# КОНОНОВ ЭЛЬДАР МИХАЙЛОВИЧ

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХ- И ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ РАДИАЦИОННОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ В ДИФФУЗИОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Специальность 05.13.18 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

#### АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в Институте математического моделирования Российской академии наук

Научный руководитель:

Поляков Сергей Владимирович зам. директора ИММ РАН, кандидат физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.

Официальные оппоненты:

Трофимов Вячеслав Анатольевич, зав. лаб. на кафедре вычислительных методов ф-та ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, доктор физ.-мат. наук, профессор

Аристова Елена Николаевна, ст. науч. сотр. ИММ РАН, кандидат физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.

Ведущая организация:

Обнинский Государственный Технический Университет Атомной Энергетики (ИАТЭ), факультет естественных наук, кафедра прикладной математики

Защита состоится 23 октября 2008 г. в 13.00 на заседании диссертационного совета Д.002.058.01 при Институте математического моделирования РАН по адресу 125047, Москва, Миусская пл., 4а

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИММ РАН Автореферат разослан 11 сентября 2008 г.

Ученый секретарь диссертационного совета, доктор физико-математических наук

Змитренко Н.В.

# ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

#### Актуальность работы

В последние годы происходит стремительное развитие вычислительной техники, и в том числе многопроцессорных вычислительных систем (МВС), используемых в качестве одного из основных инструментов научных исследований. Это обстоятельство позволяет по-новому посмотреть на математические модели, которые ранее мало или вообще не использовались в численных исследованиях по причине слишком высокой вычислительной ресурсоемкости. К таковым относятся многие модели радиационной газовой динамики (РГД).

Одна из задач РГД связана с расчетами параметров газа вокруг спускаемого в атмосфере Земли космического аппарата. При входе такого аппарата в атмосферу на высоких скоростях начинает протекать ряд процессов, в том числе сильный нагрев газа, что влечет за собой процессы радиационного излучения. При температуре 1000 К и выше эти процессы начинают оказывать существенное влияние на развитие течения, и его дальнейшее рассмотрение без учета излучения становится некорректным [1].

Исследование этих процессов играет очень важную роль при проектировании обшивки возвращаемых космических аппаратов. Отметим, что сейчас эта проблема стоит особенно актуально, поскольку наблюдается зарождение нового направления освоения космоса космического В транспорта туризма. таких условиях постановки полетов коммерческую основу, задача проектирования термозащиты возвращаемых аппаратов имеет весомую экономическую составляющую.

Проблема становится еще более актуальной в свете отсутствия в свободном доступе параллельных программных продуктов для проведения расчетов течений с учетом процессов переноса излучения, ориентированных на большое количество процессоров (1000 и более).

#### Цели диссертационной работы

Основной целью данной диссертации является разработка программного комплекса для двух- и трехмерного моделирования обтекания тел с учетом процессов переноса излучения в газе. Для ее достижения решаются следующие задачи:

- Разработать численный подход для вычисления поля излучения вокруг произвольного тела в двух- и трехмерной геометрии.
- Разработать и реализовать в виде программного комплекса параллельный алгоритм решения задачи.
- Провести моделирование конкретных задач и сравнить результаты расчета течения с учетом излучения и без него.

В качестве модельной в работе использовалась задача о расчете параметров течения вокруг спускаемого в атмосфере Земли космического аппарата.

#### Научная новизна и практическая ценность работы

Открытый доступ к высокопроизводительным МВС обеспечивает возможность проведения прямого детального моделирования РГД задач. В частности, теперь стало возможно использование методик, которые ранее были малодоступны из-за своей вычислительной емкости, а именно:

- расчет задачи с учетом полной реальной геометрии объекта;
- расчеты с большим числом спектральных групп;
- расчеты на сетках большого объема.

Учет реальной геометрии объекта достигается путем аппроксимации уравнений на нерегулярных треугольных и тетраэдральных сетках, что несомненно требует больше вычислительных ресурсов, нежели использование ортогональных сеток. В то же время, такой подход позволяет адаптировать сетки к особенностям решения, что позволяет существенно снижать граничные ошибки аппроксимации.

Наиболее полные доступные в России экспериментальные данные по коэффициентам поглощения атмосферного воздуха содержат информацию о

600 спектральных интервалах. В зарубежных публикациях имеются ссылки на базы данных, содержащие более 3 млн. спектральных линий. Однако в настоящее время в открытом доступе не имеется программных комплексов, которые бы использовали эти данные в расчетах. Причиной этому служит очень высокая вычислительная емкость получаемой задачи.

В ходе работы над диссертацией был разработан параллельный программный комплекс, который реализует в себе все современные возможности МВС и более полную спектральную модель для расчета задач радиационной газовой динамики и позволяет эффективно использовать несколько процессоров. Более тысяч τογο, ЭТО законченный полнофункциональный инструмент, который дает возможность начать работу с задания исходного объекта в геометрических фигурах, построить расчетную сетку, сформировать пакет данных для запуска задачи на МВС и окончания расчета проанализировать полученные конечные и промежуточные результаты.

### Апробация работы

Результаты работы докладывались на ряде научных конференций. Ниже приводится список соответствующих докладов:

- 1) S.V. Polyakov, T.A. Kudryashova, A. Kononov, A. Sverdlin. Numerical Simulation of 2D Radiative Heat Transfer for Reentry Vehicles. Book of Abstracts Parallel CFD 2005 (May 24 27, 2005, University of Maryland, USA), pp. 1-4.
- 2) С.В. Поляков, Т.А. Кудряшова, Э.М. Кононов, А.А. Свердлин. Численное моделирование двумерных задач переноса радиации. В сб. "Тихонов и современная математика: Математическое моделирование: Международная конференция, Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 19-25 июня 2006 г.: Тезисы докладов секции № 2". М.: Издательский отдел фта ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, 2006. 216 с. С. 148-149.

- 3) Э.М. Кононов. Разработка численных алгоритмов моделирования процессов радиационного излучения в газе. В сб. "Тихонов и современная математика: Математическое моделирование: Международная конференция, Москва, МГУ им. М.В. Ломоносова, 19-25 июня 2006 г.: Тезисы докладов секции № 2". М.: Издательский отдел ф-та ВМиК МГУ им. М.В. Ломоносова, 2006. 216 с. С. 103-104.
- 4) S.V. Polyakov, T.A. Kudryashova, E. M. Kononov, A.A. Sverdlin. Numerical Simulation of 2D Radiation Heat Transfer Problem. WORKSHOP ON STATE-OF-THE-ART IN SCIENTIFIC AND PARALLEL COMPUTING (Umea, Sweden, June 18-21, 2006), Program and Short Abstracts, Published by Umea University, Umea, Sweden, 2006, pp. 69-70.
- 5) Sergey Polyakov, Tatiana Kudryashova, Alexander Sverdlin, Eldar Kononov. Parallel Computation of Radiation Transport around Reentry Vehicle. / Workbook of "West-East High Speed Flow Field Conference (WEHSFF 2007)" (November 19-22, 2007, Moscow, Russia), 2007, p. 149.
- 6) Т.А.Кудряшова, С.В.Поляков, Э.М.Кононов, А.А.Свердлин. Численное моделирование проблемы переноса излучения вокруг возвращаемого аппарата. // Пятый международный научный семинар "Математические модели и моделирование в лазеро-плазменных процессах" (29 января 2 февраля 2008 г., Кусково, МО). Тезисы докладов. 1 с.
- 7) 3D Numerical Simulation of Gas Flow Around Reentry Vehicles S.V. Polyakov, T.A. Kudryashova, E.M. Kononov, A.A. Sverdlin 20th International Conference on Parallel Computational Fluid Dynamics (May 19-22, 2008, Lyon, France). Book of abstracts, pp. 1-4.

# Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в трех работах, список которых приведен в конце автореферата.

### Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка используемой литературы и двух приложений. Объем составляет 105 машинописных страниц, текст содержит 32 рисунка и 5 таблиц.

# СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** сформулирована проблема, обоснована ее актуальность, представлены основные цели диссертации.

**В первой главе** сформулирован класс решаемых задач, описана математическая модель, сформулированны основные уравнения и описана расчетная геометрия модельной задачи.

Сложность решения задач радиационной газовой динамики связана с тем, что излучение обладает угловой анизотропией и зависит от длины волны. Однако в различных конкретных задачах допустимо пользоваться физическими моделями с различными упрощениями. Диффузионное приближение — одна из моделей переноса излучения. Система уравнений для переноса излучения в этом приближении имеет вид [1]:

$$divW_v + \chi_v cU_v = \chi_v cU_{vp},$$

$$\frac{1}{3}\tilde{n}\operatorname{grad}U_{v}+\chi_{v}W_{v}=0,$$

где  $W_{\mathcal{V}}$  - вектор потока излучения частоты v ,  $U_{\mathcal{V}}$  - плотность излучения частоты v ,  $U_{\mathcal{V}p}$  - плотность равновесного излучения частоты v ,  $\chi_{\mathcal{V}}$  - коэффициент поглощения для частоты v , c - скорость света.

Практический интерес для включения радиационного блока в газодинамические уравнения представляет компонент  $divW_V$ .

Используемая модель обладает следующими ограничениями:

- угловая изотропия (усреднение излучения по всем телесным углам);
- l << L, где l длина свободного пробега в газе, а L характерный размер исследуемой задачи.

Рассмотрим вопрос применимости диффузионного приближения к моделированию излучения в атмосфере Земли. Воздух, а в особенности его верхние слои, для многих спектральных интервалов (или отдельно взятых длинными свободными пробегами, частот) обладает существенно превышающими характерные размеры задачи. Теоретически это означает, что для таких спектральных интервалов диффузионное приближение применено некорректно. Однако рассмотрим интересующий нас радиационный компонент:

$$divW_{v} = \chi_{v}c(U_{vp} - U_{v}).$$

Как известно, 
$$\chi_{\nu} = \frac{1}{l_{\nu}} \ \text{и} \ div W_{\nu} = \frac{c(U_{\nu p} - U_{\nu})}{l_{\nu}} \ .$$

Поэтому чем больше длина свободного пробега, тем меньшее влияние на интегральный радиационный поток оказывает рассчитанная в диффузионном  $divW_{v}$ . Таким образом, применение приближении диффузионного приближения для Земной атмосферы (как и любого другого оптически прозрачного газа) не искажает картину явления, но позволяет рассчитать излучение для тех спектральных интервалов, для которых свободные пробеги Имеющиеся достаточно малы. экспериментальные данные ДЛЯ коэффициентов поглощения и газодинамические расчеты показывают, что это от 10-60% всего спектра излучения.

При численном решении задач динамики излучающего газа весь спектр излучения делится на группы. В пределах каждой группы коэффициент поглощения считается зависящим только от температуры и давления. Тогда исходные уравнения диффузии заменяются системой многогрупповых уравнений диффузии [1]:

$$divW_k + \chi_k cU_k = \chi_k 4\sigma_k (T, v_k, v_{k+1})T^4,$$

$$l_k \operatorname{grad} U_k + W_k = 0,$$

где k - номер спектральной группы, а правая часть определяется из  ${\rm соотношения}\ 4\sigma_k(T,\nu_k,\nu_{k+1})T^4 = c\int\limits_{\nu_k}^{\nu_{k+1}} U_{\nu_p} d\nu\ .$ 

Для определения коэффициентов поглощения используются экспериментальные данные, представленные в известной работе [3]. Вычисление коэффициентов поглощения внутри сетки температур и давлений осуществляется по оригинальной методике логарифмической интерполяции, предложенной Калиткиным Н.Н. [1].

Расчет радиационного поля проводится совместно с расчетом основных газодинамических характеристик газа (температура, давление, плотность, скорость, энергия). В работе используется система квазигазодинамических уравнений (КГД), предложенная Б.Н. Четверушкиным, Т.Г. Елизаровой и Ю.В. Шеретовым в качестве альтернативы системе уравнений Навье-Стокса [2]. С учетом радиационной поправки эта система имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}_{m} = 0,$$

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \operatorname{div} (\mathbf{j}_{m} \otimes \mathbf{u}) + \nabla p = \operatorname{div} \Pi,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( \frac{\mathbf{u}^{2}}{2} + \varepsilon \right) \right] + \operatorname{div} \left[ \mathbf{j}_{m} \left( \frac{\mathbf{u}^{2}}{2} + \varepsilon + \frac{p}{\rho} \right) \right] + \operatorname{div} \mathbf{q} + \operatorname{div} \mathbf{W} = \operatorname{div} (\Pi \cdot \mathbf{u}),$$

$$\mathbf{j}_{m} = \rho (\mathbf{u} - \mathbf{w}), \qquad \mathbf{w} = \frac{\tau}{\rho} \left[ \operatorname{div} (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \nabla p \right],$$

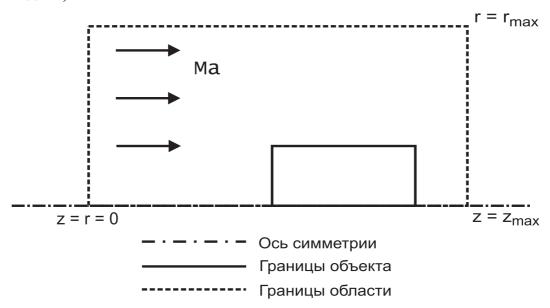
$$\Pi = \Pi_{NS} + \tau \mathbf{u} \otimes \left[ \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p \right] + \tau \hat{I} \left[ (\mathbf{u} \cdot \nabla) p + \gamma p \operatorname{div} \mathbf{u} + (\gamma - 1) \operatorname{div} \mathbf{W} \right],$$

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_{NS} - \tau \rho \mathbf{u} \left[ (\mathbf{u} \cdot \nabla) \varepsilon + p (\mathbf{u} \cdot \nabla) \left( \frac{1}{\rho} \right) + \frac{\operatorname{div} \mathbf{W}}{\rho} \right].$$

Подробное рассмотрение элементов этой системы не является задачей данной диссертации, однако стоит обратить внимание на компоненту div**W**: именно она является связующим звеном между уравнениями газовой динамики и уравнениями для излучения.

Перейдем к модельной задаче о расчете параметров течения вокруг спускаемого в атмосфере Земли космического аппарата. Рассмотрим ее

расчетную геометрию. В двухмерном случае исследуемая область представляет собой прямоугольник, а объект помещен внутри. В области фиксируется некоторая начальная температура и давление газа. При этом возможно рассматривать решение задачи либо в декартовой геометрии (плоская задача), либо в цилиндрической (трехмерная осесимметричная задача).



Через одну из границ области (на рисунке – через левую) набегает поток газа заданной скорости и температуры. В трехмерном случае расчетная область представляет собой уже параллелепипед и обтекаемый объект имеет трехмерную произвольно сложную форму.

Уравнения диффузии замыкаются следующими граничными условиями. На левой, верхней и правой границах условие отсутствия падающего извне излучения:

$$W = -\frac{cU}{2},$$

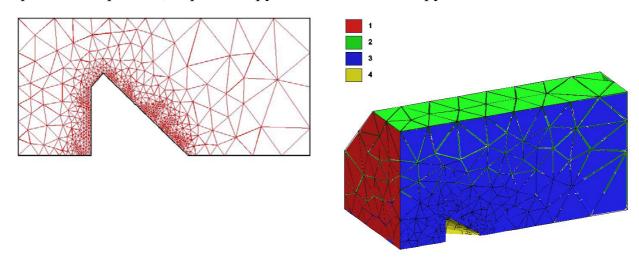
где W - поток излучения в направлении внутренней нормали к области.

В цилиндрической геометрии на оси симметрии ставятся условия непротекания:

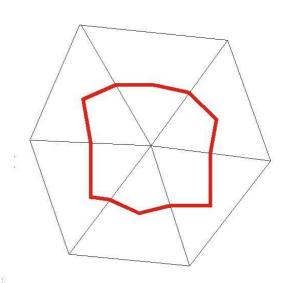
$$(\nabla U, \vec{n}) = 0$$

**Во второй главе** представлены типы расчетных сеток, описана методика аппроксимации системы уравнений диффузии на этих сетках, дан численных анализ различных методов решения СЛАУ для решения задачи.

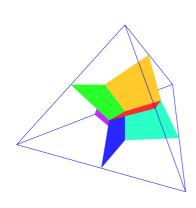
Применение адаптивных неравномерных сеток позволяет проводить дискретизацию расчетной области с учетом особенностей как объекта, так и решения. На следующем левом рисунке представлен пример расчетной треугольной сетки, адаптивно сгущающейся в пограничном слое. В трехмерном случае используются так же сгущающиеся тетраэдральные сетки (рисунок справа). Цветами обозначены различные границы области, в том частности синим — плоскость симметрии для цилиндрического случая, а красным — граница, через которую набегает моделируемый поток газа.



Пространственная аппроксимация строится на основе интегроинтерполяционного метода (так же известного, как метод конечных объемов). Метод основан на построении вокруг каждого сетки контрольного объема (КО) и аппроксимации уравнений В интегральной форме на этих КО.



Важной особенностью является то, что элементы контрольного объема должны строиться из барицентра треугольной ячейки к середине каждой из сторон. Это позволяет сохранить симметричность эллиптического оператора при переходе к сеточным уравнениям, что позволяет использовать более широкий круг итерационных методов решения СЛАУ.



Построение контрольных объемов в трехмерном случае делается аналогично. Из барицентра тетраэдра строятся элементы контрольного объема, представляющие собой четырехгранники (на рисунке отмечены разными цветами).

Уравнение диффузии в интегральной форме имеет вид:

$$\iint div \mathbf{W}_k dV + \iint \chi_k cU_k dV = \iint \chi_k 4\sigma_k (T, \nu_k, \nu_{k+1}) T^4 dV$$

Используем теорему Гаусса-Остроградского:

$$\oint (\mathbf{W}_k, \mathbf{n}) dS + \iint \chi_k c U_k dV = \iint \chi_k 4\sigma_k (T, \nu_k, \nu_{k+1}) T^4 dV$$

Для аппроксимации потока радиационного излучения **W** используются единая методика сведения компонент вектора к контурным интегралам по ячейкам сетки (в предположении, что поток постоянен в пределах одной треугольной (тетраэдральной) ячейки).

В двумерном случае воспользуемся формулой Грина:

$$\mathbf{W} = \left(\frac{\oint_{S_i} U dy}{\iint_{V_i} \chi dx dy}, -\frac{\oint_{S_i} U dx}{\iint_{V_i} \chi dx dy}\right).$$

В трехмерном – формулой Остроградского:

$$\mathbf{W} = \left(\frac{\int\limits_{S_i} U dy dz}{\iint\limits_{V_i} \chi dx dy dz}, \frac{\int\limits_{S_i} U dx dz}{\iint\limits_{V_i} \chi dx dy dz}, \frac{\int\limits_{S_i} U dx dy}{\iint\limits_{V_i} \chi dx dy dz}\right).$$

Все интегралы аппроксимируются на треугольной сетке с помощью интерполяционных многочленов 1-го порядка.

После аппроксимации эллиптических уравнений диффузионного приближения получаются системы алгебраических линейных уравнений (СЛАУ) с сильно разреженной и плохо обусловленной матрицей. Плохая обусловленность – следствие сильного разброса коэффициентов поглощения. Для решения СЛАУ важно было выбрать эффективный метод решения, поскольку даже в двумерных расчетах на сетке в 20000 узлов для выхода на стационарное течение требуется порядка двух недель счета на кластере бюджетного типа. Для исследования были выбраны несколько хорошо известных итерационных методов, работающих в подпространстве Крылова (ВССЯТАВ, GMRES, SYMMLQ, MINRES) в комбинации с некоторыми методиками предобусловливания (неполное LU-разложение - ILU(0), неполное разложение Холесского - ICC(0), диагональный метод Якоби), и проведен их сравнительный анализ.

Как уже упоминалось ранее, в работе используется 600 спектральных групп. Практически это означает, что для расчета радиационной поправки необходимо решить 600 СЛАУ. Однако стоит заметить, что СЛАУ для разных групп имеют различную скорость сходимости итераций. Для разрешения данной ситуации использовались следующие критерии оценки качества сходимости алгоритма: на вход каждому алгоритму давались все 600 СЛАУ. При этом итерационному алгоритму «разрешалось» сделать не более 100 итераций на решение каждой системы. Критериями оценки являлось количество систем, которые были решены за отведенное количество итераций, и фактическое время (в секундах), которое было потрачено на расчет. Исследования проводились на вычислительном кластере ИММ РАН с использованием 40 процессоров. При решении систем использовался последовательный код. Ниже в таблице представлены результаты этого исследования. В ячейках отмечено количество решенных систем и фактическое время (в секундах) требуемое для решения. Как видно из таблицы, наилучшую сходимость показал метод GMRES(50) с неполным разложением Холесского.

	ILU(0)	ICC(0)	JACOBI	NONE
BCGS	510/23	512/23	449/21	427/20
GMRES(10)	449/20	453/20	420/19	418/18
GMRES(20)	474/21	480/21	426/22	422/21
GMRES(50)	515/27	524/27	445/30	432/30
SYMMLQ	348/*	348/*	348/*	426/23
MINRES	348/*	348/*	334/*	432/22

**В третьей главе** представлены подходы к распараллеливанию процесса нахождения радиационной поправки.

Независимое решение большого количества СЛАУ сразу дает три возможных схемы распараллеливания:

## Групповое распараллеливание.

Отдельно взятая группа целиком считается на одном процессоре. Таким образом, группы распределяются между процессорами. Когда все расчеты заканчиваются, результат решений суммируется.

#### Достоинства такой схемы:

- простота программирования,
- высокая скорость расчета,
- возможность использовать любые методы решения СЛАУ и предобуславливания.

#### Недостатки схемы:

- невозможность использовать число процессоров большее, чем число групп (более 600),
- отсутствие механизмов балансировки загрузки процессоров.

#### Распараллеливание решения СЛАУ.

Для каждой группы используется тот или иной параллельный алгоритм решения СЛАУ, задействующий все процессоры. Такая схема по сравнению с групповым распараллеливанием имеет важное достоинство - возможность использования большого числа процессоров (больше числа групп). Однако эффективность такой схемы сильно падает с увеличением числа процессоров.

#### Гибридное распараллеливание

Все процессоры разбиваются на несколько множеств. Каждое множество процессоров получает некоторое количество СЛАУ для решения. При этом каждая линейная система решается в параллельном режиме на процессорах множества. При этом целесообразно, чтобы каждое множество лежало на одном или нескольких узлах МВС, имеющих большую оперативную память и некоторое число ядер. Тогда накладные расходы на решение СЛАУ существенно снижаются. Например, при использовании МВС с 8-ю ядерными узлами, целесообразно формировать множества процессоров по принципу: 1 множество на 1 узел. Такая схема позволяет эффективно использовать в расчетах до 4800 процессорных ядер. Результаты расчетов эффективности гибридной схемы будут представлены далее.

**В четвертой главе** представлено техническое описание программного комплекса для расчета течения газа вокруг тела произвольной формы для двух- и трехмерной геометрий.

Программный комплекс представляет собой несколько независимых модулей, каждый из которых отвечает за отдельный блок функциональности.

# Модуль задания двумерной области.

Представляет собой графическое приложение для ОС Windows, написанное на С++, которое позволяет задать размеры исследуемой области и нарисовать в прямых и кривых Безье объект.

Выходные данные: файлы с описанием расчетной области.

# Модуль построения двумерной расчетной сетки

Кроссплатформенное консольное приложение, написанное на языке С++.

Входные данные: файл с описанием расчетной области, требуемые параметры триангулирования.

Выходные данные: файл с описанием расчетной сетки.

Модуль комплексного расчета газодинамического двумерного течения с учетом радиационных процессов.

Кроссплатформенное консольное параллельное приложение, написанное на языке C++ с использованием стандарта распараллеливания MPI. Предназначено для запуска как на одном процессоре, так и на MBC.

Входные данные: файл описания расчетной сетки.

Выходные данные: результаты расчетов в формате PLT (формат визуализатора Tecplot).

Модуль комплексного расчета газодинамического трехмерного течения с учетом радиационных процессов.

Кроссплатформенное консольное параллельное приложение, написанное на языке C++ с использованием стандарта распараллеливания MPI.

Предназначено для запуска как на одном процессоре, так и на МВС.

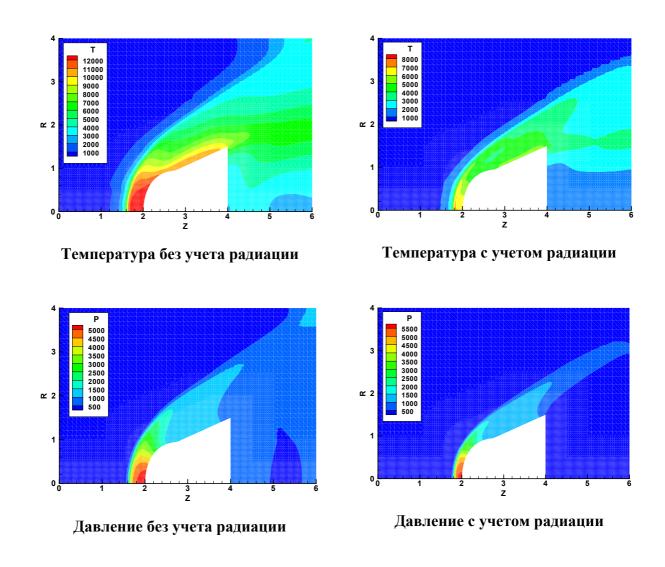
Входные данные: файл описания расчетной сетки в формате МЕSH.

Выходные данные: результаты расчетов в формате MESH и PLT.

**В пятой главе** представлены результаты моделирования обтекания возвращаемой капсулы проекта «Apollo» для двумерной и трехмерной геометрий. Проанализирована эффективность групповой и гибридной реализаций.

В качестве тестовой модели был выбран объект, геометрические характеристики которого соответствуют форме возвращаемой капсулы проекта «Apollo». Параметры невозмущенного потока газа в модельной задаче были следующие: температура - 266 K, давление - 43 Па, плотность - 0.000563 кг/м $^3$ , скорость - 12 Ма, скорость звука - 326.92 м/с.

Результатом моделирования является обтекание объекта с учетом радиационных процессов и без них (см. рисунки ниже). Основной вывод, который можно сделать при их анализе, это близость ситуации к реальной, в случае учета радиационных процессов. Например, без учета радиации максимальная температура на фронте ударной волны пропорциональна числу Маха. С учетом радиационных процессов значение температуры получается в 1.5 – 2 раза ниже, что более соответствует известным экспериментальным данным.



При написании параллельных программ основным параметром качества алгоритма является его эффективность. Этот параметр

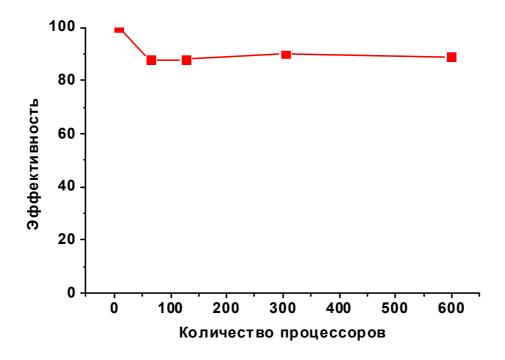
рассчитывался относительно 8 процессоров. Формула для расчета эффективности для N процессоров:

$$e_N = t_8 / (N/8) / t_N$$

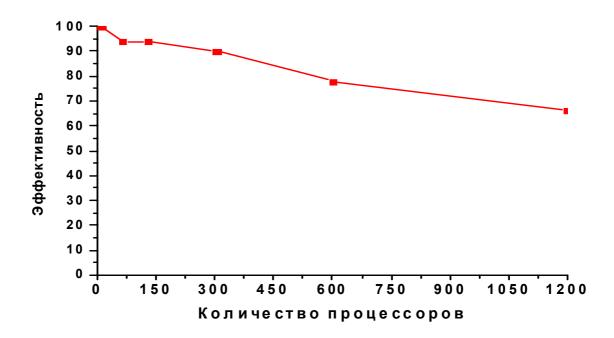
где  $t_8$  - время вычисления на 8 процессорах,  $t_N$  - время вычислитения на N процессорах.

Замеры эффективности проводились для двух методик распараллеливания: группового и гибридного. В качестве аппаратной платформы использовался суперкомпьютер, расположенный в МСЦ РАН – MBC-100k. Размерность расчетной сетки составляет 76245 узлов (двумерная задача), используемый метод — BCGSTAB, предобуславливатель — JACOBI, максимальное число итераций — 100.

Эффективность группового распараллеливания:



Эффективность гибридного распараллеливания с группировкой процессоров по 8 в группе:



**В** заключении сформулированы основные выводы и приведены выносимые на защиту результаты.

**В приложении 1** описаны технические характеристики используемых МВС. **В приложении 2** представлены схемы решения СЛАУ.

#### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

- Предложен новый численный подход для моделирования обтекания объектов произвольной формы в атмосферном воздухе с учетом процессов радиационного излучения.
- На основе описанного подхода разработан параллельный программный комплекс, ориентированный на применение MBC с большим числом процессоров.
- Исследованы ускорение и эффективность программного комплекса при различных вычислительных конфигурациях.
- С помощью разработанного комплекса проведено моделирование двух- и трехмерных сверхзвуковых течений газа вокруг спускаемого

- космического аппарата с учетом радиационной поправки и без, и проведен их сравнительный анализ.
- В численных экспериментах подтверждена устойчивость квазигазодинамической системы уравнений к изменениям, связанным с радиационной поправкой.

# ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- Т.А. Кудряшова, С.В. Поляков, Э.М. Кононов. Расчёт поля радиационного излучения газа вокруг спускаемого аппарата. // Математическое моделирование, 2008, 20(10), с. 63-74.
- B.N. Chetverushkin, S.V. Polyakov, T.A. Kudryashova, A. Kononov, A. Sverdlin. Numerical Simulation of 2D Radiation Heat Transfer for Reentry Vehicles, In "Parallel Computational fluid Dynamics. Theory and Applications", Proceedings of the Parallel CFD 2005 Conference (College Park, MD, U.S.A., May 24-27, 2005), ELSEVIER B.V., Amsterdam, 2006, pp. 293-299.
- Sergey Polyakov, Tatiana Kudryashova, Alexander Sverdlin, Eldar Kononov. Parallel Computation of Radiation Transport around Reentry Vehicle. / CD-proceedings of "West-East High Speed Flow Field Conference (WEHSFF 2007)" (November 19-22, 2007, Moscow, Russia), 2007, pp. 1-8.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

- 1. Б.Н. Четверушкин. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. М., Наука, 1985.
- 2. Т.Г. Елизарова. Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. -- М., Научный мир, 2007. 352 с.
- 3. И.В. Авилова, Л.М. Биберман и др. Оптические свойства горячего воздуха, Наука, 1970. 318 с.