматься во внимание гибкость тросов и будет проведено параметрическое исследование работы системы

Спасибо за внимание!