

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Васильева Олега Викторовича «Адаптивные вейвлетные коллокационные методы многомасштабного численного моделирования задач механики жидкости и газа», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.07 – «Вычислительная математика»

Актуальность. Диссертационная работа О. В. Васильева суммирует достижения соискателя за последние 20 лет по развитию адаптивных вейвлетных коллокационных методов и методов штрафных функций для численного решения задач математической физики в простой и сложной геометрии, включая задачи механики жидкости и газа со стационарными и подвижными границами.

Актуальность обсуждаемой диссертации обусловлена важностью разработки универсальных вычислительных подходов для решения задач механики жидкости и газа, характеризующихся широким спектром масштабов, неравномерно распределённых в пространстве и времени, для эффективного разрешения которых желательно использовать методы, способные идентифицировать, выделять и разрешать на адаптивной сетке локализованные структуры, при этом активно контролируя ошибку решения.

Несмотря на наличие большого количества работ в области вейвлетных методов и методов погружённых границ, разработанные ранее адаптивные методы на основе вейвлетов первого поколения обладали рядом существенных недостатков и ограничений, таких как отсутствие вейвлетного преобразования на адаптивной сетке, неэффективное прямое дифференцирование вейвлетного разложения и плохая обусловленность вейвлетов первого поколения в ограниченных областях, ухудшающая сходимость численных методов, невозможность применения адаптивных вейвлетных методов для решения задач со сложной геометрией, и отсутствие адаптивных параллельных вейвлетных методов. Что касается методов затопленных границ, то к основным недостаткам разработанных ранее методам штрафных функций можно отнести отсутствие возможности накладывать общие граничные условия Неймана и Робена и невозможность применять методы штрафных функций для численного моделирования всех скоростных режимов течения жидкости и газа. Этим вопросам и посвящена представленная диссертация.

Содержание и методология. Диссертация (объемом 395 стр.) состоит из введения, шести глав, заключения и списка цитируемой литературы, содержащего 337 наименований.

Во Введении обосновывается актуальность темы диссертации и дается подробный обзор литературы по теме диссертации.

Диссертация может быть разделена на две части. Первая часть, состоящая из Глав 1-4, посвящена описанию класса вейвлетных коллокационных методов для решения эллиптических, параболических и гиперболических систем уравнений. Во второй части диссертации, состоящей из глав 5-6, описаны разработанные методы штрафных функций, расширяющие возможности применения адаптивных вейвлетных коллокационных методов для решения задач математической физики в сложной геометрии, включая задачи механики жидкости и газа со стационарными, подвижными и деформируемыми границами.

В главе 1 представлены ключевые компоненты разработанного адаптивного вейвлетного коллокационного метода, а также приведены асимптотические оценки локального разрешения и ошибки вейвлетной аппроксимации. Важно отметить разработанное автором быстрое $O(N)$ адаптивное вейвлетное преобразование второго поколения, позволяющее устранить все недостатки подходов на основе вейвлетов первого поколения, и включающее процедуру проверки восстановления функции, обеспечивающую принудительное включение узлов-предков, необходимых для рекурсивного вычисления вейвлетных коэффициентов на адаптивной сетке. Именно разработка быстрого адаптивного вейвлетного преобразования является основополагающим фактором, обеспечившим возможность разработки целого класса адаптивных вейвлетных коллокационных методов для решения эллиптических, параболических и гиперболических систем уравнений. Для каждого из методов приведены оценки асимптотической сходимости, подтверждённые результатом численных экспериментов. Эффективность сеточной адаптации, измеряемая коэффициентом сжатия, и способность разработанных методов разрешать локализованные структуры на динамически адаптивных однородных и неоднородных сетках продемонстрированы на примере тестовых задач с аналитическими решениями.

Глава 2 посвящена обобщению адаптивного вейвлетного коллокационного метода для параллельных вычислений. В главе описаны параллельное асинхронное вейвлетное преобразование второго поколения, структура данных типа дерева произвольной размерности, квантование и межпроцессное перемещение (миграция) данных, и динамическое межпроцессное разбиение адаптивной сетки (динамическое распараллеливание задачи). В разделе также рассмотрены эффективность распараллеливания и параллельная масштабируемость.

В главе 3 представлен принципиально новый пространственно-временной адаптивный вейвлетный коллокационный метод для решения параболических задач с одновременной адаптацией сетки в пространстве и времени, устраняющий две основные проблемы классических маршевых вычислительных методов - неэффективность использования глобального шага интегрирования по времени и отсутствие возможности контроля глобальной ошибки во времени. В главе также представлены результаты численных экспериментов для решения тестовых задач, демонстрирующие эффективность пространственно-временной сеточной адаптации, способность активного контроля глобальной ошибки интегрирования во времени и сходимости решения.

Применение вейвлетных адаптивных коллокационных методов для решения задач механики жидкости и газа в простой геометрии рассмотрены в главе 4. В частности приведены примеры применения метода для вейвлетного адаптивного прямого численного моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости, неустойчивости Рэля—Тейлора, ламинарного взаимодействия диффузионного пламени с парой вихрей, неустойчивости Рихтмайера—Мешкова и прямой инициации детонации. Эффективность пространственно-временного адаптивного вейвлетного коллокационного метода продемонстрирована на примере численного моделирования двумерной затухающей турбулентности для чисел Рейнольдса в диапазоне $1260 \leq Re \leq 40400$, при моделировании которой число степеней свободы, узлов пространственно-временной адаптивной сетки, растёт экспоненциально с увеличением числа Рейнольдса, но с экспоненциальным коэффициентом 0.9, существенно меньшим, чем общепринятая оценка $3/2$ без учёта перемежаемости. Эти результаты очень важны, так как они впервые продемонстрировали, что прямое численное моделирование турбулентности при больших числах Рейнольдса с использованием адаптивных подходов становится достижимой целью.

В главе 5 представлены методы штрафных функций, расширяющие возможности применения адаптивных вейвлетных коллокационных методов для решения задач математической физики в сложной геометрии, включая задачи механики жидкости и газа. Динамическая адаптация сетки позволяет воспроизводить геометрию задачи стационарными и движущимися границами с заданной точностью без чрезмерного разрешения вдали от границы и минимизировать количество узлов сетки внутри объекта сложной геометрии, необходимых для определения граничных условий. Для устранения ограничений разработанных ранее метода штрафных функций, связанных с отсутствием возможности накладывать общие граничные условия, автором разработан новый класс методов штрафных функций, снимающий вышеупомянутые ограничения и обеспечивающий возможность задавать общие однородные и неоднородные граничные условия Неймана и Робена. Важно отметить, что разработанный автором метод характеристических штрафных функций, довольно гибок и применим для решения как параболических, так и гиперболических систем уравнений, при этом, даёт возможность контролировать ошибку численного решения пенализированных уравнений через значения параметров штрафных функций. В диссертации приведены асимптотические оценки сходимости разработанных методов штрафных функций, а также представлены численные результаты проверки сходимости решения, подтверждающие соответствие результатов вычислений асимптотической оценке ошибки в случае однородных и неоднородных граничных условий Дирихле, Неймана и Робена. Для выполнения условия инвариантности Галилея в формулировку метода характеристических штрафных функций добавлены конвекционные члены Лагранжа, обеспечивающие выполнение граничных условий в системе отсчёта движущегося тела.

Применение разработанных методов штрафных функций совместно с адаптивным вейвлетным коллокационным методом для численного моделирования обтекания стационарных и движущихся рассмотрено в главе 6 в контексте вейвлетного адаптивного прямого численного моделирования и вейвлетного адаптивного метода крупных вихрей. Важно отметить, обобщение адаптивного вейвлетного коллокационного метода с варьирующимся в пространстве и времени вейвлетный порогом, расширяющим возможность метода регулировать локальное сеточное разрешение не только для контроля ошибки численного решения, но также из соображений физического моделирования.

Автореферат правильно и полностью отражает содержание диссертации.

Степень обоснованности и достоверность научных положений. Все разработанные в диссертации методы документированы и реализованы в адаптивной среде для универсального численного многомасштабного моделирования AWESUMM, находящейся в свободном доступе. Все теоретически полученные в оценки асимптотической сходимости разработанных в диссертации методов подтверждены результатами вычислений тестовых задач с известными аналитическими или численными решениями. Все разработанные методы всесторонне верифицированы на большом наборе тестовых задач различной сложности. Результаты численного моделирования течений подтверждены соответствием с опубликованными экспериментальными и вычислительными результатами, полученными другими авторами с использованием альтернативных методов. Основные результаты диссертации изложены в 46 публикациях, 42 из которых – в периодических научных журналах или изданиях, индексируемых Web of Science или Scopus, включая наиболее авторитетные международные журналы по вычислительной математике, такие как Journal of Computational Physics и SIAM Journal on Scientific Computing. Результаты диссертации были представлены автором в приглашённых докладах на 43 международных конференциях и на семинарах университетов как в России, так и за рубежом и докладывались на 66 международных конференциях.

Научная новизна. Теоретическая и практическая значимость. В диссертации представлен новый класс коллокационных методов на основе вейвлетов второго поколения, обеспечивающий системный контроль ошибки численного решения параболических, эллиптических и гиперболических систем уравнений с одновременным выделением, разрешением и отслеживанием локальной структуры решения на адаптивных вычислительных сетках.

В диссертации также представлен принципиально новый класс методов штрафных функций для численного решения задач математической физики с уникальными свойствами, отличающими его от всех известных методов погруженных границ общностью формулировки и возможностью накладывать произвольные граничные условия с заданной степенью точности, априорно определяемой значением штрафного параметра.

К существенным достижениям также относятся параллельное обобщение адаптивного вейвлетного коллокационного метода, разработка пространственно-временного адаптивного вейвлетного коллокационного метода, обладающего способностью контроля глобальной ошибки во времени, и объединение адаптивного вейвлетного коллокационного метода с разработанными методами штрафных функций, расширяющее возможности применения разработанных вейвлетных подходов для решения задач в сложной геометрии.

Разработанные автором методы, изложенные в диссертации, имеют важное теоретическое и практическое значение, подтвержденное высоким уровнем цитирования статей автора по теме диссертации. Разработанные в диссертации методы штрафных функций применимы не только для адаптивных подходов на основе вейвлетов, но для совместного использования практически со всеми известными адаптивными и неадаптивными методами конечных объемов и конечных элементов, спектральными и конечноразностными методами.

Особенно следует отметить способность разработанных в диссертации методов получать решение на адаптивной сетке, отслеживающей и разрешающей с заданной точностью все структуры решения и границы области, общность формулировки методов штрафных функций, позволяющей задавать произвольные граничные условия, а также возможность применения разработанных методов для решения широкого спектра задач математической физики, включая численное моделирование течений жидкости и газа во всех скоростных режимах.

Замечания.

1. Количество примеров, демонстрирующих разные свойства разработанных в диссертации алгоритмов можно было бы сократить, выбрав примеры, иллюстрирующие сразу несколько аспектов. Из-за большого количества примеров сильно увеличился объем работы и усложнилось ее понимание. Скажем, в Параграфе 2.7 описаны результаты параллельного моделирования турбулентных течений с использованием метода когерентных вихрей, в то время как достаточно детальные постановки задач моделирования рассматриваются позже, в Главах 4-6.
2. Численные методы, основанные на вейвлетах, не гарантируют монотонность решений или справедливость принципа положительности решений. Автору следовало бы более подробно обсудить эту тему, в частности указать, каким образом гарантировалась, скажем, положительность плотности при моделировании сложных физических процессов. В этой связи я бы также отметил идеи В.И. Лебедева, который использовал тонкие свойства полиномов Чебышева для фильтрации нефизических осцилляций с сохранением структур решения.

3. Для ряда классических тестовых задач вычислительной аэро- гидродинамики (одномерный расчет слабой и сильной ударной волны, обтекание неподвижного кругового цилиндра) в литературе доступно большое количество расчетных данных, в том числе на адаптивных сетках. Сравнение с ними сделало бы более понятным поведение вейвлетных решений.
4. В Параграфе 4.1 описана задача двумерного слияния вихрей в несжимаемой жидкости. Из описания сложно понять, насколько точным и эффективным является описанный алгоритм. В п. 4.4.1 для решения этой же задачи используется вейвлетный метод с адаптацией в пространстве-времени. Из изложения трудно понять, что является каноническим решением в этой задаче, и какой из описанных методов является наиболее точным. Для этой задачи есть известные расчеты. В частности, с использованием компактных схем высокого порядка, которые можно было бы использовать для сравнения.
5. За исключением нескольких разделов диссертации, в большинстве случаев эффективность разработанных алгоритмов измерялась коэффициентом сжатия. Целесообразно было бы также включить сравнение вычислительной стоимости разработанных методов с существующими неадаптивными подходами, а также с известными методами типа конечных объемов на адаптивных декартовых сетках.

Приведенные замечания не снижают ценности представленных в диссертации результатов. Ранее я достаточно скептически относился к возможности численных методов, основанных на вейвлетах, решать задачи со сложными физическими эффектами. На мой взгляд, работа О.В. Васильева — это убедительное продвижение в этом направлении.

Заключение. Диссертация Васильева Олега Викторовича является научно-квалификационной работой, вносящей значительный вклад в развитие адаптивные вычислительные методы и методов погруженных границ. На основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как крупное научное достижение. Диссертация О. В. Васильева является законченным самостоятельным исследованием и полностью соответствует паспорту специальности 01.01.07 — «Вычислительная математика» и требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК, а её автор, Васильев Олег Викторович, несомненно заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.07 — «Вычислительная математика».

24.05.2021

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук, профессор
РАН, ведущий научный сотрудник, отдел 26
Вычислительного центра им. А.А. Дородницына
Российской академии наук Федерального
исследовательского центра «Информатика и
управление» Российской академии наук

Гаранжа Владимир Анатольевич

Почтовый адрес: 119333, Россия, г. Москва, ул. Вавилова д. 44 корп. 2
Телефон: 8-499-135-62-60
E-mail: garan@ccas.ru

Подпись В.А. Гаранжи удостоверяю:

Заместитель директора по научной работе ФИЦ ИУ РАН
д.ф.-м.н.



Посыпкин Михаил Анатольевич