



Д.Ю. Козлов

Узлы: Искусство, математика,
конструкции

Рекомендуемая форма библиографической ссылки

Козлов Д.Ю. Узлы: Искусство, математика, конструкции // Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности: труды 2-й Международной конференции (7-8 февраля 2019 г., Москва). — М.: ИПМ им. М.В.Келдыша, 2019. — С. 268-275. — URL: <https://keldysh.ru/future/2019/24.pdf> doi:[10.20948/future-2019-24](https://doi.org/10.20948/future-2019-24)

Узлы: Искусство, математика, конструкции

Д.Ю. Козлов

*Научно-исследовательский институт теории и истории
архитектуры и градостроительства (НИИТИАГ)*

Аннотация. С глубокой древности узлы были частью материальной и духовной культуры человечества. В настоящее время математическая теория узлов нашла многочисленные применения как в естественных науках, так и в современном искусстве. Сегодня математическое искусство, формирующееся на пересечении науки, культуры и высоких технологий, получило широкое распространение во всем мире. Новое применение принципа узла в качестве кинематических формообразующих структур способствует обогащению языка форм в искусстве и обладает значительным техническим потенциалом.

Ключевые слова: математика, искусство, узлы, кинематические структуры

Knots: Art, Mathematics, Structures

D.Yu. Kozlov

Research Institute of Theory and History of Architecture and Urban Planning

Abstract. Since ancient times, knots have been part of the material and spiritual culture of mankind. At present, the mathematical theory of knots has found numerous applications, both in the natural sciences and in modern art. Today, mathematical art, which is being formed at the intersection of science, culture and high technology, has become widespread throughout the world. The new application of the knot principle as kinematic forming structures contributes to the enrichment of the language of forms in art and has significant technical potential.

Keywords: mathematics, art, knots, kinematic structures

Связи между математикой и искусством существуют уже на протяжении многих тысячелетий, но сегодня в начале XXI в. с повсеместным распространением компьютеров и вычислительных технологий возник качественно новый этап в их развитии. Относительная легкость и простота создания произведений компьютерного искусства часто влечет за собой снижение их художественной значимости и

7. Культура цифрового мира

девальвацию всего этого направления в глазах общественного мнения. С другой стороны, многие достижения в области современной математики и точных наук остаются закрытыми для понимания публики именно из-за отсутствия средств их визуальной интерпретации. Одной из задач, возникающих при «проектировании будущего», является попытка преодоления этого противоречия с помощью диалога между математиками и людьми искусства на языке художественных форм, основанных на математических принципах.

Сегодня многие математики пытаются выработать особый визуальный язык для выявления эстетического потенциала своих теорий, а художники ищут способы формализации и объективизации своего творческого видения. Работы тех и других встречаются в той пока еще нечетко выраженной области, которую называют «математическим искусством» (Math-Art) и которую еще предстоит осмыслить, исследовать и ввести в научный обиход. Поиски решений задач, лежащих в пограничной области между наукой и искусством, имеют междисциплинарный характер и способствуют формированию языка искусства будущего, зарождающегося на пересечении науки, культуры и высоких технологий.

Большинство принципов формообразования является общим как для живой, так и для неживой природы, и для техники, созданной человеком. Такие принципы, как симметрия, модульность, решетки, спирали, ветвление, радиально-кольцевое строение, складки, плетение, минимальные поверхности и пути проявляются как физические явления, отражающие различные природные процессы, и могут быть описаны математически. Каждый из этих принципов соответствует структурной организации различных линейных, плоскостных и объемных форм. Дальнейшее обогащение языка форм в искусстве возможно за счет включения в него новых принципов, существование которых также следует из объективных свойств физического пространства.

Одним из таких принципов является узел, понимаемый одновременно как процесс и результат образования трехмерной формы в пространстве из линейного замкнутого элемента. Узлы известны человечеству с глубокой древности, фактически со времени зарождения материальной культуры и основ цивилизации. За многие тысячелетия своего развития и совершенствования узлы стали не только удобными и эффективными орудиями и техническими приспособлениями, но также символическим языком и художественной формой декоративно-прикладных искусств многих народов мира, выражавших их традиционные метафизические представления и духовную культуру.

В искусстве традиционных культур узлы применялись как составные части декоративных плетений, которые обычно выполнялись из недолговечных материалов. Поэтому были созданы другие формы

художественного представления узлов, такие как плоские графические изображения, резьба, чеканка и т.п., известные как плетеные орнаменты. Как правило, для изготовления плетеных изделий использовались симметричные узлы с периодической структурой, для того, чтобы их комбинаторные сочетания могли регулярным образом заполнять плоскость или поверхность. Таким образом, уже на ранних этапах применения узлов в искусстве интерес художников был сосредоточен на математических свойствах узлов, таких как симметрия, периодичность, упорядоченность.

Широкое распространение получили плетеные орнаменты и их изображения, выполненные из непрерывной линии, у которой начало и конец соединены между собой. С математической точки зрения, такие структуры являются узлами, а их изображения – плоскими диаграммами узлов. К ним относятся, в частности, кельтские узлы, тамильские орнаменты, рисунки африканского народа Чокве и др. [1]. Художники эпохи Возрождения Леонардо да Винчи и Альбрехт Дюрер изображали центрические плетеные орнаментальные композиции из непрерывных переплетенных линий, напоминающие по своей форме восточные мандалы или созерцательные диаграммы [2].

Традиционная интерпретация завязанной в узел замкнутой непрерывной нити символически трактует ее как средство ограничения и упорядочивания разнообразных элементов, составляющих Космос, и их связь между собой. В этом она близка к символике лабиринта, в которой непрерывная линия означает процесс движения от профанической периферии к сакральному центру, что и предопределяет ее центрическую круговую форму [3]. Орнамент-лабиринт из непрерывной нити или его стилизованное изображение, параллельно со своим основным космогоническим значением, имел также вспомогательные производные функции, такие как защитные, охранительные и магические. Народные поверья с глубокой древности приписывали узлам магические и колдовские свойства, налагающие узы на объект магического воздействия, связывающие, стягивающие и запутывающие его [4].

С глубокой древности узлы использовались как средства кодирования и передачи информации. Узелковое письмо «цзешен» использовалось в древнем Китае в качестве письменности. В комментарии к И-цзин сказано: «В древности (знали) систему цзешэн и управляли (используя ее); в последующую эпоху мудрецы изменили (порядок) и ввели (вместо цзешэн) письменную фиксацию» [5, с. 102]. Формы многих китайских иероглифов происходят от стилизованных изображений узлов и плетений.

Цивилизация инков изобрела узелковые письма «кипу», представлявшие собой последовательности из длинных шнуров с завязанными на них узлами разной формы. Шнуры связывались друг с другом по четыре, и к ним присоединялся пятый, на котором узлами

7. Культура цифрового мира

изображались суммы чисел на первых четырех шнурах. Каждый из узлов мог содержать от одной до девяти затянутых петель, что позволяло кодировать в десятизначной системе счисления различные числа вплоть до пятизначных [6]. При помощи узлов инки могли передавать любую информацию, выраженную в числовом виде. В системе кипу можно увидеть прообраз принципа действия новейших квантовых компьютеров, в основе которого лежат вычислительные возможности квантовой топологии, объединяющей математические инварианты узлов с квантовой физикой [7].

Исторически сформировавшееся отношение к узлам как к объектам с особыми свойствами, символически представляющим скрытые от непосредственного восприятия процессы и явления, явилось одной из причин возникновения в середине 19-го века гипотезы о строении атомов в виде заузленных вихрей. Несмотря на то что эта гипотеза не нашла экспериментального подтверждения, в науке возник интерес к узлам, благодаря которому уже к началу 20-го века была создана математическая теория узлов как составная часть топологии. Во второй половине 20-го века начали появляться практические приложения теории узлов в физике, химии и биологии, узлы стали рассматриваться как форма самоорганизации в живой и неживой природе. К концу 20-го века узлы вошли в моду, в том числе и интеллектуальную [8], стали активно проникать в современное искусство, дизайн декоративных изделий и архитектуру [9].

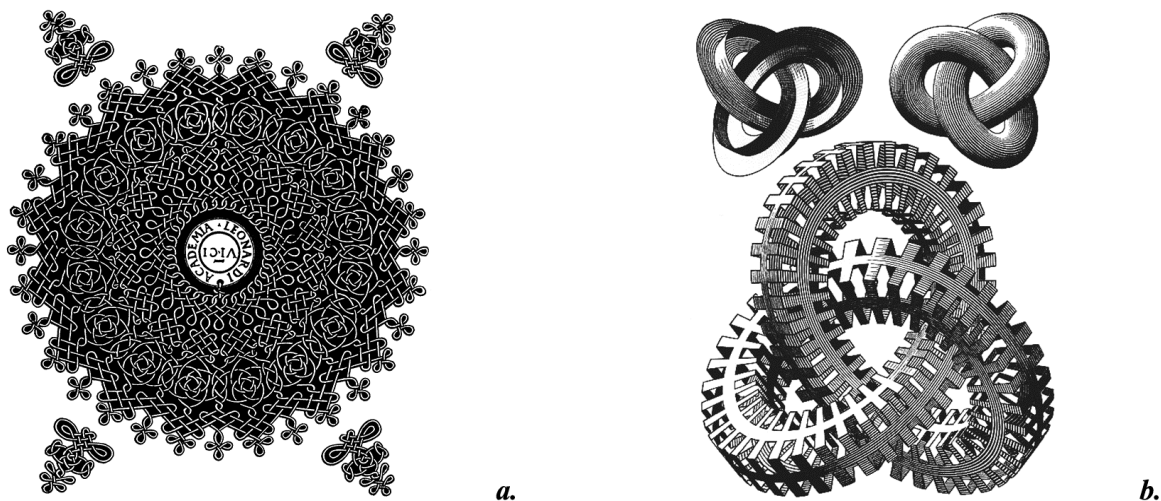


Рис. 1. (a) Леонардо да Винчи: Плетеный орнамент из непрерывной линии; (b) Мауриц Эшер: Узлы

В топологии узел – это «одномерная кривая, расположенная в обычном трехмерном пространстве так, что она начинается и заканчивается в одной и той же точке и не пересекает саму себя» [10, р. 84]. Два или большее число узлов могут переплетаться друг с другом,

образовывая связные зацепления, которые невозможно разделить без разрывов составляющих их узлов. Математическое представление узла в виде одномерной кривой не учитывает толщину реального узла, топологически гомеоморфного тору. Отсюда возникает двойственность трактовки узлов как замкнутых линейных траекторий в пространстве, являющихся следствием некоторого процесса во времени, и трехмерных объектов, допускающих пространственные преобразования, которые не нарушают их связности и замкнутости.

Эта двойственность трактовки узлов особенно наглядно проявляется в искусстве. Традиционное искусство изображало узлы как сложные переплетения единой замкнутой линии, как траектории движения в концентрическом лабиринте или мандале, не обращая внимания на объемность и материальность самой линии, но придавая ей регулярные и симметричные формы на плоскости (рис. 1, *a*).

Современное искусство также использует замкнутые топологические узлы, но предпочитает их простейшие случаи с ярко выраженной и часто гипертрофированной материальностью завязанного в узел объекта. Такие узлы всегда объемны, независимо от того, являются ли они двумерными изображениями, как на гравюрах А. Флокона и М. Эшера (рис. 1, *b*), или же трехмерными объектами – скульптурами.

Узлы стали одним из наиболее узнаваемых сюжетов современного математического искусства, создавая у зрителя почти физическое ощущение искривленного пространства, подвергнутого воздействию внешних сил, они предлагают ему включиться в игру сложных непрерывных форм, по-разному открывающихся с различных ракурсов. Узлы становятся метафорами внутреннего движения заключенной в них энергии, которая воздействует на ощущения зрителя неожиданным и непривычным образом «дугами напряженности и спиралями расслабления» [11].

В отличие от изобразительного искусства, практический дизайн, использующий узлы как принцип формообразования, должен принимать в расчет не только форму, но и свойства материала, из которого выполнен узел. Известный теоретик и практик современного дизайна Р.Б. Фуллер рассматривал узел как проявление структурной целостности (*pattern integrity*) энергетического и волнового явления. Фуллер отделял узел от его физических носителей, отмечая, что узел может свободно перемещаться вдоль веревки в виде локально повторяющейся структурной конфигурации, не оказывая никакого влияния на ее материальные свойства. Это наблюдение позволило Фуллеру дать следующее определение узла: «Узел не является веревкой; это – невесомая, математическая, геометрическая, метафизически концептуальная структурная целостность, мгновенно завязанная на веревке задумывающим

7. Культура цифрового мира

узел невесомым духом человеческого разума – изобретателя узла» [12, р. 231].

Узел для Фуллера – это проявление сложных процессов во времени, мгновенно «замороженных» в пространстве и ставших видимыми и осязаемыми. Фуллер подчеркивает метафизическую природу узла и принципиальную невозможность свести ее к тому или иному материальному воплощению: «Метаболический поток, который проходит через человека, не является человеком. Он – абстрактная структурная целостность, которая сохраняется во время всех его физических изменений и процессов, узел, через который проходят быстрые потоки согласованных экологических циклов многократно преобразованной солнечной энергии» [12, р. 232].

Энергетическая и волновая трактовка узла позволяет объединить традиционную центрическую композицию и сложность орнаментальной заузленной формы с современной эстетикой напряженного криволинейного объема, образованного замкнутым узлом. В этом случае сложный центрический узел образует криволинейную поверхность в пространстве, форма которой может изменяться в заданном диапазоне, в том числе и совпадать с плоскостью.

Эффект трансформации таких узлов зависит от упругих свойств материала, из которого они выполнены. В свою очередь, упругость материала влияет на форму самого узла, которая является результатом нахождения образующей узла своего энергетического минимума в виде равномерно распределенных и переходящих друг в друга циклических витков. Энергия упругости сохраняется в замкнутой образующей циклического узла и равномерно распределяется по его непрерывной структуре. Так как энергия упругости в образующей узла стремится к своему наименьшему значению, ее средняя линия стремится совпасть с плоскостью, а ее скрещения становятся контактирующими. Если к внешнему контуру такого циклического узла приложить усилие, то в его образующей возникнет избыточная энергия упругости, благодаря которой узел стремится выйти из плоскости и принять пространственное положение, соответствующее его новому энергетическому минимуму (рис. 2, а–f).

В процессе трансформации упругого узла происходит волновое перераспределение кривизны его выпуклых и вогнутых участков, которая является следствием структуры его переплетения и неравномерного напряжения. В результате трансформации расстояния между точечными контактами узла изменяются, что эквивалентно его топологическому преобразованию. При этом изменяются площади граней, длины ребер и величины углов между ними, а неизменным остается только количество точек-вершин и их связность между собой. Благодаря этим свойствам, структура упругого узла способна изменять свою геометрию в целом и

образовывать точечные поверхности произвольной гауссовой кривизны: эллиптической, параболической и гиперболической, а также их комбинаций (рис. 3, а–с).

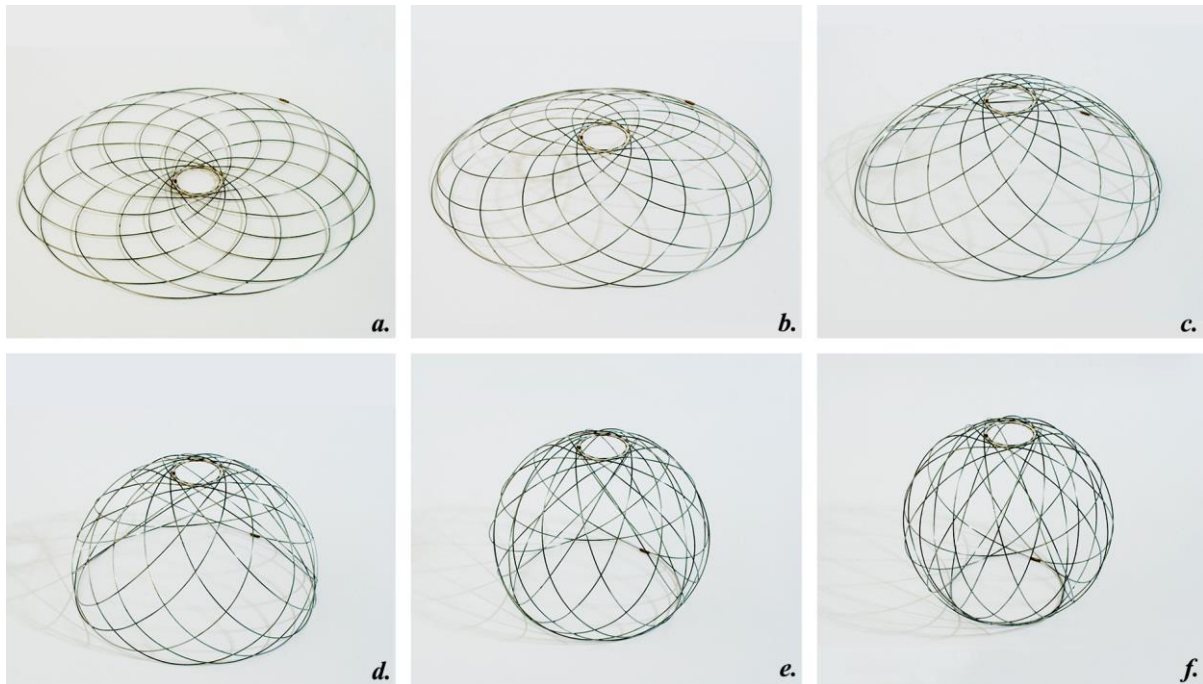


Рис. 2. Последовательные стадии трансформации упругого циклического узла.



Рис. 3. Поверхности эллиптической (а), параболической (b) и гиперболической (с) гауссовой кривизны, образованные структурами упругих узлов.

Трансформация упругого узла представляет собой непрерывную последовательность изменяющихся форм, например, от плоскости к сфере. Поскольку трансформация является обратимой, сфера может свертываться из плоскости и вновь развертываться в нее, действуя как кинетическая формообразующая структура. Принимая пространственную форму, узел аккумулирует упругую энергию, напрягается и тем самым увеличивает свою несущую способность. Любое промежуточное пространственное

7. Культура цифрового мира

положение узла может быть зафиксировано посредством дополнительных элементов крепления, в результате чего трансформируемая структура может быть превращена в геометрически неизменяемую конструкцию.

Таким образом, в дополнение к общепринятому в современном искусстве подходу к узлам как к самодостаточным пространственным объектам, эстетика которых обусловлена их сложной криволинейной формой, применение узлов в качестве кинетических формообразующих структур переносит акцент их восприятия на формы поверхностей, которые они задают. В таком случае форма самих циклических узлов, образующая квазирегулярное пространственное плетение-решетку, воспринимается одновременно с общей формой поверхности как орнаментальная заузленная линия на ней, отсылая зрителя к традиционным формам представления узлов в искусстве.

Литература

1. Яблан С.В. Симметрия, орнаменты и модулярность: Пер. с англ. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006.
2. Пёрс Дж. Мистическая спираль. Путеводитель души по космическому сознанию. – М.: Изд. культурно-просветительского центра «Марта», 1994.
3. Coomaraswamy A.K. The Iconography of Dürer's "Knots" and Leonardo's "Concatenations" // Eye of the Heart. – Bendigo, Australia: La Trobe University, 2009. – pp. 11-40.
4. Фрэйзер Дж. Золотая ветвь: Пер. с англ. – М.: Политиздат, 1986.
5. Стратанович Г.Г. Цзешэн – узелковое письмо древнего Китая // Вестник древней истории №3, 1959. – М.: Изд. АН СССР. – С. 101-103.
6. Скрыгин Л.Н. Морские узлы. – М.: Транспорт, 1994.
7. Коллинз Г. Узелковый квантовый компьютер: Пер. с англ. // В мире науки, № 2, 2007. – С. 66-73.
8. Сосинский А.Б. Узлы. Хронология одной математической теории. – М.: МЦНМО, 2005.
9. Kozlov D. Knots as a Principle of Form in Modern Art and Architecture // Proceedings of the 2nd International Conference on Art Studies: Science, Experience, Education (ICASSEE 2018) – Paris: Atlantis Press, 2018. – doi: 10.2991/icassee-18.2018.75
10. Neuwirth L. The Theory of Knots // Scientific American, 140(6), 1979. – pp. 84-96.
11. Kantor J.M. A Tale of Bridges // Nexus Network Journal, 7(2), 2005 – URL: <https://www.emis.de/journals/NNJ/Kantor.html>.
12. Fuller R.B. Synergetics. – New York: Macmillan, 1982.