



XXXIX Академические чтения по космонавтике,
посвященные памяти С.П. Королева и других
выдающихся отечественных ученых-пионеров
освоения космического пространства



Московский государственный технический университет
им. Н.Э. Баумана, Москва, 27-30 января 2015 года

Увод малых космических аппаратов с солнечно- синхронных орбит с помощью солнечного паруса

С.П. Трофимов

Московский физико-технический институт (МФТИ)
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Содержание доклада

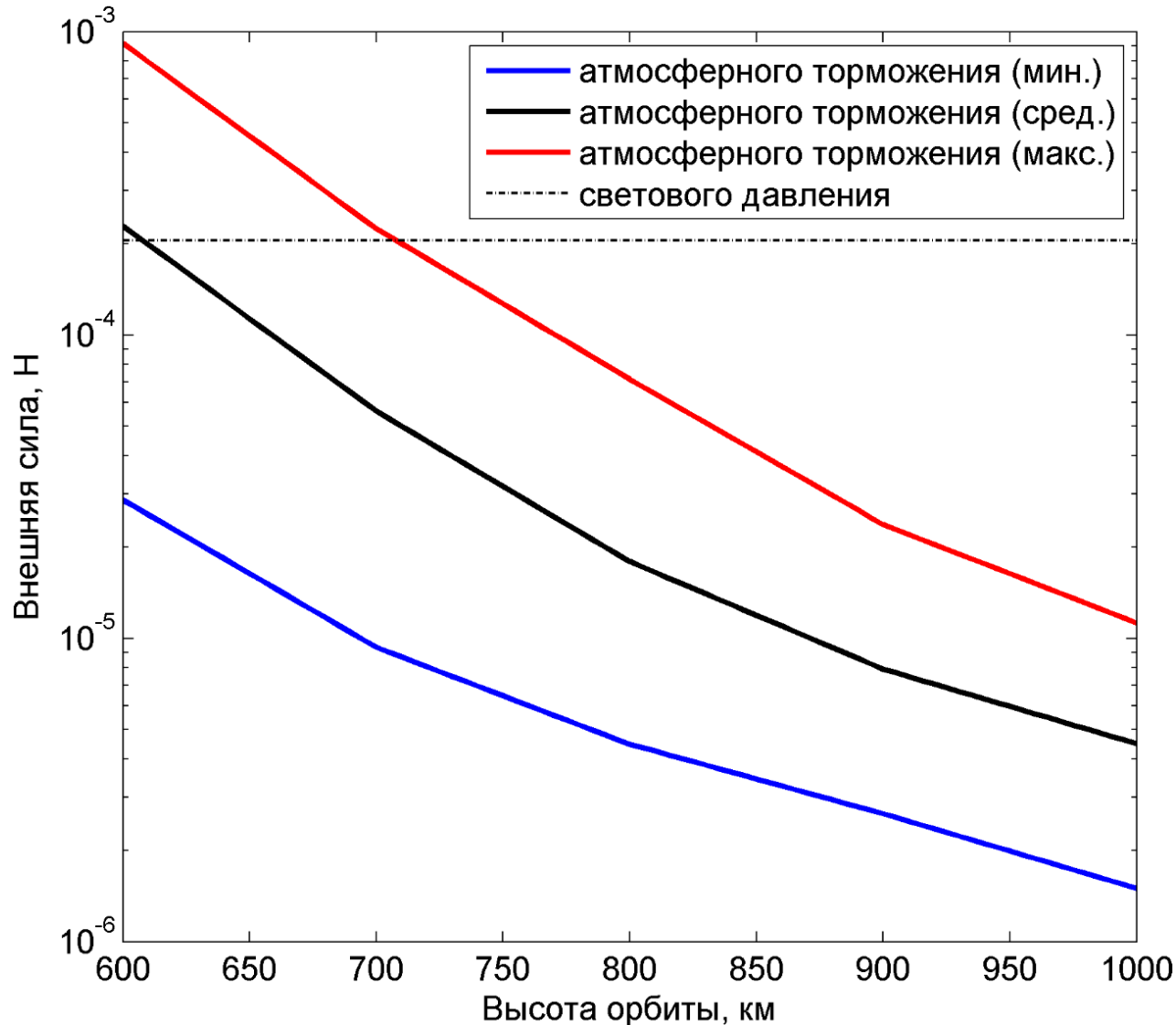
- Проблема увода малых спутников с низких орбит высотой 700-1200 км
- Солнечный парус как бестопливное средство передвижения в пространстве
- Угловое движение низкоорбитального малого КА с парусом
- Относительные равновесия малого КА с парусом на низкой круговой орбите, перпендикулярной вектору на Солнце
- Возникновение устойчивых квазипериодических вращений при введении в систему малого диссипативного момента
- Увод малых КА с парусом с солнечно-синхронных орбит

Увод отработавших КА с орбиты

		ТОПЛИВНЫЕ МЕХАНИЗМЫ		БЕСТОПЛИВНЫЕ МЕХАНИЗМЫ		
		Без ограничений на направление вектора тяги	С ограничением на направление вектора тяги	Атмосферный парус и другие аэростабильные конструкции	Солнечный парус и светоотражающий надувной баллон	Электродинамический трос и другие тросовые системы
НИЗКИЕ ОРБИТЫ	Околокруговые орбиты высотой не более 700 км				N/A	
	Околокруговые и эллиптические орбиты высотой от 700 км до 2000 км			N/A		
СРЕДНИЕ И ВЫСОКИЕ ОРБИТЫ (включая геостационарную)				N/A		N/A
(Квази)периодические орбиты вблизи точек либрации систем Солнце-Земля и Земля-Луна				N/A		N/A

Зеленым обозначены известные, многократно реализованные на практике технологии; красным – активно разрабатываемые в настоящее время методы и технологии; синим – заслуживающие тщательного изучения методы и постановки задач, которые, по всей видимости, станут актуальными в ближайшем будущем. N/A означает неприменимость механизма увода с данного типа орбит.

Солнце или атмосфера?



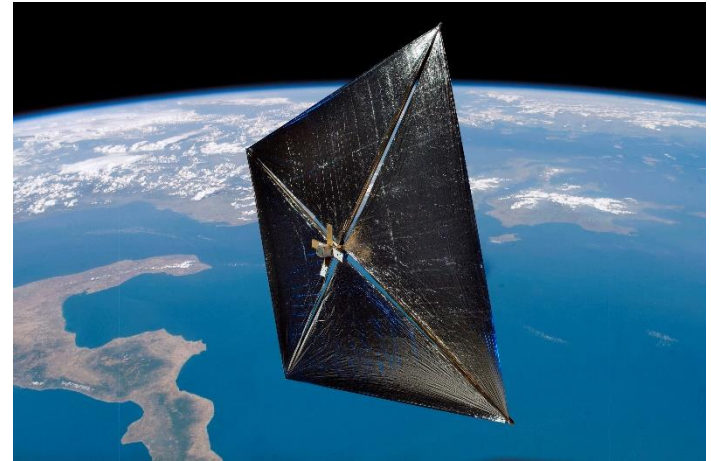
Приведены максимальные значения сил атмосферного торможения и светового давления для КА с парусом площадью 25 м^2

Коэффициент лобового сопротивления $C_D=2.2$

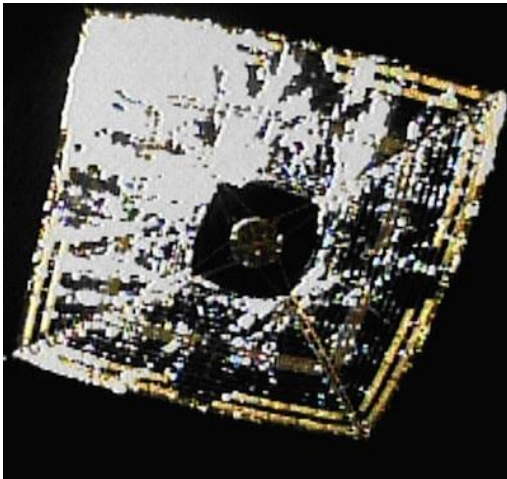
Солнечный парус: современное состояние технологии (1)

Реализованные миссии:

- **IKAROS** (2010) – полет к Венере
Масса КА 310 кг (в том числе 2 кг полотна паруса), площадь паруса 200 м²



Credit: NASA



Credit: JAXA

- **NanoSail-D2** (2011) – демонстрация возможностей увода
3U CubeSat массой 4 кг, площадь паруса 10 м², высота орбиты 640 км
Продолжительность увода 240 дней

Солнечный парус: современное состояние технологии (2)

- **Gossamer-1** (первая половина 2015 г.) – отработка парусной технологии
Масса КА 20 кг, площадь паруса 25 м², высота орбиты 320 км
- **CubeSail** (первая половина 2015 г.) – демонстрация возможностей паруса по уводу с орбиты и маневрированию
3U CubeSat массой 3 кг, масса паруса и механизма развертывания 1.4 кг, площадь паруса 25 м², высота орбиты 700 км
- **LightSail** (2016 г.) – демонстрация возможностей паруса по уводу с орбиты и маневрированию
3U CubeSat массой 4.6 кг, масса паруса и механизма развертывания 2.8 кг, площадь паруса 32 м², высота орбиты 720 км
- **Sunjammer** (проект прекращен ввиду расторжения контракта со стороны НАСА, запуск возможен не ранее 2018 г.) – полет к точке L1 Солнце-Земля
Масса КА 178 кг, масса паруса и механизма развертывания 50 кг, площадь паруса 1428 м²

Динамика углового движения КА с солнечным парусом

- Kumar, Modi, Pande (1972, 1973): периодические движения оси симметрии закрученного КА под действием гравитационного момента и момента сил светового давления
- Белецкий, Старостин (1989, 1991): плоские колебания гравитационно стабилизированного КА под действием момента сил светового давления
- Сидоренко (1994): солнечно-гравитационная ориентация спутников на солнечно-синхронных орбитах
- Лихачев, Сазонов, Ульяшин (2001, 2002): режим одноосной солнечной ориентации низкоорбитального спутника с солнечным парусом
- Wie (2004): управляемое угловое движение КА с солнечным парусом
- Lawrence, Whorton (2009): положения относительного равновесия паруса на круговой орбите, перпендикулярной направлению на Солнце

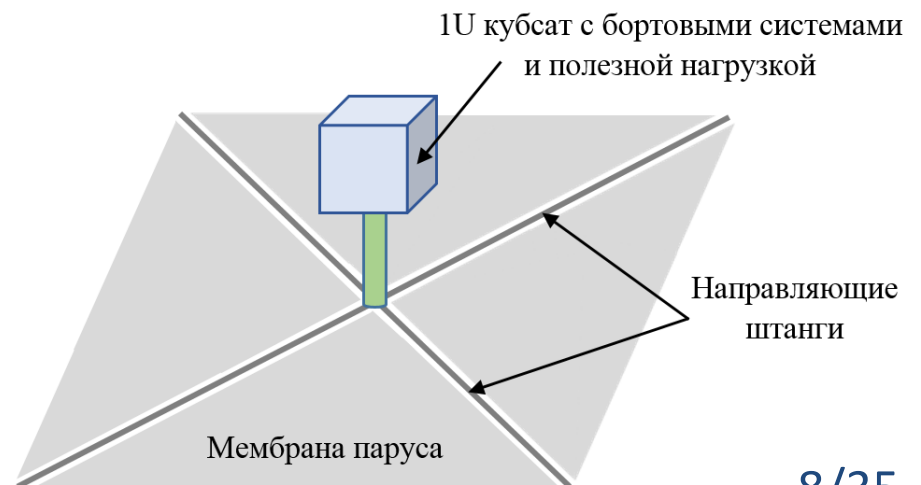
Динамическая модель КА с парусом

- 3U CubeSat, две трети объема которого приходится на парус и механизм разворачивания
- Центр масс КА лежит на оси паруса и смещен относительно центра давления, совпадающего с центром паруса
- Эллипсоид инерции КА с парусом – эллипсоид вращения, симметричный относительно оси паруса

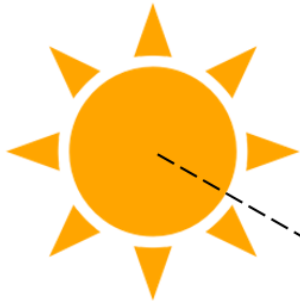
$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1.959 & 0 & 0 \\ 0 & 1.959 & 0 \\ 0 & 0 & 3.845 \end{pmatrix} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$d = 13 \text{ см} \quad m_{\Sigma} = 3 \text{ кг} \quad A = 25 \text{ м}^2$$

$$r_s = 0.83 \quad r_d = 0.05 \quad a = 0.12$$



Сила и момент светового давления

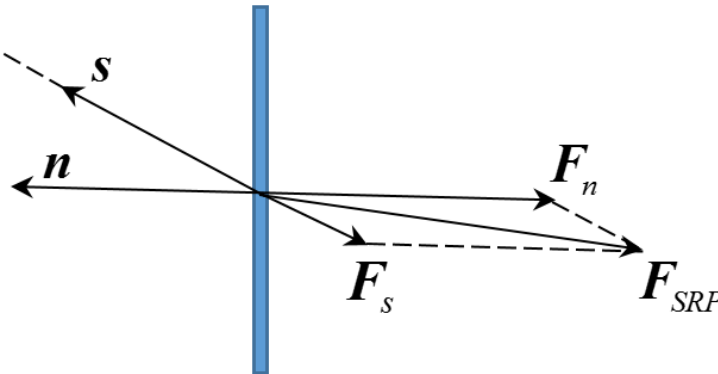


Будем считать стороны паруса идентичными

$$r_s = 0.83 \quad r_d = 0.05 \quad a = 0.12$$

$$\varepsilon_f = \varepsilon_b \quad \chi_f = \chi_b = 2/3$$

$$\gamma = \frac{\chi_f \varepsilon_f - \chi_b \varepsilon_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b} = 0$$

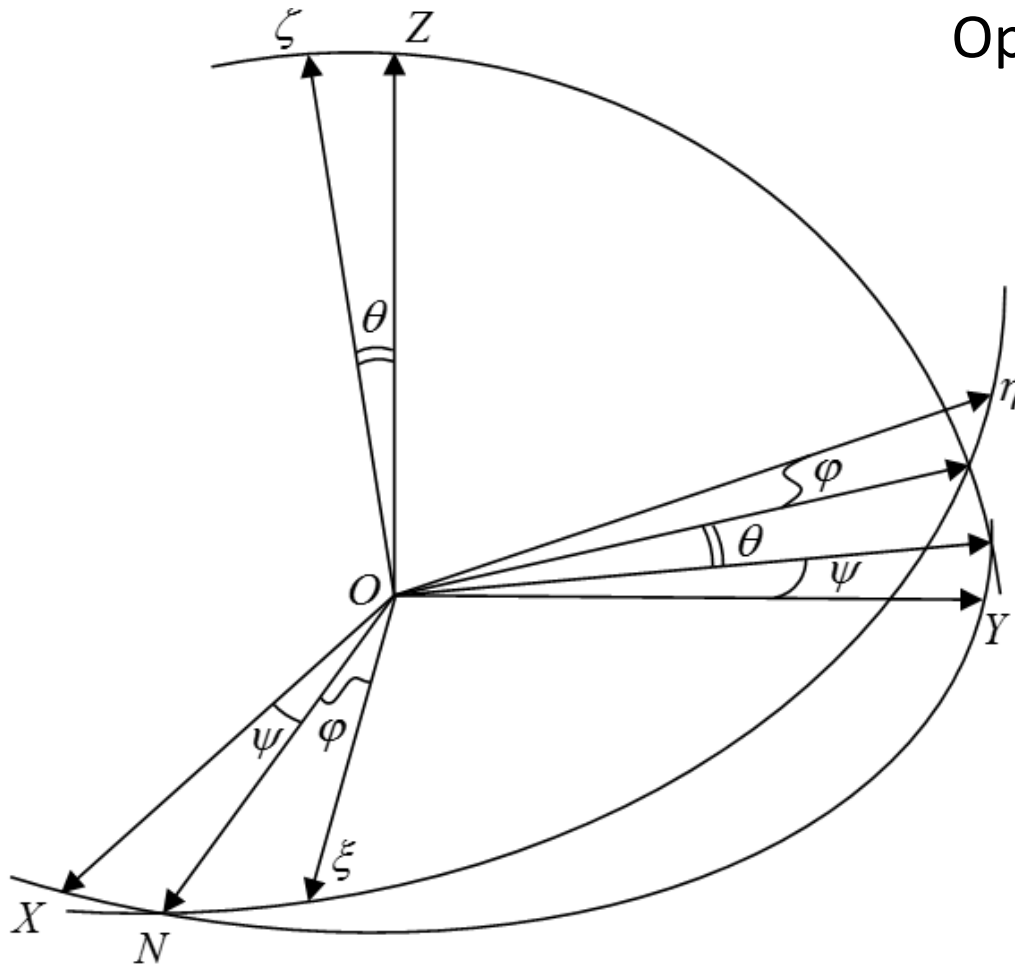


$$\mathbf{F}_{SRP} = -PA|\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}| \left[\left(2r_s |\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}| + \chi_f r_d + \gamma a \right) \mathbf{n} + (r_d + a) \mathbf{s} \right]$$

$P = 4.56 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}^2$ – давление излучения на 1 а.е. от Солнца

$$\mathbf{T}_{SRP} = -d \cdot \mathbf{n} \times \mathbf{F}_{SRP} = -(1 - r_s) PA d |\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}| \mathbf{s} \times \mathbf{n}$$

Системы координат и углы Эйлера

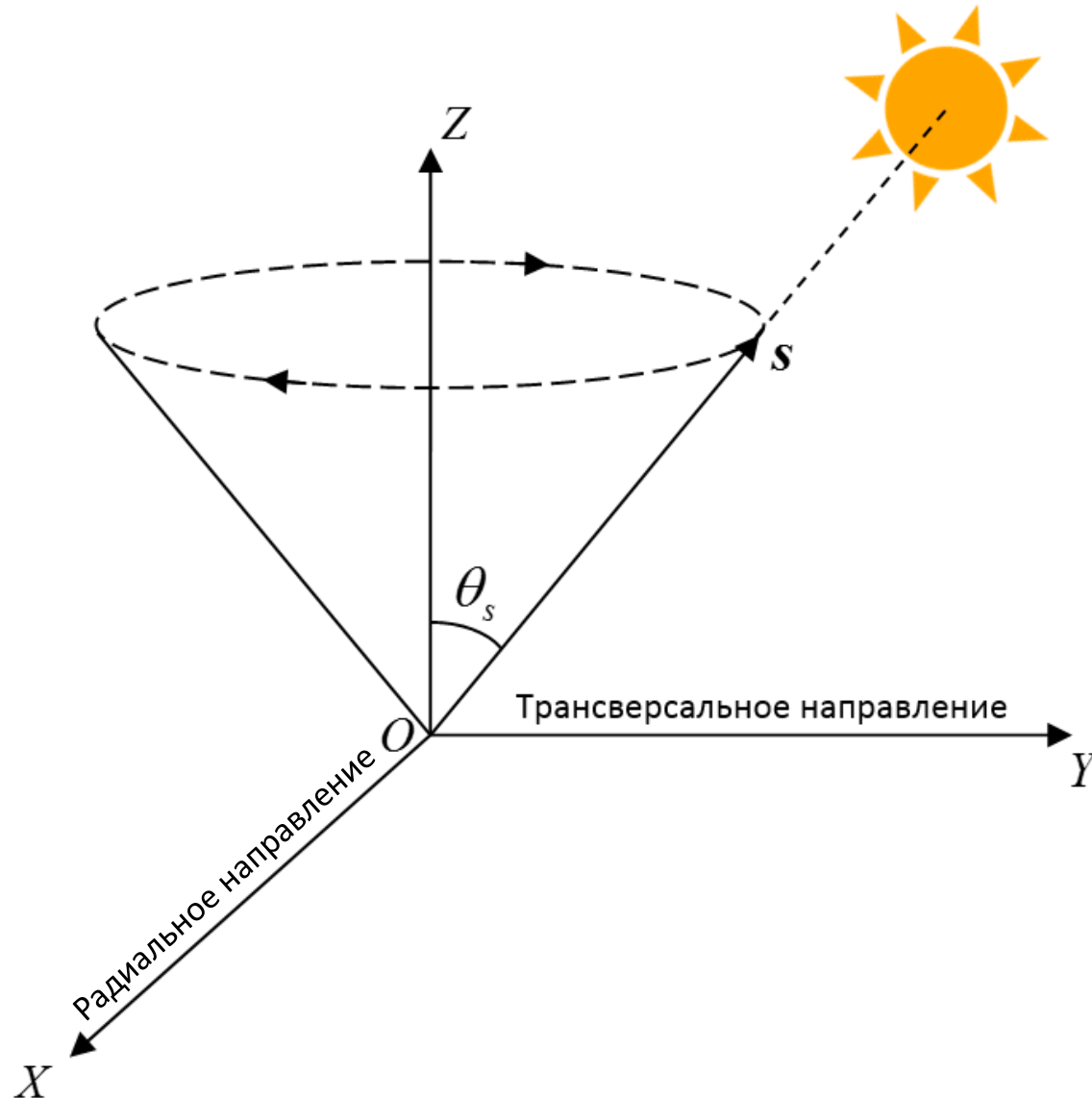


Ориентация нормали паруса – оси $O\xi$ связанной СК – задается в орбитальной СК углами Эйлера ψ и θ

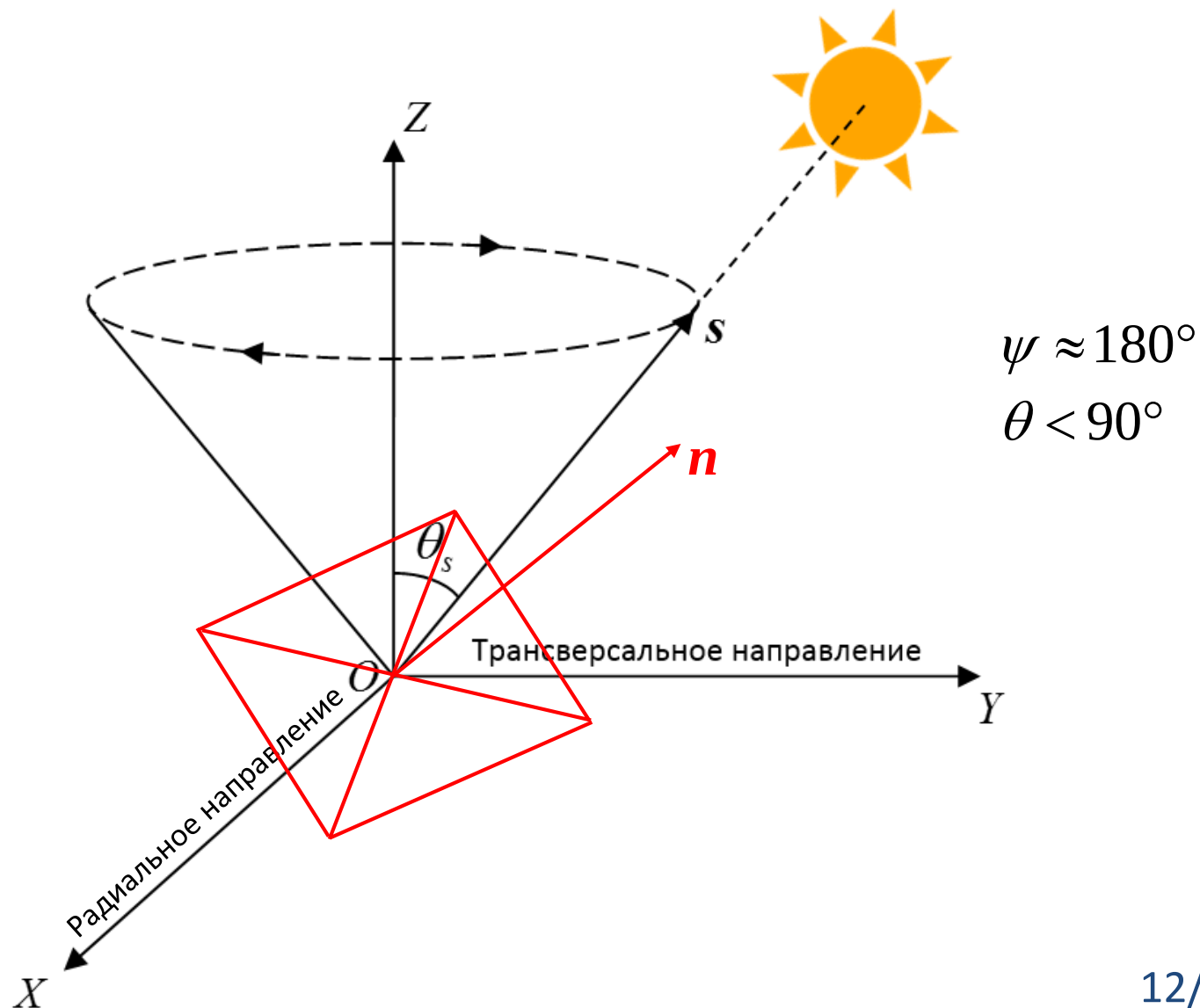
$$\mathbf{e}_{\xi} = \begin{pmatrix} \sin \psi \sin \theta \\ -\cos \psi \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix}$$

Ввиду осесимметричности КА с парусом угол ϕ будет циклической переменной

Видимое движение Солнца в ОСК



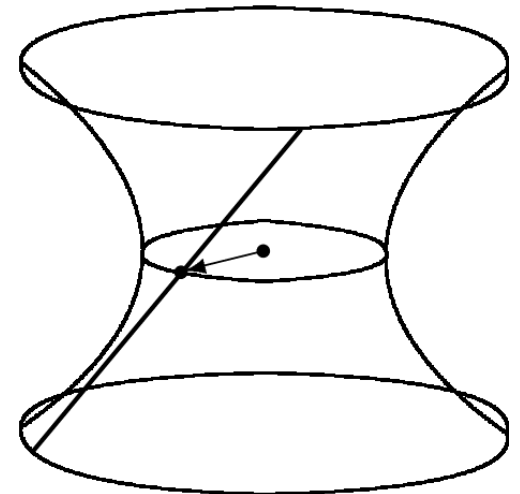
Желаемая ориентация паруса в ОСК



Гиперболоидальная прецессия

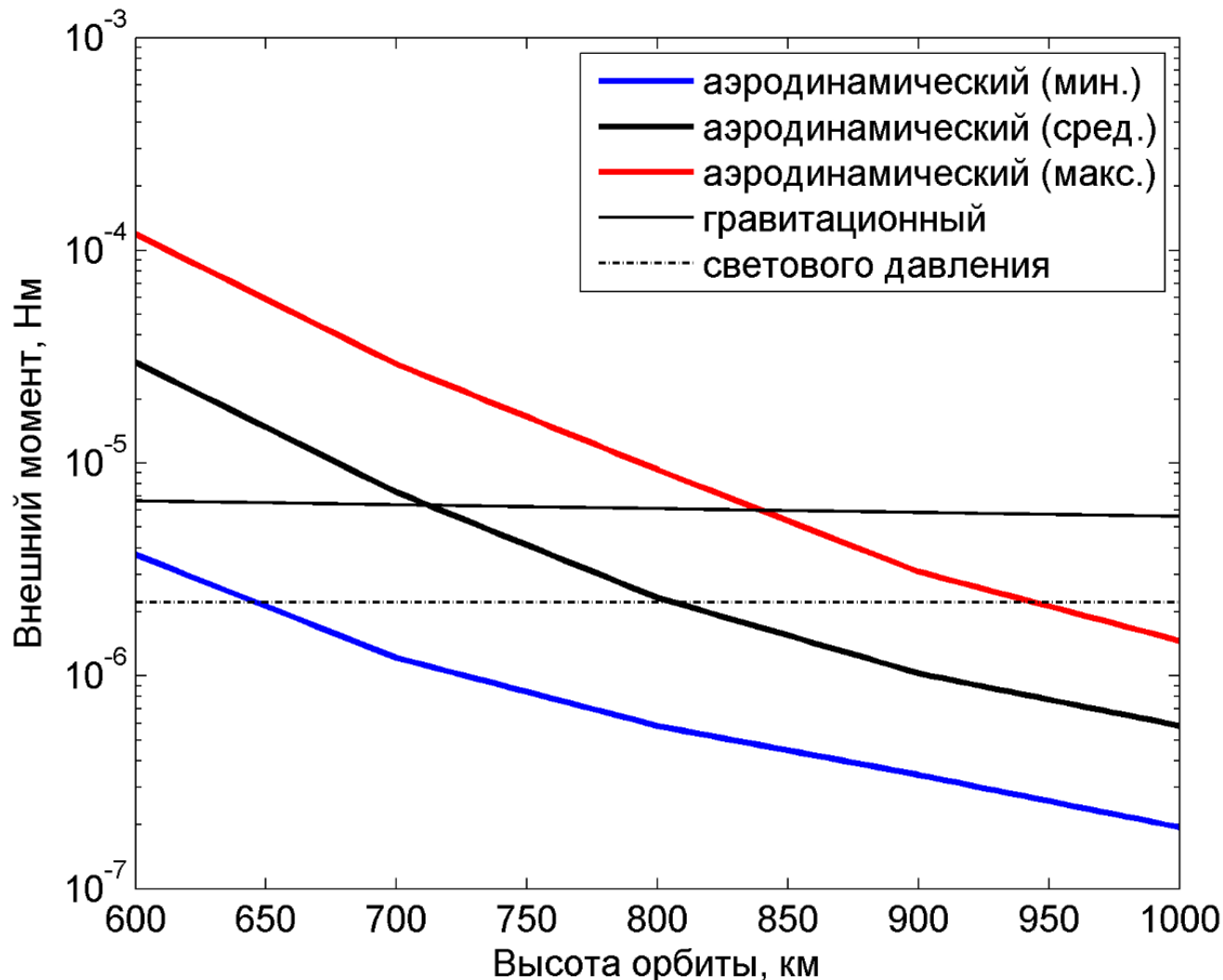
Желаемая ориентация нормали паруса в орбитальной СК напоминает широко известную *гиперболоидальную прецессию* осесимметричного тела под действием гравитационного момента:

- Нормаль ортогональна радиус-вектору и составляет острый угол с трансверсалью
- В орбитальном движении нормаль паруса, неподвижная в орбитальной СК, формирует в инерциальной СК однополостный гиперболоид



Гиперболоидальная прецессия обладает устойчивостью для сплюснутого тела, слабо закрученного (или вообще не закрученного) вокруг оси симметрии, но лишь в отсутствие сильных возмущающих моментов

Величины внешних моментов



На графике приведены максимальные значения трех основных моментов для 3U кубсата с парусом площадью 25 м^2

Коэффициент лобового сопротивления $C_D=2.2$

Сдвиг центра давления от центра масс $d=13 \text{ см}$

Доля света, отражаемого зеркально, равна $r_s=0.83$

Разность продольного (осевого) и поперечного моментов инерции

$$I_n - I_t = 1.886 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Уравнения углового движения КА

$$(\ddot{\psi} + \dot{\omega}_0) \sin^2 \theta + \dot{\theta} \sin \theta (2(\dot{\psi} + \omega_0) \cos \theta - \kappa \omega_\zeta) = \frac{1}{I_t} \frac{\partial U}{\partial \psi}$$

$$\ddot{\theta} - (\dot{\psi} + \omega_0) \sin \theta ((\dot{\psi} + \omega_0) \cos \theta - \kappa \omega_\zeta) = \frac{1}{I_t} \frac{\partial U}{\partial \theta}$$

$$\kappa = \frac{I_n}{I_t} - \text{отношение осевого и поперечного моментов инерции}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\mu/p^3} (1 + e_x \cos u + e_y \sin u) - \text{скорость вращения ОСК}$$

$$\dot{\omega}_0 \approx 2\omega_0^2 (1 + e_x \cos u + e_y \sin u)^{-1} (e_y \cos u - e_x \sin u)$$

$$\omega_\zeta - \text{скорость закрутки КА с парусом вокруг нормали паруса}$$

$$U = U_g + U_a + U_s - \text{суммарный потенциал внешних моментов}$$

Потенциалы внешних моментов

$$U_g(\psi, \theta) = -\frac{\tau_g}{2}(\mathbf{e}_X \cdot \mathbf{n})^2 = -\frac{\tau_g}{2} \sin^2 \psi \sin^2 \theta, \quad \tau_g = 3\omega_0^2 (I_n - I_t)$$

$$U_a(\psi, \theta) = \frac{\tau_a}{2} |\mathbf{e}_Y \cdot \mathbf{n}| \mathbf{e}_Y \cdot \mathbf{n} = -\frac{\tau_a}{2} |\cos \psi| \cos \psi \sin^2 \theta, \quad \tau_a = \frac{\rho v_{omh}^2}{2} C_D Ad$$

$$U_s(\psi, \theta, \omega_0 t) = \frac{\tau_s}{2} |\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}| \mathbf{s} \cdot \mathbf{n} = \frac{\tau_s}{2} |\cos \theta \cos \theta_s + \sin \theta \sin \theta_s \cos(\psi - \psi_s)| \times \\ \times (\cos \theta \cos \theta_s + \sin \theta \sin \theta_s \cos(\psi - \psi_s)), \quad \psi_s = \psi_{s0} - \omega_0 t, \quad \tau_s = (1 - r_s) PAd$$

$$\frac{\partial U_g}{\partial \psi} = -\tau_g \sin \psi \cos \psi \sin^2 \theta, \quad \frac{\partial U_g}{\partial \theta} = -\tau_g \sin^2 \psi \sin \theta \cos \theta$$

$$\frac{\partial U_a}{\partial \psi} = \tau_a |\cos \psi| \sin \psi \sin^2 \theta, \quad \frac{\partial U_a}{\partial \theta} = -\tau_a |\cos \psi| \cos \psi \sin \theta \cos \theta$$

$$\frac{\partial U_s}{\partial \psi} = -\tau_s |\cos \theta \cos \theta_s + \sin \theta \sin \theta_s \cos(\psi - \psi_s)| \sin \theta \sin \theta_s \sin(\psi - \psi_s)$$

$$\frac{\partial U_s}{\partial \theta} = -\tau_s |\cos \theta \cos \theta_s + \sin \theta \sin \theta_s \cos(\psi - \psi_s)| (\sin \theta \cos \theta_s - \cos \theta \sin \theta_s \cos(\psi - \psi_s))$$

Относительные равновесия паруса (стационарные вращения в ОСК)

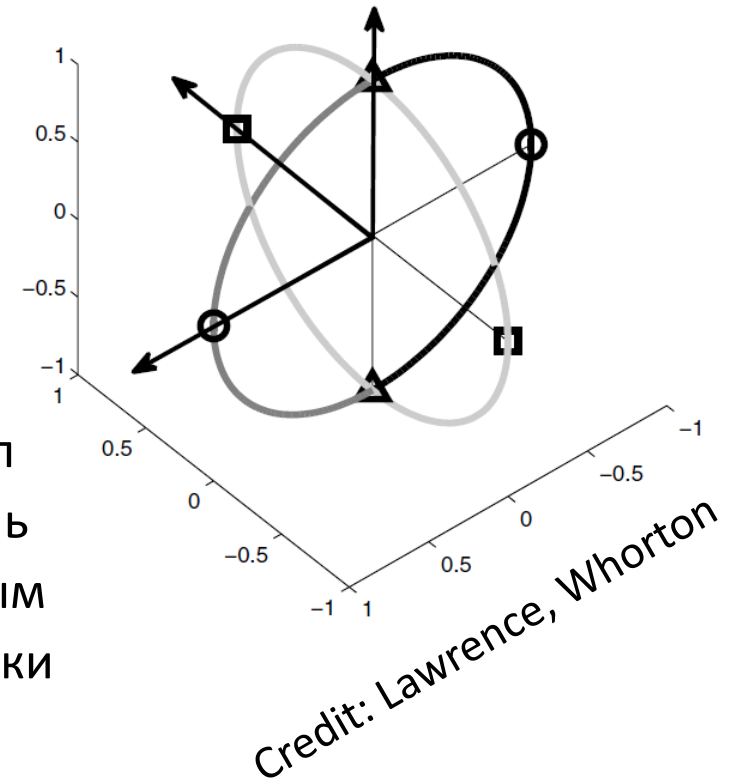
D. Lawrence, M. Whorton (2009):

Если Солнце светит по нормали к плоскости круговой орбиты, имеются несколько типов положений относительного равновесия КА с парусом, когда его ориентация неизменна в орбитальной СК

Интересный с точки зрения увода с орбиты тип относительных равновесий, в котором нормаль паруса образует острый угол с трансверсальным направлением, возникает при скорости закрутки паруса

$$\omega_\zeta = \frac{\cos \theta_{eq}}{I_n \omega_0} \left(I_t \omega_0^2 + \tau_a - \tau_s \operatorname{sgn}(\cos \theta_{eq}) \right)$$

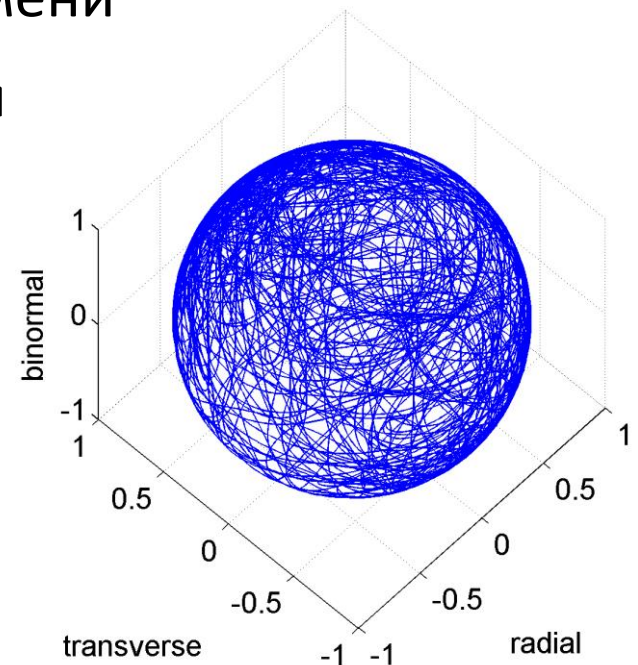
$\psi = \pi$, $\theta = \theta_{eq}$ – нужное положение равновесия



Хаотичные вращения паруса

Реальное неуправляемое вращение паруса будет хаотичным в силу следующих факторов:

- Направление на Солнце ортогонально плоскости орбиты КА разве что в отдельные моменты времени
- Почти для всех низких орбит имеется участок, попадающий в тень Земли, причем для многих орбит теневой участок составляет практически половину витка
- Орбита КА не совсем круговая и эволюционирует со временем



Стабилизация вращений введением диссипативного момента

Попробуем ввести в уравнения диссипативный момент:

$$(\ddot{\psi} + \dot{\omega}_0) \sin^2 \theta + \dot{\theta} \sin \theta (2(\dot{\psi} + \omega_0) \cos \theta - \kappa \omega_\zeta) = \frac{1}{I_t} \frac{\partial U}{\partial \psi} - k_\psi \dot{\psi}$$

$$\ddot{\theta} - (\dot{\psi} + \omega_0) \sin \theta ((\dot{\psi} + \omega_0) \cos \theta - \kappa \omega_\zeta) = \frac{1}{I_t} \frac{\partial U}{\partial \theta} - k_\theta \dot{\theta}$$

Регулярность или хаотичность движения будем оценивать на основе анализа максимальной ляпуновской экспоненты

$$\lambda_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{\mathbf{w} \rightarrow 0} \frac{1}{t} \ln \frac{\|\mathbf{w}(t)\|}{\|\mathbf{w}(t_0)\|} \quad \mathbf{w}(t) - \text{вектор разности двух близких траекторий}$$

а точнее, ее конечновременного аналога (FTLE)

$$\Lambda_1(T) = \frac{1}{T} \ln \frac{\|\mathbf{w}(t_0 + T)\|}{\|\mathbf{w}(t_0)\|} \simeq \lambda_1 + \frac{b + z(T)}{T} \rightarrow \lambda_1, \quad T \rightarrow \infty$$

$z(T)$ – белый шум
 $b = \text{const}$

Численное исследование вращений паруса при наличии диссипации

Исследуем режим вращения КА с парусом при наличии малого диссипативного момента численным интегрированием полной системы уравнений орбитального и углового движения:

- Из внешних сил учтем силу давления солнечного излучения, сжатие Земли (вторую зональную гармонику геопотенциала) и атмосферное сопротивление
- Модель тени – цилиндрическая
- Базовая модель атмосферы – COSPAR International Reference Atmosphere (CIRA 72). Средняя плотность на ночном участке орбиты полагается вдвое меньшей, чем на дневном
- В начальный момент времени ориентация нормали паруса в ОСК соответствует случаю гиперболоидальной прецессии

Солнечно-синхронные орбиты

Освещенность солнечно-синхронных орбит (ССО) практически не меняется со временем

Ввиду симметрии уравнений углового движения достаточно рассмотреть несколько ССО со значениями местного времени восходящего узла (LTAN) от 12^h (Солнце лежит в плоскости орбиты) до 18^h (Солнце светит почти что ортогонально плоскости орбиты)

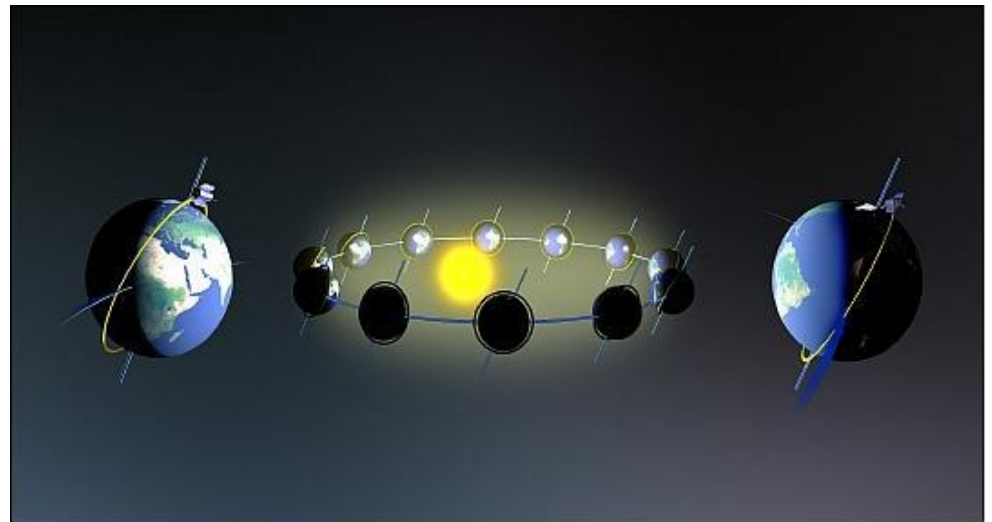
Возьмем такие ССО с высотой орбиты 900 км и наклонением 99° :

LTAN= 12^h («полдень-полночь»)

LTAN= 14^h

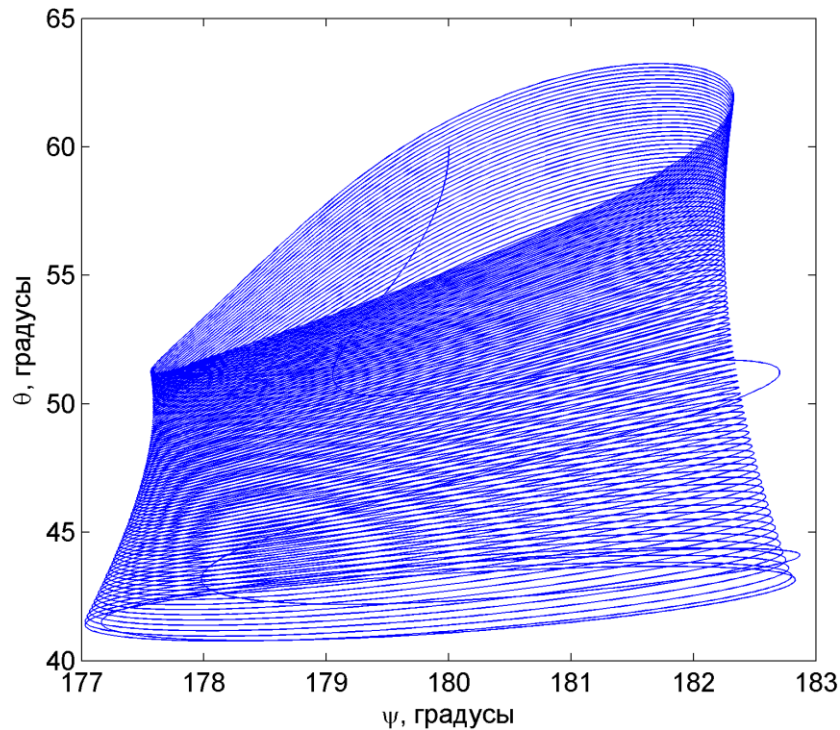
LTAN= 16^h

LTAN= 18^h («заход-восход»)

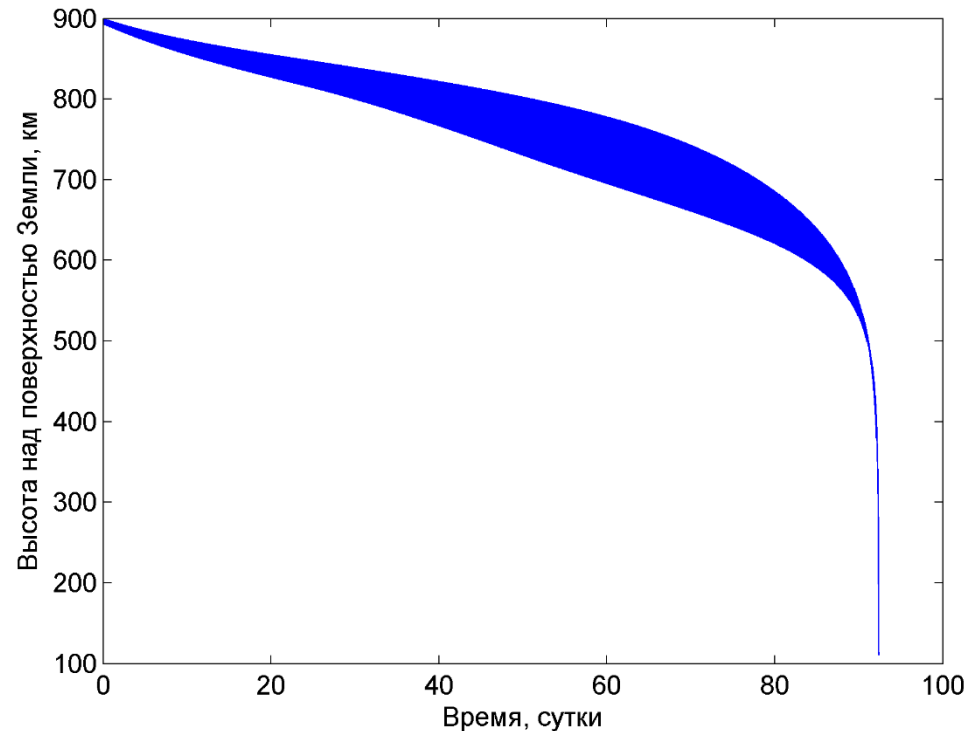


Credit: ESA

Увод с ССО LTAN 18^h при среднем уровне солнечной активности

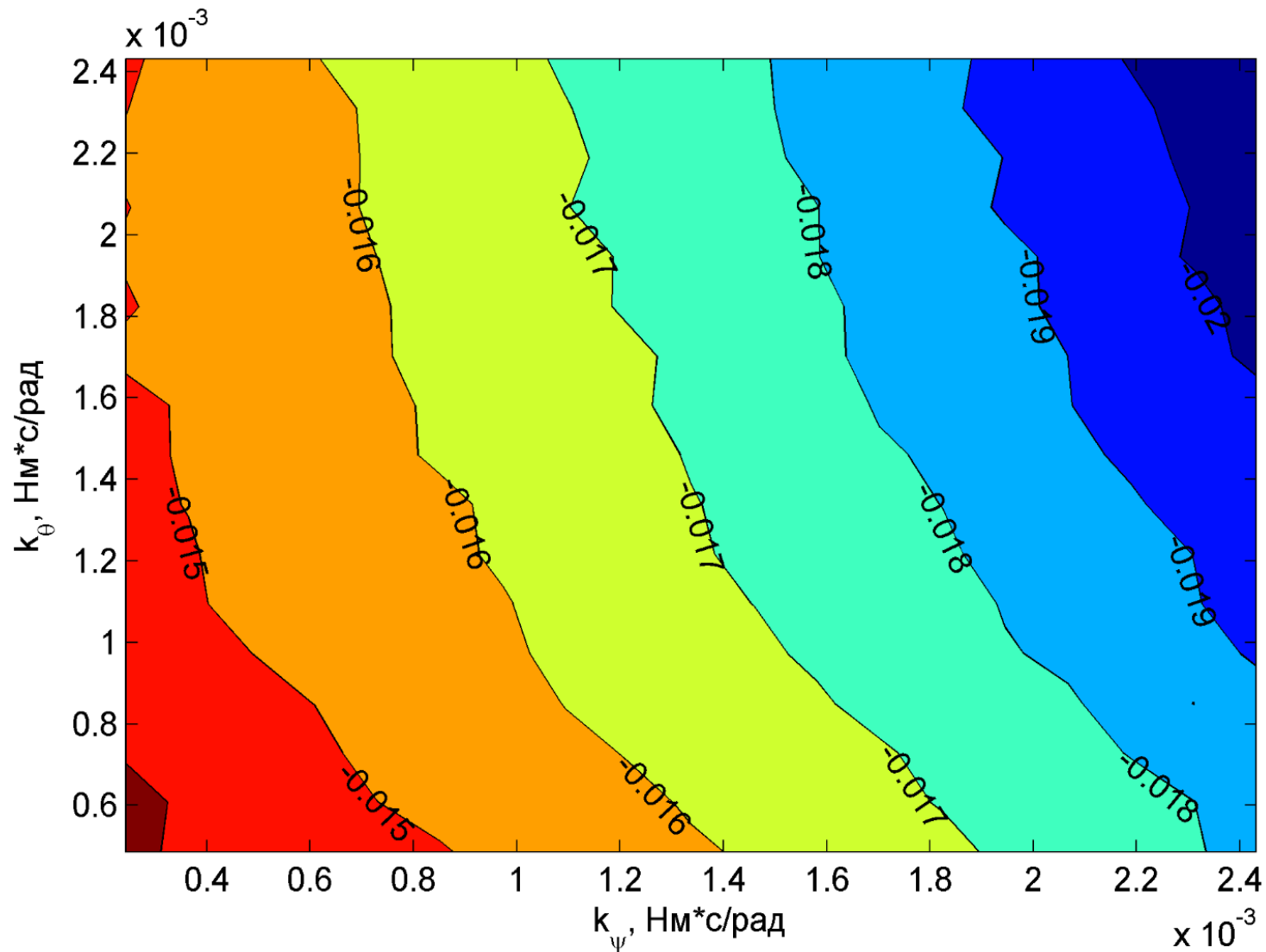


Недельная эволюция

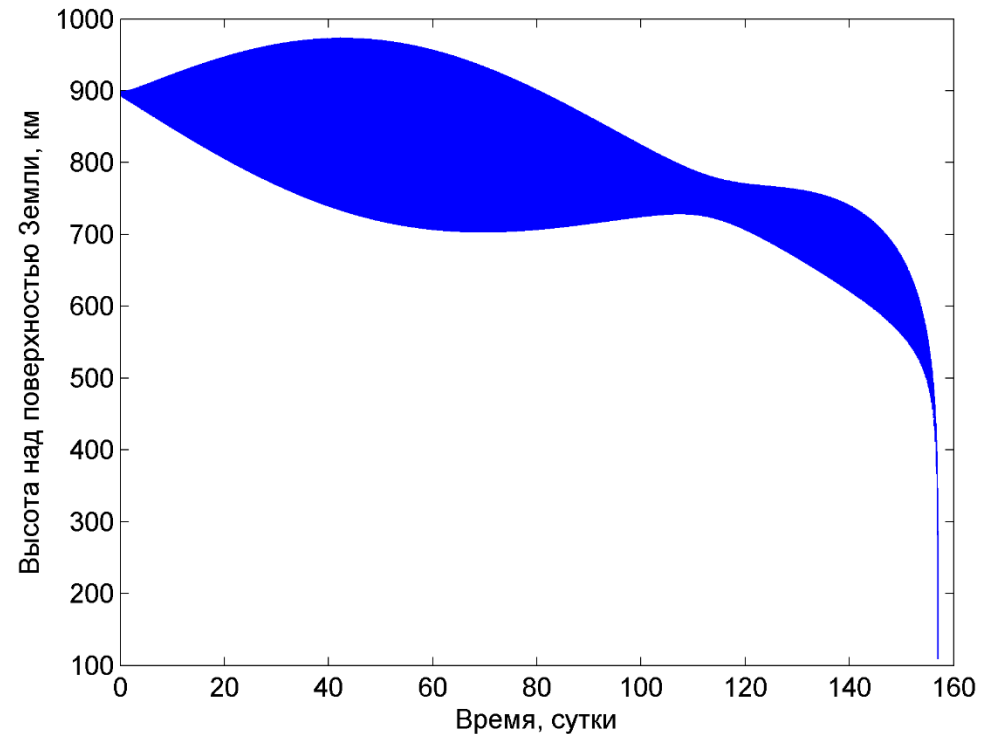
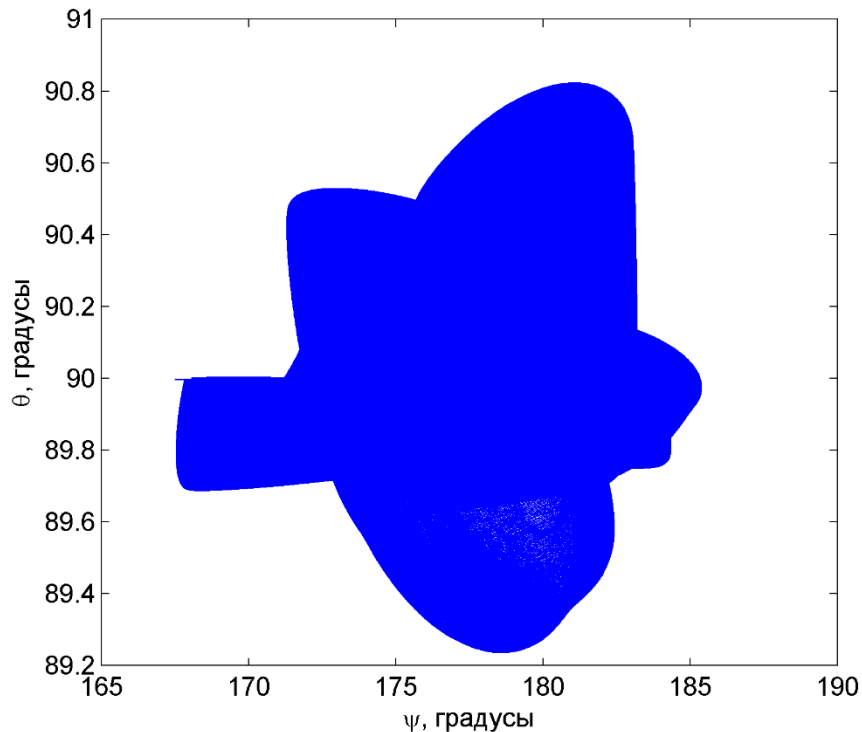


$$k_{\psi} = k_{\theta} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Нм} \cdot \text{с/рад}$$

Карта FTLE для ССО LTAN=12^h (3 сут.)

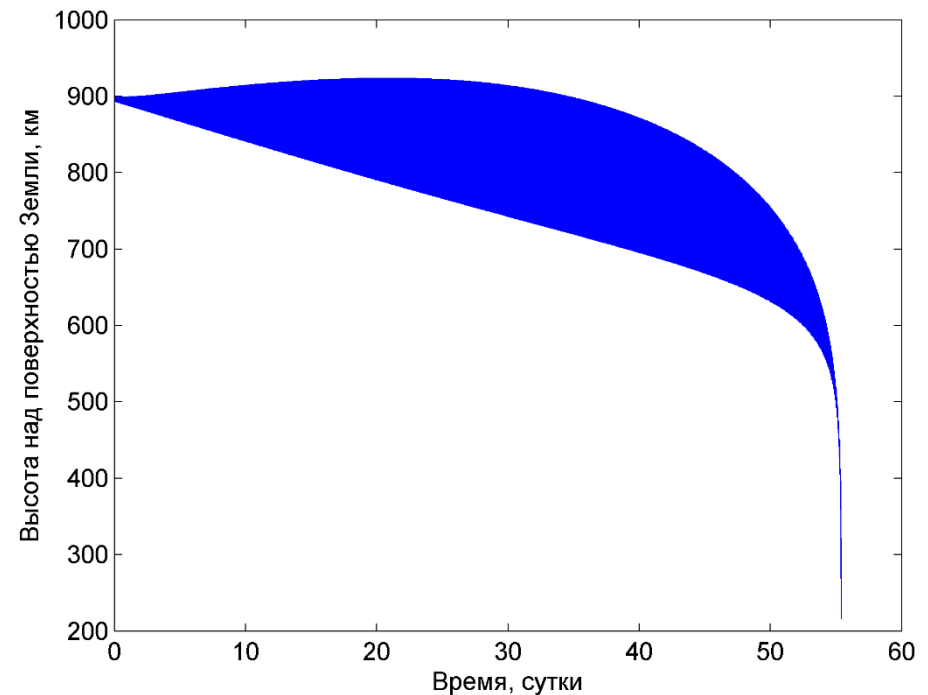
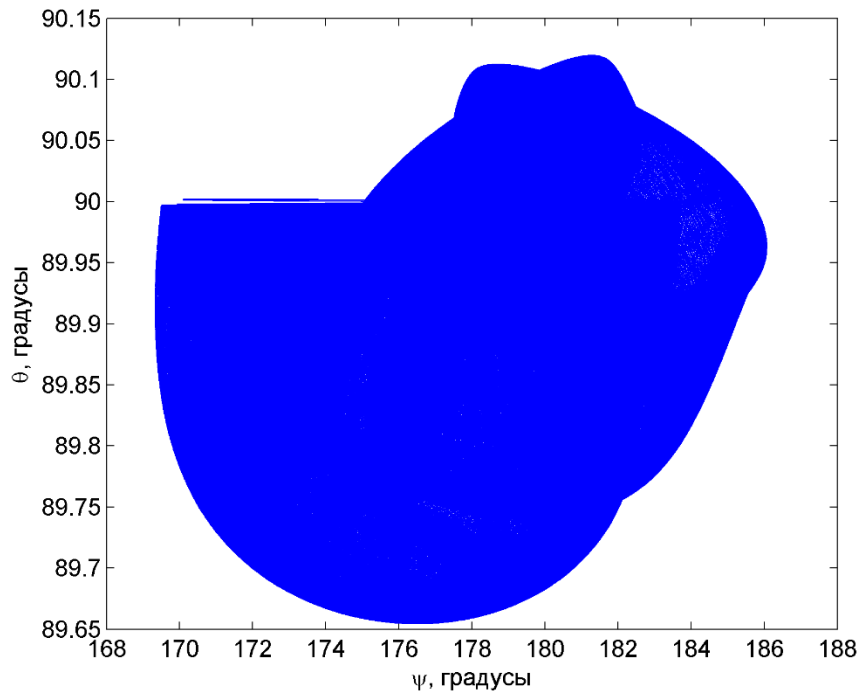


Увод с ССО LTAN 12^h при среднем уровне солнечной активности



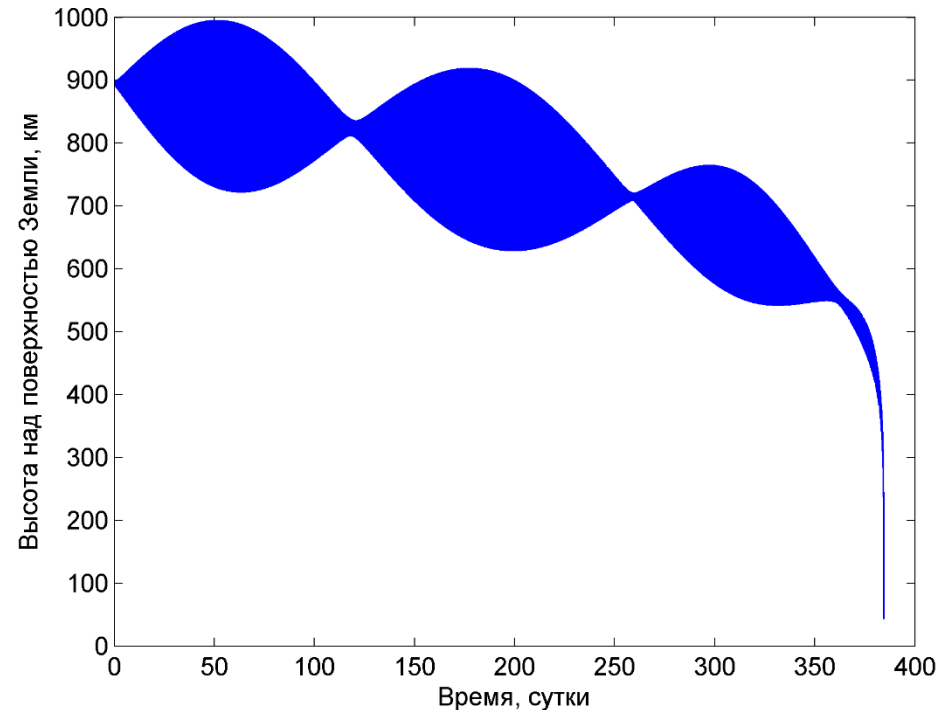
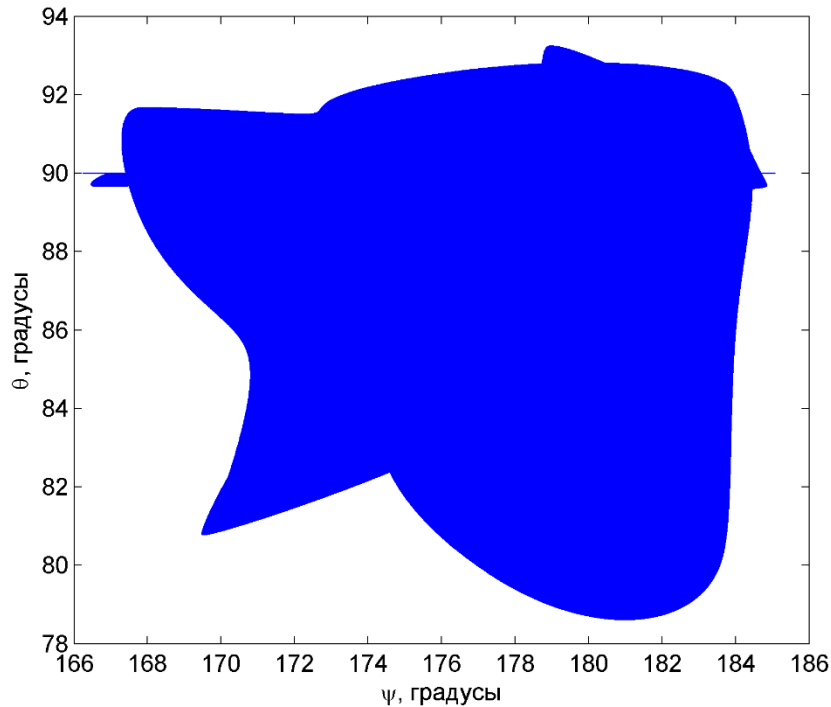
$$k_{\psi} = k_{\theta} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Нм} \cdot \text{с/рад}$$

Увод с ССО LTAN 12^h при высоком уровне солнечной активности



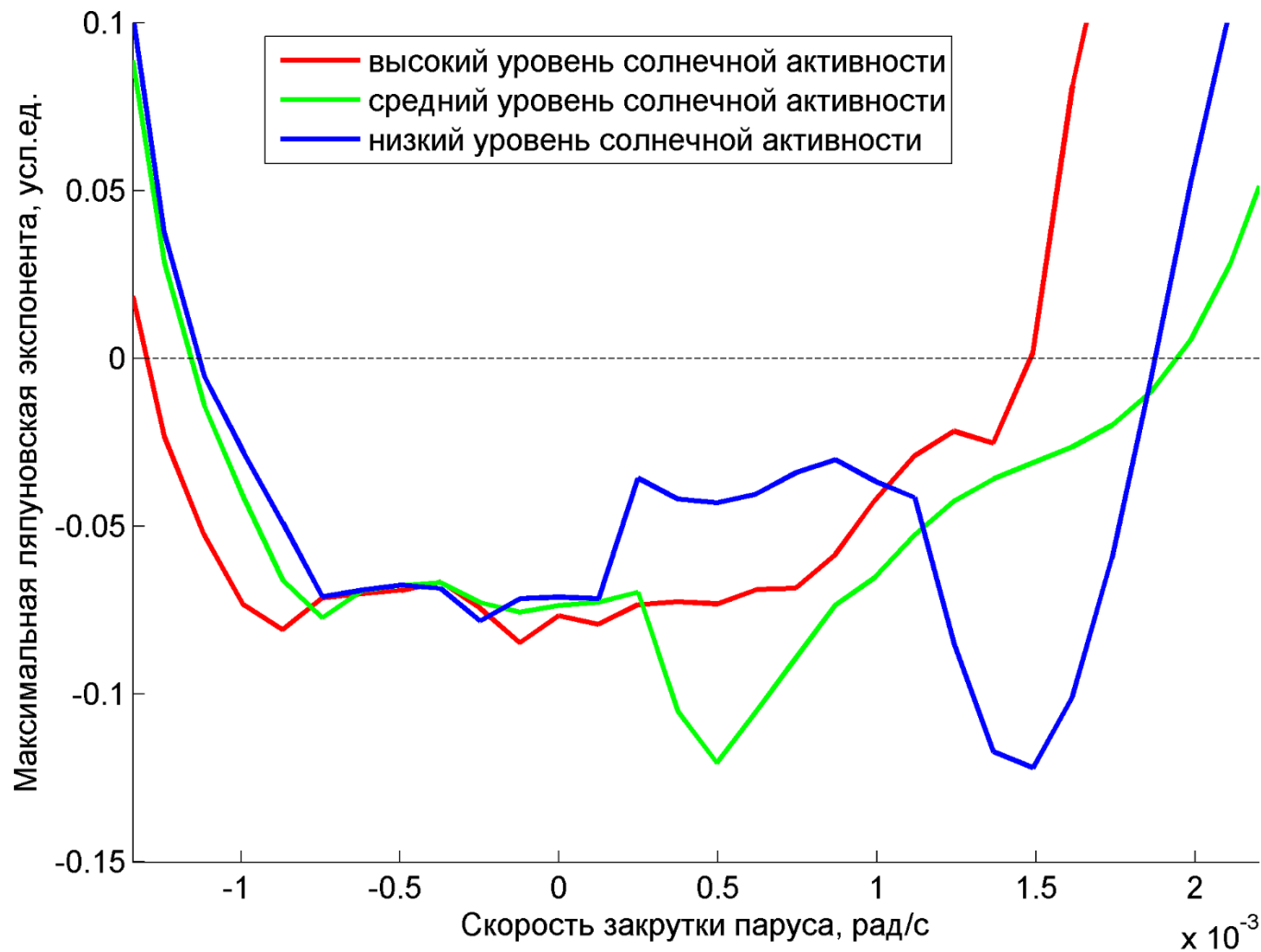
$$k_{\psi} = k_{\theta} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Нм} \cdot \text{с/рад}$$

Увод с ССО LTAN 12^h при низком уровне солнечной активности

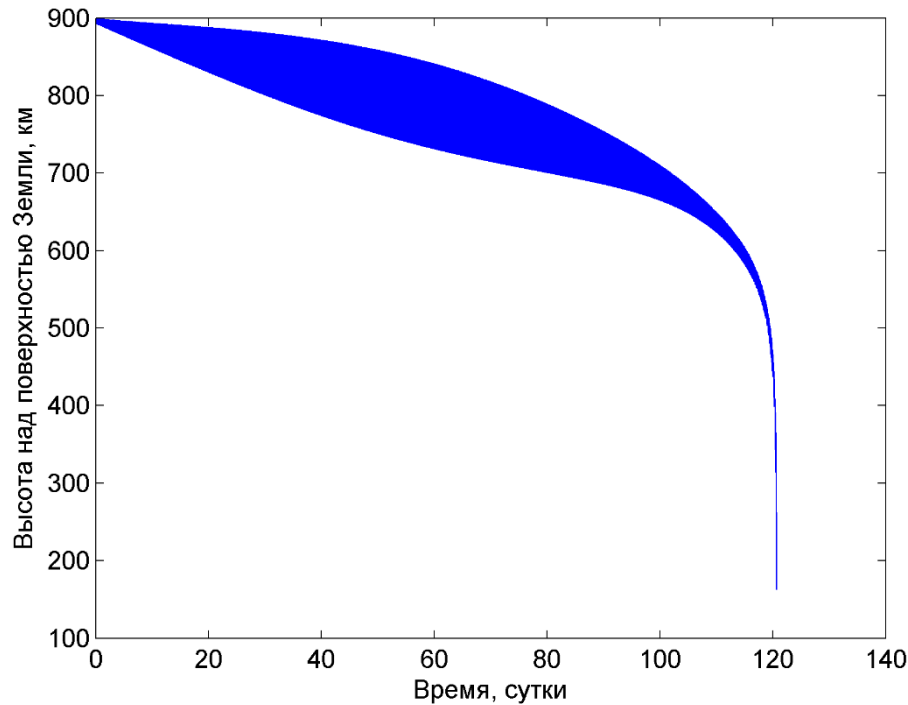


$$k_{\psi} = k_{\theta} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Нм} \cdot \text{с/рад}$$

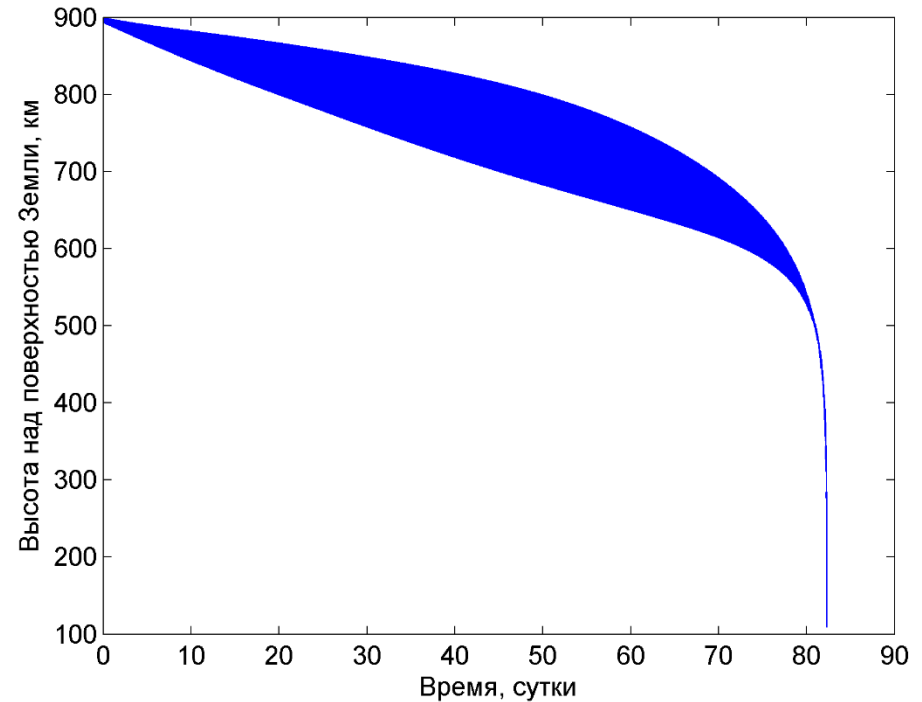
Зависимость динамики вращения КА от скорости закрутки паруса



Увод с ССО LTAN 16^h при среднем уровне солнечной активности



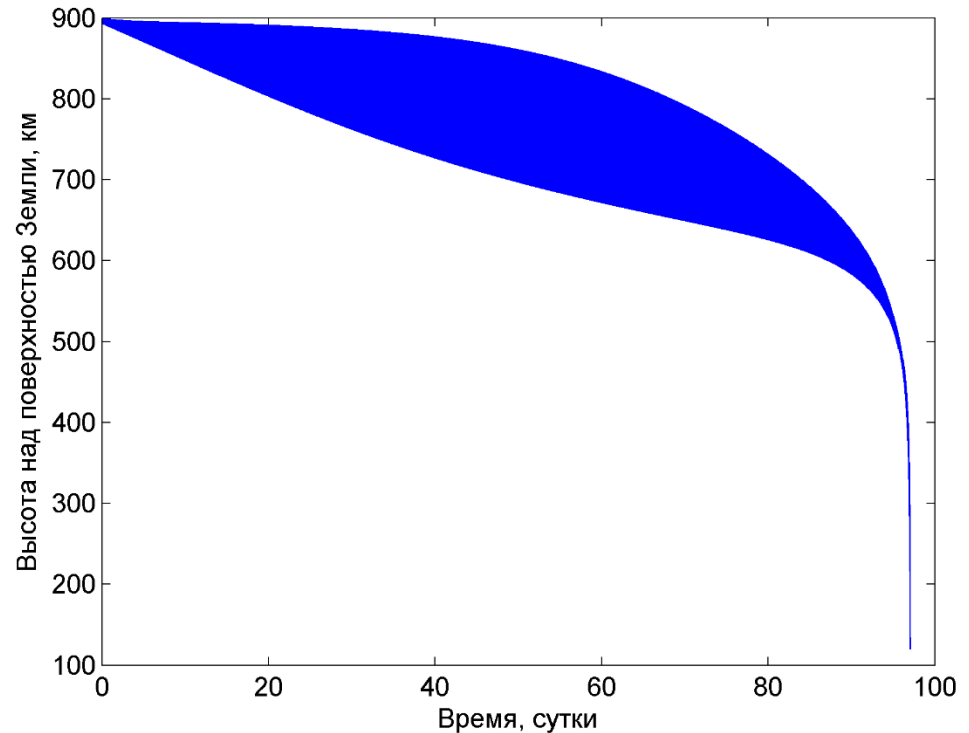
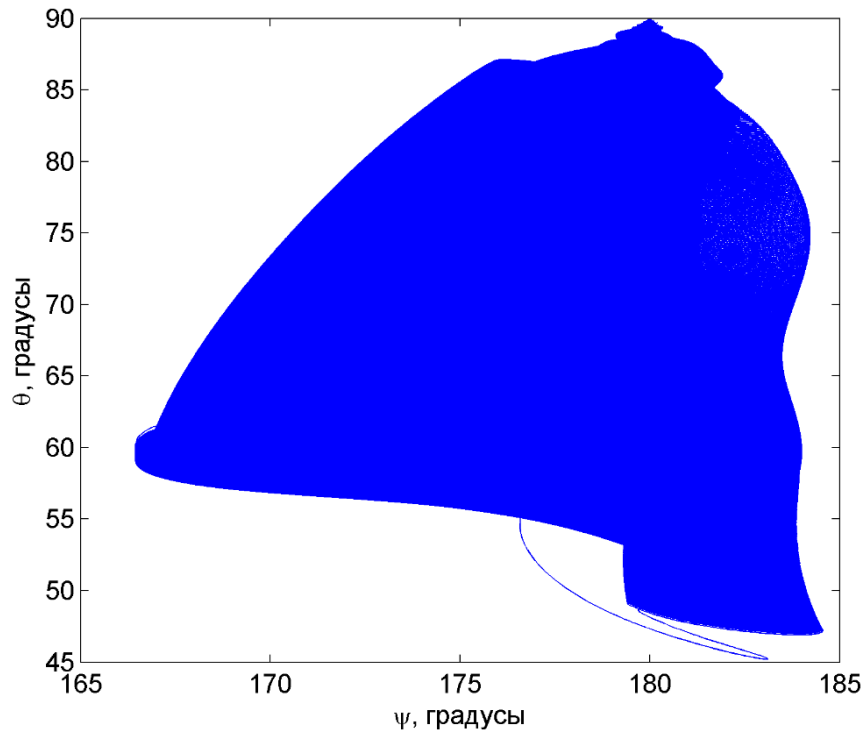
$$\omega_\zeta = 0 \text{ рад/с}$$



$$\omega_\zeta = 2.2 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}$$

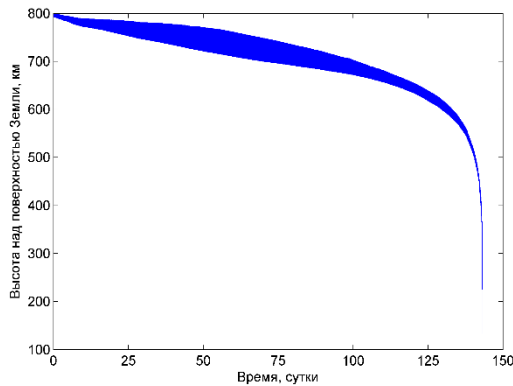
$$k_\psi = k_\theta = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Нм} \cdot \text{с/рад}$$

Увод с ССО LTAN 14^h при среднем уровне солнечной активности

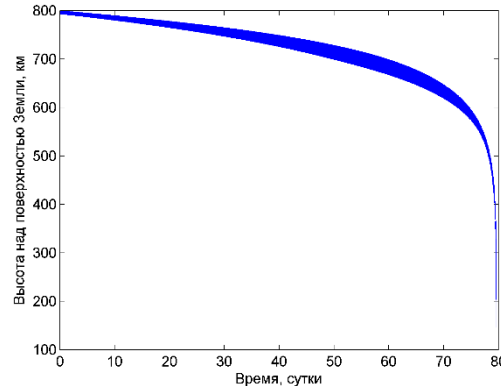


$$k_{\psi} = k_{\theta} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Нм} \cdot \text{с/рад} \quad \omega_{\zeta} = 3.3 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}$$

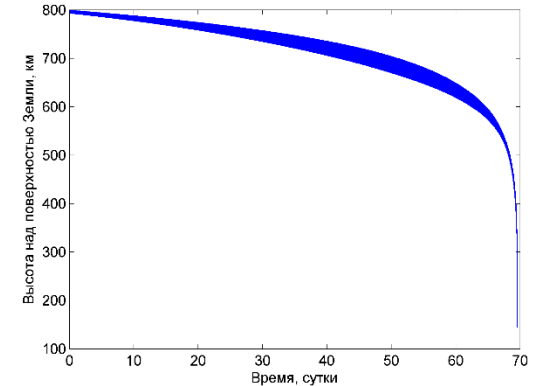
Эффективность предложенного механизма увода в сравнении с другими режимами



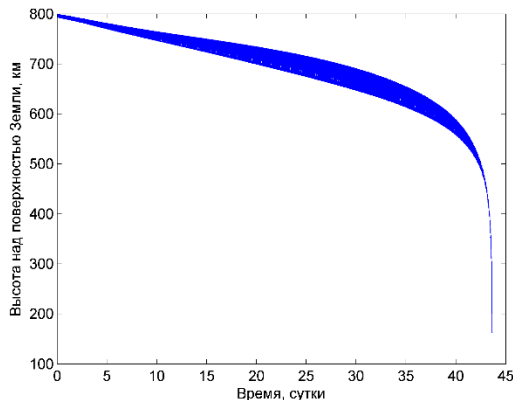
Неуправляемое
вращение КА с парусом



Аэродинамический режим
ориентации КА с парусом



$\omega_\zeta = 0$ рад/с

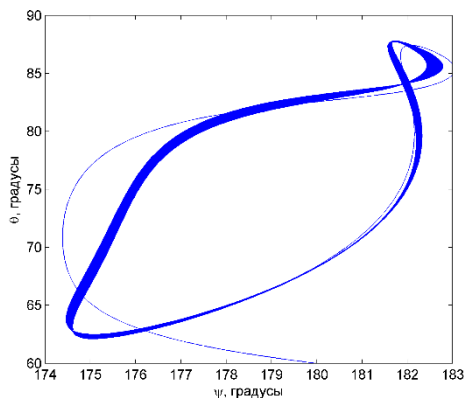


$\omega_\zeta = 4.4 \cdot 10^{-4}$ рад/с

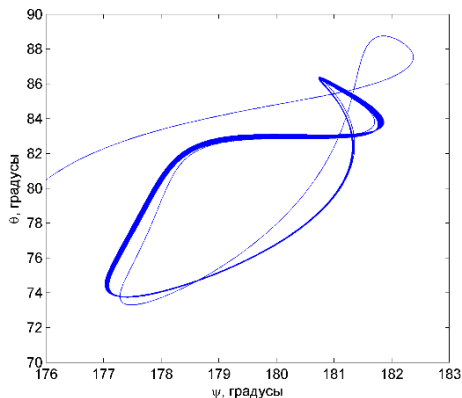
На всех графиках показана эволюция
высоты орбиты при среднем уровне
солнечной активности

ССО $h=800$ км $i=98.57^\circ$ LTAN 18^h

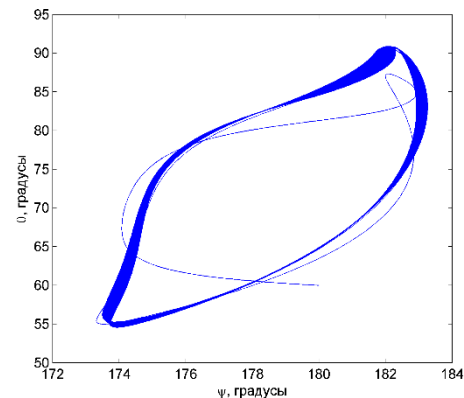
Чувствительность режима углового движения от параметров КА и паруса



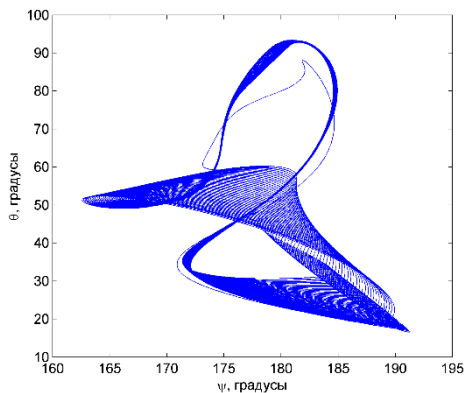
Номинальные
параметры



$d = 10 \text{ см}, A = 20 \text{ м}^2$



$r_s = 0.8$



$r_s = 0.73$

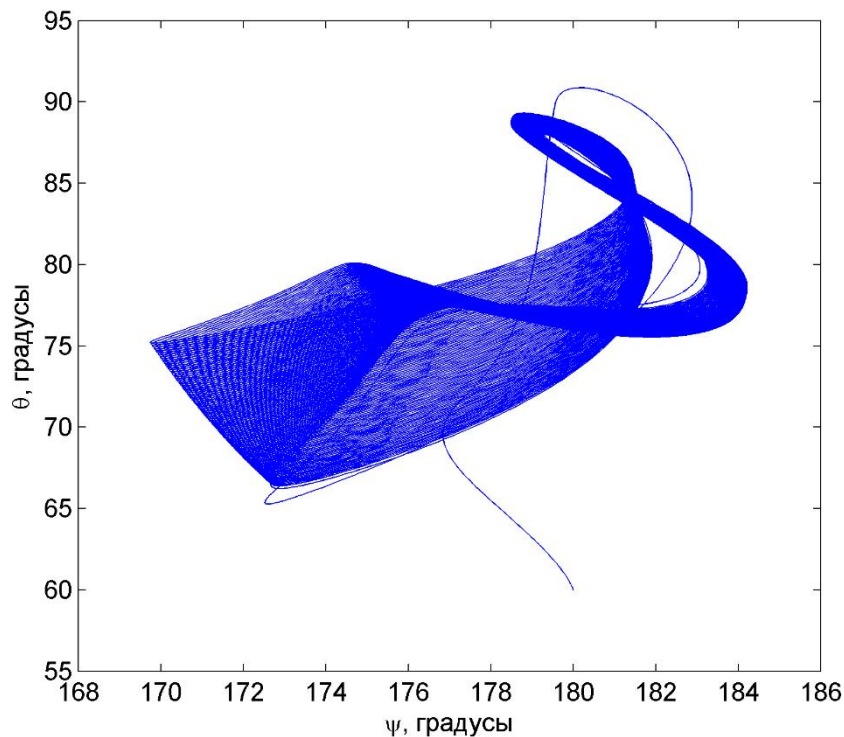
На всех графиках показана недельная
эволюция нормали паруса при
среднем уровне солнечной активности

ССО $h=900 \text{ км}$ $i=99^\circ$ LTAN 16^h

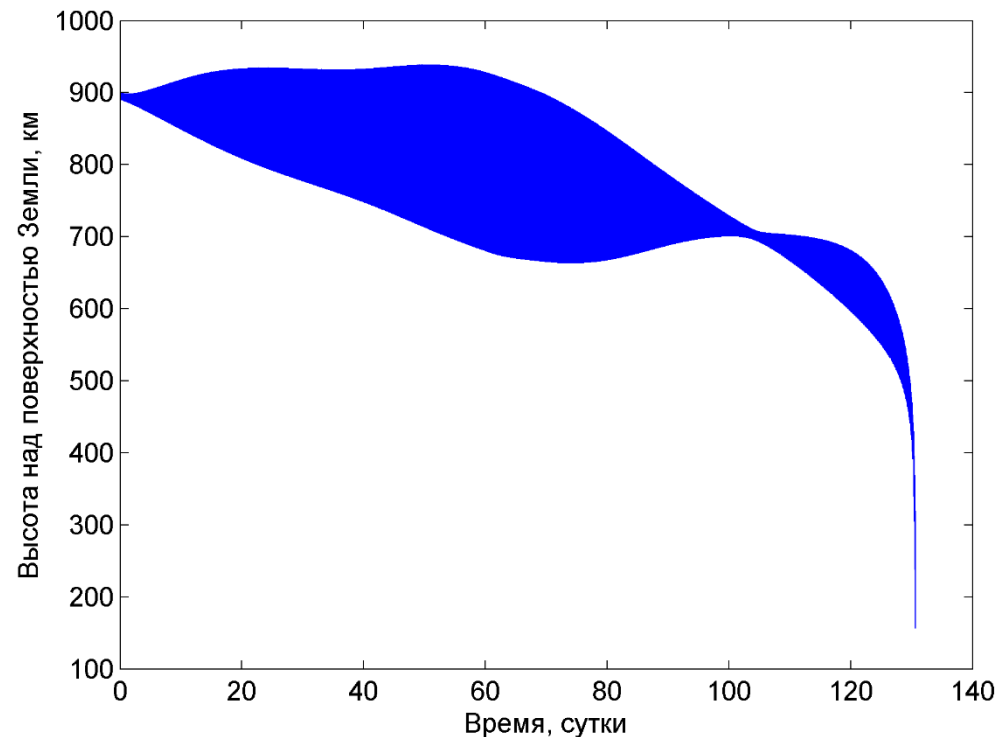
$$k_\psi = k_\theta = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Нм} \cdot \text{с/рад}$$

Увод с других типов орбит

Орбита высотой 900 км и наклонением 56° , долгота восходящего узла 30° , невращающийся парус



Недельная эволюция



$$k_\psi = k_\theta = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Нм} \cdot \text{с/рад}$$

Выводы исследования (1)

- Предложен принципиально новый механизм увода малых КА с верхнего сегмента низких орбит при помощи солнечного паруса за счет использования силы давления солнечного излучения
- Малый диссипативный момент, стабилизирующий вращение паруса, может быть приложен с помощью токовых катушек, что требует на порядок меньше энергетических затрат
- Для точного поддержания скорости закрутки паруса в нужном диапазоне может потребоваться миниатюрный осевой маховик, однако дополнительное потребление энергии им минимально
- Выигрыш в продолжительности увода КА с орбиты по сравнению с аэродинамическим режимом использования паруса составляет от 30 до 400% (в зависимости от уровня солнечной активности)

Выводы исследования (2)

- Наиболее неблагоприятный с точки зрения увода тип солнечно-синхронных орбит – орбита «полдень-полночь»
- При деградации паруса, ведущей к уменьшению коэффициента зеркального отражения, нужно уменьшать величину смещения «центр давления – центр масс» во избежание разрушения тора квазипериодических вращений
- Предложенный механизм увода с орбиты за счет силы светового давления работает для произвольных низких орбит, однако если условия освещенности орбиты значительно меняются в течение процесса снижения высоты, то рекомендуется время от времени «настраивать» скорость закрутки паруса с целью максимизации полезного возмущающего эффекта от силы светового давления

Благодарности

- Министерство образования и науки, соглашение № 8182 о выделении гранта по проекту № 2012-1.1-12-000-2004-022
- Российский фонд фундаментальных исследований (РФФИ), гранты №№ 13-01-00665-а и 12-01-33045-мол_а_вед

Спасибо за внимание!

Конечновременные ляпуновские экспоненты и их вычисление

Прямолинейное вычисление конечновременных ляпуновских экспонент затруднено ввиду экспоненциального роста вектора разности траекторий

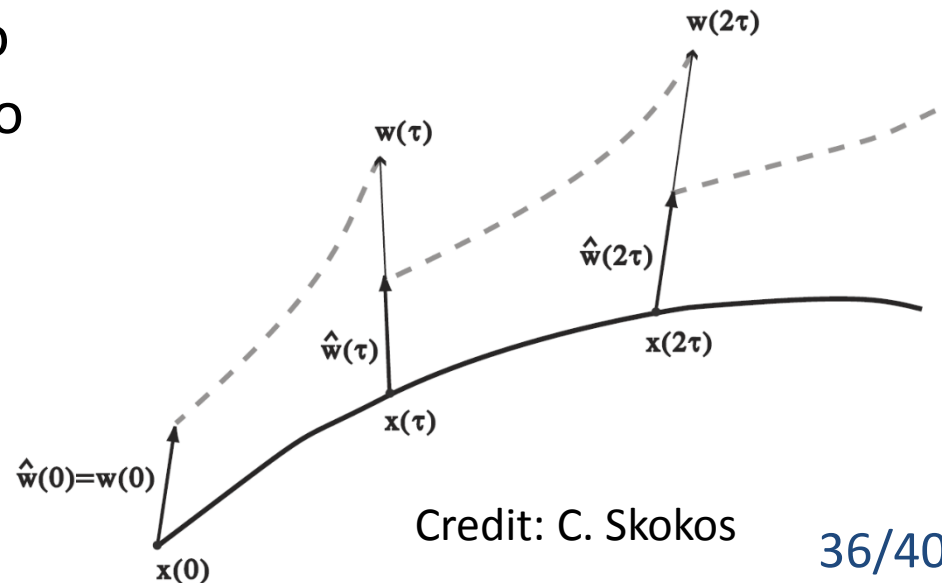
$$\Lambda_1(k\tau) = \frac{1}{k\tau} \ln \frac{\|\mathbf{w}(t_0 + k\tau)\|}{\|\mathbf{w}(t_0)\|} = \frac{1}{k\tau} \sum_{i=1}^k \ln \frac{\|\mathbf{w}(t_0 + i\tau)\|}{\|\mathbf{w}(t_0 + (i-1)\tau)\|} = \frac{1}{k\tau} \sum_{i=1}^k \ln \alpha_i$$

После вычисления α_i нужно проводить ренормализацию

$$\hat{\mathbf{w}}(t_0 + i\tau) = \frac{\mathbf{w}(t_0 + i\tau)}{\|\mathbf{w}(t_0 + i\tau)\|}$$

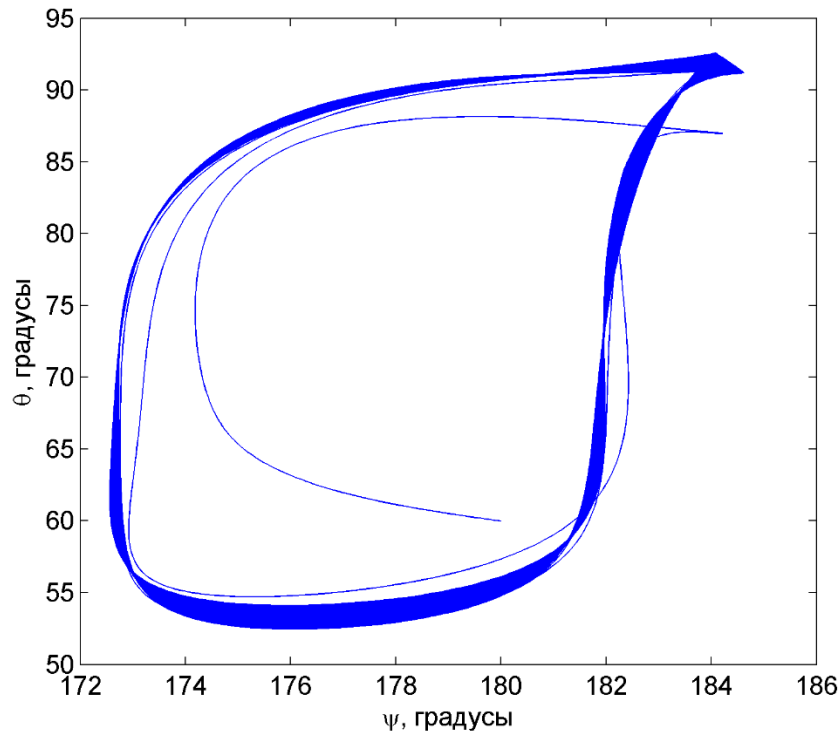
В начале вычислений

$$\|\mathbf{w}(t_0)\| = 1$$

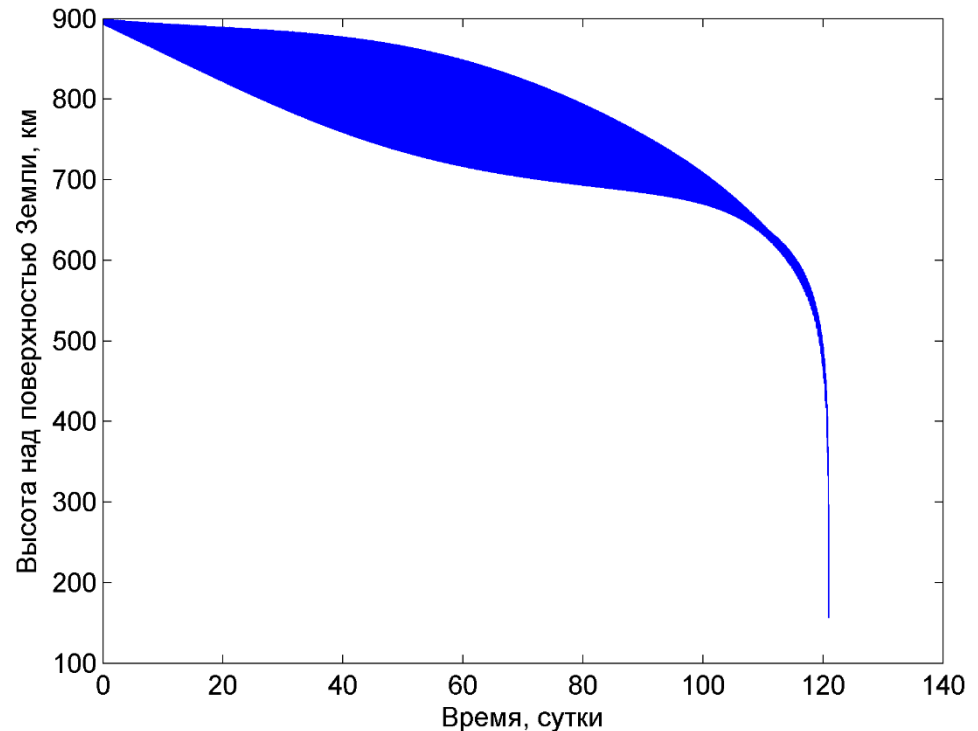


Credit: C. Skokos

Увод с ССО LTAN 16^h с помощью магнитных катушек

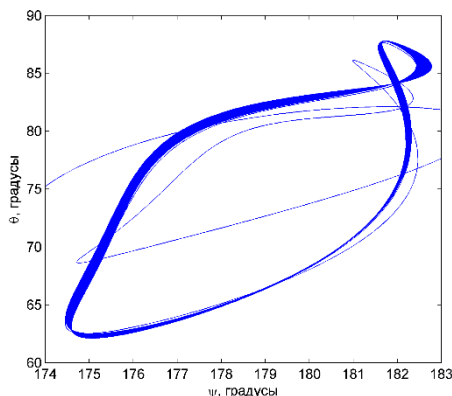


Недельная эволюция

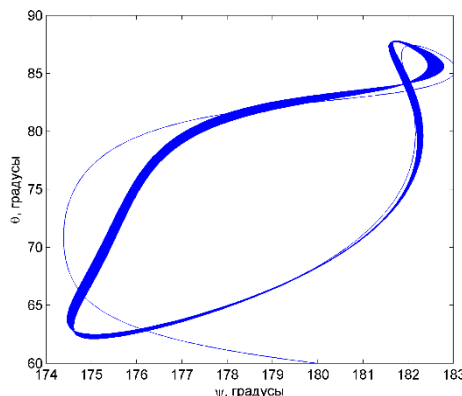


$$k_{\psi} = k_{\theta} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Нм} \cdot \text{с/рад}$$

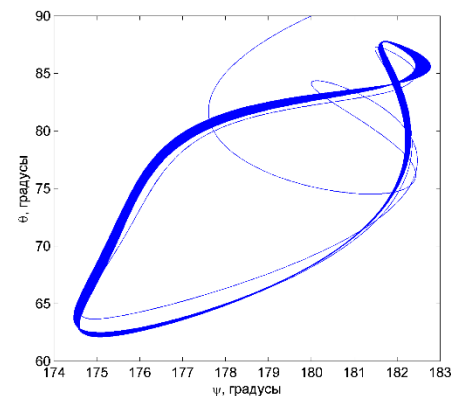
Чувствительность режима углового движения от начальных условий



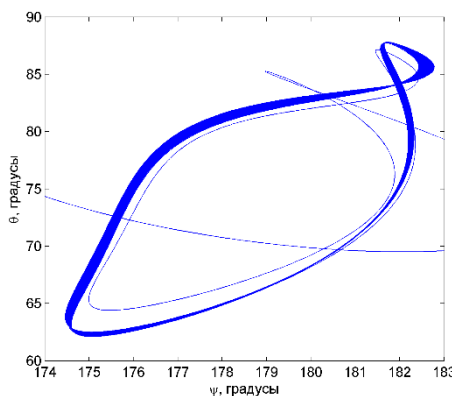
$$\theta_0 = 30^\circ$$



$$\theta_0 = 60^\circ$$



$$\theta_0 = 90^\circ$$

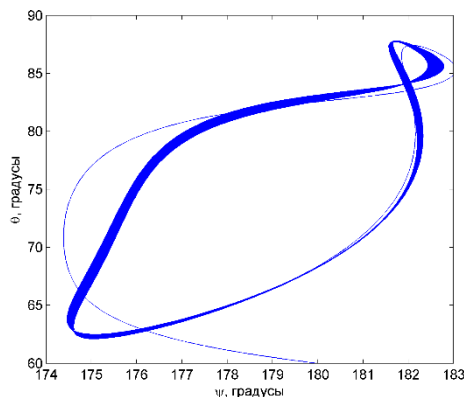


$$\theta_0 = 120^\circ$$

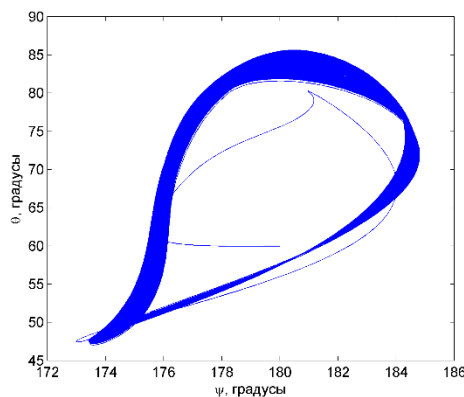
На всех графиках показана недельная эволюция нормали паруса при среднем уровне солнечной активности
ССО $h=900$ км $i=99^\circ$ LTAN 16^h

$$k_\psi = k_\theta = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Нм} \cdot \text{с/рад}$$

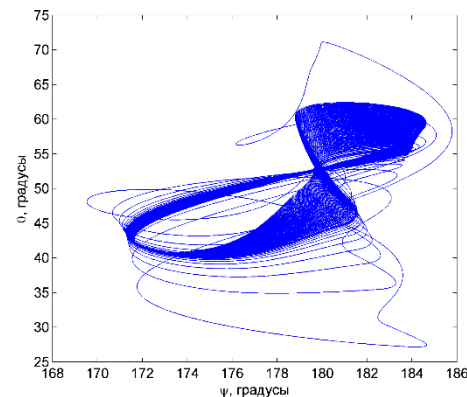
Чувствительность режима углового движения от скорости закрутки КА



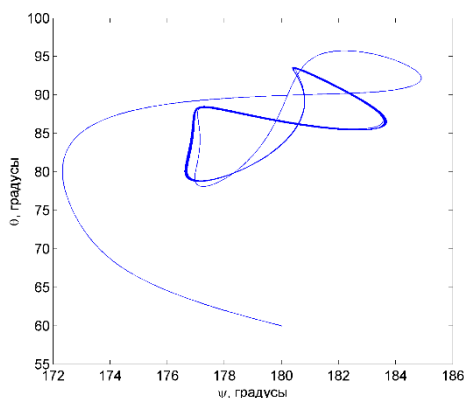
$$\omega_{\zeta} = 0 \text{ рад/с}$$



$$\omega_{\zeta} = 1.1 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}$$



$$\omega_{\zeta} = 2.2 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}$$



$$\omega_{\zeta} = -1.1 \cdot 10^{-4} \text{ рад/с}$$

На всех графиках показана недельная эволюция нормали паруса при среднем уровне солнечной активности
ССО $h=900$ км $i=99^\circ$ LTAN 16^h

$$k_{\psi} = k_{\theta} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Нм} \cdot \text{с/рад}$$

Сравнение эффективности паруса и двигателя малой тяги

Удельный импульс:

$$I_{sp} = \frac{\Delta V}{g_0} \frac{1}{\ln(m_i/m_f)}$$

Для двигателей удельный импульс примерно постоянен, т.е.

$$\Delta V \propto \ln(m_i/m_f)$$

Для КА с парусом $\ln(m_i/m_f) = \ln\left(\frac{m_{KA} + m_{nap}}{m_{KA}}\right) = \text{const}, \Delta V \propto T$

Эффективность солнечного паруса возрастает приблизительно пропорционально длительности его использования. Расчеты показывают, что использование паруса только с целью увода с орбиты менее экономично, чем использование ДУ малой тяги.