

На правах рукописи

Сазонов Василий Викторович

Математическое моделирование воздействия внешней среды
на космический аппарат с изменяющейся геометрией поверхности

1.2.2 – математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:
д.т.н., профессор
Соловьев Владимир Алексеевич

Оглавление

Введение.....	6
Глава 1 Интерактивная геометрическая модель космического аппарата	40
1.1. Постановка задачи.....	41
1.2. Геометрическая модель	41
1.2.1. Структура модели	41
1.2.2. Задание геометрических примитивов	43
1.2.3. Формат файла данных модели.....	44
1.3. Вычисления при помощи модели.....	46
1.3.1. Построение многогранных сеток	47
1.3.2. Вычисление видимых из заданной точки участков поверхности	49
1.3.3. Отыскание проекции поверхности на заданную плоскость	52
1.4. Программная реализация	57
1.6. Выводы.....	57
Глава 2 Математическое моделирование сил и моментов аэродинамического сопротивления, действующих на космический аппарат.....	59
2.1. Вычисление сил и моментов аэродинамического сопротивления.....	59
2.2. Обработка данных автономной системы навигации, установленной на МКС.....	66
2.2.1. Модель орбитального движения Международной космической станции	67
2.2.2. Вычисление площади миделева сечения	69
2.2.3. Обработка измерений автономной системы навигации	73
2.3. Математическое моделирование вращательного движения транспортного грузового корабля «Прогресс МС»	84

2.3.1. Вычисление аэродинамического момента, действующего на транспортный грузовой корабль «Прогресс».....	84
2.3.2. Уравнения вращательного движения транспортного грузового корабля «Прогресс»	90
2.3.3. Режим гравитационной ориентации вращающегося спутника	94
2.3.4. Реконструкция движения транспортного грузового корабля «Прогресс»	96
в режиме гравитационной ориентации по измерениям угловой скорости	96
2.3.5. Реконструкция движения транспортных грузовых кораблей	99
«Прогресс МС-07» и «Прогресс МС-08».....	99
2.3.6. Закрутка на Солнце. Усредненные уравнения вращательного движения.	102
2.4. Выводы.....	110
Глава 3. Математическое моделирование работы системы электропитания космического аппарата	129
3.1. Модели работы солнечной батареи.....	129
3.1.1 Модель на основе решения диодного уравнения	131
3.1.2 Упрощенная модель.....	135
3.1.3 Конструкция солнечной батареи	136
3.2. Задание физических и геометрических характеристик солнечной батареи	138
3.3. Математическое моделирование работы системы электропитания космического аппарата	138
3.4. Обработка данных телеметрической информации Российского сегмента Международной космической станции	150

3.4.1. Метод аппроксимации телеметрических параметров Служебного модуля «Звезда»	151
3.4.2. Определение параметров математической модели для прогноза работы системы электропитания Служебного модуля «Звезда»	158
3.4.3. Проверка адекватности математической модели путем обработки данных телеметрической информации Служебного модуля «Звезда» в течение 12.2019 – 11.2020	160
3.5. Оценка вклада непрямого излучения от Солнца в работу солнечной батареи.....	166
3.6. Выводы.....	169
Глава 4. Восстановление траектории относительного сближения космического корабля с орбитальной станцией.....	171
4.1. Модель движения маневрирующего космического аппарата.....	171
4.2. Относительная траектория сближения	173
4.3. Восстановление траектории движения Международной космической станции в Гринвичской системе координат	174
4.4. Восстановление траектории движения космического корабля в Гринвичской системе координат.....	175
4.5. Выводы.....	189
Глава 5. Математическое моделирование работы радиотехнической системы с активным ответом	190
5.1. Используемые допущения.....	190
5.2. Вычисление характеристик отраженной электромагнитной волны... ..	191
5.3. Математическая модель излучающей антенны	193
5.4. Схема вычислений	195
5.5. Расчет характеристик электромагнитного поля вдоль траектории сближения	197

5.6. Оценка результатов моделирования	199
5.6. Обработка телеметрической информации.....	203
5.7. Выводы.....	208
Заключение	210
Список литературы	214

Введение

Актуальность и степень разработанности темы диссертации. Началом космической эры принято считать 4 октября 1957 года, когда начал полет первый космический аппарат (КА) «Спутник-1», который был запущен с космодрома Байконур при помощи ракеты-носителя Р-7 [1]. С тех пор человечество активно ведет разработку новой космической техники, космических материалов и технологий. Полностью воссоздать условия космического полета на Земле невозможно. Для испытания космической техники и космических материалов используются специальные установки, которые позволяют приблизиться к физическим условиям космического пространства. При разработке космической техники активно используется и математическое моделирование, которое позволяет без проведения натурных и полунатурных испытаний решать задачи проектирования и оценки работоспособности космической техники [2]. Также математические модели существенно используются при управлении полетом [3]. Создание и использование математических моделей для проектирования и оценки параметров космической техники и космических материалов, проектирования космических миссий, а также для управления космическим полетом является высоко актуальной задачей.

Ряд современных космических аппаратов в том числе и крупногабаритные космические конструкции имеют сложную геометрическую форму, изменяющуюся во время полета. Точное математическое моделирование процессов воздействия внешней среды на космический аппарат требует знания о внешней поверхности. К этим процессам относятся [2]:

- аэродинамическое торможение,
- воздействие Солнца: световое давление, работа солнечных батарей и нагрев КА,
- рассеяние электромагнитных волн на поверхности КА: радиолокация и связь,
- воздействие гравитации,
- воздействие радиации.

Диссертационная работа направлена на выработку единого подхода к разработке быстрых, но достаточно точных методов решения задач математического моделирования воздействия внешней среды на КА геометрическими методами, в основе которого лежит использование геометрической модели внешней поверхности космического аппарата.

Подходы к геометрическому представлению поверхностей сложных технических объектов, основанные на использовании полигональных моделей, NURBS [4] [5], Т-сплайнов [6], эффективно применяются в системах автоматизированного проектирования (САПР), однако для класса задач, рассматриваемых в диссертации, они оказываются слишком сложными при учете изменяющейся во время моделирования геометрии изучаемых объектов.

В работе предлагается новый подход к построению геометрической модели внешней поверхности КА, позволяющей задавать подвижные элементы, моделировать изменение состава КА путем добавления или удаления новых модулей. Предлагаемый подход позволяет использовать в одной модели внешней поверхности КА модели модулей из различных источников, заданных в виде набора крупных геометрических примитивов или моделей, экспортируемых из систем автоматизированного проектирования (САПР). На основе предлагаемого подхода автором разработан программный модуль задания внешней поверхности КА. С использованием предложенного подхода к построению геометрической модели внешней поверхности космического аппарата рассматриваются задачи математического моделирования воздействия сил и моментов аэродинамического сопротивления, действующих на КА, математического моделирования работы солнечных батарей (СБ) КА, математического моделирования работы радиолокационной системы, установленной на борту КА. В диссертации предложены новые математические модели:

- орбитального движения КА с использованием вычисления сил аэродинамического сопротивления с учетом переменного миделева сечения КА;

- движения КА относительно центра масс с использованием расчета сил и моментов аэродинамического сопротивления, действующих на аппарат, при помощи геометрической модели;
- работы СБ КА, учитывающей частичное затенение поверхности СБ и ее конструктивные особенности;
- восстановление траектории движения КА относительно ОС во время динамической операции сближения и стыковки КА к ОС;
- работы радиолокационной системы с активным ответом измерения параметров относительного движения, установленной на КА и орбитальной станции (ОС).

Все предложенные математические модели и алгоритмы математического моделирования реализованы в виде комплексов проблемно-ориентированных программ. Верификация предложенных математических моделей, алгоритмов и реализующих их программ проводится при помощи сравнения результатов математического моделирования с поведением реального КА путем обработки телеметрической информации. В качестве изучаемых реальных КА выбраны грузовые и транспортные космические корабли (КК) «Прогресс», «Союз» и Международная космическая станция (МКС).

Во введении описываются основные подходы к решению рассматриваемых в диссертации задач, приводится обзор литературы, показан характер современного состояния исследований в затрагиваемых направлениях математического моделирования. Обосновывается актуальность темы диссертационной работы и выбранного направления исследований. Сформулированы цели и задачи диссертации, приведена структура работы и ее краткое содержание. Приводятся выводы о научной новизне, практической значимости результатов исследования, сформулированы основные положения, выносимые на защиту и даны сведения об апробации результатов диссертации.

Для решения прикладных задач математического моделирования движения и функционирования КА требуется иметь модель внешней поверхности КА. Требования точности к модели зависят от конкретной задачи,

например, для определения сил и моментов аэродинамического сопротивления или определения затененности солнечных батарей не требуется иметь модель высокой детализации, в то же время при решении задач определения зон радиовидимости или вычисления отраженной электромагнитной волны от внешней поверхности КА требуется учесть все мелких деталей внешней поверхности КА, попадающие в поле зрения излучающей антенны. Очевидно, требуется подход, позволяющий задавать геометрические модели внешней поверхности КА различных уровней детализаций. Современные КА имеют сложную форму внешней поверхности с набором подвижных элементов, которые, двигаясь с течением времени, существенно меняют форму внешней поверхности. Примером такого КА является Международная космическая станция (МКС) – солнечные батареи (СБ) российского и американского сегментов, манипулятор Canadarm 2 [7] двигаясь существенно изменяют форму внешней поверхности. Также следует учесть, что современная космическая техника проектируется при помощи средств автоматизированного проектирования, таких как PTC Creo [8], CATIA [9], Компас 3D [10] и др. Поэтому для облегчения работ по подготовке геометрических моделей внешней поверхности КА целесообразно обеспечить возможность использования в качестве компонентов геометрические модели или их части, созданные при помощи подобных программных комплексов.

Вопросы создания геометрических моделей внешней поверхности КА затрагиваются в [11-13]. Общий подход – представление внешней поверхности КА в виде совокупности элементарных поверхностей – геометрических примитивов. В качестве геометрических примитивов в [13] используются: прямоугольники, треугольники, трапеции, диски, прямоугольные параллелепипеды, цилиндры, конусы, усеченные конусы, сферы, части сферы. Подобные подходы применяются также в [12] задачах определения накопления заряда на поверхности КА.

В настоящее время разработка КА ведется в средах автоматизированного проектирования (САПР). В этих средах модель изделия создается с

использованием различных технологий и методов: твердотельного моделирования, сплайновых поверхностей, построения поверхностей сопряжения [14]. В этих средах модели чаще всего хранятся в проприетарном формате, использование которого для сторонних приложений не представляется возможным, требуется экспорт модели в один из общепринятых форматов представления.

Одним из самых распространенных в компьютерной графике способов является представление поверхности в виде набора многогранных поверхностей с треугольными гранями. Такое представление называется полигональной моделью [15] [16] и очень удобно для вычисления поверхностных интегралов и решения задач геометрической видимости, однако обладает рядом недостатков, главным из которых является возможное большое количество треугольников. При импорте данных из САПР возникают модели, которые могут содержать миллионы треугольников, эти модели занимают много места в памяти, и их обработка требует избыточного времени, что делает их непригодными для решения прикладных задач. Кроме того, современные КА обладают набором подвижных элементов (солнечные батареи, радиаторы, манипуляторы и пр.), поэтому требуется оперативно перестраивать модель внешней поверхности.

В диссертационной работе предлагается новый подход к созданию геометрической модели внешней поверхности КА, которая:

- построена по принципу модульности, модули выстроены в иерархию в виде дерева;
- позволяет задавать модули, используя различные геометрические примитивы;
- позволяет использовать части модели, разработанные в сторонних САПР;
- поддерживает изменение внешней поверхности КА и его состава в процессе моделирования.

Развиваемый подход к созданию геометрической модели внешней поверхности КА используется для решения прикладных задач математического моделирования воздействия внешней среды на КА.

При моделировании орбитального движения КА для получения достаточно точного прогноза требуется учитывать следующие факторы [17]:

- неравномерность гравитационного поля Земли,
- нестабильность вращения Земли,
- гравитационное взаимодействие с Луной и Солнцем,
- сопротивление атмосферы Земли,
- световое давление.

На орбитальное движение низколетящих КА (до 500 км) существенное влияние оказывает аэродинамическое сопротивление, световым давлением на этих высотах обычно пренебрегают [18].

Аэродинамическое сопротивление прямо пропорционально площади миделева сечения космического аппарата. Обычно в модели движения используется так называемый баллистический коэффициент, который является уточняемым параметром при согласовании модели движения с траекторными измерениями [19-21]. Баллистический коэффициент считается постоянным на временном интервале моделируемой траектории.

Для движения низколетящих КА с большим значением баллистического коэффициента аэродинамическое сопротивление является существенным возмущающим фактором. При движении по орбите КА с подвижными элементами внешней поверхности, такими как СБ, может менять площадь миделева сечения, а следовательно, и баллистический коэффициент. Например, площадь миделева сечения МКС может меняться от $\sim 700 \text{ м}^2$ до $\sim 2900 \text{ м}^2$.

МКС обладает набором подвижных элементов – солнечных батарей (СБ) и радиаторов, а также с течением времени меняется и состав станции – пристыковываются и отстыковываются транспортные грузовые и пилотируемые корабли, добавляются новые модули.

При орбитальном движении подвижные элементы станции вращаются в зависимости от положения Солнца, существенно изменяя миделево сечение и, как следствие, изменяя и силу аэродинамического торможения. Этим фактом пользуются специалисты НАСА для оптимизации выбора положения СБ

Американского сегмента (АС) МКС с учетом требуемой выработки электроэнергии и минимизации аэродинамического торможения [22]. В 2003 году был реализован режим выбора положения солнечных батарей Night glider [23], при котором на неосвещенных участках орбиты СБ АС МКС разворачивались таким образом, чтобы площадь миделева сечения была минимальной. По заверению специалистов НАСА это позволяет снизить аэродинамическое торможение на 25%. Но в указанных работах не рассматривается задача прогноза траектории движения с учетом изменения баллистического коэффициента.

В работе [21] рассматривается задача аппроксимации измерений автономной системы навигации (АСН), установленной на МКС, применяется модель, в которой не учитываются изменения формы внешней поверхности КА, но рассматриваются интервалы, на которых совокупность параметров орбиты и режима поддержания ориентации позволяет считать форму внешней поверхности постоянной. Здесь же показывается, что выбор параметров модели атмосферы оказывает существенное влияние на точность аппроксимации. Модель движения с переменным миделевым сечением ранее не рассматривалась.

Соппротивление атмосферы оказывает сильное влияние на движение низколетящих КА (200-400 км) относительно центра масс. Для подобных аппаратов возможно использование аэродинамической системы стабилизации [24]. Для определенных типов КА предусмотрены режимы полета, в которых вращательное движение неуправляемо, например, КА «Фотон-М» [25], транспортный грузовой корабль (ТГК) «Прогресс» [26]. В случае неуправляемого вращательного движения для обработки данных экспериментов, проводимых на борту КА, для которых важно знание режима микрогравитации, необходимо восстанавливать вращательное движение КА при помощи математической модели.

При математическом моделировании вращательного движения низколетящих КА обычно учитывают гравитационный момент и момент сил аэродинамического сопротивления [27], магнитный момент учитывается, если

КА обладает системой магнитной ориентации, световое давление на высотах до 500 км несоизмеримо мало в сравнении с другими возмущающими факторами. Для вычисления аэродинамического момента используются различные подходы:

- аппроксимация внешней поверхности КА сферой, центр которой смещен относительно центра масс [28],
- аппроксимация внешней поверхности КА эллипсоидом [29],
- аппроксимация внешней поверхности КА осесимметричным телом [30].

Указанные подходы позволяют с различной точностью приближать аэродинамический момент, действующий на КА.

В последние годы на транспортном грузовом корабле (ТГК) «Прогресс» целенаправленно использовались два режима неуправляемого вращательного движения. Это – одноосная солнечная ориентация, так называемая закрутка на Солнце, и режим гравитационной ориентации вращающегося спутника. Первый режим – штатный. Начальные условия движения корабля в этом режиме – закрутка с угловой скоростью $2.2 \div 2.4^\circ/\text{с}$ вокруг направленной на Солнце нормали к плоскости солнечных батарей (СБ) [31] [32]. Нормаль образует малый угол с главной центральной осью максимального момента инерции ТГК, поэтому ориентированное движение близко к стационарному вращению корабля вокруг этой оси. Под действием на корабль гравитационного и аэродинамического моментов ось закрутки медленно прецессирует и через несколько часов заметно отклоняется от направления на Солнце. Скорость прецессии определяется в основном гравитационным моментом и зависит от угла между осью закрутки и плоскостью орбиты. Чтобы спрогнозировать уход оси закрутки от направления на Солнце и тем самым оценить возможности данной реализации режима по зарядке бортовых аккумуляторов, необходимо провести расчет вращательного движения корабля под действием внешних механических моментов.

Режим гравитационной ориентации вращающегося спутника предназначен для проведения на борту ТГК экспериментов с гравитационно-чувствительными системами и процессами. В этом режиме корабль вращается с угловой скоростью $0.2 - 0.3^\circ/\text{с}$ вокруг продольной оси, совершающей малые колебания

относительно радиуса-вектора своего центра масс [33-36]. Применение режима гравитационной ориентации требует последующего определения фактического вращательного движения корабля для правильной интерпретации результатов космических экспериментов. Такое определение выполняется по измерениям угловой скорости с использованием достаточно детальных уравнений движения ТГК, в которых должны учитываться указанные выше внешние механические моменты и некоторые дополнительные факторы.

Для математического моделирования обоих режимов можно использовать единую систему уравнений движения. Гравитационный момент в этой системе задается простыми формулами, а для расчета аэродинамического момента используется геометрическая модель внешней поверхности корабля. На орбите МКС аэродинамический момент влияет на движение ТГК слабее гравитационного, поэтому ранее использовались упрощенные модели такого рода. В диссертации описываются результаты математического моделирования обоих рассмотренных режимов, полученные с использованием уравнений движения, в которых для расчета аэродинамического момента использована детальная геометрическая модель внешней поверхности корабля. Приведено описание этой модели и способ учета рассчитанного с ее помощью аэродинамического момента в уравнениях вращательного движения корабля. Как оказалось, использование уточненной модели аэродинамического момента подтвердило результаты, полученные с помощью упрощенных моделей.

Также в диссертационной работе рассматривается задача математического моделирования работы солнечных батарей (СБ) КА. В большинстве современных КА, совершающих космический полет, СБ являются основным источником электроэнергии. Под действием как прямого, так и переотраженного солнечного света в СБ возбуждается электрический ток, используемый для бортового питания КА. Моментальная сила тока, выдаваемая СБ, и следовательно, количество вырабатываемой электроэнергии зависит от многих факторов: конструктивных особенностей СБ, расстояния до Солнца, угла падения солнечных лучей на плоскость СБ и др. [37]. Тема математического

моделирования работы СБ достаточно хорошо изучена отечественными [38-41] и зарубежными [42-44] авторами, разработаны программы для ЭВМ, позволяющие моделировать работу СБ, задавая различные условия работы.

В случае, если КА имеет сложную форму внешней поверхности, элементы конструкции КА могут существенно затенять поверхность СБ, снижая выработку электроэнергии. При учете возможного затенения СБ и изменения затенения СБ с течением времени в ходе орбитального движения КА и изменения формы его внешней поверхности, определение параметров работы СБ становится нетривиальной задачей, которую можно точно решить только с помощью математического моделирования. Задача определения требуемых характеристик СБ КА с учетом его орбиты, режима движения относительно центра масс, характера решаемых аппаратом целевых задач является одной из основных при проектировании КА. Во время эксплуатации КА при планировании его работы требуется иметь точный прогноз выработки электроэнергии СБ КА. Поэтому задача математического моделирования работы СБ КА является актуальной.

В работе [45] описывается разработанное НАСА программное обеспечение SPACE (Station Power Analysis for Capability Evaluation), позволяющее оценить выработку электроэнергии СБ КА без учета возможного затенения их поверхности. В работе [46] предлагается способ отыскания освещенных участков СБ КА при помощи геометрической модели в системе SolidWorks [47] с использованием так называемого рецепторного метода геометрического моделирования. В [48] предлагается программное обеспечение моделирования работы СБ КА с учетом возможного затенения, где отыскание освещенных участков СБ производится при помощи программного обеспечения Open Inventor [49] с использованием VRML [50] модели КА, а для вычисления силы тока, вырабатываемого СБ, используется подход на основе решения диодного уравнения [51], но авторы не приводят данных об использовании разработанного программного обеспечения для расчета токов СБ КА, совершающих

космический полет, и сравнения с реальными данными, полученными во время полета КА.

В диссертации предлагается алгоритм математического моделирования работы СБ КА с учетом их конструкционных особенностей, положения небесных тел, орбитального движения КА, его движения относительно центра масс, положения подвижных элементов внешней КА и возможного затенения этими элементами плоскости СБ. Предложенный алгоритм был реализован в виде комплекса программ для ЭВМ. Разработанный программный комплекс математического моделирования был верифицирован при помощи сравнения результатов математического моделирования с фактическими данными, полученными при обработке телеметрической информации (ТМИ) служебного модуля (СМ) «Звезда» Российского сегмента (РС) МКС.

В описанных выше работах при математическом моделировании учитывается только прямое освещение от Солнца, падающее на плоскость СБ. Существенное и при этом нестабильное влияние на мощность СБ оказывает Земля, спутником которой является КА. Периодическое затенение поверхности СБ значительно сокращает выработку электроэнергии, но является детерминированным и поддается точному расчету соответствующим моделированием. Иначе обстоит ситуация с учетом так называемой подсветки – солнечного света, отраженного поверхностью планеты и ее атмосферой, в том числе облаками. Способность поверхности Земли отражать солнечное излучение зависит от типа рельефа подстилающей поверхности, времени года и облачности и характеризуется коэффициентом альбедо [52] [53]. Изменение характеристики альбедо каждой области поверхности Земли носит сезонный характер. Несмотря на обнаруженные закономерности, прирост мощности СБ из-за подсветки в целом случаен [54]. Тем не менее мощность СБ околоземных космических аппаратов (КА) благодаря подсветке может повыситься на 10% и более, и это становится хорошим подспорьем для увеличения мощности полезной нагрузки [55]. Эффект учитывается, в частности, в прогнозе мощности солнечных батарей

Международной космической станции (МКС) при составлении планов космических экспериментов.

Любые солнечные батареи со временем деградируют, и их электрические параметры ухудшаются, однако наличие случайной составляющей в освещенности СБ затрудняет определение текущих характеристик, знание которых необходимо для планирования эксплуатации КА. Чтобы решить задачу, мощность СБ периодически измеряется, например, в зафиксированном относительно земной поверхности положении [55]. Прием сокращает количество переменных факторов и упрощает задачу, но не решает ее полностью, так как отраженный планетой свет исключить невозможно. Для выяснения количества отраженного света измерения мощности СБ также сопоставляются с изображениями облачного покрова Земли, полученными с помощью метеорологических спутников [56].

В ходе диссертационного исследования предложена и реализована методика определения текущих параметров СБ с помощью математического моделирования и сравнения результатов с телеметрическими измерениями без специальных экспериментов и без использования информации с других КА. Неизвестные параметры определяются моделированием полета КА при работе СБ в обычном режиме при помощи сравнения с данными ТМИ. Как дополнение к основному результату определяется прибавка мощности СБ из-за подсветки от Земли.

Результат оказался возможен благодаря разработанному в диссертации алгоритму расчета мгновенного тока СБ при частичном затенении. В алгоритме реализована математическая модель батареи с распределением токов и напряжений между фотоэлементами. Качественное совпадение графиков силы тока модели с телеметрическими данными обозначило способ определения собственных параметров солнечных батарей: экспериментальные данные аппроксимируются результатами моделирования, при этом наилучшая аппроксимация достигается вариацией искомых параметров СБ. Благодаря такому подходу сложная зависимость мощности СБ от времени в ходе решения

задачи становится не препятствием, а наоборот, желательным условием, поскольку позволяет учесть большее количество вариантов работы батарей и, соответственно, повышает адекватность модели.

Для обеспечения функционирования долговременных орбитальных станций (ДОС) требуется периодически проводить смену экипажей при помощи транспортных пилотируемых космических кораблей и доставлять необходимый запас топлива, воды, еды и других грузов посредством грузовых кораблей. Например, ежегодно к МКС производится до 8 запусков транспортных космических кораблей (КК) (пилотируемых «Союз» и грузовых «Прогресс»), которые совершают полет и стыкуются со станцией преимущественно в автоматическом режиме.

Сближение и стыковка КК, совершающих космический полет, является сложной многоэтапной технической задачей [57] [58]. Полет КК к объекту стыковки, так называемому кооперируемому объекту, можно разделить на три этапа: выведение КК на околоземную орбиту при помощи ракеты-носителя, маневрирование КК для совмещения орбиты КК и кооперируемого объекта и стыковка, состоящая из этапов сближения и причаливания.

Во время последнего этапа сближения и причаливания маневрирование КК осуществляется в автоматическом режиме, измерение параметров взаимного расположения и параметров сближения КК и ОС происходит при помощи различных технических систем. Американские космические корабли используют оптические и лазерные системы измерения [59], измерение параметров при стыковке российских грузовых и транспортных КК происходит при помощи радиотехнической системы с активным ответом «Курс». Данная система разрабатывалась для обеспечения эксплуатации орбитального комплекса «Мир», после модернизации современная аппаратура системы используется на МКС и стыкуемых к ним грузовых и КК. Каждый из подходов имеет свои достоинства и недостатки.

Бесперебойная работа системы измерения параметров движения КК относительно ОС имеет определяющее значение для возможности стыковки КК

к ОС в автоматическом режиме. Сбои системы могут привести к переводу стыковки в ручной режим [60] или к отмене стыковки и переносу на более позднее время [61] [62], поэтому задача математического моделирования работы подобной системы и поиска зон возможной неустойчивой работы является актуальной.

Работа радиотехнической системы с активным ответом для измерения параметров движения стыкуемого КК к ОС, например используемой на МКС системы «Курс», основана на принципах радиолокации. На КК и станции установлены приемо-передающие антенны. Станция является протяженным объектом, проводимость поверхности которого близка к идеальной, поэтому при падении электромагнитной волны на поверхность станции наблюдается дифракция. Приемо-передающие антенны системы «Курс» имеют широкую диаграмму направленности. Внешняя поверхность МКС имеет сложную форму, которая меняется с течением времени из-за вращения подвижных элементов, при этом подвижные элементы могут попадать в диаграмму направленности излучающих антенн системы «Курс», установленных на станции, вследствие чего результирующая диаграмма направленности может существенно меняться с течением времени. В каждый момент времени вокруг станции есть области, в которых:

- присутствует только прямой сигнал от излучающей антенны,
- только отраженный сигнал от поверхности станции,
- присутствуют, как прямой, так и отраженный сигналы и наблюдается интерференция,
- сигнал отсутствует.

В областях, где присутствует только прямой сигнал от антенны, штатной работе системы «Курс» ничего не мешает, если сигнала нет, то система точно не работает. В областях, где нет прямого сигнала или наблюдается интерференция прямого и отраженного сигналов система «Курс» может работать со сбоями.

Радиотехническая система сближения (РТСС) «Курс» разрабатывалась на основе аппаратуры «Игла» [63], которая использовалась в первых системах

автоматической стыковки на КК «Союз» с ОС «Салют» [64]. Размеры станций «Салют» и «Мир» были много меньше размеров МКС, и дифракция электромагнитных волн на поверхности тех станций не создавала существенных проблем в работе системы сближения. С разворачиванием МКС и увеличением площади ее внешней поверхности (около 10 тыс. кв. метров) появились проблемы в работе системы «Курс», в настоящее время регулярно [65] возникают проблемы в определении параметров относительного движения стыкуемого КК и станции. Проблемы возникают при проходе зон «сильной» интерференции прямой и отраженной волны. РТСС «Курс», установленная на КК, измеряет, в том числе, следующие параметры [66]: относительную дальность ρ , скорость относительного сближения $\dot{\rho}$, угловые координаты направления на станцию в строительной системе координат (ССК) КК ψ_a, θ_a и угол взаимного крена. Измерение относительной дальности происходит фазовым методом [67], скорости сближения – методом на основе эффекта Доплера, угловых направлений на станцию – амплитудным равносигнальным методом [68], который в отличие от первых двух неустойчив при колебаниях уровня сигнала, возникающих при интерференции [69]. При измерении направления на МКС в системе координат КК используется равносигнальный амплитудный метод, измерения углов визирования в системе «Курс» проводятся при помощи одной антенны с вращающейся диаграммой направленности. При быстром изменении уровня радиосигнала, обусловленного интерференцией прямой волны от излучающей антенны, установленной на станции, и отраженной от поверхности станции волны, возможны существенные ошибки при определении искомого направления, поэтому именно эти участки траектории сближения являются потенциально опасными с точки зрения сбоев системы «Курс».

Выбором траектории сближения КК и станции в системе координат антенны и фиксацией положения подвижных элементов можно добиться минимизации проблем в работе РТСС «Курс». Траекторию корабля и положение подвижных элементов выбирают таким образом, чтобы длина пересечения проекций на единичную сферу с центром в точке расположения приемо-

передающей антенны траектории сближения и элементов внешней поверхности станции была бы наименьшей. Такой подход позволяет минимизировать длину участков траектории сближения в которых нет прямого радиосигнала от излучающей антенны. Однако, и при таком выборе положения подвижных элементов не учитываются зоны, в которых наблюдается как прямой, так и отраженный от поверхности станции сигнал. На участках траектории сближения, которые попадают в эти зоны, возникают сбои при измерении параметров относительного движения, которые могут привести к отмене стыковки в автоматическом режиме, что считается нештатной ситуацией.

Проведение натурального моделирования в земных условиях практически неосуществимо, так как для этого необходимо создать полноразмерный макет станции и разместить его в безэховой камере, учитывая размеры станции такой путь является сверхзатратным. Поэтому оценку электромагнитного поля, возбуждаемого антенной системы «Курс», будем проводить методом математического моделирования. Зная характеристики излучаемой антенны, место ее закрепления на поверхности ОС и диаграмму направленности, форму внешней поверхности станции (с учетом положения подвижных элементов и пристыкованных КК), можно посчитать характеристики наводимого антенной электромагнитного поля с учетом его отражения в каждой точке пространства вокруг станции.

В настоящее время известно несколько общепризнанных подходов к математическому моделированию распространения и рассеяния электромагнитных волн: использования конечноразностных аппроксимаций [70-73], метод конечных элементов [74] [75], метод дискретных источников [76], использование интегральных уравнений [77], метод краевых волн [78] и др.

Для решения задачи математического моделирования работы радиотехнической системы с активным ответом (например системы «Курс», установленной на МКС), при моделировании распространения радиоволн излучающей антенны и возникающей дифракции на поверхности станции уместно использовать приближение физической оптики:

- простые граничные условия, в космосе можем считать коэффициенты диэлектрической и магнитной проницаемости единицами, а поверхность станции – идеально проводящей;
- поверхность станции постоянно меняется в процессе полета из-за изменения положения подвижных элементов, что приводит к постоянной перестройке расчетных сеток;
- оценку параметров электромагнитного излучения требуется проводить в окрестности 200 км вокруг источника излучения (МКС), фактические размеры МКС более 100 метров.

Для анализа поведения радиотехнической системы с активным ответом во время стыковки КК с ОС в диссертационной работе разработана специальная математическая модель, которая, в том числе, учитывает:

1. форму внешней поверхности ОС и КК с учетом возможных поворотов подвижных элементов,
2. траекторию относительного движения КК относительно ОС,
3. параметры приемника и передатчика,
4. диаграмму направленности приемо-передающей антенны.

При моделировании считается, что излучающая антенна установлена на ОС, приемная антенна установлена на КК, таким образом моделируется распространение волны от ОС к КК. При помощи математической модели требуется найти участки траектории, где:

- присутствует только прямой сигнал от излучающей антенны,
- только отраженный сигнал от поверхности станции,
- присутствуют как прямой, так и отраженный сигналы и наблюдается интерференция,
- сигнал отсутствует.

Кроме того, в каждой точке траектории определяется уровень радиосигнала – определим его как отношение объемных плотностей электроэнергии, измеренных в точке наблюдения и в источнике излучения –

антенне. При анализе уровня радиосигнала используется логарифмическая шкала.

Предложенная математическая модель была опробована для анализа работы РТСС «Курс», установленной на МКС на 6 стыковках грузовых и транспортных КК «Союз» и «Прогресс» и проведено сопоставление результатов математического моделирования с поведением РТСС «Курс» по данным полученным ТМИ. Показано, что разработанная модель адекватно отражает работу моделируемой системы и может быть использована при планировании полетных операций.

При сближении и стыковке траектория КК относительно ОС заранее точно неизвестна, так как движение КК корректируется в автоматическом режиме по данным системы измерения параметров относительного движения. Проведение анализа корректности работы математической модели системы измерения параметров относительного движения (например, системы «Курс», установленной на МКС) невозможно без построения фактической траектории движения стыкуемого КК относительно ОС. Поэтому для проведения подобного анализа восстановление фактической траектории является актуальной задачей.

Для анализа работы системы определения параметров движения КК относительно ОС при сближении и стыковке радиолокационным методом удобно использовать представление траектории сближения как траектории КК в связанной системе координат ОС. Такое представление наиболее удобно при анализе работы измерительных средств, жестко связанных с ОС.

В настоящее время большинство КА (в том числе ОС и КК) комплектуются модулями автономной системы навигации (АСН), которые используют данные глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) таких как GPS или ГЛОНАСС.

Использование данных АСН для определения траектории движения широко используется в современных космических аппаратах. Например, GPS использовался для определения движения во время сближения и стыковки с МКС [79] [80] КК ATV – грузового корабля Европейского космического

агентства (ЕКА), используется для контроля орбиты в аппаратах формата CubeSat [81], также стоит как вспомогательная система навигации во многих автоматических космических аппаратах [82].

АСН на основе ГНСС может использоваться в режиме реального времени для определения траектории движения КА. В этом случае может применяться калмановская фильтрация [83]. Также данные АСН могут использоваться для постполетного анализа, в этом случае применяются методы на основе метода наименьших квадратов (МНК). В [84] используется МНК для восстановления траектории движения Международной космической станции (МКС) на длинных временных промежутках с использованием модели движения, учитывающей изменяющуюся площадь миделева сечения станции во время полета.

В монографии [85] дается описание алгоритма оценки параметров движения КА и ОС во время стыковки при помощи фильтра Калмана, но отмечается что на ближнем участке (менее 200 м) использование навигационных систем для механической стыковки невозможно из-за ошибок определения положения КА и ОС.

В диссертационной работе стоит задача оценки корректности работы математической модели РТСС «Курс», установленной на МКС, при стыковке к ней КК «Союз» и «Прогресс». Применение МНК дает погрешность определения положения МКС по данным АСН не более 10 метров. Такую же точность можно получить для указанных выше КК на участках траектории, где движение является невозмущенным. Но во время сближения и стыковки КК совершает маневры, суммарное изменение скорости может составлять до 100 м/с, поэтому метод восстановления траектории для невозмущенного движения не применим.

В настоящей работе предлагается алгоритм восстановления траектории орбитального движения маневрирующего КК по данным АСН и информации о временах начала и длительности импульсов. Также предлагается алгоритм восстановления траектории сближения КК с ОС и использованием данных АСН ОС и АСН КК, а также телеметрической информации (ТМИ) о расходе топлива КК. Предлагаемые алгоритмы реализованы в виде программного комплекса,

который применяется для построения траекторий сближения 6 грузовых и транспортных КК «Союз» и «Прогресс». Приводятся оценки погрешностей на разных участках траектории.

Цель и задачи. Целью диссертации является выработка общего подхода к разработке быстрых, но достаточно точных методов математического моделирования воздействия внешней среды на космический аппарат для оснащения автоматизированных рабочих мест разработчиков космической техники и специалистов центров управления полетами, способных работать в интерактивном режиме на персональном компьютере и не требующих больших вычислительных ресурсов. Требования к надежности работы КА приводят к необходимости того, что все разрабатываемые методы, алгоритмы и программное обеспечение должны пройти верификацию на реальных КА, совершающих и совершивших космический полет.

Для достижения указанных целей в диссертации были поставлены и решены следующие задачи:

1. Разработка подхода к созданию иерархической геометрической модели внешней поверхности КА, учитывающей возможное ее изменение с течением времени, разработка алгоритмов по генерации сеток, вычисления поверхностных интегралов и решение геометрических задач проектирования, удаления невидимых линий и поверхностей. Реализация разработанных алгоритмов в виде программ для ЭВМ.
2. Разработка алгоритмов расчета аэродинамических силы и момента, действующих на КА, совершающего орбитальный полет. Разработка и реализация в виде программ для ЭВМ математических моделей орбитального движения КА и движения КА относительно центра масс, учитывающих силы и моменты аэродинамического сопротивления, рассчитанные по геометрической модели КА.
3. Разработка и реализация в виде программ для ЭВМ алгоритмов математического моделирования работы СБ КА с учетом изменения внешней поверхности КА и возможного затенения СБ небесными

телами и элементами конструкции КА с использованием геометрической модели внешней поверхности. Верификация разработанных моделей и программ путем сравнения результатов моделирования с реальными данными.

4. Разработка метода и алгоритма восстановления траектории движения КК относительно ОС при сближении и стыковки по данным автономной системы навигации. Реализация алгоритма восстановления траектории движения КК относительно ОС в виде программы для ЭВМ и верификация алгоритма и программы при помощи анализа данных с семи различных стыковок КК «Союз» и «Прогресс» с МКС.
5. Разработка алгоритма математического моделирования работы радиолокационной системы с активным ответом для измерения параметров движения КК относительно станции и поиска зон возможной неустойчивой работы системы. Реализация разработанного алгоритма в виде программы для ЭВМ и ее верификация при помощи обработки данных с семи стыковок КК «Союз» и «Прогресс» к МКС.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка использованной литературы. В конце каждой главы формулируются полученные в этой главе результаты. Работа содержит 1 листинг, 1 блок-схему, 18 таблиц и 92 рисунка, список используемой литературы составляет 163 наименования.

В **первой главе** предлагается подход к построению интерактивной геометрической модели внешней поверхности КА. В п.1.1. дается постановка задачи, в п. 1.2. описывается предлагаемая модель, в п.1.3. описываются алгоритмы вычислений при помощи модели: построения многогранных сеток, решения задачи удаления невидимых поверхностей и отыскания проекции поверхности на заданную плоскость, в п. 1.4. даются сведения о программной реализации предложенной модели и ее использовании в разработанных автором программных комплексах.

Во **второй главе** описываются разработанные алгоритмы расчета сил и моментов аэродинамического сопротивления при помощи геометрической модели внешней поверхности КА, предлагаются математические модели орбитального движения КА и его движения относительно центра масс, учитывающие силы и моменты аэродинамического сопротивления, вычисленные по геометрической модели внешней поверхности КА. Даются сведения о программной реализации предложенных алгоритмов и математических моделей, проводится верификация предложенных математических моделей и алгоритмов.

В п. 2.1 приводятся предлагаемые алгоритмы вычисления силы и момента аэродинамического сопротивления, действующих на космический аппарат, по геометрической модели внешней поверхности. Рассматриваются две гипотезы о взаимодействии молекул газа с внешней поверхностью КА: абсолютно неупругий и абсолютно упругий удар. В первом случае для вычисления силы аэродинамического сопротивления достаточно найти площадь миделева сечения, для вычисления момента – вычислить первый геометрический момент ортогональной проекции внешней поверхности КА на плоскость, перпендикулярную вектору скорости КА. Во втором случае для вычисления сил и моментов требуется вычислить интегралы по части поверхности КА, которая обдувается воздушным потоком (является видимой при проектировании против вектора скорости КА). Приводятся результаты расчетов сил и моментов аэродинамического сопротивления, действующих на КА при использовании каждой из гипотез, и замер времени расчетов с последующим сравнением. Расчет с использованием гипотезы абсолютно неупругого удара существенно быстрее.

В п. 2.2. представлена математическая модель орбитального движения КА, учитывающая силу аэродинамического сопротивления, которая рассчитывается при помощи введенных в п. 2.1 алгоритмов. В представленной модели используется предположение, что молекулы газа при соударении с поверхностью КА испытывают абсолютно неупругий удар. Предложенная математическая модель используется для восстановления орбитального

движения МКС по данным АСН РС. По геометрической модели вычисляется площадь миделева сечения на интервалах обработки данных АСН, далее вычисленные значения сглаживаются при помощи разложения в ряд Фурье по синусам. При помощи метода наименьших квадратов проводится уточнение параметров модели движения – вектора-состояния МКС и аналога баллистического коэффициента – коэффициента при переменном миделевом сечении, далее статистически определяются ошибки аппроксимации. Наряду с предложенной новой моделью орбитального движения используется стандартная модель с постоянным миделевым сечением, проводится сравнение результатов. Предложенная новая модель намного лучше аппроксимирует движение МКС на длинных временных интервалах.

В п. 2.3. рассматривается математическая модель вращательного движения ТКГ «Прогресс-МС», учитывающая, в том числе, действующий аэродинамический момент. Момент аэродинамического сопротивления вычисляется при помощи алгоритмов п. 2.1. Проводится сравнение моментов, вычисленных при помощи детальной геометрической модели внешней поверхности КК и упрощенной геометрической модели, показана разница между используемыми моделями и обозначена область применимости упрощенной модели. Полученные значения аэродинамического момента сглаживаются при помощи сферических функций Лежандра. При помощи предложенной математической модели проводится восстановление вращательного движения ТКГ «Прогресс МС-07» и «Прогресс МС-08», получены оценки ошибок определения уточняемых параметров.

В **третьей главе** рассматривается задача математического моделирования работы СБ КА, совершающего орбитальный полет.

В п. 3.1. приводятся две математические модели работы СБ КА, одна – модель А, основанная на решении диодного уравнения Шокли [86], вторая – модель Б, учитывающая только площадь освещенных Солнцем участков батареи и угол падения лучей на плоскость батареи.

В п. 3.2. описывается механизм задания параметров СБ КА, ее электрической схемы и геометрической формы.

В п. 3.3. предлагается алгоритм математического моделирования работы СБ КА, совершающего орбитальный полет, который использует модель А или модель Б. Разработан программный модуль, реализующий предложенный алгоритм. Проводится сравнение двух математических моделей на примере СМ и проектируемого научно-энергетического модуля (НЭМ) РС МКС.

В п. 3.4. описывается обработка данных ТМИ системы электроснабжения (СЭС) СМ «Звезда» РС МКС при помощи математических моделей. Для разрежения данных ТМИ используется осреднение, нахождение параметров математической модели производится методом наименьших квадратов. Проводится статистическая оценка погрешности определяемых параметров и сравнение вычисленных при помощи математической модели параметров выработки электроэнергии с данными ТМИ. Показана высокая точность прогноза прихода электроэнергии, недооценка составила 1-5%, в худших случаях до 12% за 5 суток. Приводится методика определения параметров математической модели для прогноза выработки электроэнергии СБ КА.

В п. 3.5. исследуется изменение параметров математических моделей А и Б работы СБ СМ РС МКС при анализе данных ТМИ о вырабатываемом токе в течение календарного года. Установлены причины наблюдаемого поведения параметров и получен вклад в выработку электроэнергии излучения Солнца, отраженного от поверхности Земли, он составляет от 2% до 13%.

Четвертая глава диссертационной работы посвящена решению вспомогательной задачи восстановления траектории движения КК относительно ОС при сближении и стыковке. Приводятся результаты восстановления относительных траекторий движения на семи стыковках КК «Союз» и «Прогресс» с МКС.

В п. 4.1. предложена математическая модель орбитального движения маневрирующего космического корабля. В модели каждый импульс представляется вектором тяги в ОСК КК на момент начала импульса и

длительностью, предполагается, что тяга в течение работы двигателей, выдающих импульс, постоянна относительно инерциального пространства.

В п. 4.2 описывается процедура восстановления траектории движения КК относительно ОС в ОСК ОС, если известны траектории движения КК и ОС в ГСК.

В п. 4.3. описывается процедура восстановления траектории ОС в ГСК по данным АСН, считается, что двигательная установка (ДУ) ОС не работает. Приводятся данные о восстановлении траектории движения МКС в ГСК на семи различных стыковках с оценкой ошибок определения движения и уточняемых параметров математической модели.

В п. 4.4. предлагается алгоритм восстановления траектории движения маневрирующего КК в ГСК путем уточнения параметров математической модели движения. В качестве параметров выбраны начальный вектор-состояние КК, его баллистический коэффициент и компоненты импульсов относительно ОСК на момент начала выдачи. Время начала и длительность импульсов вычисляется путем обработки ТМИ о расходе топлива. Предложенный метод использовался для восстановления траекторий сближения КК «Союз» и «Прогресс» с МКС на семи различных стыковках. Приводятся оценки погрешностей определения движения и ошибок определения уточняемых параметров.

В **пятой главе** рассматривается задача математического моделирования работы радиолокационной системы с активным ответом определения параметров движения КК относительно орбитальной станции. Предлагается оригинальная математическая модель, использующая приближение физической оптики, предлагается алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы радиотехнической системы.

В п. 5.1. формулируются используемые допущения при математическом моделировании распространения электромагнитных волн и обосновывается их использование.

В п. 5.2. описана методика вычисления характеристик рассеянной на поверхности ОС электромагнитной волны, в п. 5.3. описана модель излучающей антенны, имеющей круговую поляризацию. В п. 5.4. и п. 5.5. описаны схема вычислений и алгоритм математического моделирования уровня мощности сигнала излучающей антенны, установленной на ОС вдоль траектории сближения КК с ОС.

В п. 5.6. представлены результаты математического моделирования уровня мощности излучающей антенны РТСС «Курс», установленной на МКС при стыковке шести КК «Союз» и «Прогресс» вдоль траектории сближения. Результаты математического моделирования сравниваются с ТМИ, принятой во время стыковки, траектория сближения восстанавливается при помощи метода, предложенного в главе 4. Предложен алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы РТСС «Курс», который демонстрирует хорошее совпадение с данными, полученными на описанных шести стыковках.

Порядок изложения материала продиктован желанием автора продемонстрировать целостность диссертационной работы, в которой с использованием общего подхода к заданию геометрической модели внешней поверхности решены важные прикладные задачи математического моделирования воздействия внешней среды на КА. Все предложенные в настоящей работе математические модели, алгоритмы и программное обеспечение проверены на реальных космических аппаратах, совершивших или продолжающих космический полет. Результат, полученный в главе 4, носит вспомогательный характер, но абсолютно необходим для верификации математической модели работы радиолокационной системы с активным ответом, предложенной в главе 5. Кроме того, этот результат является логическим развитием предложенного в главе 2 способа восстановления орбитального движения КА по данным АСН.

В **заключении** сформулированы основные положения, выносимые на защиту, определены перспективы дальнейшего внедрения результатов диссертационной работы, показаны перспективы дальнейшей разработки темы

диссертационной работы и даны рекомендации по возможным направлениям исследований.

Научная новизна. В диссертации разработан новый подход к созданию интерактивной геометрической модели внешней поверхности КА для решения задач математического моделирования воздействия внешней среды на КА. Модель построена по иерархическому принципу, модули КА задаются при помощи набора геометрических примитивов. Части модели могут быть загружены из сторонних САПР. Разработаны специальные алгоритмы построения многогранных сеток, отыскания проекции внешней поверхности на заданную плоскость, удаления невидимых поверхностей.

Предложена новая математическая модель орбитального движения КА, учитывающая меняющуюся силу аэродинамического сопротивления (миделево сечение внешней поверхности КА) с изменением внешней поверхности КА из-за поворотов подвижных элементов. Миделево сечение вычисляется по геометрической модели внешней поверхности МКС, полученные значения сглаживаются при помощи рядов Фурье по синусам. Предложенная модель использована для восстановления орбитального движения МКС по данным АСН.

Предложен новый подход к вычислению моментов силы аэродинамического сопротивления, действующих на КА во время орбитального полета, и учет этих сил при математическом моделировании движения КА относительно центра масс. Аэродинамический момент вычисляется при помощи геометрической модели внешней поверхности КА, полученные значения сглаживаются при помощи разложения по сферическим функциями Лежандра. Предложенный способ вычисления сил и моментов использован для восстановления вращательного движения КА «Прогресс МС-07» и «Прогресс МС-08». При помощи заданной геометрической модели внешней поверхности проведена верификация способа вычисления аэродинамического момента с использованием упрощенной геометрической модели, заданной аналитически в виде цилиндра и двух плоских прямоугольных граней. При расчете по упрощенной модели не учитывается пересечение проекций частей этой модели.

Разработан новый алгоритм и программное обеспечение математического моделирования работы СБ КА, учитывающие возможное затенение поверхности СБ небесными телами и элементами конструкции внешней поверхности КА, а также изменения внешней поверхности КА. Разработанный алгоритм и программное обеспечение верифицировано при помощи сравнения результатов моделирования с реальными данными, полученными при обработке ТМИ СМ «Звезда» РС МКС. Анализ данных о работе СБ СМ в течение года позволил оценить вклад излучения Солнца, отраженного от поверхности Земли в суммарную выработку электроэнергии СБ.

Предложена математическая модель движения маневрирующего КК и алгоритм восстановления траектории движения КК относительно ОС во время сближения и стыковки по данным АСН, установленных на борту КК и ОС. Алгоритм и реализующее его программное обеспечение было верифицировано путем восстановления траекторий движения КК «Союз» и «Прогресс» во время семи стыковок к МКС.

Разработана новая математическая модель работы радиолокационной системы с активным ответом измерения параметров движения КК относительно ОС во время сближения и стыковки. Разработан алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы системы. Разработано программное обеспечение, реализующее предложенную математическую модель работы радиолокационной системы и алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы. Программное обеспечение было верифицировано путем анализа работы РТСС «Курс», установленной на МКС во время шести стыковок КК «Союз» и «Прогресс» с МКС.

Теоретическая и практическая значимость. Создана технология решения задач математического моделирования воздействия внешней среды на КА геометрическими методами. Разработанный подход к созданию геометрической модели внешней поверхности КА позволил создать программный модуль, использующийся в различных программных комплексах

математического моделирования функционирования КА и планирования космических миссий.

Предложена математическая модель орбитального движения КА, учитывающая изменяющуюся форму внешней поверхности КА, и, вследствие этого, силу аэродинамического торможения. Новая математическая модель позволила существенно увеличить период прогнозирования с существенной точностью и может способствовать разработке методов управляемого аэродинамического торможения КА, которые могут быть востребованы при управлении ДОС.

Программный модуль вычисления аэродинамических сил и момента, действующих на КА, при помощи детальной модели внешней поверхности позволил верифицировать процедуру вычисления таких сил и моментов при помощи упрощенной геометрической модели КА и найти область применимости этой процедуры. Разложение по сферическим функциям вычисленных по детальной геометрической модели сил и моментов позволило их использовать при интегрировании уравнений движения ТГК «Прогресс» относительно центра масс. Использование предложенной математической модели позволило восстановить вращательное движение ТГК «Прогресс МС-07» и «Прогресс МС-08».

Разработанный алгоритм и программное обеспечение математического моделирования СБ КА позволили:

- разработать программное обеспечение оценки эффективности работы СБ для проектирования КА, созданное программное обеспечение было использовано при проектировании перспективного научно-энергетического модуля МКС;
- предложить высокоточную методику прогноза выработки электроэнергии СБ КА, ошибка прогноза выработки электроэнергии СБ СМ «Звезда» РС МКС составляет 1-5%;
- оценить вклад отраженного от поверхности Земли излучения Солнца в выработку электроэнергии СБ СМ «Звезда» РС МКС, оценка проводилась

путем обработки ТМИ СМ, взятой периодами в течение календарного года.

Предложенная математическая модель работы радиотехнической системы с активным ответом измерения параметров движения КК относительно ОС во время сближения и стыковки позволила создать программное обеспечение обнаружения зон возможной неустойчивой работы этой системы из-за дифракции волн на поверхности ОС. Разработанный метод восстановления движения КК относительно ОС по данным бортовых АСН позволил верифицировать разработанное программное обеспечение обнаружения зон возможной неустойчивой работы радиотехнической системы.

Методология. Основным методом, использованным в диссертационной работе, является математическое моделирование.

При разработке моделей орбитального движения и движения КА относительно центра масс используется аппарат классической механики и обыкновенных дифференциальных уравнений.

Численное интегрирование уравнений движения производится при помощи явных методов Дорманда-Принца (варианты методов Рунге-Кутты).

Нахождение значений определяемых параметров математических моделей производится методом наименьших квадратов, минимизация возникающих квадратичных функционалов производится методом на основе широко известных методов Гаусса-Ньютона и Левенберга-Марквардта.

При разработке алгоритмов математического моделирования использовались математическая модель на основе решения диодного уравнения Шокли и классическая математическая модель, учитывающая площадь освещенной поверхности СБ и угол падения лучей Солнца на плоскость СБ.

Программное обеспечение разрабатывалось на языках программирования С и С++, использовала библиотека создания кроссплатформенных приложений Trolltech QT, для представления конфигурационных файлов использовался язык XML, применялись внешние библиотеки для чтения XML файлов и трехмерных моделей. Визуализация трехмерных моделей КА осуществляется с

использованием библиотеки OpenGL, построение графиков производится при помощи библиотек Qwt и QwtPolar.

При разработке языка задания СБ КА использовались методы конструирования компиляторов [87].

Положения, выносимые на защиту. Приведем здесь положения, которые выносятся на защиту, в заключении они сформулированы более полно.

1. Предложен общий подход к разработке быстрых, но достаточно точных методов математического моделирования воздействия внешней среды на космический аппарат, способных работать на персональном компьютере в интерактивном режиме и не требующих больших вычислительных ресурсов, основанный на использовании иерархической геометрической модели внешней поверхности аппарата.
2. Решена задача высокоточного математического моделирования движения низколетящих КА, где сила и момент аэродинамического сопротивления рассчитываются при помощи разработанной геометрической модели внешней поверхности КА.
3. Разработана методика, алгоритм и программное обеспечение математического моделирования выработки электроэнергии СБ КА с учетом орбитального движения КА и небесных тел, возможного затенения поверхности СБ элементами конструкции внешней поверхности КА и возможности изменения положения подвижных элементов.
4. Представлен метод восстановления траектории относительного сближения КК с ОС по данным АСН.
5. Разработан алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы радиотехнической системы измерения параметров относительного движения КК и станции.

Степень достоверности. Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием классических подходов к созданию математических моделей движения КА, совершающих космический полет по околоземной орбите. Определение положения небесных тел, расчет значений

геопотенциала, определение плотности атмосферы производится при помощи общеизвестных верифицированных методик. Интегрирование систем обыкновенных дифференциальных уравнений проводится явными методами типа Рунге-Кутты. Для всех представленных математических моделей, разработанных расчетных алгоритмов и программного обеспечения проведена верификация путем сравнения результатов моделирования с функционированием реальных КА, совершающих и совершивших космический полет.

Апробация. Результаты, представленные в диссертационной работе, докладывались на российских и международных конференциях и семинарах: VI Всероссийская научно–техническая конференция «Актуальные проблемы ракетно-космического приборостроения и информационных технологий (Москва, 2013), Ломоносовские чтения - 2014. Секция вычислительной математики и кибернетики (Москва, 2014), XX научно-техническая конференция молодых ученых и специалистов ОАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королева (Королев, 2014), XXVII - Международная научная конференция Математические Методы в Технике и Технологиях (Тамбов, 2014), Tohoku University - Moscow State University The First IT Joint Seminar (Сендаи, Япония, 2015), XV Конференция молодых ученых "Фундаментальные и прикладные космические исследования" (Москва, 2018), Первая международная конференция "Проблемы механики и управления" РМС-2018 (Махачкала, 2018), XLIII Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства (Москва, 2019), XVI Конференция молодых ученых «Фундаментальные и прикладные космические исследования» (Москва, 2019), конференция «Современные проблемы математики и ее приложений» (Екатеринбург, 2020), XLV Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых – пионеров освоения космического пространства

(Москва, 2021), 1-я Всероссийская Конференция с международным участием "Биомехатронные системы: задачи, теория, технологии" (Махачкала, 2021).

Результаты работы докладывались на семинарах Московского университета:

- Семинар «Спектральная теория дифференциальных операторов» под руководством акад. В.А. Садовниченко
- Семинар «Фундаментальная и прикладная математика в космических исследованиях» под руководством проф. А.М. Савчука и И.В. Садовничей кафедры фундаментальной и прикладной математики факультета космических исследований,
- Семинар кафедры «Дифференциальной геометрии и приложений» механико-математического факультета под руководством акад. А.Т. Фоменко,
- Семинар имени В.А. Егорова кафедры «Теоретической механики и мехатроники» механико-математического факультета.

Семинарах ИПМ РАН им. М.В. Келдыша:

- Общеинститутский семинар ИПМ РАН (рук. акад. Б.Н. Четверушкин, член-корр. А.И. Аптекарев),
- Механика и управление движением (рук. д.ф.-м.н. М.Ю. Овчинников, д.ф.-м.н. Ю.Ф. Голубев),
- Семинар сектора «Механика и управление движением космических аппаратов» (рук. д.ф.-м.н. А.Г. Тучин).

Представленные в работе результаты обсуждались на научно-технических советах организаций, занимающихся разработкой и эксплуатацией космической техники: АО «Научно-производственное предприятие Квант», ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королева», АО «Корпорация ВНИИЭМ им. А.Г. Иосифьяна», АО Научно-исследовательский институт точных приборов.

Внедрение результатов. Разработанное в диссертации программное обеспечение математического моделирования работы СБ было внедрено в ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королева» и используется:

- при проектировании новых космических кораблей и модулей для орбитальных станций,
- в управлении полетом многофункционального лабораторного модуля «Наука» РС МКС для прогноза выработки электроэнергии СБ и ее расход потребителями.

Разработанное программное обеспечения математического моделирования работы радиолокационной системы измерения параметров движения КК относительно ОС внедрено в АО «НИИ ТП» для планирования и постполетного анализа работы РТСС «Курс».

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 13 работах, из них 10 статей в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих требованиям ВАК [84][88-96], 3 свидетельства на регистрацию программ для ЭВМ [97-99].

Также автором опубликованы 16 работ по теме диссертации [100-115].

Личный вклад автора. Большинство публикаций написано автором единолично. В работе [89] задача автора состояла в разработке математической модели, алгоритма и реализации программного обеспечения. В работе [92] автор создал алгоритм вычисления аэродинамических сил и моментов при помощи геометрической модели, предложил разложение по сферическим функциям, реализовал вычисление сил и моментов в виде программы для ЭВМ, предложил модифицированную математическую модель вращательного движения КА с использованием уточненной модели аэродинамического момента. Далее в соавторстве с Виктором Васильевичем Сазоновым производилось восстановление вращательного движения КК «Прогресс МС». Вклад автора в написание программных комплексов [97-99] состоял в разработке алгоритмов математического моделирования, реализации критически важных участков кода и в общем руководстве работ.

Благодарности. Автор выражает огромную благодарность научному консультанту д.т.н., профессору, член-корреспонденту РАН, Дважды Герою Советского Союза летчику-космонавту Владимиру Алексеевичу Соловьеву.

Автор сердечно благодарит своих коллег профессоров А.М. Савчука и И.В. Садовничую, доцента И.А. Самыловского, к.т.н. М.Р. Ахмедова, к.т.н. С.В. Соловьева за совместную работу и плодотворные дискуссии.

Автор благодарит за неоценимую помощь коллег из смежных организаций С.Б. Медведева, А.В. Пахомова, А.В. Сапоженкова, А.И. Спирина, Ю.А. Скурского, С.Г. Новикова, И.В. Орловского, А.В. Ускова, А.И. Манжелея, Н.И. Тимофееву, Д.А. Калашникова, В.В. Лисова, И.Э. Бродского, П.В. Крехтунова, Х.У. Сайгираева, И.И. Хамица, А.Г. Бидеева за совместную работу по решению задач российской космонавтики.

Автор выражает глубокую признательность профессорам А.Л. Афендикову, А.А. Вороненко, В.А. Карташеву за ценные советы по подготовке текста работы.

Глава 1 Интерактивная геометрическая модель космического аппарата

Глава посвящена описанию разработанной интерактивной геометрической модели внешней поверхности КА. Используемый подход позволяет задавать подвижные элементы КА и описывать законы их движения, строить сетки для численного интегрирования по поверхности КА или ее части, находить части поверхности, видимые из заданной точки, возможно бесконечно удаленной. Приводятся подробные описания алгоритмов построения многогранных сеток с линейными размерами не выше заданных, удаления невидимых поверхностей, построения геометрической тени на заданную плоскость при заданном законе проектирования, поиска пересечения луча с моделью. Для каждого алгоритма приводится оценка сложности. Предлагаемая геометрическая модель и алгоритмы были реализованы в виде программного модуля для ЭВМ, приводится расчет тестовых примеров.

Результаты главы 1 опубликованы в [88], [90]. Разработанный программный модуль входит в программы для ЭВМ [97-99].

1.1. Постановка задачи

Потребуем от геометрической модели КА решения следующих задач:

- 1) построения многогранных сеток с линейными размерами не более заданных,
- 2) удаление невидимых поверхностей [116],
- 3) вычисление интегралов по моделируемой поверхности или ее частям, в том числе освещаемым точечным источником света или плоскопараллельным световым потоком,
- 4) отыскание проекции внешней поверхности КА на заданную плоскость.

Также геометрическая модель поверхности КА должна поддерживать:

- а) включение / отключение заданных частей модели,
- б) подвижные элементы (СБ, антенны, манипуляторы),
- в) поверхности сложносоставных элементов (например, СБ).
- г) импорт модели из САПР в виде примитивов или триангуляций.

1.2. Геометрическая модель

1.2.1. Структура модели

Для реализации указанных требований при построении геометрической модели предлагается использовать иерархический подход, модель представляет собой набор объектов, объединяемых в виде дерева. Каждый объект состоит из набора геометрических примитивов и может включать другие объекты. Каждый объект, кроме корневого, имеет один родительский объект. Каждый объект может иметь объекты-потомки или не иметь таковых (рис. 1.1).

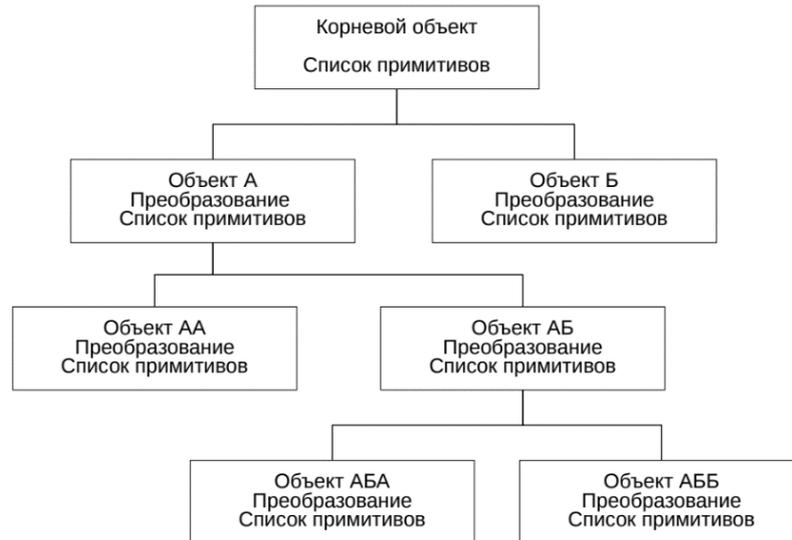


Рисунок 1.1 Структура геометрической модели КА

Каждый объект задается в своей локальной системе координат, которая отличается от вышестоящего в иерархии объекта на преобразование координат. Система координат корневого объекта (всей модели) и системы координат других объектов являются прямоугольными декартовыми. Таким образом, при вычислении координат объекта АБА в системе координат модели (корневого объекта) требуется применять преобразование, которое является суперпозицией преобразований координат объектов АБА, АБ и А. Преобразования координат являются суперпозицией параллельного переноса, поворота и отражения, могут быть постоянными или переменными (параметрическими). При помощи параметрического преобразования можно задать движение подвижных элементов, изменяя углы и оси поворота подвижных элементов можно задать закон движения.

Для задания объектов используются следующие геометрические примитивы:

- 1) параллелограмм,
- 2) треугольник,
- 3) боковая поверхность усеченного конуса,
- 4) параллелепипед.

В литературе [13] рассматриваются и другие типы геометрических примитивов, но большое количество типов примитивов ведет к усложнению программного кода обработки без существенного ускорения производительности. При помощи примитивов типа 1)-4) можно построить геометрическую модель внешней поверхности КА с достаточно сложной формой, в том числе и изменяющейся с течением времени. На рис. 1.2 показаны модели транспортного грузового корабля (ТГК) «Прогресс» и Международной космической станции (МКС).

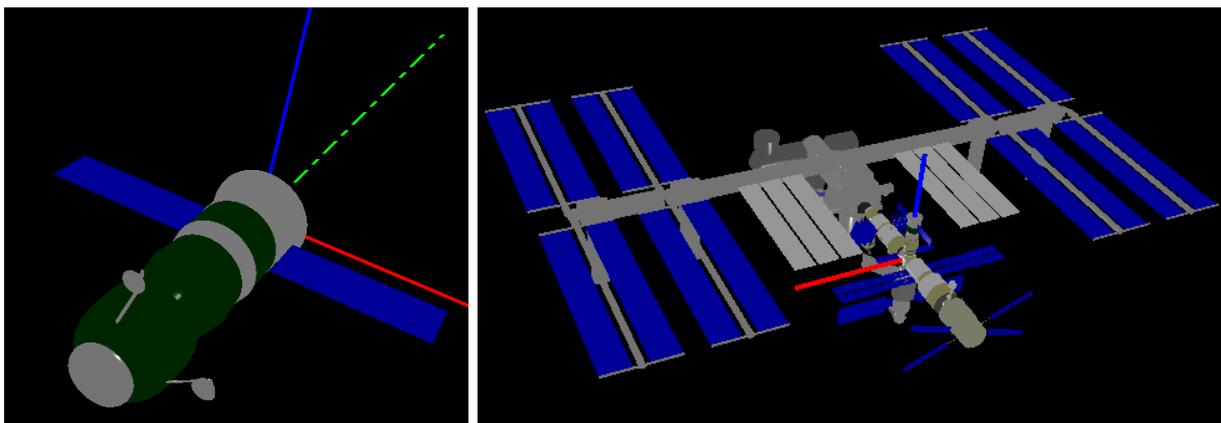


Рис. 1.2. Геометрические модели ТГК «Прогресс» и МКС

1.2.2. Задание геометрических примитивов

Каждый примитив задается в своей системе координат, которая отличается от системы координат модели на некоторое ортогональное преобразование (возможно тождественное) и преобразование сдвига (возможно нулевое).

Параллелограмм задается тремя вершинами, если $ABCD$ – параллелограмм, то задаются A , B и D (Рис. 1.3а). **Треугольник** задается тремя вершинами. (Рис. 1.3б). Для этих двух плоских примитивов нормаль задается обходом фигуры против часовой стрелки.

Параллелепипед задается четырьмя некомпланарными вершинами, если $ABCD A'B'C'D'$ - параллелепипед, то задаются A , B , D , AA' (Рис. 1.3в), направление обхода – против часовой стрелки.

Боковая поверхность усеченного конуса задается центрами верхнего и нижнего оснований и верхним и нижним радиусами (Рис. 1.3г). Впрочем, термины «верхний» и «нижний» имеют здесь исключительно указательное значение, верхний радиус может быть больше нижнего.

С этим примитивом связана прямоугольная декартова система координат, имеющая начало O в центре нижнего основания, ось OZ направлена в сторону центра верхнего основания, оси OX , OY расположены в плоскости нижнего основания, система координат правая. Вдоль осей OX , OY и OZ направлены базисные орты e_1 , e_2 и e_3 соответственно.

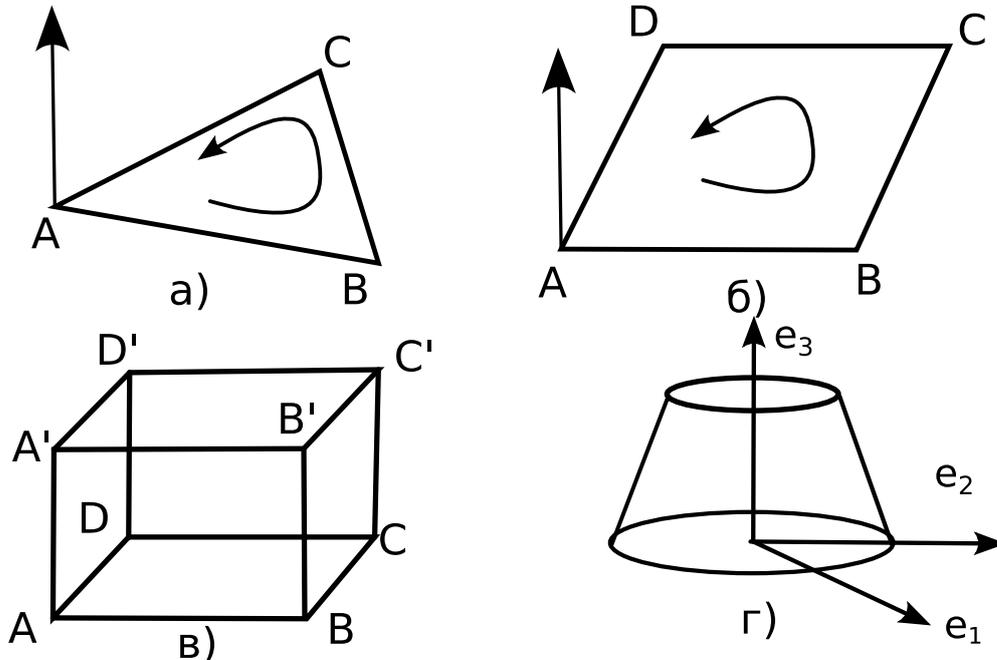


Рис. 1.3. Геометрические примитивы

1.2.3. Формат файла данных модели

Геометрическую модель удобно задавать и хранить в виде XML-файла. В одном файле – одна модель КА. Пример файла (Листинг 1.1)

```
<?xml version="2.0"?>

<iss_model version="1.0">
  <iss_node name="nodeA"
    origin="0 0 0"
    not_load="false">

    <node_primitive prim_type="CONUS"
      color="200 0 0"
      bottom_center="0 0 0"
      bottom_radius="1320"
      top_center="-1 0 0"
      top_radius="1"
      rotation_center="0 0 0"
      rotation_vector="0 0 1"
      rotation_angle="0" />
```

```

<node_primitive prim_type="CONUS"
    color="200 0 0"
    bottom_center="0 0 0"
    bottom_radius="1320"
    top_center="-1 0 0"
    top_radius="1"
    rotation_center="0 0 0"
    rotation_vector="0 0 1"
    rotation_angle="0" />
...
<iss_node name=" nodeAB" origin="0 0 0" not_load="false">
  <node_primitive prim_type="PLANE"
    vertex_A="-10450 0 1200"
    vertex_B="-6750 0 1200"
    vertex_C="-6750 0 4200"
    vertex_D="-10450 0 4200"
    rotation_center="-8600 0 2700"
    rotation_vector="1 0 0"
    rotation_angle="70" />
</iss_node>
<iss_node name="TestTriangulation" origin="0 100 0" not_load="false" angles_transform="45.00 50 60">
  <node_primitive prim_type="TRIANGULATION"
    model_file_name="nem.obj"
    scale_factor="5000.0" />
</iss_node>
</iss_node>
</iss_model>

```

Листинг. 1.1. Геометрические модели ТГК «Прогресс» и МКС

Использование XML позволяет использовать процедуры чтения (парсеры) из стандартных библиотек стека разработчика или из сторонних библиотек. Формат файла позволяет задать модели со сколь угодно большим уровнем иерархической вложенности и является расширяемым, можно вводить новые типы примитивов, задавать новые семантические правила управления моделью. Для редактирования файла можно использовать любой текстовый редактор.

В свойствах каждого объекта (тэг **iss_node**) или примитива (тэг **iss_primitive**) можно указать вектор смещения (свойство **origin**) и преобразование поворота, задаваемое углами Крылова (свойство **angles_transform**). Для загрузки геометрических моделей из других файлов предусмотрен специальный тип примитива TRIANGULATION, основное требование – файл должен быть векторный и библиотека для чтения этого файла

должна представлять загружаемую модель в виде многогранников с треугольными гранями, например [117].

1.3. Вычисления при помощи модели

Покажем, как требования 1-4 для из п.1.1 выполняются при данном подходе к моделированию внешней поверхности КА. Ниже приводим описание алгоритмов решения задач для внешней поверхности КА: построения многогранных сеток, удаления невидимых поверхностей, отыскания проекции на заданную плоскость.

Приложения геометрической модели внешней поверхностей и алгоритмов решения вспомогательных задач рассматриваются в главах 2, 3 и 5:

- в главе 2 для вычисления миделева сечения используется алгоритм отыскания проекции внешней поверхности КА на плоскость, перпендикулярную вектору скорости;
- в главе 2 для вычисления аэродинамических сил и моментов в предположении, что молекулы атмосферного газа испытывают при столкновении с внешней поверхностью КА абсолютно упругий удар, используется численное интегрирование по поверхности КА (построение многогранной сетки, решение задачи удаления невидимых поверхностей при параллельном проектировании, приближение интеграла суммой);
- в главе 3 для отыскания освещенных участков СБ используется метод трассировки лучей;
- в главе 5 для отыскания характеристик прямой электромагнитной волны от источника используется проверка видимости методом трассировки лучей;
- в главе 5 для вычисления характеристик отраженной от поверхности станции электромагнитной волны используются алгоритмы построения многогранной сетки, решения задачи удаления невидимых поверхностей при перспективном проектировании и численное интегрирование.

1.3.1. Построение многогранных сеток

Для построения интегральных сумм требуется представить модель в виде многогранной сетки с плоскими четырехугольными и треугольными гранями с линейными размерами не выше заданного (элемент разбиения можно разместить в круге заданного диаметра). При этом поверхность каждого примитива может разбиваться на треугольные или четырехугольные участки (ячейки). Для вычислений необходимо хранить в памяти и эффективно оперировать некоторыми булевыми, скалярными или векторными величинами, связанными с каждой ячейкой, также необходимо уметь быстро вычислять нормаль, координаты и площадь ячейки. Покажем, каким образом происходит разбиение в рассматриваемой модели.

Параллелограмм линиями, параллельными сторонам разбивается на параллелограммы. Если каждую сторону разбить на одинаковое число частей, то получатся равные параллелограммы подобные исходному. Число частей, на которые надо разбить каждую сторону, определяется числом линейных размеров, составляющих длину наибольшей диагонали исходного параллелограмма. Нормали получившихся ячеек сетки совпадают с нормалью исходного параллелограмма.

Если одна сторона параллелограмма при разбиении делится на N частей, другая – на M частей, то параллелограмм делится на $N \cdot M$ параллелограммов, каждая часть задается двумя индексами, нумерация начинается с нуля.

Координаты вершин вычисляются элементарно. Пусть сторона AB делится на N частей, а сторона AD – на M частей, тогда радиус-вектор левая нижняя вершина ячейки сетки с номером (i, j) вычисляется так:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_A + \frac{i}{N} \mathbf{AB} + \frac{j}{M} \mathbf{AD} \quad (1.1)$$

где \mathbf{r}_A – радиус-вектор вершины параллелограмма A , \mathbf{AB} , \mathbf{AD} – векторы сторон параллелограмма.

Параллелепипед представляется в виде 6 параллелограммов – его граней. Каждая грань разбивается так же, как разбивается и параллелограмм.

Каждый **треугольник** рекурсивно разбивается на треугольники, число которых кратно степени 4. На каждом шаге треугольник разбивается на 4 равных треугольника средними линиями. Если нужен линейный размер меньше текущего, то каждый из полученных треугольников делится также на 4 равных и т.д. В результате после k разбиений треугольников получится 4^k равных треугольников.

Для вычисления координат треугольных ячеек по номеру удобно использовать систему счисления по основанию 4. Каждая цифра в записи номера ячейки в системе счисления по основанию 4 показывает какой выбирался треугольник на этом шаге (Рис. 1.4). Нормаль каждой полученной треугольной ячейки совпадает с нормалью исходной треугольной грани.

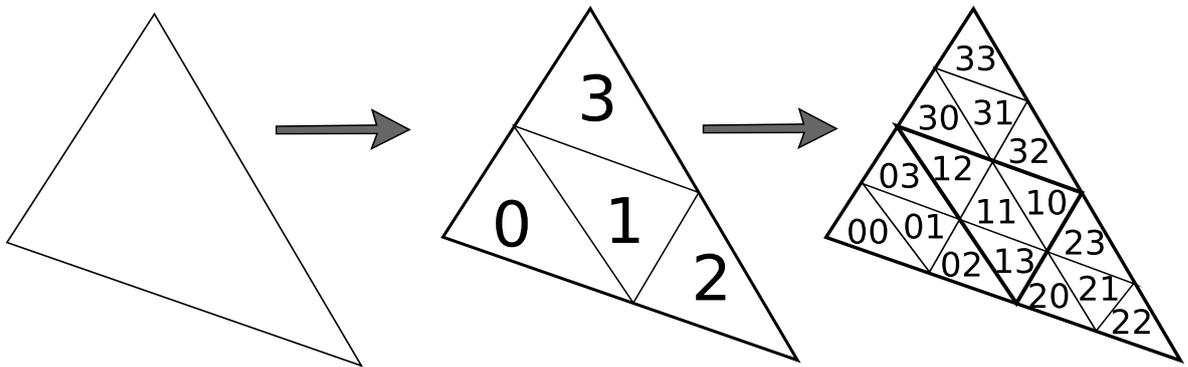


Рис. 1.4. Разбиение треугольника

Боковая поверхность усеченного конуса равномерно разбивается M меридианами и N параллелями (рис. 1.6) на $M \cdot N$ ячеек, нумерация ячеек выбрана так, что первый индекс – номер меридиана, второй – номер параллели, номер параллели увеличивается от нижнего основания к верхнему.

Параметры M и N выбираются, исходя из размеров образующей (l), радиусами усеченного конуса (r и R) и заданным ограничением линейного размера (Δ):

$$M = \left\lceil \frac{\max(r, R)}{\Delta} + 0,5 \right\rceil, \quad N = \left\lceil \frac{l}{\Delta} + 0,5 \right\rceil.$$

Нормаль в центре ячейки (i, j) в системе координат примитива вычисляется так:

$$\mathbf{n}(i, j) = \left(\mathbf{e}_1 \cos\left(\frac{2\pi}{M}i\right) + \mathbf{e}_2 \sin\left(\frac{2\pi}{M}i\right) \right) \sin \alpha + \mathbf{e}_3 \cos \alpha ,$$

где α - угол между образующей и нижним основанием.

Полученные в результате разбиения примитива ячейки не являются равновеликими, площадь поверхности ячейки (i, j) в системе координат примитива вычисляется так:

$$s(i, j) = \frac{2\pi H}{N} \left(r + (R - r) \left(\frac{1}{2} - \frac{j}{N} \right) \right),$$

где H - высота усеченного конуса.

Отметим, что нормаль не зависит от j , площадь - от i .

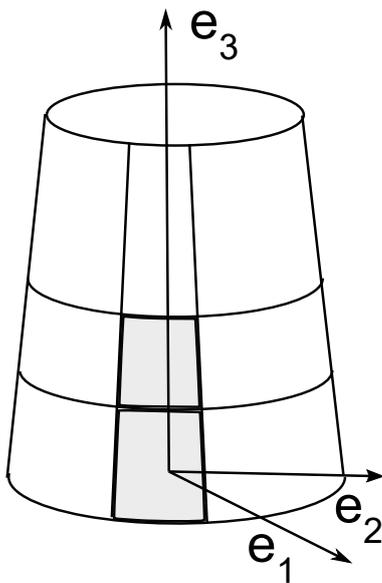


Рис. 1.5. Разбиение боковой поверхности усеченного конуса

1.3.2. Вычисление видимых из заданной точки участков поверхности

Решение прикладных задач при помощи предлагаемой геометрической модели внешней поверхности предполагает решение задачи удаления невидимых поверхностей [118] для случаев параллельного проектирования и перспективного проектирования.

Для вычисления участков поверхности КА, освещаемых Солнцем или обдуваемых воздушным потоком, требуется решить задачу удаления невидимых

поверхностей, предполагая, что наблюдатель находится бесконечно далеко и можно считать, что лучи исходящие от точки поверхности в направлении наблюдателя параллельны друг другу. Автором был разработан алгоритм решения этой задачи для набора многогранников с треугольными гранями [88], но тот алгоритм налагает существенные ограничения на поверхности и для предлагаемой модели плохо применим.

Для отыскания участков поверхности КА, на которые падает прямая электромагнитная волна, излучаемая антенной, и вычисления параметров рассеянной поверхностью КА электромагнитной волны в заданной точке пространства требуется решить задачу удаления невидимых поверхностей для случая, когда наблюдатель находится в точке измерения (или излучения), и лучи, исходящие из точки поверхности в направлении наблюдателя пересекаются в точке расположения наблюдателя.

Для решения задачи удаления невидимых поверхностей с использованием описываемой геометрической модели поверхности КА удобно применять алгоритм, основанный на методе трассировки лучей.

Точка поверхности является видимой, если луч, выпущенный из нее в направлении точки наблюдения, не пересекается с поверхностью, кроме точки своего начала. Вся поверхность разбивается на ячейки с линейным размером не выше заданного, называемого диаметром разбиения. Выбор диаметра разбиения обусловлен допущениями математической модели, используемой для решения прикладной задачи.

Из одной или нескольких точек каждой ячейки выпускается луч в направлении точки наблюдения. Если все точки ячейки видимы – ячейка считается видимой, если все точки невидимы – ячейка невидима. В задаче математического моделирования работы солнечных батарей учитывается частичная освещенность (видимость) ячейки, в этом случае удобно положить в качестве коэффициента видимости ячейки отношения количества видимых точек ячейки к количеству проверенных. Если точка одна, то берется

геометрический центр ячейки, если несколько, то они выбираются равномерно по площади ячейки.

Таким образом, для решения задачи удаления невидимых поверхностей предложенным методом требуется проверить пересечение kN лучей со всеми примитивами модели, где k - число лучей на ячейку, а N - общее число ячеек.

Вычисление пересечений луча с примитивом выполняется методами аналитической геометрии, аналогично [119]. Луч задается точкой источника M и направлением \mathbf{l} в системе координат модели. Уравнение луча:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_M + t\mathbf{l}.$$

Для проверки пересечения параллелограмма, задаваемого вершинами A, B, D , с данным лучом (координаты примитива заданы в системе координат модели) решаем систему уравнений:

$$\mathbf{r}_M + t\mathbf{l} = \mathbf{r}_A(1 - \alpha - \beta) + \alpha\mathbf{r}_B + \beta\mathbf{r}_D,$$

фиксируем пересечение, если $t > 0, 0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 1$.

Проверка пересечения луча с параллелепипедом осуществляется проверкой пересечением луча с каждой гранью.

Проверка пересечения луча с треугольником, задаваемым вершинами A, B, C проводится аналогично проверке пересечения с параллелограммом:

$$\mathbf{r}_M + t\mathbf{l} = \mathbf{r}_A(1 - \alpha - \beta) + \alpha\mathbf{r}_B + \beta\mathbf{r}_C,$$

фиксируем пересечение, если $t > 0, 0 \leq \alpha, 0 \leq \beta, \alpha + \beta \leq 1$.

Для ускорения решения системы линейных алгебраических уравнений применяется подход на основе использования двойственного базиса [120].

Проверку пересечения луча и усеченного конуса проводим в системе координат примитива, при этом координаты начала луча и вектора направления переводятся в эту систему координат.

Уравнения луча, боковой поверхности усеченного конуса и их пересечения:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} m \\ n \\ k \end{pmatrix}, \begin{cases} x^2 + y^2 = R - \frac{z}{H}(R - r), \\ 0 \leq z \leq H \end{cases},$$

$$\begin{cases} (x_0 + mt)^2 + (y_0 + nt)^2 = \left[R - \frac{z_0 + kt}{H}(R - r) \right]^2, \\ 0 \leq z_0 + kt \leq H, \\ t > 0 \end{cases}$$

Уравнение в последней системе является квадратным относительно t .

Во время обхода модели необходимо следить за преобразованиями координат, которые могут быть свои для каждого объекта и меняться с течением времени (для подвижных элементов).

При вычислении видимости участков поверхностей требуется проверить пересечение с объектами большого количества лучей. Для каждого объекта, входящий в состав модели, посчитан ограничивающий параллелепипед. Если луч пересекается с этим параллелепипедом, то требуется проверить пересечение этого луча с примитивами, входящими в состав объекта. Ввиду специфического строения КА, внешняя поверхность описывается малым количеством примитивов, и последовательная проверка пересечения луча с примитивами не занимает много времени.

Однако, при включении в модель триангуляций, загружаемых из систем трехмерного моделирования, содержащих большое количество треугольников, проблема поиска пересечений луча с моделью становится актуальной. Для ускорения процедуры проверки пересечений с триангуляциями проводится оптимизация методом ограничивающих объемов [121], применяемым к этим триангуляциям.

1.3.3. Отыскание проекции поверхности на заданную плоскость

Для отыскания проекции поверхности (тени) на заданную плоскость, достаточно найти проекции видимых участков поверхности в направлении

проектирования. Видимые участки ограничены так называемыми контурными циклами [88]. Предлагаемый метод состоит в отыскании контурных циклов всех примитивов, построения их проекций на заданную плоскость. Объединение полученных плоских областей и будет составлять проекцию внешней поверхности КА на заданную плоскость.

Очевидно, контурные циклы треугольника и параллелограмма – их границы. При параллельном проектировании треугольник переходит в треугольник, параллелограмм переходит в параллелограмм. Если плоскость грани параллельна направлению проектирования, то проекция грани – отрезок.

Проекция параллелепипеда строится как объединение проекций 6 его граней.

Проекция боковой поверхности усеченного конуса может быть разнообразной (Рис. 1.6а, 1.6б, 1.6в), как односвязной, если $(r + R) \cos \beta \leq H \sin \beta$, так и двусвязной в противном случае. Граница проекции может представлять собой трапецию, если угол $\beta = \frac{\pi}{2}$, или, при других значениях дуги эллипсов. В случае, если проекция содержит дуги эллипсов, то они заменяются ломаными, длина звена ломаной не превосходит задаваемый линейный размер.

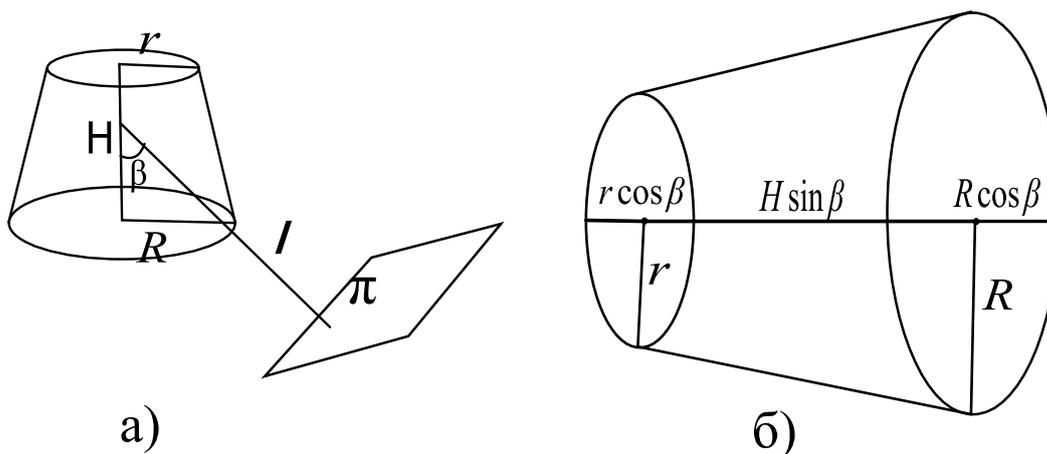


Рис. 1.6. Проекция усеченного конуса

Для дуг эллипсов требуется вычислить большие и малые полуоси эллипсов и углы начала и конца дуг.

При проекции большие полуоси верхнего и нижнего эллипсов будут равны соответственно верхнему и нижнему радиусам. Величины малых полуосей верхнего и нижнего эллипсов зависят от угла β (рис. 1.6) и равны соответственно $r \cos \beta$ и $R \cos \beta$. Углы $\angle BQB'$ и $\angle AOA'$ могут быть найдены, используя уравнение касательной к эллипсу. Точки A' и B' являются точками касания прямой, выпущенной из точки T с верхними и нижними эллипсами (Рис 1.8). Проекция контурного цикла будет состоять из двух отрезков прямых и двух эллиптических участков. В силу специфики задачи случай, когда проекция боковой поверхности усеченного конуса представляет собой двусвязную область не рассматривается. Построение проекции цилиндра (если верхний и нижний радиус боковой поверхности усеченного конуса совпадают) не представляет труда.

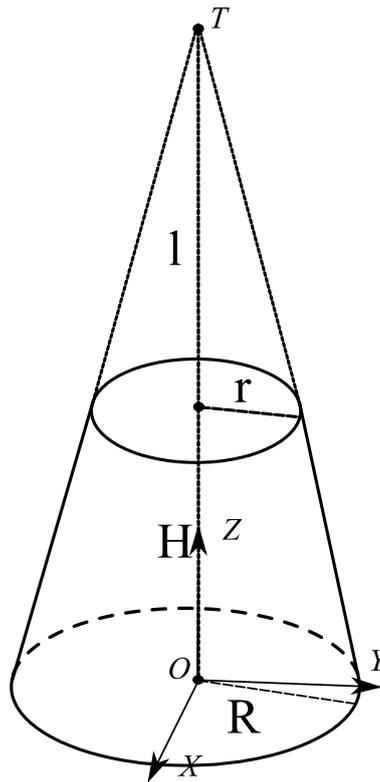


Рис. 1.7. Боковая поверхность усеченного конуса

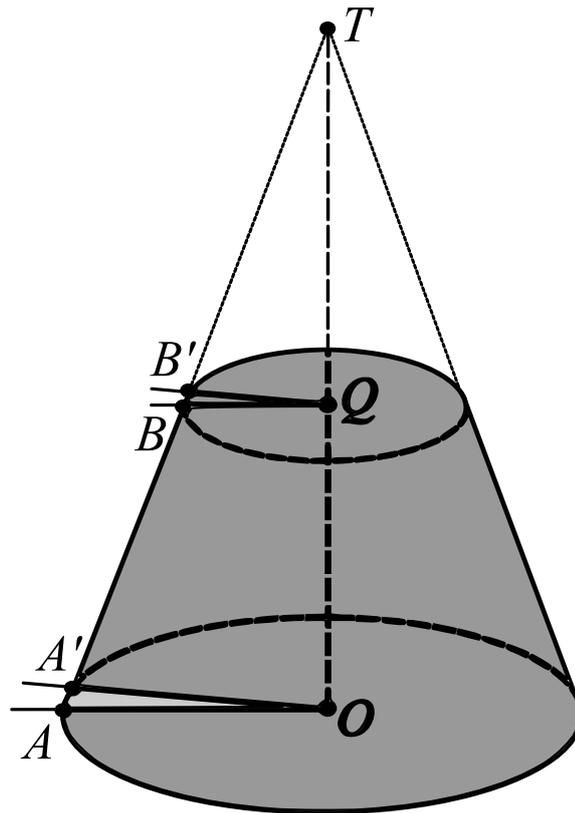


Рис. 1.8. Проекция боковой поверхности усеченного конуса

Проекцию триангуляции будем искать в виде объединения проекций так называемых контурных циклов в плоскости проекции.

Опишем процесс поиска контурных циклов для триангуляций. Объекты, задаваемые триангуляциями, описываются набором многогранников с треугольными гранями. Каждый из многогранников обрабатывается отдельно. Опишем алгоритм построения формирования контурных циклов для одного многогранника.

1. Помечаем все грани как необработанные.
2. Движемся по массиву граней до тех пор, пока не встретим лицевую грань, которая не помечена как обработанная, делаем её текущей и переходим к шагу 3. Если массив исчерпан, то все лицевые поверхности уже сформированы и процедура заканчивается.
3. Просматриваем все грани, смежные с текущей гранью и не обработанные. Если просматриваемая грань является лицевой, то записываем её номер в стек. Если нет, то общее ребро текущей и просматриваемой граней помечаем как граничное. Текущую грань помечаем как обработанную.

4. Если стек не пуст, то достаем из стека номер грани, делаем эту грань текущей и переходим к шагу 3. Если стек пуст – переходим к шагу 5.
5. Помечаем все ребра текущей поверхности, как необработанные.
6. Движемся по массиву ребер, пока не встретим необработанное граничное ребро. Если такое ребро найдено - делаем его текущим и переходим к шагу 7.
7. Если таких ребер нет, считаем текущую лицевую поверхность сформированной и переходим к шагу 2.
7. Добавляем текущее ребро в цикл и ориентируем его так, что лицевая грань, содержащая это ребро, остается слева. Делаем конец ребра текущей вершиной, а начало ребра – начальной вершиной. Помечаем текущее ребро как обработанное.
8. Находим следующее (при обходе по часовой стрелке вокруг текущей вершины) за текущим ребро. Если текущее ребро – граничное, то переходим к шагу 10. Иначе находим следующее ребро.
9. Делаем конечную вершину ребра текущей вершиной. Если текущая вершина совпадает с начальной, то считаем цикл сформированным, добавляем его к циклам текущей освещенной поверхности и переходим к шагу 6. Если нет, то переходим к шагу 8.

После выполнения описанной процедуры найдены все контурные циклы и все вершины контурных циклов, которые являются точками сборки. Время обработки одной поверхности сцены линейно зависит от числа граней; следовательно, вычислительная сложность поиска контурных циклов пропорциональна количеству граней сцены. После отыскания контурных циклов строим их проекции на заданную плоскость.

Таким образом, в плоскости проекции получаем набор многоугольных областей, границы которых задаются замкнутыми ломаными. Для поиска объединения полученных многоугольных областей используется вариант алгоритма [122], реализованный в библиотеке [123]. Результат получается в виде многоугольной области, ограниченной набором замкнутых ломаных.

1.4. Программная реализация

Геометрическая модель, процедуры импорта, отображения, вычислений при помощи модели реализованы в виде программного модуля на языке C++ с использованием объектно-ориентированного подхода. Геометрическая модель имплементирована в виде иерархии классов, позволяющих решать указанные в начале главы задачи 1)-3) с учетом требований а)-в)

Разработанный программный модуль используется в ряде программных продуктов математического моделирования, разработанных автором:

1. Специальное программное обеспечение расчета затенения солнечных батарей КА [97].
2. Прием теплового излучения [98].
3. Тепловое излучение КА [99].
4. Программа расчета зон неустойчивой работы системы «Курс».
5. Программа расчета зон радиовидимости.

Предложенная автором программная реализация используется в ядре вычислительного комплекса Mission Integrated Development Environment (MIDE) разрабатываемого баллистическим центром факультета космических исследований Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

1.6. Выводы

В главе 1 получены следующие результаты:

1. Разработан подход к заданию интерактивной геометрической модели внешней поверхности КА, предназначенной для решения задач математического моделирования воздействия внешней среды на КА, позволяющий задавать модель при помощи различных геометрических примитивов и использовать внешние САПР в качестве источников моделей частей КА.
2. Разработаны алгоритмы решения при помощи геометрической модели следующих вспомогательных задач: удаления невидимых

поверхностей, построения полигональных сеток, отыскание проекции внешней поверхности КА на заданную плоскость.

3. Разработанные геометрическая модель и алгоритмы реализованы в виде программного модуля.

Глава 2 Математическое моделирование сил и моментов аэродинамического сопротивления, действующих на космический аппарат

В этой главе рассматривается математическая модель сил и моментов аэродинамического сопротивления, действующих на КА, который совершает полет по околоземной орбите. При расчете сил и моментов существенно используется геометрическая модель внешней поверхности КА, которая позволяет учесть возможные изменения этой внешней поверхности с течением времени. При математическом моделировании аэродинамического сопротивления используются три гипотезы о взаимодействии молекул газа с обшивкой космического корабля: абсолютно неупругий удар [27], абсолютно упругий удар и смешанная модель, которые порождают три модели. Три предложенные модели были реализованы в виде программного модуля для ЭВМ, который был использован для восстановления орбитального движения Международной космической станции (МКС) по данным бортовой автономной системы навигации (АСН) и движения относительно центра масс ТК «Прогресс» по данным бортовых датчиков угловых скоростей. Приводятся результаты расчетов и анализ погрешностей.

Результаты главы 2 опубликованы в [84], [92].

2.1. Вычисление сил и моментов аэродинамического сопротивления

На КА, совершающий полет по околоземной орбите действуют, в том числе, силы и моменты аэродинамического сопротивления. Для моделирования взаимодействия поверхности КА с молекулами атмосферного газа можно использовать два предположения [84]: абсолютно неупругий удар и абсолютно упругий удар. Также можно использовать и смешанный подход, считая, что доля α молекул при столкновении испытывает абсолютно неупругий удар, а доля β молекул – абсолютно упругий удар, $\alpha + \beta = 1$. Значения α и β являются параметрами модели и подбираются, исходя из некоторых соображений. Поэтому итоговые сила и момент аэродинамического сопротивления являются

линейными комбинациями сил и моментов, вычисленных при использовании двух вышеуказанных гипотез, с коэффициентами α и β :

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \alpha \mathbf{F}_n + \beta \mathbf{F}_y, \\ \mathbf{M} &= \alpha \mathbf{M}_n + \beta \mathbf{M}_y. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Тогда сила аэродинамического сопротивления при использовании гипотезы абсолютно неупругого удара может быть вычислена так (потери на разогрев корпуса КА пренебрегаем):

$$\mathbf{F}_n = -\rho S_0 |\mathbf{v}| \mathbf{v}, \quad (2.2)$$

где ρ – плотность атмосферы, S_0 – площадь ортогональной проекции аппарата на плоскость Π , а S_* — часть поверхности аппарата, обдуваемая потоком молекул.

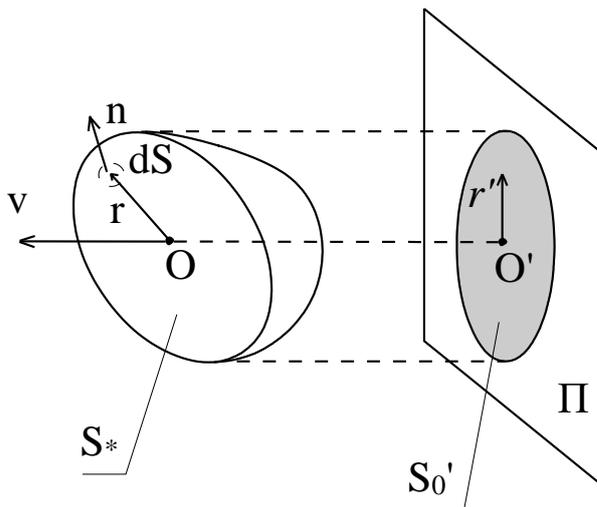


Рис. 2.1. Вычисление главного вектора и главного момента силы аэродинамического сопротивления

При использовании гипотезы абсолютно неупругого удара момент силы аэродинамического сопротивления, действующей на аппарат, относительно полюса приведения O можно вычислить следующим образом:

$$\mathbf{M}_n = -\rho \mathbf{v} \times \int_{S_*} \mathbf{r}'(\mathbf{v}, \mathbf{n}) dS, \quad \mathbf{M}_n = -\rho |\mathbf{v}| (\mathbf{v} \times \mathbf{P}), \quad (2.3)$$

где $\mathbf{P} = \int_{S'_0} \mathbf{r}' dS$ — первый момент фигуры S'_0 (ортогональной проекции

поверхности обдуваемого тела S_* на плоскость Π) относительно точки O'

(ортогональной проекции точки O на плоскость Π), за \mathbf{r}' принимаем радиус-вектор точки S'_0 относительно точки O' .

В случае абсолютно упругого удара, сила и момент аэродинамического сопротивления вычисляются так:

$$\mathbf{v}_{dir} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}, \quad \mathbf{F}_y = -2\rho |\mathbf{v}|^2 \int_{S^*} (\mathbf{v}_{dir}, \mathbf{n})^2 \mathbf{n} dS,$$

$$\mathbf{M}_y = -2\rho |\mathbf{v}|^2 \int_{S^*} (\mathbf{v}_{dir}, \mathbf{n})^2 (\mathbf{n} \times \mathbf{r}') dS. \quad (2.4)$$

Для отыскания проекций поверхности КА на плоскость и вычисления интегралов по поверхности КА используется геометрическая модель, описанная в главе 1.

При расчете силы и момента аэродинамического сопротивления в предположении абсолютно неупругого удара при помощи формул (2.3) необходимо найти площадь и первый момент проекции поверхности КА на плоскость, ортогональную вектору скорости. Проекцию поверхности КА на указанную плоскость находим путем объединения проекций объектов модели, они ограничены проекциями контурных циклов (см. главу 1). Проекции контурных циклов представляют собой набор ломаных линий, ограничивающих многоугольные области. В результате объединения этих многоугольных областей получается многоугольная область, ограниченная одним или несколькими контурами. Вычисление площади плоской фигуры производится обходом контуров при помощи векторного произведения. Считаем, что каждый контур имеет одну ориентацию, при движении вдоль него фигура остается слева (Рис 2.2).

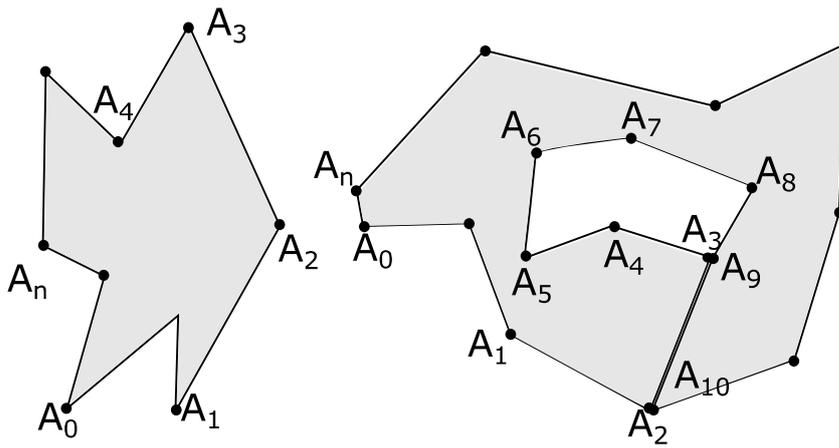


Рис. 2.2. Задание многоугольных областей на плоскости.

В случае, если задаваемая многоугольная область не является односвязной, внутренние контуры объединяются со внешними при помощи так называемых разрезов – фиктивной пары ребер, на Рис. 2.2 это A_2A_3 и A_9A_{10} , где точки $A_2 = A_{10}$ и $A_3 = A_9$. В результате такого преобразования многоугольная область превращается в многоугольник и площадь этого многоугольника может быть вычислена так:

$$S = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^{n-1} (\overrightarrow{A_0A_i} \times \overrightarrow{A_iA_{i+1}}) \right|. \quad (2.5)$$

Для вычисления первого момента проекции требуется провести триангуляцию. Используем триангуляцию Делоне с ограничениями, алгоритм [124]. Есть более совершенные алгоритмы, например алгоритм продвигаемого фронта [125] для построения конформных сеток, но здесь его использование нецелесообразно. Треугольники, не входящие в заданную многоугольную область, отбрасываются. Поиск таких треугольников проводим посредством теста на принадлежность геометрического центра каждого треугольника. Используется алгоритм, основанный на лемме Жордана [126]. Далее, первый момент полученной проекции находится как сумма первых моментов треугольников, образованных при триангуляции получаемых многоугольных областей. Пусть каждый i -й из N треугольников триангуляции имеет геометрический центр \mathbf{r}_i и площадь σ_i , тогда вычисляем первый момент фигуры S'_0 следующим образом:

$$\mathbf{M}_{S_0} = \sum_{i=1}^N (\mathbf{r}_i - \mathbf{p}_0) \cdot \sigma_i, \quad S = \sum_{i=1}^N \sigma_i, \quad (2.6)$$

где \mathbf{p}_0 – полюс приведения моментов. Следует отметить, что одновременно с вычислением первого момента проекции можно найти и площадь сечения как сумму площадей полученных треугольников. В случае, если требуется найти силу и момент аэродинамического сопротивления, уместно использовать формулы (2.6), если момент находить не требуется, то используется формула (2.5) и триангуляция не строится.

Для расчета сил и моментов аэродинамического сопротивления в предположении абсолютно упругого удара воспользуемся формулами (2.4). Интегрирование ведется по участкам поверхности, обдуваемым воздушным потоком, для отыскания таких участков нужно решить задачу удаления невидимых поверхностей при параллельном проектировании вдоль вектора скорости КА. Задача удаления невидимых поверхностей решается методом трассировки лучей.

При использовании смешанной модели силы и момента аэродинамического сопротивления можно, решив трехмерную задачу отыскания участков поверхности, обдуваемых воздушным потоком, вычислить площадь и первый момент проекции, спроектировав их на заданную плоскость и найти силу и момент аэродинамического сопротивления в предположении абсолютно неупругого удара. Одновременно находятся сила и момент аэродинамического сопротивления в предположении абсолютно неупругого удара (Рис. 2.3).

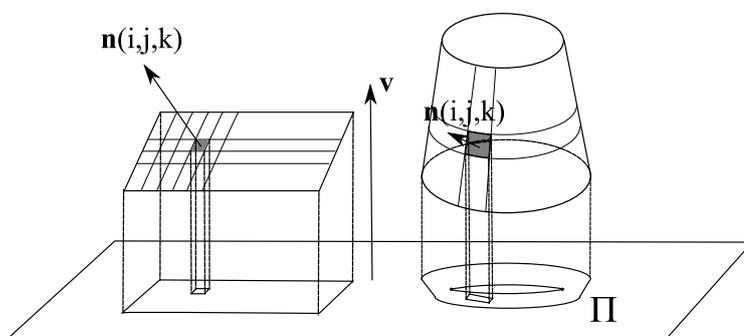


Рис. 2.3. Вычисление сил и моментов аэродинамического сопротивления

Используемая для задания поверхности КА и для вычислений геометрическая модель позволяет разбивать примитивы, составляющие модель, равномерной сеткой на: параллелограммы – для плоских параллелограммов и параллелепипедов, трапеции – для боковой поверхности усеченного конуса, треугольники – для треугольных примитивов. Разбиение проводится для всех K примитивов. Пусть примитив с номером k разбит сеткой на $N_k \times M_k$ ячеек, для каждой ячейки известен геометрический центр $\mathbf{r}(i, j, k)$, нормаль $\mathbf{n}(i, j, k)$ и площадь ячейки $\sigma(i, j, k)$. Для треугольных примитивов используется одноиндексная адресация (см. главу 1), но для единообразия записи для треугольных примитивов будем считать $M_k = 1$.

Для каждой ячейки примитива определяем ее видимость, функция $vis(\mathbf{v}, i, j, k)$ принимает значение 1, если ячейка «видима», то есть не заслоняется другими элементами поверхности модели от набегающего воздушного потока при движении по вектору скорости \mathbf{v} . Тогда величины, необходимые для расчета силы и момента аэродинамического сопротивления, – площадь проекции и первый ее момент находятся так:

$$S = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N_k} \sum_{j=1}^{M_k} vis(\mathbf{v}, i, j, k) \cdot \sigma(i, j, k) \cdot \cos(\mathbf{v}, \mathbf{n}(i, j, k)),$$

$$P = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N_k} \sum_{j=1}^{M_k} vis(\mathbf{v}, i, j, k) \cdot \sigma(i, j, k) \cdot \cos(\mathbf{v}, \mathbf{n}(i, j, k)) \cdot pr_{\Pi}(\mathbf{r}(i, j, k) - \mathbf{p}_0). \quad (2.7)$$

Сила и момент аэродинамического сопротивления на 1 единицу нормального давления рассчитываются следующим образом:

$$\mathbf{v}_{dir} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}, \mathbf{F}_{el} = -2 \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N_k} \sum_{j=1}^{M_k} vis(\mathbf{v}_{dir}, i, j, k) \cdot (\mathbf{v}_{dir}, \mathbf{n}(i, j, k)) \cdot \mathbf{n}(i, j, k) \cdot \sigma(i, j, k),$$

$$\mathbf{M}_{el} = -2 \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{N_k} \sum_{j=1}^{M_k} vis(\mathbf{v}_{dir}, i, j, k) \cdot (\mathbf{v}_{dir}, \mathbf{n}(i, j, k)) \cdot (\mathbf{n}(i, j, k) \times (\mathbf{r}(i, j, k) - \mathbf{p}_0)) \cdot \sigma(i, j, k). \quad (2.8)$$

Нахождение значения функции видимости $vis(\mathbf{v}_{dir}, i, j, k)$ требует существенных расчетов, поэтому при расчете по формулам (2.8) используется

оптимизация расчетов, при которой все четыре величины S , P , F_{el} , M_{el} вычисляются одновременно, значение функции видимости вычисляется только 1 раз для каждой ячейки.

Приведенные алгоритмы вычислений были реализованы в виде программы для ЭВМ расчета сил и моментов. В таблице 2.1 приводятся замеры времени работы процедур расчета сил и моментов в предположении абсолютно неупругого удара (с использованием анализа проекций контурных циклов на плоскости) и при использовании смешанной модели, где отыскание частей поверхности, обдуваемых воздушным потоком, проводится методом трассировки лучей. Расчет проводился для геометрической модели корабля Прогресс-МС для разных характерных размеров разбиения поверхности, направление вектора скорости КА в ССК – (1,1,1).

Характерный размер (мм)	Количество ячеек	Время работы плоская задача (мс)	Время работы трассировки лучей (мс)
2	22 375 176	48	22 800
5	3 567 893	20	3 642
10	887 031	9.9	920
15	390 912	7	403
20	219 336	4.53	227
30	96 178	3.2	102
50	33 696	2.05	35.5
70	16 495	1.48	18.15
100	7 878	1.15	35
200	1 794	0.87	10
500	184	0.71	1

Таблица 2.1. Время работы программы расчета аэродинамических сил и моментов

Алгоритм, использующий контурные циклы, существенно быстрее и время его работы растет пропорционально \sqrt{n} , где n - количество ячеек сетки для расчета, а время работы алгоритма, основанного на методе трассировки лучей линейно пропорционально количеству ячеек (Рис. 2.4). Расчет сил и моментов при использовании гипотезы абсолютно упругого удара или смешанной модели требует существенно больше времени, однако, используя технологии параллельных вычислений на графических процессорах можно существенно

снизить временные затраты, существуют трассировщики лучей, способные производить рендеринг сложных сцен в реальном времени (25 кадров в секунду) [127].

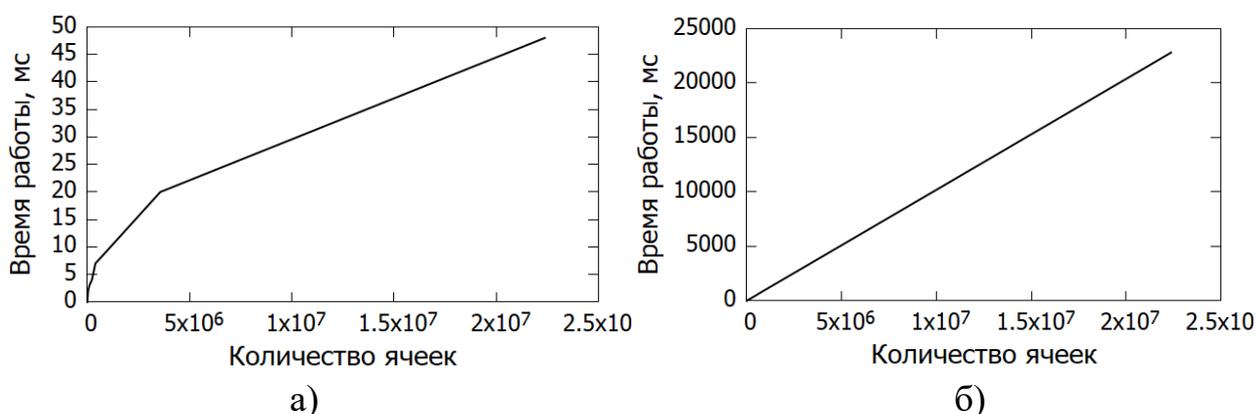


Рис. 2.4. Зависимость времени работы от количества ячеек, а) для расчета абсолютно неупругого удара, б) для абсолютно упругого удара или смешанной модели

В решаемых при помощи программ задачах приемлемая точность достигается при характерных размерах ячейки 30-50 мм, время расчета сил и моментов при таких значениях параметра разбиения обоими методами достаточно невысоко, что делает их применимыми к решению баллистических задач прогноза орбитального движения КА и его движения относительно центра масс.

2.2. *Обработка данных автономной системы навигации, установленной на МКС*

При моделировании орбитального движения космических аппаратов для получения достаточно точного прогноза требуется учитывать следующие факторы:

- неравномерность гравитационного поля Земли,
- нерегулярность вращения Земли,
- гравитационное взаимодействие с Луной и Солнцем,
- сопротивление атмосферы Земли,
- световое давление.

На орбитальное движение низколетящих КА (до 500 км) существенное влияние оказывает аэродинамическое сопротивление, световым давлением на этих высотах обычно пренебрегают [18]. Площадь внешней поверхности МКС

достаточно велика и составляет около 10 000 квадратных метров. Внешняя поверхность МКС существенно меняется с течением времени, так как обладает набором подвижных элементов – солнечных батарей и радиаторов и время от времени пристыковываются и отстыковываются грузовые и пилотируемые корабли, меняя состав станции, выводятся и пристыковываются новые модули станции. Во время орбитального полета подвижные элементы станции вращаются, существенно изменяя форму внешней поверхности, и, следовательно, меняется сила аэродинамического торможения.

Оценим влияние изменения формы внешней поверхности МКС на ее орбитальное движение. Для этого проведем восстановление орбиты МКС по данным бортовой автономной системы навигации (АСН) при помощи математической модели. Сравним погрешности определения орбиты в случае, когда поверхность МКС считается неизменной, и в случае, когда изменение формы внешней поверхности станции учитывается.

2.2.1. Модель орбитального движения Международной космической станции

Моделирование движения МКС по низкой околоземной орбите производим с учетом следующих возмущающих факторов:

- нецентральность гравитационного поля Земли,
- аэродинамическое торможение об атмосферу Земли,
- гравитационные возмущения, обусловленные влиянием Солнца и Луны.

При моделировании движения МКС считаем, что ее двигательная установка не работает.

В гринвичской системе координат (ГСК) систему дифференциальных уравнений движения КА можно записать следующим образом [58]:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \left(\omega^2 - \frac{\mu}{|\mathbf{r}|^3} \right) x + 2\omega\dot{y} + \frac{\partial U}{\partial x} - \alpha\rho|\mathbf{v}|\dot{x} + SM_x, \\ \ddot{y} = \left(\omega^2 - \frac{\mu}{|\mathbf{r}|^3} \right) y - 2\omega\dot{x} + \frac{\partial U}{\partial y} - \alpha\rho|\mathbf{v}|\dot{y} + SM_y, \\ \ddot{z} = -\frac{\mu}{|\mathbf{r}|^3} z + \frac{\partial U}{\partial z} - \alpha\rho|\mathbf{v}|\dot{z} + SM_z. \end{cases} \quad (2.9)$$

Здесь $\mathbf{r} = (x, y, z)$ – радиус-вектор КА в ГСК, $\mathbf{v} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ – вектор скорости КА в ГСК, ω – угловая скорость вращения Земли, $U = U(\mathbf{r})$ – потенциал гравитационного поля Земли за исключением центрального поля, μ – гравитационная постоянная Земли, $\rho = \rho(t, \mathbf{r})$ – плотность атмосферы Земли, α – баллистический коэффициент, $\mathbf{SM} = (SM_x, SM_y, SM_z)$ – возмущающее ускорение, обусловленное гравитационным влиянием Солнца и Луны.

Потенциал гравитационного поля Земли вычисляем при помощи разложения в ряд по сферическим функциям [58]:

$$U = \frac{\mu}{|\mathbf{r}|} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n P_{mn}(\sin \theta) [c_{mn} \cos m\lambda + d_{mn} \sin m\lambda] \left(\frac{R_e}{|\mathbf{r}|} \right)^n \right\}, \quad (2.10)$$

где θ – геоцентрическая широта, λ – геодезическая долгота, R_e – средний радиус Земли, c_{mn}, d_{mn} – постоянные коэффициенты, $P_{mn}(x)$ – функции Лежандра, задаваемые формулами:

$$P_{mn}(x) = \frac{(1-x^2)^{\frac{m}{2}}}{2^n n!} \frac{d^{m+n}}{dx^{m+n}} (x^2-1)^n. \quad (2.11)$$

При численном решении задачи движения бесконечная сумма в (2.10) приближается конечной, количество учитываемых гармоник обуславливается требуемой точностью аппроксимации, вычислительными возможностями и требуемой скоростью расчёта. Коэффициенты c_{mn}, d_{mn} определяются различными способами при помощи гравиметрических методов. Используем модель EGM96 [128].

Плотность атмосферы вычисляем по ГОСТ [129]. Параметры солнечной и геомагнитной активности можно взять с сайта Celestrak [130]. В расчетах берутся трехчасовые индексы k_p .

Влияние Солнца и Луны предполагаем независимыми друг от друга. Рассчитываем, используя закон всемирного тяготения, принимая массы Луны и Солнца точечными, направления на небесные тела вычисляются при помощи процедур, описанных в [131].

Моделирование орбитального движения МКС производится в гринвичской вращающейся системе координат. Гравитационный потенциал приближается разложением по сферическим гармоникам, используется модель EGM96. Учитывается также влияние Солнца и Луны. Считаем, что на интервале моделирования двигательные установки станции не работают. Согласно ГОСТу при расчете плотности атмосферы Земли требуется указывать индексы солнечной и магнитной активности. Используются или архивные данные, в случае моделирования движения прошлых периодов, или прогнозные данные для моделирования движения будущих периодов, источник данных – сайт celestrak.com [132]. Плотность вычисляется на конкретный момент времени вычисления правой части.

Сила торможения атмосферы рассчитывается в предположении, что молекулы газа испытывают с поверхностью МКС абсолютно неупругий удар. Модифицируем математическую модель движения, вместо баллистического коэффициента α в уравнение (2.9) вставим множитель $\beta S(t)$, где β является параметром модели, подлежащим определению, а $S(t)$ – площадь миделева сечения станции. Далее сравним результаты восстановления движения МКС с использованием модели с постоянным баллистическим коэффициентом и модифицированной модели.

2.2.2. Вычисление площади миделева сечения

Вычисления площади миделева сечения МКС производятся при помощи геометрической модели в каждой точке моделирования.

Форма внешней поверхности станции зависит от положения подвижных элементов и конфигурации пристыкованных космических кораблей. Манипулятор Canadarm имеет небольшую площадь внешней поверхности, его положением пренебрегаем. Операции по пристыковке и отстыковке кораблей происходят достаточно редко и связаны с работой двигательных установок станции, в настоящей работе анализ данных АСН МКС на таких временных интервалах, на которых проводилась пристыковка или отстыковка КК, не рассматривается. Поэтому достаточно 1 раз сконфигурировать состав станции, далее конфигурация внешней поверхности полностью описывается следующими параметрами (2.5):

1. углы поворота солнечных батарей (СБ) служебного модуля (СМ) SM-1 и SM-2,
2. углы поворота радиаторов американского сегмента (АС) P1 TRRJ и S1 TRRJ,
3. углы поворота левой (S) и правой (P) ферм СБ АС Stbd и Port соответственно,
4. углы поворота СБ левой и правой ферм 1В, 2В, 3В, 4В и 1А, 2А, 3А, 4А.

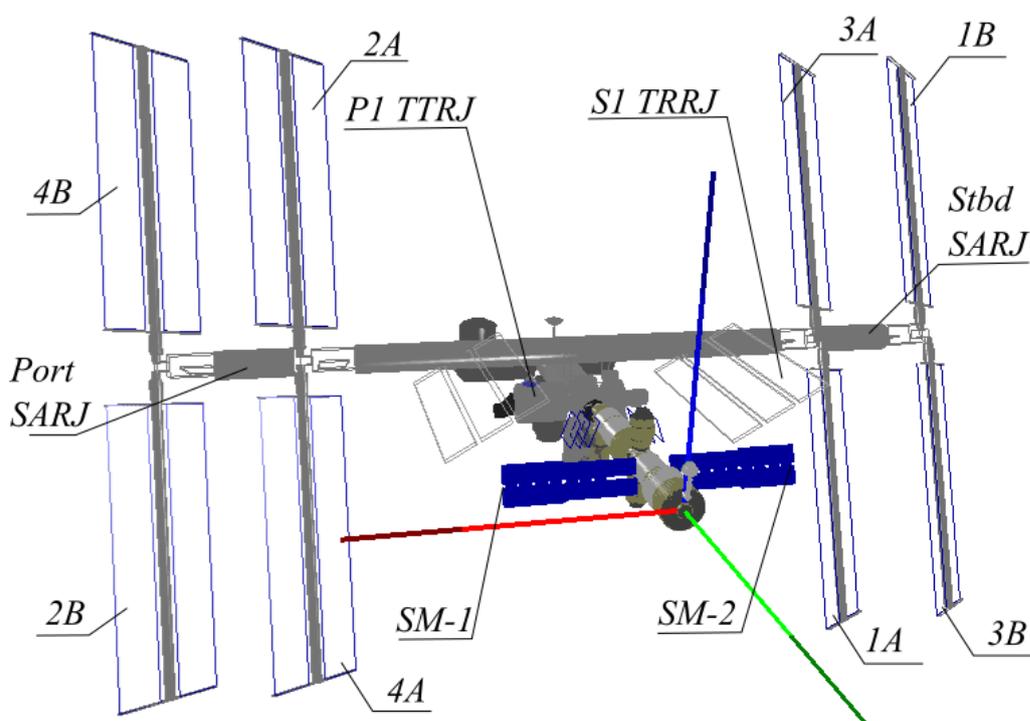


Рис. 2.5. Углы поворота подвижных элементов МКС

Оси вращения, шаг вращения и начальные положения подвижных элементов описаны в правилах полета МКС [133].

Положения подвижных элементов МКС зависят от программы полета и направления на Солнце. Углы поворота СБ СМ SM-1 и SM-2 меняются с шагом в 22.5 градуса таким образом, чтобы нормаль к лицевой плоскости СБ имела бы наименьший угол с направлением на Солнце. Эти СБ не фиксируют даже на время проведения динамических операций.

Углы поворота СБ АС имеют сложный алгоритм изменения. Согласно правилам полета МКС [133] углы всех подвижных элементов АС МКС меняются с шагом в 1 градус. Информация о прогнозе положения подвижных элементов поступает из ЦУП Хьюстона и сохраняется в базе данных (БД) Главной оперативной группы управления (ГОГУ) Центра управления полетами (ЦУП) ЦНИИмаш, откуда она берется для выполнения моделирования. Предусмотрен режим моделирования без связи с БД ГОГУ, в этом режиме СБ АС выставляются так, чтобы нормали к плоскости батарей имели наименьший угол с направлением на Солнце, а нормали к плоскости радиаторов были направлены перпендикулярно направлению на Солнце.

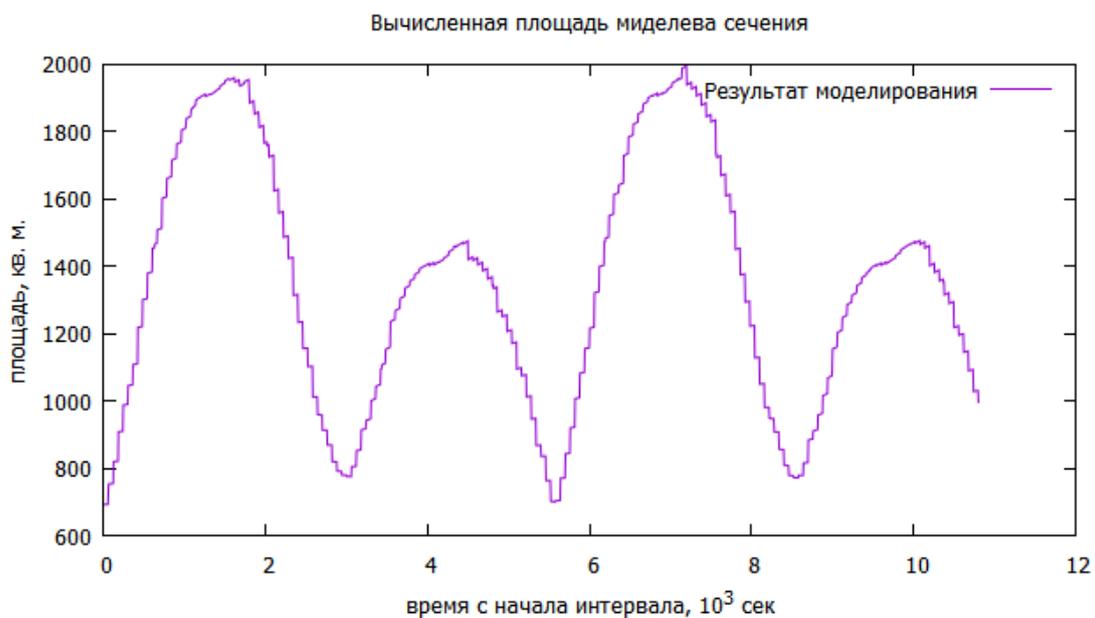


Рис. 2.6. Вычисление миделева сечения МКС по геометрической модели с 00:22:01 01.01.2018 по 03:22:01 01.01.2018

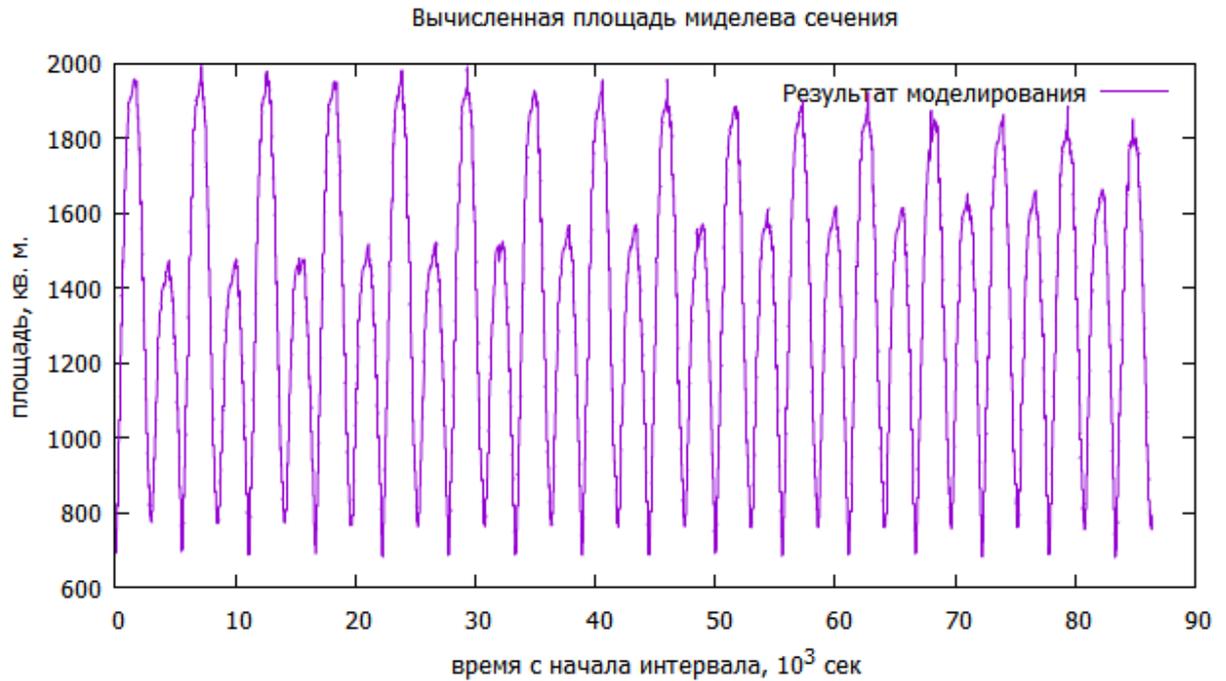


Рис. 2.7. Вычисление миделева сечения МКС по геометрической модели с 00:22:01 01.01.2018 по 00:22:01 02.01.2018

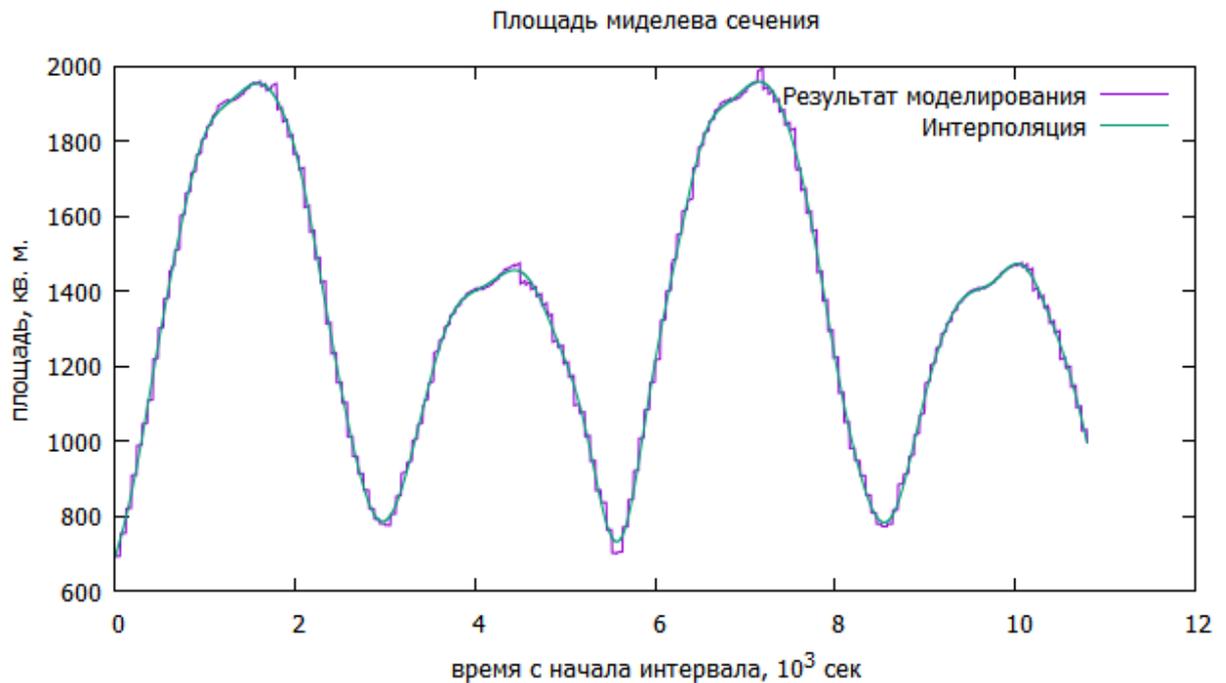


Рис. 2.8. Вычисленное и сглаженное (40 гармоник) миделево сечение МКС по геометрической модели с 00:22:01 01.01.2018 по 03:22:01 01.01.2018

На Рис. 2.6 и Рис. 2.7 приводятся графики вычисленного миделева сечения с использованием геометрической модели. Видно, что график миделева сечения ступенчатый, так как прогнозные значения углов меняются с шагом в 1 градус и при моделировании считаем, что изменение углов происходит мгновенно. Для

определения закона движения КА необходимо решить задачу Коши для системы ОДУ (2.9).

Для численного интегрирования используются разновидности методов типа Рунге-Кутты – методы Дорманда-Принца [134]. Для реализации заявленной точности этих методов требуется, чтобы правая часть была достаточно гладкой, кроме того, скачки площади миделева сечения связаны с предположением мгновенного изменения углов поворота подвижных элементов, что в реальной ситуации занимает некоторое время. Полученные кривые сглаживаем при помощи разложения в ряд Фурье по синусам [135], примеры сглаженных кривых представлены на Рис. 2.8 и Рис. 2.9.

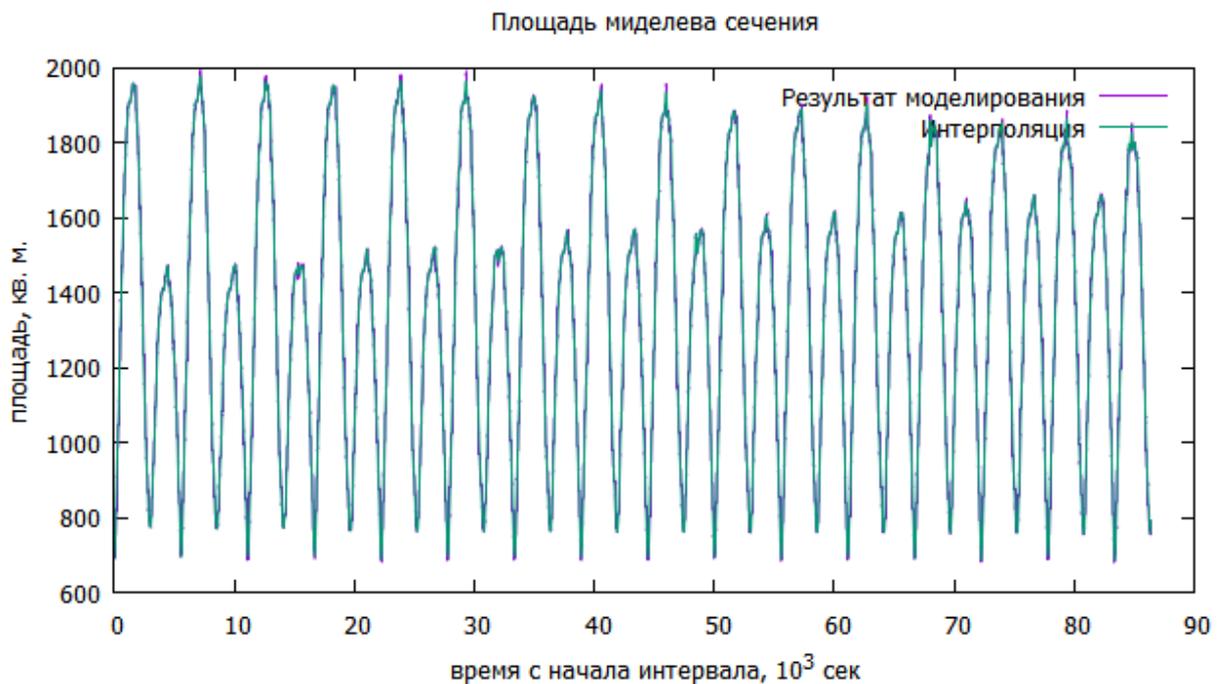


Рис. 2.9. Вычисленное и сглаженное (1000 гармоник) миделево сечение МКС по геометрической модели с 00:22:01 01.01.2018 по 00:22:01 02.01.2018

2.2.3. Обработка измерений автономной системы навигации

Данные АСН представляют собой набор семерок значений: $t, r_x, r_y, r_z, v_x, v_y, v_z$, где t – время GPS, $\mathbf{r} = (r_x, r_y, r_z)$ и $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ – радиус вектор и вектор скорости спутника в момент времени t в инерциальной системе координат (ИСК) J2000. Далее переводим полученные радиус-векторы и векторы скорости в ГСК. Для учета неравномерности вращения Земли используем

данные с сайта celestrak.com [132]. Ниже считаем, то векторы \mathbf{r} и \mathbf{v} заданы в ГСК.

Задавая значения радиус-вектора \mathbf{r}_0 и вектора скорости \mathbf{v}_0 в начальный момент времени, параметр α и метод вычисления силы аэродинамического торможения можно, интегрируя уравнения движения спутника, получить траекторию движения. Таким образом вектор параметров $\gamma = (\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, \alpha)$ определяет траекторию движения КА.

Пусть $t_i, \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i, i = \overline{1, N}$ – измерения АСН, $\varphi(t_i, \gamma), \psi(t_i, \gamma)$ – вычисленные при помощи математической модели значения радиус-вектора и вектора скорости. Считаем, что ошибки определения координат и компонент вектора скорости имеют нормальное распределение с нулевыми средними значениями и являются независимыми. Стандартные отклонения компонент радиус вектора (вектора скорости) одинаковы и неизвестны, обозначим стандартные отклонения компонент σ , стандартные отклонения скоростей примем за $\frac{\sigma}{w}$, где $w = 1000$ с.

Составим функционал для минимизации:

$$\Phi(\gamma) = \sum_{n=0}^N \left\{ [\mathbf{r}_n - \varphi(t_n, \gamma)]^2 + w^2 [\mathbf{v}_n - \psi(t_n, \gamma)]^2 \right\}. \quad (2.12)$$

Минимизация $\Phi(\gamma)$ выполнялась алгоритмом на основе методов Гаусса–Ньютона и Левенберга-Марквардта [136]. При сделанных допущениях оценка $\gamma_* = \arg \min \Phi$ – случайный вектор, который имеет приблизительно нормальное распределение со средним значением, равным истинному значению γ . Ковариационная матрица этой оценки и оценка дисперсии σ^2 ошибок в измерениях координат вычислялись по формулам

$$C_\gamma = \left\| C_{ij} \right\|_{i,j=1}^7 = \sigma_*^2 B^{-1} C_\gamma = \left\| C_{ij} \right\|_{i,j=1}^7 = \sigma_*^2 B^{-1}, \quad \sigma_*^2 = \frac{\Phi(\gamma_*)}{6N - 7}, \quad (2.13)$$

где B – вычисленная в точке γ_* матрица системы нормальных уравнений, возникающей при минимизации Φ , $2B \approx \partial^2 \Phi(\gamma_*) / \partial \gamma^2$. Точность аппроксимации данных АСН найденным решением уравнений движения и

точность определения этого решения характеризовались стандартным отклонением ошибок измерений σ_* , стандартными отклонениями $\sigma_i = \sqrt{C_{ii}}$ ($i = 1, 2, \dots, 7$) компонент вектора γ_* и среднеквадратичными значениями рядов остатков

$$dr_n = |\mathbf{r}_n - \Phi(t_n, \gamma_*)|, \quad dv_n = |\mathbf{v}_n - \Psi(t_n, \gamma_*)| \quad (n = 0, 1, 2, \dots, N). \quad (2.14)$$

Эти среднеквадратичные значения обозначим соответственно s_r и s_v . Вычислялись также медианы остатков (2.14), которые использовались для исключения из обработки данных $(t_n, \mathbf{r}_n, \mathbf{v}_n)$ величины остатков которых в 3,8 раза превышали оценочное стандартное отклонение.

Минимизация выполняется в 4 прохода с двумя шагами фильтрации:

1. Метод Левенберга-Марквардта.
2. Метод Гаусса-Ньютона.
3. 1-я фильтрация.
4. Метод Левенберга-Марквардта.
5. Метод Гаусса-Ньютона.
6. 2-я фильтрация.

Далее рассмотрим восстановление движения на 4х интервалах движения МКС: 01-10.01.2015, 01-10.01.2018, 01-10.06.2018, 01-10.12.2018. На каждом из интервалов использовалось две модели: с усредненным миделевым сечением (классическая модель с баллистическим коэффициентом) и модель с переменным баллистическим коэффициентом с использованием предположения абсолютно неупругого удара.

За трое суток анализа (Таблица 2.2, Рис. 2.10, Рис. 2.11) с 0:21:58 01.01.2018 по 01:09:56 04.01.2018 модели с переменным миделем и постоянным миделем показывают приблизительно одни и те же результаты, медианная ошибка по радиус-вектору около 40 м, по скорости – около 50 мм/с. Медианные значения и СКО для dr и dv несколько выше. СКО определяемых значений начального вектора состояния незначительно ниже для модели с переменным миделем,

дисперсия значения параметра α ниже на 26%, но в процентном отношении идентичны.

	Постоянный мидель	Переменный мидель
Медиана dr	39,9	46,5391
Медиана dv	45,9433	51,7651
СКО dr	47,8569	52,1313
СКО dv	55,1183	59,4669
Количество использованных измерений	44107	44111
Количество отброшенных измерений	73	63
Коэффициент α	2,41047e-03	1,78225e-03
СКО $(r_0)_x$	2.02341e-06	2.01125e-06
СКО $(r_0)_y$	8.41665e-07	8.38632e-07
СКО $(r_0)_z$	2.44001e-06	2.42261e-06
СКО $(v_0)_x$	1.38645e-06	1.38246e-06
СКО $(v_0)_y$	2.86941e-06	2.84459e-06
СКО $(v_0)_z$	1.03076e-06	1.02993e-06
СКО α	3,09435e-06 (0,128 %)	2,28816e-06 (0,128 %)

Таблица 2.2. Результаты обработки данных АСН 01-03.01.2018

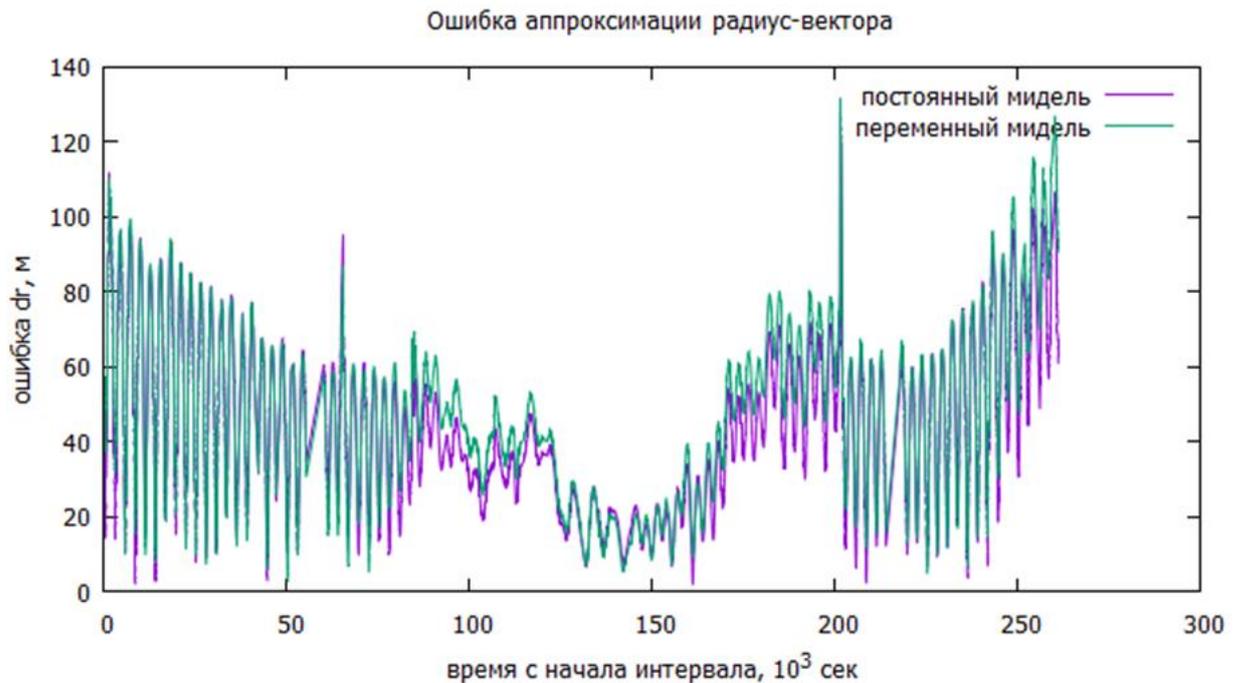


Рис. 2.10. Остатки dr для переменного миделя и постоянного миделя на промежутке 01-03.01.2018

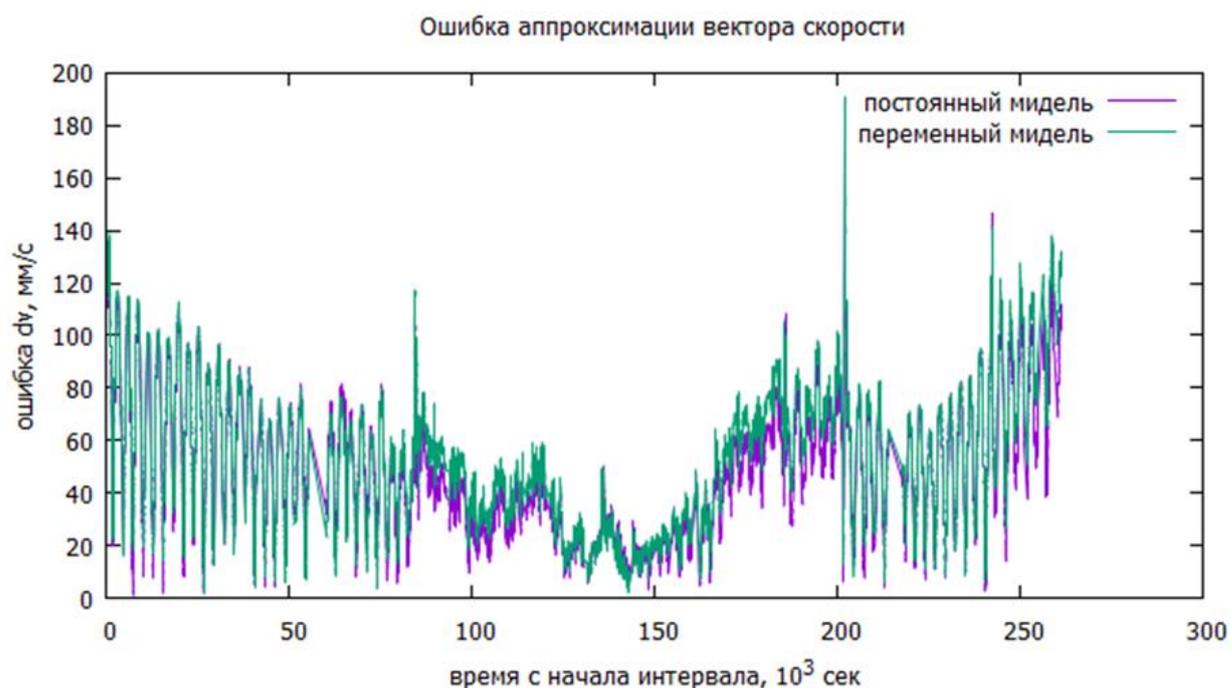


Рис. 2.11. Остатки dv для переменного миделя и постоянного миделя на промежутке 01-03.01.2018

	Постоянный мидель	Переменный мидель
Медиана dr	57.8167	58.6777
Медиана dv	63.5581	64.3897
СКО dr	68.5679	82.3455
СКО dv	76.3619	90.1802
Количество использованных измерений	84941	84778
Количество отброшенных измерений	83	246
Коэффициент α	2,69697e-03	1,63236e-03
СКО $(r_0)_x$	1.06246e-06	1.05834e-06
СКО $(r_0)_y$	4.37389e-07	4.36535e-07
СКО $(r_0)_z$	1.27402e-06	1.26741e-06
СКО $(v_0)_x$	7.19588e-07	7.19638e-07
СКО $(v_0)_y$	1.49662e-06	1.48321e-06
СКО $(v_0)_z$	5.32546e-07	5.33845e-07
СКО α	4,49977e-07 (1,668e-2 %)	3,0355e-07 (1,859e-2 %)

Таблица 2.3. Результаты обработки данных АСН 01-06.01.2018

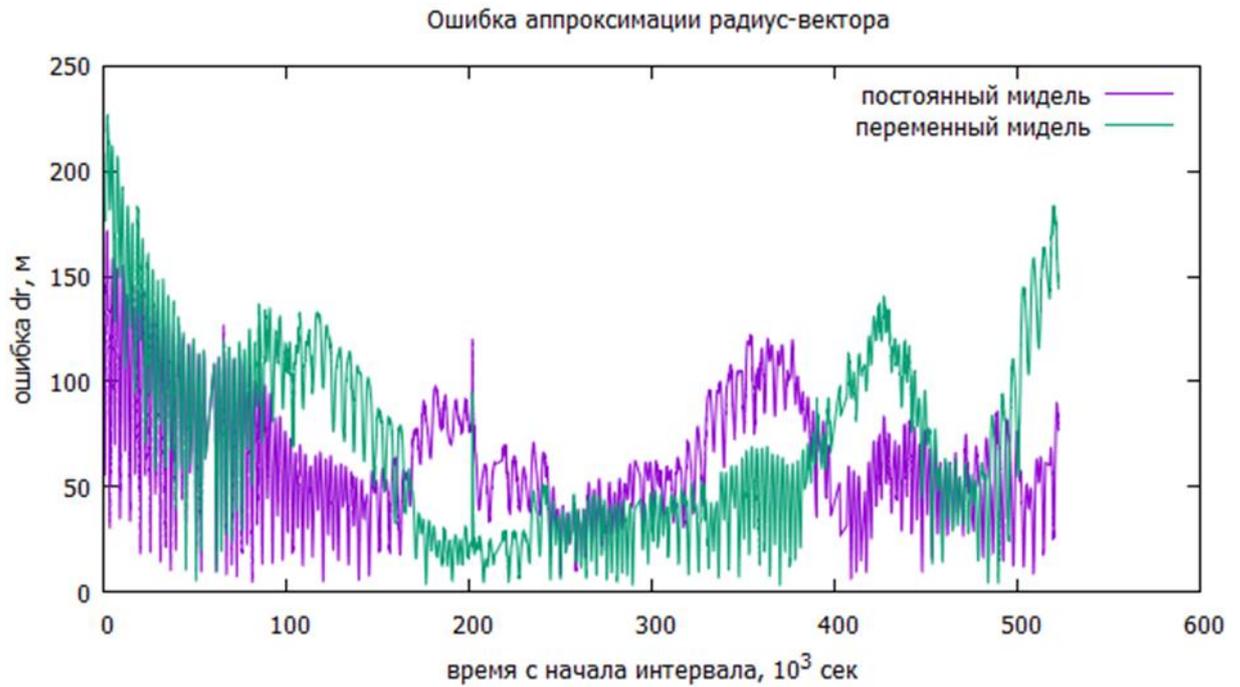


Рис. 2.12. Остатки dr для переменного миделя и постоянного миделя на промежутке 01-06.01.2018

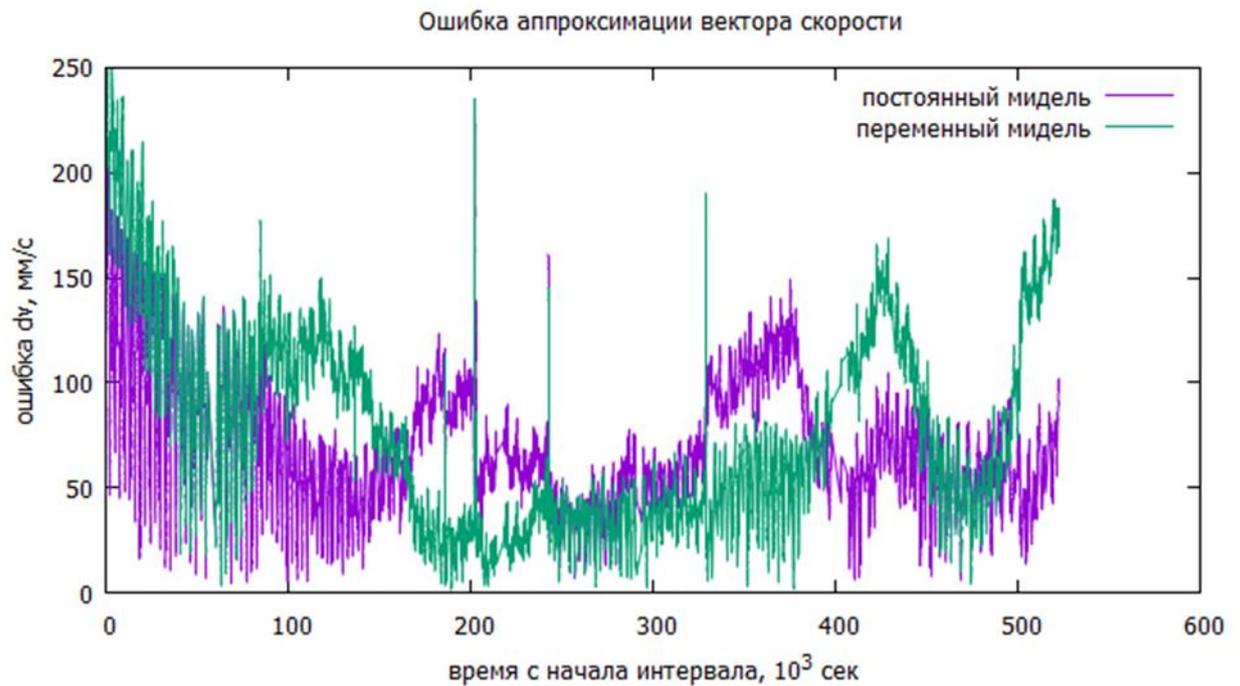


Рис. 2.13. Остатки dv для переменного миделя и постоянного миделя на промежутке 01-06.01.2018

Анализ шестисуточного интервала с 0:21:58 01.01.2018 по 01:29:57 07.01.2018 модели с переменным миделем и постоянным миделем показывает приблизительно одни и те же результаты, медианная ошибка по радиус-вектору

около 58 м, по скорости – порядка 64 мм/с (Таблица 2.3, Рис. 2.12, Рис. 2.13). СКО определяемых значений начального вектора состояния выше для модели с переменным миделем.

	Постоянный мидель	Переменный мидель
Медиана dr	347.311	69.3676
Медиана dv	378.565	77.5333
СКО dr	395.245	92.4215
СКО dv	429.71	100.794
Количество использованных измерений	142222	138824
Количество отброшенных измерений	38	3436
Коэффициент α	2,45258e-03	1,57683e-03
СКО $(r_0)_x$	7.47015e-07	6.80657e-07
СКО $(r_0)_y$	3.03681e-07	2.70063e-07
СКО $(r_0)_z$	8.88992e-07	8.15798e-07
СКО $(v_0)_x$	4.92144e-07	4.44468e-07
СКО $(v_0)_y$	1.03933e-06	9.643e-07
СКО $(v_0)_z$	3.61759e-07	3.1966e-07
СКО α	1,23573e-07 (5,038490e-3 %)	6,62282e-08 (4,2e-3 %)

Таблица 2.4. Результаты обработки данных АСН 01-10.01.2018

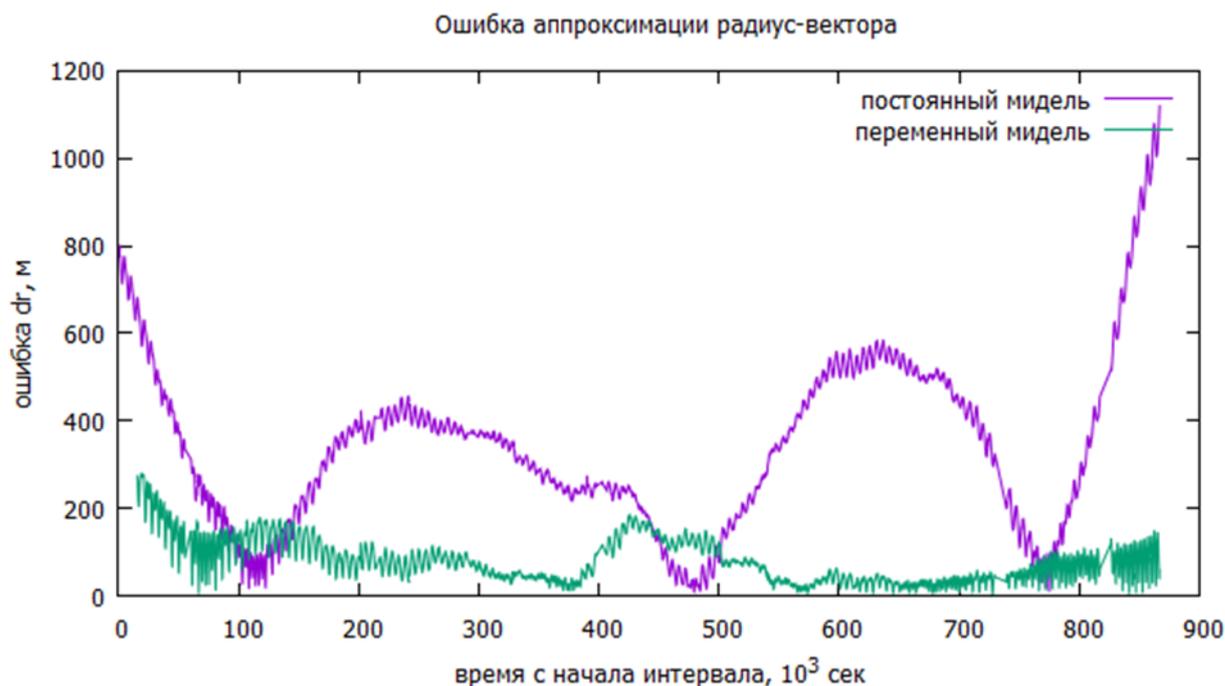


Рис. 2.14. Остатки dr для переменного миделя и постоянного миделя на промежутке 01-10.01.2018

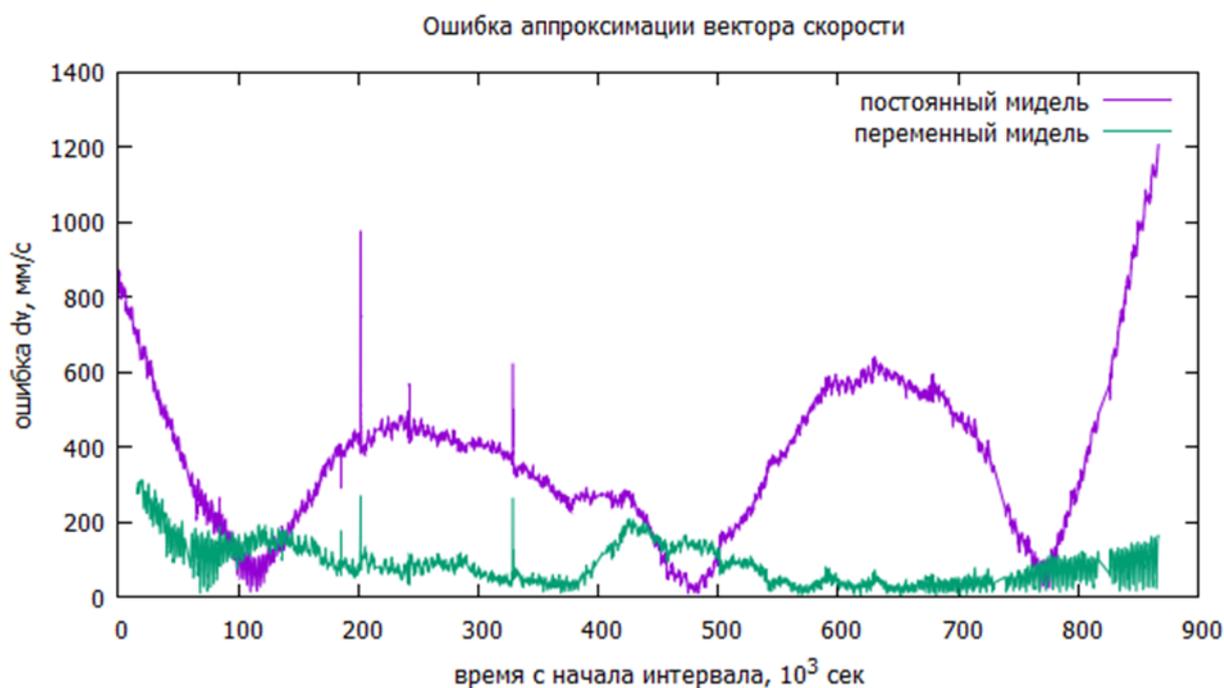


Рис. 2.15. Остатки dv для переменного миделя и постоянного миделя на промежутке 01-10.01.2018

Анализ десятисуточного интервала с 0:21:58 01.01.2018 по 01:09:57 10.01.2018 показывает, что модель с переменным миделем аппроксимирует данные АСН существенно лучше, чем модель с постоянным миделем, медианы и СКО различаются в 4-5 раз (Таблица 2.4, Рис. 2.14, Рис. 2.15).

	Постоянный мидель	Переменный мидель
Медиана dr	451.545	340.99
Медиана dv	488.635	373.296
СКО dr	580.366	354.178
СКО dv	630.146	384.998
Количество использованных измерений	101516	138824
Количество отброшенных измерений	0	3436
Коэффициент α	2,34344e-03	1,38893e-03
СКО $(r_0)_x$	6.04769e-07	3.63112e-07
СКО $(r_0)_y$	8.1311e-07	4.85018e-07
СКО $(r_0)_z$	4.51276e-07	2.72186e-07
СКО $(v_0)_x$	5.17599e-07	3.10143e-07

СКО $(v_0)_y$	5.8079e-07	3.45761e-07
СКО $(v_0)_z$	7.8799e-07	4.68946e-07
α	1.06457e-07	3.84319e-08

Таблица 2.5. Результаты обработки данных АСН 01-10.06.2018

Анализ десятисуточного интервала с 0:09:58 01.06.2018 по 00:37:56 10.01.2018 показывает, что модель с переменным миделем аппроксимирует данные АСН несколько лучше, чем модель с постоянным миделем, но качество аппроксимации существенно хуже, чем на исследованном временном интервале 01-10.01.2018 (Таблица 2.5, Рис. 2.16, Рис. 2.17). Известно, что 03.06.2018 в 12:15 и 08.06.2018 в 16:01 станция маневрировала для обеспечения динамических операций – расстыковки ТПК Союз МС-07 и стыковки ТПК №739. Наличие неучтенного возмущающего фактора – импульсов, выдаваемых при маневрах, объясняет невысокую точность аппроксимации данных АСН при помощи математических моделей.

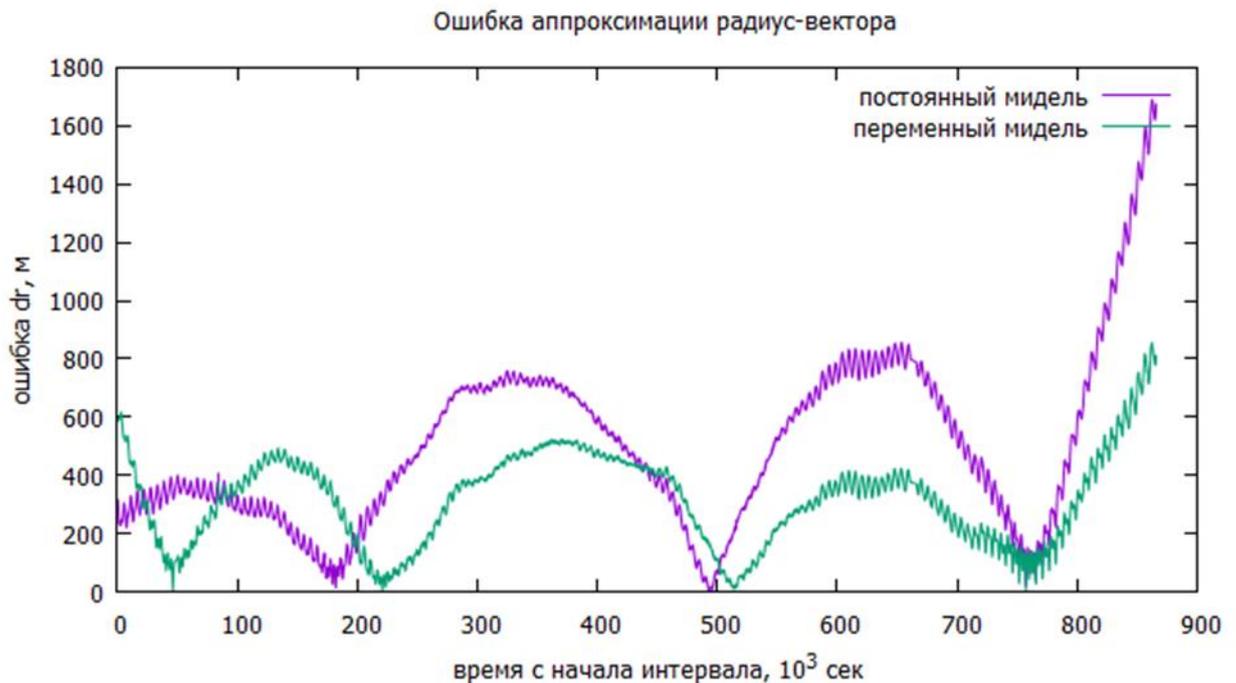


Рис. 2.16. Остатки dr для переменного миделя и постоянного миделя на промежутке 01-10.06.2018

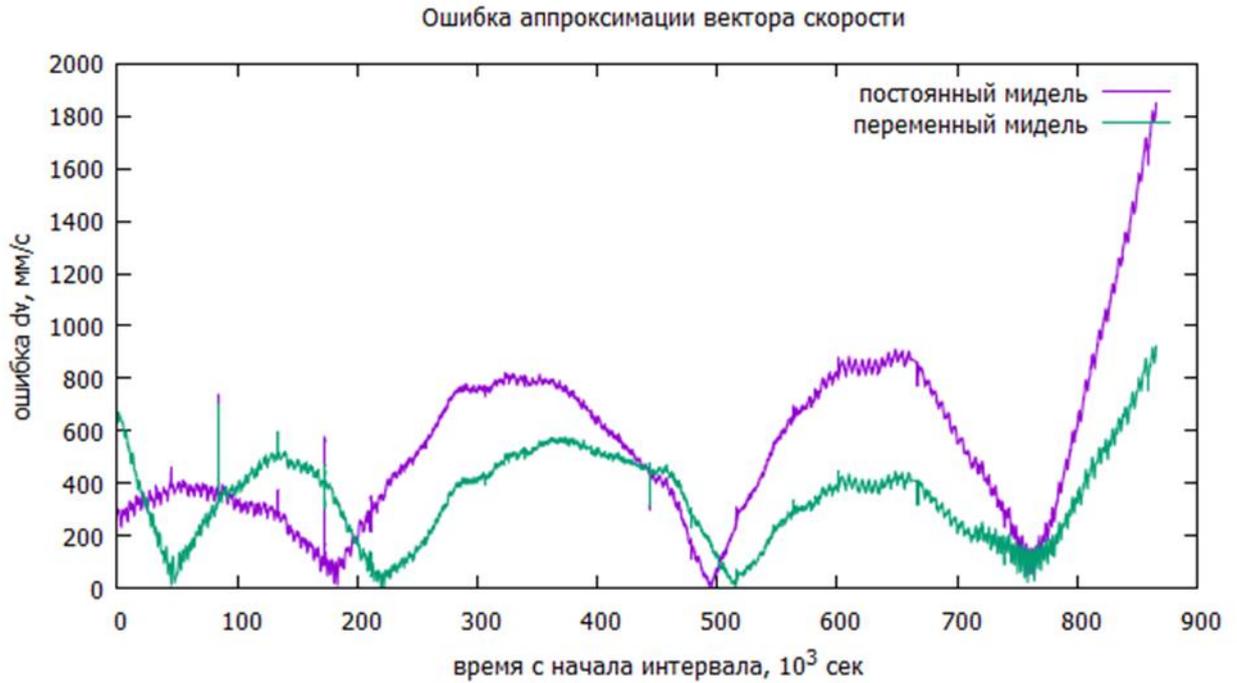


Рис. 2.17. Остатки dv для переменного миделя и постоянного миделя на промежутке 01-10.06.2018

Проведем оценку на интервале с 04-08.06.2018 (Таблица 2.6, Рис. 2.18, Рис. 2.19).

	Постоянный мидель	Переменный мидель
Медиана dr	46.5806	38.0925
Медиана dv	51.9994	44.6174
СКО dr	67.6109	58.3335
СКО dv	73.4962	63.6836
Количество использованных измерений	39128	39254
Количество отброшенных измерений	750	624
Коэффициент α	1,93197e-03	1,16384e-03
СКО $(r_0)_x$	1.15903e-07	9.76467e-08
СКО $(r_0)_y$	8.40599e-08	7.09046e-08
СКО $(r_0)_z$	1.59368e-07	1.34058e-07
СКО $(v_0)_x$	1.27581e-07	1.07368e-07
СКО $(v_0)_y$	1.63104e-07	1.37016e-07
СКО $(v_0)_z$	6.68003e-08	5.66919e-08
α	1.36463e-07	6.93638e-08

Таблица 2.6. Результаты обработки данных АСН 04-08.06.2018

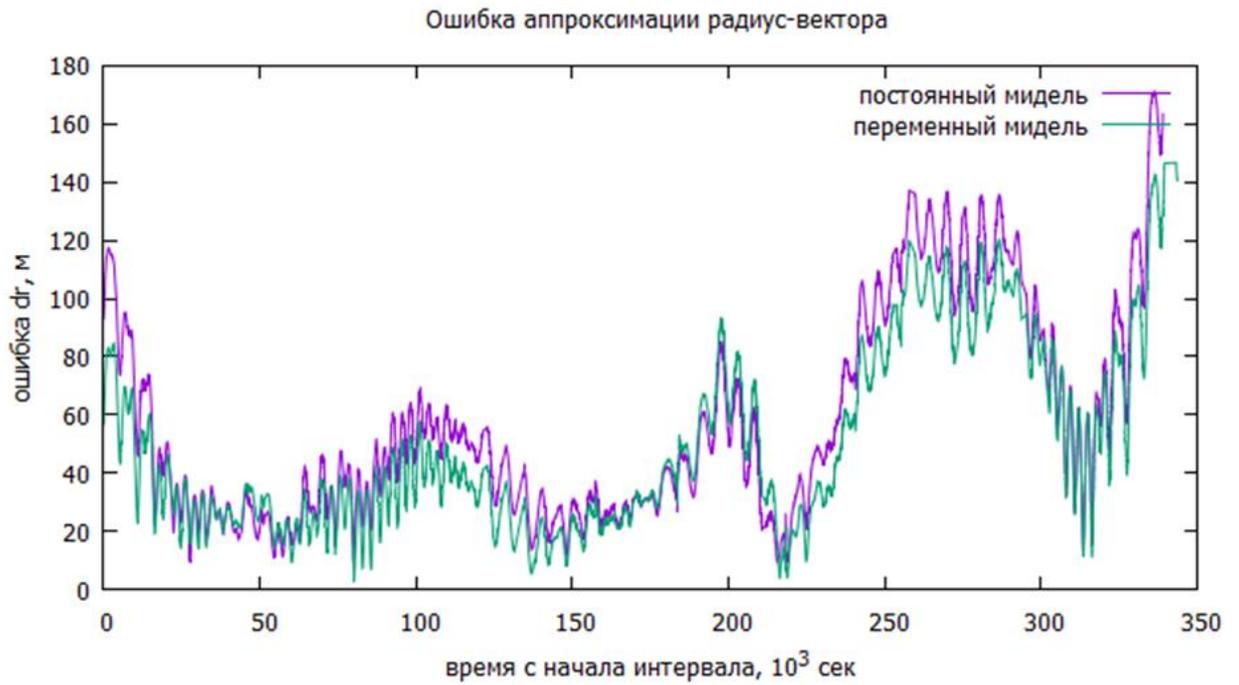


Рис. 2.18. Остатки dr для переменного миделя и постоянного миделя на промежутке 04-08.06.2018

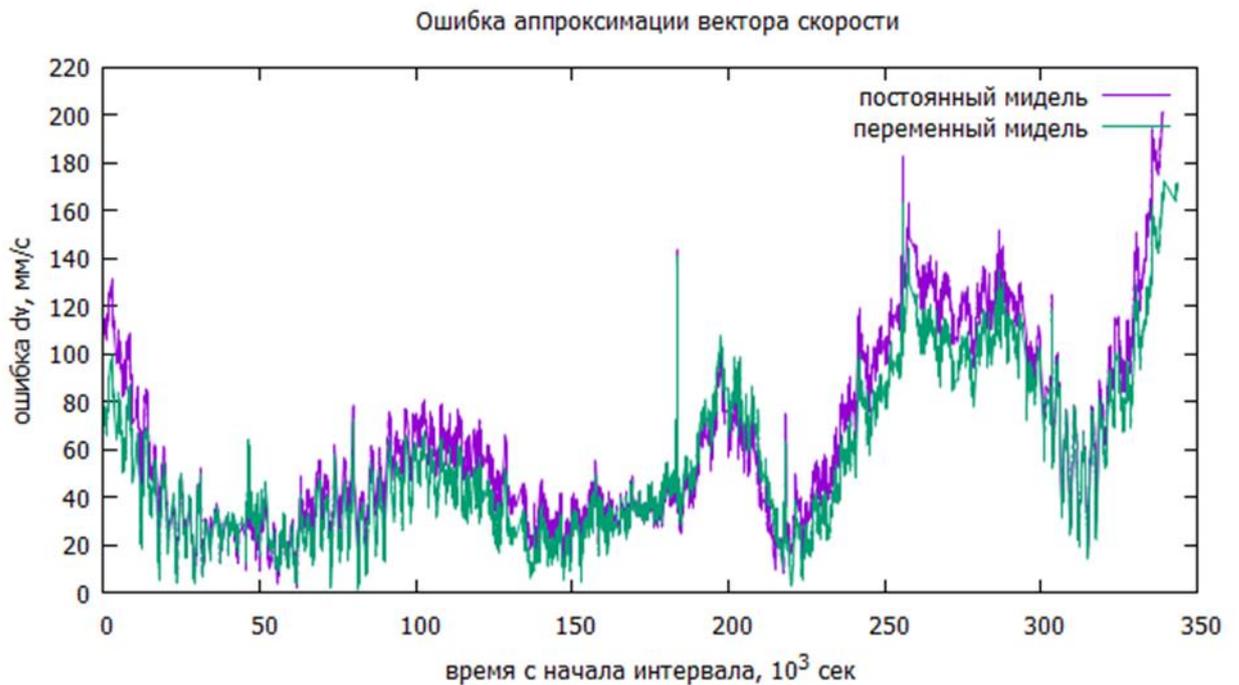


Рис. 2.19. Остатки dv для переменного миделя и постоянного миделя на промежутке 04-08.06.2018

На интервале с 04-08.06.2018 получается приемлемый результат в обоих случаях, но модель с переменным миделевым сечением существенно лучше:

меньше отброшено измерений, дисперсии оцениваемых параметров ниже, ниже и медианы отклонений dr и dv .

2.3. Математическое моделирование вращательного движения транспортного грузового корабля «Прогресс МС»

Далее рассмотрим математическое моделирование вращательного движения ТГК «Прогресс МС» с учетом аэродинамического момента, который вычисляется при помощи детальной геометрической модели внешней поверхности КА. Представленная математическая модель использована для восстановления вращательного движения ТГК «Прогресс МС-07» и «Прогресс МС-09» по данным бортовых датчиков угловых скоростей, проведена оценка погрешности.

2.3.1. Вычисление аэродинамического момента, действующего на транспортный грузовой корабль «Прогресс»

Неуправляемое вращательное движение кораблей «Прогресс» в орбитальном полете происходит под действием двух внешних механических моментов – гравитационного и аэродинамического. Представление гравитационного момента в уравнениях вращательного движения корабля не представляет трудностей, а с аэродинамическим моментом дело обстоит сложнее. Если принять упрощающее, но приемлемое с физической точки зрения предположение, что молекулы атмосферы при столкновении с поверхностью корабля испытывают абсолютно неупругий удар, то для главного вектора и главного момента действующего на корабль сил аэродинамического сопротивления можно получить выражения [27]

$$\mathbf{F} = -\rho_a S |\mathbf{v}| \mathbf{v}, \quad \mathbf{M}_{O'} = \rho_a |\mathbf{v}| (\mathbf{v} \times \mathbf{P}_{O'}), \quad (2.15)$$

Здесь ρ_a – плотность атмосферы; \mathbf{v} – скорость корабля относительно атмосферы, S и $\mathbf{P}_{O'}$ – площадь и первый момент геометрической фигуры, которая является проекцией внешней оболочки корабля на плоскость $\Pi_{\mathbf{v}}$, перпендикулярную вектору \mathbf{v} . Вектор $\mathbf{P}_{O'}$ лежит в плоскости $\Pi_{\mathbf{v}}$ и вычисляется относительно проекции на $\Pi_{\mathbf{v}}$ точки O' , фиксированной на каком-либо элементе

конструкции корабля. Ниже точкой O' служит начало *строительной системы координат* корабля $O'y_1y_2y_3$. Эта система – правая. Ее начало точка O' расположена на пересечении продольной оси корабля (оси симметрии основных элементов его конструкции) с плоскостью одного из шпангоутов агрегатного отсека (Рис. 2.20а). Ось $O'y_1$ совпадает с продольной осью корабля и направлена от грузового отсека к агрегатному отсеку, ось $O'y_2$ перпендикулярна плоскости солнечных батарей (СБ), рабочая поверхность СБ обращена к полупространству $y_2 > 0$.

Метод вычисления величин S и $\mathbf{P}_{O'}$ основан на использовании достаточно детальной геометрической модели внешней оболочки корабля (рис. 2.20а) и описан в п 2.1 настоящей главы. Эти величины вычисляются в функции орта $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{v}/v$, $v = |\mathbf{v}|$. Вычисления организованы в строительной системе координат. В этой системе $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, $\mathbf{P}_{O'} = (P_1, P_2, P_3)$, причем $S = S(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, $P_i = P_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ ($i=1, 2, 3$) и $\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{P}_{O'} = 0$.

Компьютерную программу, вычисляющую функции S и P_i , нецелесообразно использовать напрямую при численном интегрировании уравнений вращательного движения корабля методами высокого порядка. Получаемые с ее помощью функции S и P_i – не достаточно гладкие, поскольку сетка, на которой они вычисляются, генерируется заново для каждого значения $\boldsymbol{\alpha}$. В расчетах используются результаты сглаживания этих функций конечными отрезками их рядов Фурье по сферическим функциям $P_n^{(m)}(\cos \theta) \cos m\varphi$, $P_n^{(m)}(\cos \theta) \sin m\varphi$, где $P_n^{(m)}(\cdot)$ присоединенные функции Лежандра. В рядах используются функции до порядка (8,8) включительно. Коэффициенты рядов вычислялись численно. Принималось

$$\alpha_1 = \cos \theta, \quad \alpha_2 = \sin \theta \cos \varphi, \quad \alpha_3 = \sin \theta \sin \varphi;$$

интегралы вида

$$\int_0^{2\pi} \left\{ \begin{array}{l} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{array} \right\} d\varphi \int_0^{\pi} S(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) P_n^{(m)}(\cos \theta) \sin \theta d\theta. \quad (2.16)$$

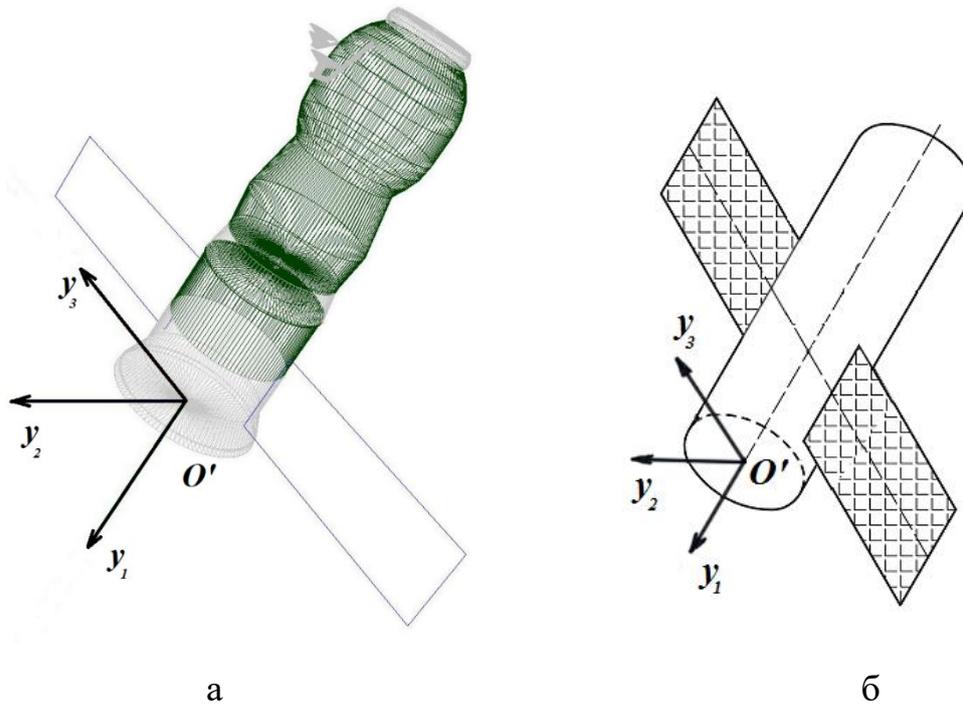


Рис. 2.20. Геометрическая модель ТК «Прогресс»: а – детальная модель из примитивов, б – упрощенная геометрическая модель

вычислялись на комбинированной сетке – равномерной по φ с 64 узлами и квадратурой Гаусса по $\cos\theta$ с 32 узлами. По найденным коэффициентам ряды вычислялись с помощью алгоритма [137] в функции направляющих косинусов α_i . Этот алгоритм использовался и для расчета производных $\partial S/\partial\alpha_j$, $\partial P_i/\partial\alpha_j$.

Свойства построенной аппроксимации рассмотрим, сравнивая ее с выражениями для силы и момента аэродинамического торможения, полученными в предположении, что корабль имеет форму прямого кругового цилиндра с двумя прикрепленными к нему одинаковыми прямоугольными пластинами солнечными батареями (Рис. 2.20 б). Ось цилиндра совпадает с осью $O'y_1$, радиус цилиндра – R , высота – L . Пластины расположены в плоскости $O'y_1y_3$ симметрично относительно оси $O'y_1$. Стороны пластин параллельны осям $O'y_1$ и $O'y_3$, суммарная площадь пластин – S_b . Координаты геометрических центров масс цилиндра и пластин суть $(z_c, 0, 0)$ и $(z_b, 0, 0)$. Эту геометрическую модель назовем упрощенной.

Если не учитывать возможное взаимное затенение цилиндра и пластин от набегающего аэродинамического потока (для рассматриваемых ниже движений

корабля относительная продолжительность отрезков времени, на которых указанное затенение существенно, невелика), то для функций $S(\alpha)$ и $\mathbf{P}_{O'}(\alpha)$ можно получить выражения

$$\begin{aligned} S(\alpha) &= \pi R^2 |\alpha_1| + S_b |\alpha_2| + 2RL\sqrt{\alpha_2^2 + \alpha_3^2}, \\ \mathbf{P}_{O'}(\alpha) &= P(\alpha)\mathbf{e}'_1, \quad P(\alpha) = \pi R^2 z_c |\alpha_1| + S_b z_b |\alpha_2| + 2RLz_c \sqrt{\alpha_2^2 + \alpha_3^2}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Здесь \mathbf{e}'_1 – орт оси $O'y_1$.

Во второй формуле (1) вектор $\mathbf{P}_{O'}$ определен с точностью до слагаемого, коллинеарного \mathbf{v} . В расчетах по детальной модели этот произвол устранялся с помощью условия $\mathbf{v} \cdot \mathbf{P}_{O'} = 0$ (см. выше). В формулах (2.17) произвол устраняется с помощью условия $\mathbf{P}_{O'} \sim \mathbf{e}'_1$, которому можно удовлетворить в силу симметрии простейшей модели относительно плоскости $O'y_1y_2$.

Сравнение функций $S(\alpha)$ и $\alpha \times \mathbf{P}_{O'}(\alpha)$, заданных формулами (2.17), с аналогичными функциями, рассчитанными с использованием детальной геометрической модели, начнем с определения коэффициентов в (2.17) наилучшим образом согласующих эти два набора функций. Если принять, что обе рассматриваемые геометрические модели корабля адекватны, то с приемлемой точностью функции S в (2.15) и (2.17) совпадают, а функции P_i и P связаны соотношениями

$$P = \frac{P_1}{1 - \alpha_1^2}, \quad P = \sqrt{\frac{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2}{1 - \alpha_1^2}} \operatorname{sgn} P_1. \quad (2.18)$$

Согласующие коэффициенты находились методом наименьших квадратов. Решались три линейные задачи, возникающие при таком согласовании. Комбинации параметров πR^2 , $2RL$ и S_b находились из условия минимума среднеквадратичного рассогласования между функциями $S(\alpha)$ в узлах сетки, используемой для вычисления интегралов (2.16). Комбинации $\pi R^2 z_c$, $2RLz_c$ и

$S_b z_b$ находились двумя способами. Первый способ состоял в минимизации по этим комбинациям среднеквадратичного рассогласования между функцией $P(\alpha)$, заданной формулой (2.17), и функцией $P_1(\alpha)/(1-\alpha_1^2)$, рассчитанной по детальной модели. Рассогласование рассчитывалось в узлах сетки вычисления интегралов (2.16). Во втором способе по указанным комбинациям минимизировалось аналогичное рассогласование функции $P(\alpha)$ в (3) и функции, заданной правой частью второй формулы (2.18). Решения этих задач соответственно имеют вид

$$\pi R^2 = 4.811(0.0011)\text{м}^2, \quad 2RL = 13.013(0.0045)\text{м}^2, \quad S_b = 12.544(0.0042)\text{м}^2;$$

$$\pi R^2 z_c = -8.276(0.0036)\text{м}^3, \quad 2RLz_c = -49.59(0.015)\text{м}^3,$$

$$S_b z_b = -16.16(0.014)\text{м}^3;$$

$$\pi R^2 z_c = -8.537(0.0064)\text{м}^3, \quad 2RLz_c = -49.44(0.027)\text{м}^3,$$

$$S_b z_b = -16.16(0.025)\text{м}^3.$$

Здесь в скобках указаны стандартные отклонения оцениваемых параметров.

На основании оценок, полученных при согласовании значений $S(\alpha)$, имеем $R = 1.24\text{м}$, $L = 5.26\text{м}$, $L/R = 4.25$. По оценкам, полученным при подгонке функции $P(\alpha)$, находим $L/R = 9.41, 9.10$. Оценки $z_b = -1.29\text{м}$, $z_c = -1.72\text{м}$, -1.77м , -3.81м , -3.80м . Найденные геометрические параметры упрощенной модели выглядят правдоподобно, но в значениях L имеется большой разброс.

Результаты согласования иллюстрируются графиками на рис. 2.21-2.23 с индексом (а). Здесь маркерами обозначены результаты расчетов с помощью детальной геометрической модели, сплошными линиями изображены графики функций (2.17). В верхних системах координат сравниваются функции $S(\alpha)$ при трех значениях $\sin \theta$ на отрезке $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. В средних системах координат аналогичным образом сравниваются функции $P(\alpha)$ и $P_1(\alpha)/(1-\alpha_1^2)$. В нижних системах координат сравниваются функция $P(\alpha)$ и функция, заданная правой частью второй формулы (4). В двух последних случаях функция $P(\alpha)$ задается

единой формулой (2.17), но при разных коэффициентах $\pi R^2 z_c$, $2RLz_c$ и $S_b z_b$ (см. выше). Рассогласование моделей вблизи острых пиков сплошных линий на рис. 2.21а и 2.22а обусловлено неучетом затенения СБ цилиндром в упрощенной модели. Рис. 2.21 – 2.36 приведены в конце главы 2 для удобства компоновки.

Расчет момента по формулам $\mathbf{M}^\circ = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{P}_{O'}(\boldsymbol{\alpha})$ и $\mathbf{M}^\circ = P(\boldsymbol{\alpha})(\boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{e}'_1)$ представлен на рис. 2.21 – 2.23 с индексом (б). Маркеры указывают результаты, полученные по детальной модели, сплошные линии отвечают упрощенной модели. Компоненты момента $\mathbf{M}^\circ = (M_1^\circ, M_2^\circ, M_3^\circ)$ указаны в строительной системе координат. Расчеты выполнены для трех значений $\sin \theta$ на отрезке $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Параметры использованной в упрощенной модели функция $P(\boldsymbol{\alpha})$ найдены первым способом. Использование второго способа дает весьма близкие результаты.

Сравнение результатов расчета по детальной модели с результатами расчета с помощью рядов Фурье приведены на рис. 2.21-2.23 с индексом (в). Маркеры указывают результаты, полученные по детальной модели, сплошные линии отвечают рядам Фурье. Организация графиков на этих рисунках аналогична организации на рисунках с индексом (б).

В уравнениях вращательного движения корабля используются компоненты M_i аэродинамического момента $\mathbf{M}_O = \mathbf{M}_{O'} - \overline{O'O} \times \mathbf{F}$ в системе координат $Ox_1x_2x_3$, образованной корабельными главными центральными осями инерции. Полюсом приведения для момента \mathbf{M}_O служит центр масс корабля – точка O .

Ориентацию системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $O'y_1y_2y_3$ будем задавать углами γ_c , α_c и β_c , которые введем посредством следующего условия. Система $O'y_1y_2y_3$ может быть переведена в систему $Ox_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами (полагаем, что точки O и O' совпадают). Поворот 1 выполняется на угол α_c вокруг оси y_2 ; поворот 2 выполняется на угол β_c вокруг оси y_3 , полученной после поворота 1; поворот 3 выполняется на угол

γ_c вокруг оси y_1 , полученной после первых двух поворотов (и совпадающей с осью x_1). Матрицу перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к системе $O'y_1y_2y_3$ обозначим $C = \|c_{ij}\|_{i,j=1}^3$. Здесь c_{ij} – косинус угла между осями $O'y_i$ и Ox_j . Элементы этой матрицы выражаются через углы γ_c , α_c и β_c по формулам

$$\begin{aligned} c_{11} &= \cos \alpha_c \cos \beta_c, & c_{12} &= \sin \alpha_c \sin \gamma_c - \cos \alpha_c \sin \beta_c \cos \gamma_c, \\ c_{21} &= \sin \beta_c, & c_{22} &= \cos \beta_c \cos \gamma_c, \\ c_{31} &= -\sin \alpha_c \cos \beta_c, & c_{32} &= \cos \alpha_c \sin \gamma_c + \sin \alpha_c \sin \beta_c \cos \gamma_c, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_{13} &= \sin \alpha_c \cos \gamma_c + \cos \alpha_c \sin \beta_c \sin \gamma_c, \\ c_{23} &= -\cos \beta_c \sin \gamma_c, \\ c_{33} &= \cos \alpha_c \cos \gamma_c - \sin \alpha_c \sin \beta_c \sin \gamma_c. \end{aligned}$$

Значения углов γ_c , α_c и β_c – индивидуальные характеристики корабля *Прогресс*. Их достаточно надежное определение выполняется по измерениям угловой скорости, полученным в режиме так называемой закрутки на Солнце [1–3]. Обычно $|\alpha_c| < 1^\circ$, $|\beta_c| < 1^\circ$, $|\gamma_c| < 5^\circ$.

Формулы компонент аэродинамического момента, которые используются в уравнениях вращательного движения корабля, имеют вид

$$\begin{aligned} M_1 &= v_2 Q_3 - v_3 Q_2, & M_2 &= v_3 Q_1 - v_1 Q_3, & M_3 &= v_1 Q_2 - v_2 Q_1, \\ Q_i &= \rho_a v \sum_{j=1}^3 [c_{ji} P_j(\mathbf{a}) + d_j S(\mathbf{a})], & \alpha_i &= \frac{1}{v} \sum_{j=1}^3 c_{ij} v_j \quad (i=1, 2, 3) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Здесь d_j и v_j – компоненты векторов $\overline{OO'}$ и \mathbf{v} в системе координат $Ox_1x_2x_3$.

2.3.2. Уравнения вращательного движения транспортного грузового корабля «Прогресс»

Корабль считается гироскатом. Для задания уравнений его движения используются три правых декартовых системы координат. Две системы – строительная и образованная главными центральными осями инерции корабля – были введены выше, третья система координат – *гринвичская* $SY_1Y_2Y_3$. Начало

этой системы находится в центре Земли, плоскость CY_1Y_2 совпадает с плоскостью экватора, ось CY_1 пересекает гринвичский меридиан, ось CY_3 направлена к Северному полюсу. Полагаем, что абсолютная угловая скорость гринвичской системы постоянна и направлена по оси CY_3 . Модуль этой скорости обозначим ω_e .

Матрицу перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к системе $CY_1Y_2Y_3$ обозначим $B = \| b_{ij} \|_{i,j=1}^3$. Здесь b_{ij} – косинус угла между осями CY_i и Ox_j . Матрицу B параметризуем углами γ_b , δ_b и β_b , которые связаны с углами γ_c , α_c и β_c формулами $\gamma_b = \gamma_c$, $\delta_b = \alpha_c - \pi/2$, $\beta_b = \beta_c$. Отсюда

$$\begin{aligned} b_{11} &= -\sin \delta_b \cos \beta_b, & b_{12} &= \cos \delta_b \sin \gamma_b + \sin \delta_b \sin \beta_b \cos \gamma_b, \\ b_{21} &= \sin \beta_b, & b_{22} &= \cos \beta_b \cos \gamma_b, \\ b_{31} &= -\cos \delta_b \cos \beta_b, & b_{32} &= -\sin \delta_b \sin \gamma_b + \cos \delta_b \sin \beta_b \cos \gamma_b, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{13} &= \cos \delta_b \cos \gamma_b - \sin \delta_b \sin \beta_b \sin \gamma_b, \\ b_{23} &= -\cos \beta_b \sin \gamma_b, \\ b_{33} &= -\sin \delta_b \cos \gamma_b - \cos \delta_b \sin \beta_b \sin \gamma_b. \end{aligned}$$

Компоненты абсолютной угловой скорости корабля в системах координат $Ox_1x_2x_3$ и $O'y_1y_2y_3$ обозначим ω_i и Ω_i ($i=1, 2, 3$) соответственно. Имеют место соотношения

$$\Omega_i = \sum_{k=1}^3 c_{ik} \omega_k \quad (i=1, 2, 3). \quad (2.20)$$

Ниже, если не оговорено особо, компоненты векторов указываются в системе координат $Ox_1x_2x_3$.

Уравнения движения корабля состоят из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение центра масс корабля (орбитальное движение), другая – его движение относительно центра масс. Подсистема уравнений движения центра масс записана в гринвичской системе координат с учетом нецентральности гравитационного поля Земли и сопротивления атмосферы. Нецентральность поля учитывается с точностью до членов порядка (16,16) включительно в

разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям. Атмосфера считается вращающейся вместе с Землей, ее плотность рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004 [129]. Начальные условия для численного интегрирования этой подсистемы сообщаются ПАО «РКК «Энергия».

Подсистема уравнений вращательного движения корабля образована динамическими уравнениями Эйлера для компонент угловой скорости ω_i и кинематическими уравнениями Пуассона для первой и второй строк матрицы B . В уравнениях Эйлера учитываются действующие на корабль гравитационный и аэродинамический моменты, а также постоянный момент вдоль оси Ox_1 . Гиросtatический момент корабля считается постоянным. Уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned}
 J_1 \dot{\omega}_1 &= (J_2 - J_3)(\omega_2 \omega_3 - \nu x_{s2} x_{s3}) + H_2 \omega_3 - H_3 \omega_2 + J_1 \varepsilon + M_1, \\
 J_2 \dot{\omega}_2 &= (J_3 - J_1)(\omega_1 \omega_3 - \nu x_{s1} x_{s3}) + H_3 \omega_1 - H_1 \omega_3 + M_2, \\
 J_3 \dot{\omega}_3 &= (J_1 - J_2)(\omega_2 \omega_3 - \nu x_{s2} x_{s3}) + H_1 \omega_2 - H_2 \omega_1 + M_3, \\
 \dot{b}_{11} &= b_{12} \omega_3 - b_{13} \omega_2 + \omega_e b_{21}, \quad \dot{b}_{21} = b_{22} \omega_3 - b_{23} \omega_2 - \omega_e b_{11}, \\
 \dot{b}_{12} &= b_{13} \omega_1 - b_{11} \omega_3 + \omega_e b_{22}, \quad \dot{b}_{22} = b_{23} \omega_1 - b_{21} \omega_3 - \omega_e b_{12}, \\
 \dot{b}_{13} &= b_{11} \omega_2 - b_{12} \omega_1 + \omega_e b_{23}, \quad \dot{b}_{23} = b_{21} \omega_2 - b_{22} \omega_1 - \omega_e b_{13}, \\
 \nu &= \frac{3\mu_e}{r^5}, \quad r = \sqrt{x_{s1}^2 + x_{s2}^2 + x_{s3}^2}.
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Здесь x_{si} – компоненты геоцентрического радиус-вектора центра масс корабля, ε – угловое ускорение, создаваемое постоянным моментом, J_i – моменты инерции корабля относительно осей Ox_i , H_i – компоненты постоянного гиросtatического момента бортовых устройств, M_i – компоненты действующего на корабль аэродинамического момента (2.19). Гравитационный момент в уравнениях (2.21) описывается членами, содержащими множитель ν .

Величины x_{si} и ν_i в уравнениях (2.19), (2.21) задаются формулами

$$x_{si} = \sum_{k=1}^3 Y_k b_{ki} \quad v_i = \sum_{k=1}^3 \dot{Y}_k b_{ki} \quad (i=1, 2, 3),$$

где Y_k, \dot{Y}_k – координаты и скорости точки O в системе $CY_1Y_2Y_3$. Эти координаты вычисляются в функции времени посредством численного интегрирования подсистемы уравнений орбитального движения корабля. Третья строка матрицы B вычисляется как векторное произведение ее первой и второй строк, т. е. переменных b_{1i} и b_{2i} в системе (2.21). Начальные значения этих переменных выражаются через углы γ_b, δ_b и β_b . Тем самым обеспечивается выполнение условий ортогональности матрицы B .

Для численного интегрирования уравнений (2.21) надо в первых трех из них выделить в явном виде угловые ускорения $\dot{\omega}_i$, т. е. поделить каждое уравнение на соответствующий момент инерции J_i . В результате правые части этих уравнений можно записать с использованием параметров

$$\mu = \frac{J_2 - J_3}{J_1}, \quad \mu' = \frac{J_2 - J_1}{J_3}, \quad \varepsilon, \quad h_i = \frac{H_i}{J_1}, \quad \tilde{d}_i = \frac{d_i}{J_1} \quad (i=1, 2, 3)$$

и параметра $\chi = 1/J_1$, который входит как множитель при P_i . Кроме того, элементы матрицы C в формулах (2.19) выражаются через углы γ_c, α_c и β_c . Числовые значения этих углов и параметров μ, μ' находятся по результатам обработки измерений угловой скорости корабля, выполненным в режиме закрутки на Солнце [31-33].

Параметры χ и \tilde{d}_i можно определить расчетным путем, но параметры ε и h_i априори неизвестны. Все эти параметры определяются из обработки измерений угловой скорости, выполненных на корабле в режиме гравитационной ориентации вращающегося спутника (см. ниже). Обработка состоит в аппроксимации измерений решениями уравнений (2.21) методом наименьших квадратов. В результате обработки находятся начальные условия аппроксимирующего решения и оценки параметров $\varepsilon, \chi, h_i, \tilde{d}_i$. При этом не

все параметры определяются с одинаковой точностью. Оценки параметров h_1 , \tilde{d}_2 и \tilde{d}_3 имеют большие стандартные отклонения, сопоставимые с абсолютными величинами этих оценок. В такой ситуации практически без снижения точности аппроксимации измерений можно положить $h_1 = 0$, $\tilde{d}_2 = \tilde{d}_3 = 0$. В результате такого упрощения первые три уравнения (2.21) можно записать следующим образом

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - \nu x_{s2}x_{s3}) + h_2\omega_3 - h_3\omega_2 + \varepsilon + \nu_2Q_3 - \nu_3Q_2, \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{\mu' - \mu}{1 - \mu\mu'}(\omega_1\omega_3 - \nu x_{s1}x_{s3}) + \frac{1 - \mu'}{1 - \mu\mu'}[h_3\omega_1 + \nu_3(Q_1 + Q_0) - \nu_1Q_3], \\ \dot{\omega}_3 &= -\mu'(\omega_1\omega_2 - \nu x_{s1}x_{s2}) - \frac{1 - \mu'}{1 - \mu}[h_2\omega_1 + \nu_1Q_2 - \nu_2(Q_1 + Q_0)] \\ Q_0 &= E\rho_a \nu \tilde{d}_1 S(\mathbf{a}), \quad Q_i = E\rho_a \nu \chi \sum_{j=1}^3 c_{ji} P_j(\mathbf{a}) \quad (i = 1, 2, 3).\end{aligned}\quad (2.22)$$

Ниже полагаем, что первые три уравнения (2.21) записаны в виде (2.22).

При численном интегрировании уравнений (7) $E = 10^{10}$, $\chi = 10^2 / J_1$, $\tilde{d}_1 = \chi d_1$, единицами измерения времени и длины служат 1000 с и 1000 км, единицы измерения остальных величин: $[\rho_a] = \text{кг/м}^3$, $[\nu_i] = \text{км/с}$, $[\omega_i] = [h_i] = 10^{-3} \text{с}^{-1}$, $[P_i] = \text{м}^3$, $[S] = \text{м}^2$, $[\chi] = 10^{-2} \text{кг}^{-1} \text{м}^{-2}$, $[\tilde{d}_1] = 10^{-2} \text{кг}^{-1} \text{м}^{-1}$. Параметры h_2 , h_3 , χ и \tilde{d}_1 служат параметрами согласования. На оценки χ и \tilde{d}_1 существенно влияет отличие реальной плотности атмосферы от плотности, рассчитываемой по модели ГОСТ.

2.3.3. Режим гравитационной ориентации вращающегося спутника

Этот режим удобно рассматривать в ОСК $OX_1X_2X_3$. Эта система – правая декартова, ее ось OX_3 направлена по геоцентрическому радиус-вектору центра масс корабля, ось OX_2 направлена по вектору его орбитального кинетического момента. Матрицы перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к системе $OX_1X_2X_3$ обозначим $A = \| a_{ij} \|_{i,j=1}^3$, где a_{ij} – косинус угла между осями X_i и x_j . Элементы

этой матрицы являются углами γ , δ и β , которые вводятся аналогично углам γ_b , δ_b и β_b .

Чтобы пояснить упомянутый режим, рассмотрим уравнения (7) в упрощенной ситуации, которая в случае ТГК *Прогресс* близка к реальности. Примем, что орбита корабля – круговая радиуса r и неизменна в абсолютном пространстве. В этом случае орбитальная система координат вращается вокруг своей оси OX_2 с постоянной угловой скоростью $\omega_0 = \sqrt{\mu_e r^{-3}}$, координаты центра масс корабля имеют вид $x_{si} = ra_{3i}$ ($i = 1, 2, 3$), кинематические уравнения вращательного движения можно записать в виде

$$\dot{\gamma} = \omega_1 - (\omega_2 \cos \gamma - \omega_3 \sin \gamma) \tan \beta, \quad (2.23)$$

$$\dot{\delta} = \frac{\omega_2 \cos \gamma - \omega_3 \sin \gamma}{\cos \beta} - \omega_0, \quad \dot{\beta} = \omega_2 \sin \gamma + \omega_3 \cos \gamma.$$

Предположим далее, что корабль имеет два равных момента инерции $J_2 = J_3$, постоянный механический момент вдоль оси Ox_1 , аэродинамический и гиросtatический моменты отсутствуют. Это значит, в (8) $\mu = 0$, $\varepsilon = 0$, $\chi = 0$, $\tilde{d}_1 = 0$, $h_2 = h_3 = 0$. В результате эти уравнения можно записать в виде

$$\dot{\omega}_1 = 0, \quad \dot{\omega}_2 = \mu'(\omega_1 \omega_3 - 3\omega_0^2 a_{31} a_{33}), \quad \dot{\omega}_3 = -\mu'(\omega_1 \omega_2 - 3\omega_0^2 a_{31} a_{32}). \quad (2.24)$$

Уравнения (2.23), (2.24) образуют замкнутую систему, описывающую вращательное движение корабля относительно орбитальной системы координат. Эта система допускает два семейства частных решений, в которых

$$\omega_1 = \Omega, \quad \omega_2 = \omega_0 \cos \beta \cos \gamma, \quad \omega_3 = -\omega_0 \cos \beta \sin \gamma, \quad (2.25)$$

$$\gamma = \frac{4\mu'\Omega}{1+3\mu'}t + \gamma_0, \quad \sin \delta = 0, \quad \beta = \arcsin \frac{\Omega(1-\mu')}{\omega_0(1+3\mu')}.$$

Здесь γ_0 и Ω – произвольные постоянные, $|\Omega| \leq \omega_0(1+3\mu')/(1-\mu')$. Одно семейство получается при $\delta = 0$, другое при $\delta = \pi$. При $0 < \mu' < 1$ решения (2.19) устойчивы по переменным δ , β , $\dot{\delta}$ и $\dot{\beta}$ [27]. При $0 < 1 - \mu' \ll 1$ эти решения можно использовать для реализации режима гравитационной ориентации вращающегося спутника. Например, при $\mu' = 0.87$, $h_1 = 0$ и $\Omega = 0.2^\circ/\text{с}$ имеем в

(6) $\beta = 6.2^\circ$, т.е. ось x_1 мало отклоняется от оси X_3 при $\delta = \pi$ или оси $(-X_3)$ при $\delta = 0$.

В случае кораблей *Прогресс* члены уравнений (2.22), характеризуемые параметрами μ , ε , h_2 , h_3 , χ и \tilde{d}_1 , малы. По этой причине уравнения (2.21) имеют решения, которые будучи выраженными через углы γ , δ и β оказываются близкими решениям (2.25). Движения, описываемые такими решениями, были реализованы в экспериментах с кораблями *Прогресс М-20М* [36], *Прогресс М-29М* [33], *Прогресс МС-07* и *Прогресс МС-08* [34] [35]. Результаты реконструкции движений двух последних кораблей с использованием уточненной модели аэродинамического момента описаны ниже.

2.3.4. Реконструкция движения транспортного грузового корабля «Прогресс» в режиме гравитационной ориентации по измерениям угловой скорости

При реализации режима гравитационной ориентации измерялись компоненты абсолютной угловой скорости корабля в системе $u_1 u_2 u_3$ и электрический ток, вырабатываемый СБ. Данные измерений по телеметрическому каналу передавались на Землю. Обработка данных угловой скорости, относящихся к одной и той же реализации режима, состояла в поиске решения уравнений (2.21), наилучшим образом согласующего эти данные с их расчетными аналогами. Измерения тока использовались для контроля.

Данные измерений угловой скорости имеют вид

$$t_n, \Omega_1^{(n)}, \Omega_2^{(n)}, \Omega_3^{(n)} \quad (n = 1, 2, \dots, N), \quad (2.26)$$

где $\Omega_i^{(n)}$ ($i = 1, 2, 3$), – приближенные значения величин Ω_i в момент времени t_n : $\Omega_i^{(n)} \approx \Omega_i(t_n)$, $t_1 < t_2 < \dots < t_N$. Разности $t_{n+1} - t_n$ принимают значения от одной до нескольких секунд. Моменты времени t_1 и t_N практически совпадают с началом и концом сеанса ориентированного движения корабля. Расчетные аналоги измерений компонент угловой скорости определяются уравнениями (2.21) и формулами (2.20).

Данные измерений тока СБ представляют собой три ряда значений, полученные от трех датчиков:

$$t'_m, I_1^{(m)}, I_2^{(m)}, I_3^{(m)} \quad (m = 1, 2, \dots, M). \quad (2.27)$$

Здесь $I_j^{(m)}$ – приближенное значение тока, фиксируемое в момент времени t'_m датчиком с номером j ($j = 1, 2, 3$). Номинально $t'_{m+1} - t'_m = 1$ с, но в измерениях имеются пропуски. Показания датчиков почти одинаковы, поэтому измерением тока в момент t'_m считается величина $I_m = [I_1^{(m)} + I_2^{(m)} + I_3^{(m)}] / 3$. Расчетный аналог тока СБ

$$I = \begin{cases} I_0 \max(0, \eta) & \text{на освещенном участке орбиты,} \\ 0 & \text{на участке орбиты в тени Земли.} \end{cases} \quad (2.28)$$

Здесь I_0 – максимально возможный ток СБ,

$$\eta = \sum_{i,k=1}^3 S_k b_{ki} c_{2i}$$

– косинус угла между осью y_2 и ортом направления Земля – Солнце, имеющим в системе $Y_1 Y_2 Y_3$ компоненты S_k . Зависимость величин S_k от времени рассчитывается по приближенным формулам.

Реконструкцией движения корабля по значениям угловой скорости (2.26) будем считать решение уравнений (2.21), доставляющее минимум функционалу

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 \left\{ \sum_{n=1}^N [\Omega_i^{(n)} - \Omega_i(t_n)]^2 - N \Delta_i^2 \right\}, \quad \Delta_i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [\Omega_i^{(n)} - \Omega_i(t_n)]. \quad (2.29)$$

Здесь функции $\Omega_i(t)$ определены на решении уравнений (2.21) по формулам (2.20), Δ_i – постоянное смещение i -ой компоненты угловой скорости в данных (2.26). Функционал Φ получен в результате исключения смещений Δ_i из

стандартного функционала метода наименьших квадратов, возникающего при уравнивании соотношений $\Omega_i^{(n)} \approx \Omega_i(t_n) + \Delta_i$ ($i = 1, 2, 3; n = 1, 2, \dots, N$).

Разности $t_{n+1} - t_n$ в данных (2.21) намного меньше оптимального шага интегрирования уравнения движения, поэтому интегрирование выполняется с оптимальным шагом на отрезке $[t_1, t_N]$, а выход на узлы сетки $\{t_n\}$ и расчет слагаемых в суммах (2.29) выполняются с использованием полинома, интерполирующего решение уравнений движения внутри шага интегрирования. Для процедуры интегрирования RKV56, используемой в описываемых расчетах, такой полином известен [138].

Функционал (2.29) минимизируется по 11 переменным – начальным условиям решения в точке t_1 , задаваемым величинами $\gamma_b, \delta_b, \beta_b, \omega_{i0} = \omega_i(t_1)$, и параметрам $h_2, h_3, \varepsilon, \tilde{d}_1, \chi$. Минимизация выполняется методами Левенберга–Марквардта и Гаусса–Ньютона [136]. Поиск первого приближения точки минимума сводится к минимизации (2.29) на движениях (2.25) по параметрам γ_0 и Ω [36]. Точность аппроксимации данных измерений (2.21) и разброс в определении оцениваемых величин будем характеризовать, следуя методу наименьших квадратов, соответствующими стандартными отклонениями. Пусть Φ_{\min} – значения функционала (2.29) в точке минимума, D – вычисленная в этой точке матрица системы нормальных уравнений, используемых в методе Гаусса–Ньютона (матрица $2D$ приближенно равна матрице квадратичной формы $d^2\Phi$). Тогда формулы стандартного отклонения σ ошибок в измерениях и ковариационной матрицы K уточняемых параметров можно записать в виде

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Phi_{\min}}{N - 14}}, \quad K = \sigma^2 D^{-1}.$$

Стандартные отклонения уточняемых параметров – квадратные корни из соответствующих диагональных элементов матрицы K – обозначим $\sigma_\gamma, \sigma_\delta, \sigma_\beta, \sigma_{\omega i}, \sigma_{h2}, \sigma_{h3}, \sigma_\varepsilon, \sigma_{d1}, \sigma_\chi$.

Данные измерений тока (2.27) непосредственно не обрабатывались. Величины I_m при $t_1 \leq t'_m \leq t_N$ использовались для контроля реконструкции движения, построенной посредством минимизации функционала (2.29).

2.3.5. Реконструкция движения транспортных грузовых кораблей

«Прогресс МС-07» и «Прогресс МС-08»

Реконструкция выполнена на 6 интервалах времени. Ее результаты представлены на рис. 2.24 – 2.29 и в табл. 2.7, 2.8, указанные таблицы приведены в конце главы 2. В подписях к рисункам и в табл. 2.8 указано Московское время (МСК). Интервалы 1 – 3 содержат данные, полученные в апреле 2018 г. с борта *Прогресса МС-07*. Обработка этих данных выполнена при значениях параметров тензора инерции корабля $\mu = 0.2040$, $\mu' = 0.8605$, $\gamma_c = -0.0758$, $\alpha_c = 0.0095$, $\beta_c = -0.0191$. Интервалы 4 – 6 содержат данные, полученные в августе 2018 г. на *Прогрессе МС-08*. Параметры тензора инерции этого корабля: $\mu = 0.1864$, $\mu' = 0.8593$, $\gamma_c = -0.0401$, $\alpha_c = 0.0363$, $\beta_c = -0.0348$. Разница в значениях параметров обусловлена разной загрузкой кораблей отходами МКС перед их затоплением. Представленные на рисунках графики построены на отрезках $t_1 \leq t \leq t_N$. Рис. 2.24 – 2.29 организованы следующим образом. В их левой части изображены графики зависимости от времени компонент угловой скорости $\Omega_i(t)$, рассчитанные по формулам (2.20) и решениям уравнений (2.21). Маркеры рядом с этими графиками указывают точки $(t_n, \Omega_i^{(n)} - \Delta_i)$, $n = 1, 2, \dots, N$. В левой части рисунков приведены графики зависимости от времени углов δ , β и расчетного аналога тока СБ (2.27). Маркеры рядом с графиками $I(t)$ указывают все имеющиеся телеметрические точки (t'_m, I_m) , для которых $\eta(t'_m) > 0$, $t_1 \leq t'_m \leq t_N$. В данных (2.27) имеются пропуски, поэтому маркеры покрывают не все участки графиков расчетного аналога (2.28).

Условие $\eta(t'_m) > 0$ необходимо, чтобы исключить измерения тока, полученные при освещении Солнцем тыльной стороны СБ – при $\eta < 0$. Такие

измерения можно аппроксимировать расчетным аналогом $I = -I_0\kappa\eta$, подбирая коэффициент κ в пределах 0.3–0.5. Однако точность согласования таких измерений оказалась заметно хуже чем на рис. 2.24 – 2.29. Примеры аппроксимации полных измерений тока СБ в случае $\kappa = 0.35$ приведены в [34], [35]. Надо сказать, что точность согласования измерений (2.27) с расчетным аналогом (2.28) не всегда достаточна и в случае $\eta(t'_m) > 0$. Вероятная причина – освещение СБ солнечным светом, отраженным от поверхности Земли. Вклад отраженного света в ток СБ может достигать до нескольких десятков процентов величины $I_0\eta$. Поскольку расчетный аналог измерений тока СБ (2.28) не очень точен, включать эти измерения в функционал метода наименьших квадратов нецелесообразно. Однако измерения тока необходимы для контроля правильности реконструкции – они позволяют отбросить посторонние экстремумы функционала (2.29).

Движения *Прогресса-07* на рис. 2.24 – 2.26 не очень близки к движениям вида (2.25). На этом корабле режим гравитационной ориентации вращающегося спутника был реализован с большой ошибкой. Начальные условия движения задавались соотношениями, которые в переменных системы (2.23), (2.24) можно записать в виде $\sin \gamma \approx \sin \delta \approx \beta \approx 0$, $\omega_2 \approx \omega_3 \approx 0$, тогда как начальные значения ω_2 , ω_3 надо было задать формулами $\omega_2 \approx \omega_0 \cos \gamma$, $\omega_3 \approx -\omega_0 \sin \gamma$. Тем не менее, движения на рис. 2.24 – 2.26 представляют собой режим гравитационной ориентации вращающегося спутника, но сильно возмущенный. Движения *Прогресса МС-08* на рис. 2.27 – 2.29 более близки к движениям (2.25), особенно движение на рис. 2.28. Они задавались указанными выше более точными начальными условиями.

Табл. 2.7, 2.8. содержат основные характеристики обработанных интервалов, в частности, оценки параметров уравнений (2.21) и стандартные отклонения всех оцениваемых величин. Угловые переменные в табл. 2.7 выражены в радианах. Точность построенных реконструкций движения корабля характеризуется стандартными отклонениями уточняемых параметров. Анализ

этих стандартных отклонений вместе с анализом собственных векторов матрицы D , отвечающих ее нескольким минимальным собственным числам, позволяет понять характер неопределенности, которая возникает при реконструкции движения. Анализ основан на формуле

$$D^{-1} = \sum_{k=1}^{11} v_k v_k^T, \quad v_k = \frac{u_k}{\sqrt{p_k}},$$

где p_k и u_k – собственные числа и ортонормированные собственные векторы матрицы D . Вектор v_k – также собственный вектор матрицы D , отвечающий ее собственному числу p_k , но не нормированный. Его норма изменена так, чтобы его компоненты (будем обозначать их v_{k,ω_1} , v_{k,ω_2} , $v_{k,\mu}$ и т.п.) характеризовали вклад в стандартные отклонения уточняемых параметров. Например, для стандартного отклонения σ_μ имеет место формула

$$\sigma_\mu^2 = \sigma^2 \sum_{k=1}^9 v_{k,\mu}^2,$$

и если $|v_{1,\mu}| \gg |v_{k,\mu}|$ ($k = 2, 3, \dots, 11$), то $\sigma_\mu \approx \sigma |v_{1,\mu}|$. Таким образом, наибольшие стандартные отклонения имеют те определяемые параметры, которым отвечают наибольшие по модулю компоненты векторов v_k . Назовем эти векторы векторами чувствительности.

В качестве примера такого анализа исследуем точность реконструкции движения на интервале 2. Собственные числа матрицы D имеют значения:

$$p_1 = 12.3, \quad p_2 = 79.4, \quad p_3 = 319, \quad p_4 = 398, 1428, \dots, 1.43 \cdot 10^8.$$

Тот факт, что минимальное собственное число положительно, означает принципиальную возможность реконструкции движения описанным способом. Компоненты используемых ниже векторов упорядочены в соответствии с записью: γ_b , δ_b , β_b , ω_{10} , ω_{20} , ω_{30} , h_2 , h_3 , ε , \tilde{d}_1 , χ . Наиболее значимые векторы чувствительности в рассматриваемом примере

$$v_1 = (-0.02, -0.02, -0.01, 0, -0.02, 0, 0, 0, 0, 0.26, 0.10)^T,$$

$$v_2 = (0.07, 0.08, 0.02, 0, 0.02, 0.01, 0, 0, 0, 0, 0.02)^T,$$

$$v_3 = (0.02, -0.03, 0.03, -0.01, -0.02, 0.02, 0, 0, 0, 0, -0.01)^T,$$

$$v_4 = (0.02, -0.03, 0.03, -0.01, -0.02, 0.02, 0, 0, 0, 0, -0.01)^T.$$

Компоненты, обозначенные здесь нулями, имеют абсолютную величину менее 0.005. Из всей совокупности компонент остальных векторов чувствительности только три лежат в пределах $0.006 \div 0.019$. Как видим, наименее точно определяются параметры \tilde{d}_1 и χ (ср. табл. 2.8).

Отметим, что минимальное собственное число матрицы D было значимо больше нуля во всех вариантах реконструкции движения ТГК.

Точность построенных реконструкций движения корабля характеризуется стандартными отклонениями начальных условий. Если начальные условия задаются на концах интервала с обрабатываемыми измерениями, то их стандартные отклонения обычно превышают стандартные отклонения фазовых переменных в средней части интервала. С учетом этого обстоятельства стандартные отклонения, приведенные в табл. 2.7, дают адекватное представление о стандартных отклонениях фазовых переменных на всем отрезке $t_1 \leq t \leq t_N$. Стандартные отклонения углов γ_b , δ_b и β_b не превосходят 0.5° . Реальные погрешности, как показывает опыт, могут быть в 2 – 3 раза больше. Ошибки аппроксимации измерений угловой скорости и оценки параметров h_2 , h_3 , ε сопоставимы с аналогичными оценками [34] [35].

2.3.6. Закрутка на Солнце. Усредненные уравнения вращательного движения.

Движение ТГК в режиме закрутки на Солнце можно промоделировать с использованием уравнений (2.25), но поскольку корабль быстро вращается вокруг оси, близкой оси максимального момента инерции, для описания движения этой оси можно использовать усредненные уравнения для кинетического момента вращательного движения корабля. Эти уравнения получим в векторной форме с введением следующих упрощений. Пренебрежем гиростатическим моментом и постоянным моментом вдоль оси Ox_1 , матрицу C примем единичной. Теорема об изменении кинетического момента корабля в движении относительно центра масс имеет вид

$$\dot{\mathbf{K}} = \frac{3\mu_e}{r^5} (\mathbf{r} \times \hat{\mathbf{J}}\mathbf{r}) + \rho_a v^2 (\mathbf{a} \times \mathbf{Q}), \quad (2.30)$$

$$\hat{\mathbf{J}}\mathbf{r} = \sum_{i=1}^3 J_i x_{si} \mathbf{e}_i, \quad \mathbf{Q} = \sum_{i=1}^3 P_i(\mathbf{a}) \mathbf{e}_i + d_1 S(\mathbf{a}) \mathbf{e}_1.$$

Здесь \mathbf{e}_i – орты осей Ox_i . Уравнение (2.30) – это векторная форма записи уравнений (2.22) в случае $h_2 = h_3 = 0$, $\varepsilon = 0$, $E = 1$ и единичной матрицы C . В рамках сделанных упрощений в самом начале закрутки $\mathbf{K} = J_2 \Omega \mathbf{e}_2$. Ниже будем предполагать, что последнее соотношение выполняется в течение всего времени использования этого режима. Это еще одно упрощение.

Правую часть уравнения (2.30) усредним по вращению корабля вокруг оси Ox_2 , полагая положение точки O на орбите фиксированным [27]. Сначала усредним гравитационный момент – первое слагаемое в правой части (2.30). Усреднение удобно выполнить в орбитальной системе координат, базисные орты ее осей Ox_i обозначим \mathbf{E}_i ($i = 1, 2, 3$). Компоненты орта \mathbf{E}_i в системе $Ox_1x_2x_3$ – строка с номером i матрицы A . Гравитационный момент преобразуем следующим образом

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_g &= \frac{3\mu_e}{r^3} (\mathbf{E}_3 \times \hat{\mathbf{J}}\mathbf{E}_3) = (\mathbf{M}_g \cdot \mathbf{E}_1) \mathbf{E}_1 + (\mathbf{M}_g \cdot \mathbf{E}_2) \mathbf{E}_2 = \\ &= \frac{3\mu_e}{r^3} [(\mathbf{E}_1 \cdot \hat{\mathbf{J}}\mathbf{E}_3) \mathbf{E}_2 - (\mathbf{E}_2 \cdot \hat{\mathbf{J}}\mathbf{E}_3) \mathbf{E}_1]. \end{aligned}$$

При усреднении орты \mathbf{E}_i считаем неизменными. Имеем

$$\langle \mathbf{M}_g \rangle = \frac{3\mu_e}{r^3} [(\langle \mathbf{E}_1 \cdot \hat{\mathbf{J}}\mathbf{E}_3 \rangle) \mathbf{E}_2 - (\langle \mathbf{E}_2 \cdot \hat{\mathbf{J}}\mathbf{E}_3 \rangle) \mathbf{E}_1].$$

В системе $Ox_1x_2x_3$

$$\mathbf{E}_1 \cdot \hat{\mathbf{J}}\mathbf{E}_3 = \sum_{i=1}^3 J_i a_{1i} a_{3i}, \quad \mathbf{E}_2 \cdot \hat{\mathbf{J}}\mathbf{E}_3 = \sum_{i=1}^3 J_i a_{2i} a_{3i},$$

Пусть корабль вращается вокруг оси Ox_2 с угловой скоростью Ω . Тогда элементы матрицы A удовлетворяют соотношениям

$$\dot{a}_{i1} + \Omega a_{i3} = 0, \quad \dot{a}_{i2} = 0, \quad \dot{a}_{i3} - \Omega a_{i1} = 0 \quad (i = 1, 2, 3),$$

причем согласно принятому допущению в орбитальной системе координат вектор \mathbf{K} имеет компоненты $K_i = J_2 \Omega a_{i2}$. Элементы $a_{2i} = \text{const}$, $a_{12}^2 + a_{22}^2 + a_{32}^2 = 1$. Решение уравнений относительно элементов a_{i1} и a_{i3} имеет вид

$$\begin{aligned} a_{31} &= \sqrt{1 - a_{32}^2} \cos \phi, & a_{33} &= \sqrt{1 - a_{32}^2} \sin \phi, \\ a_{11} &= \frac{a_{22} a_{33} - a_{12} a_{32} a_{31}}{1 - a_{32}^2}, & a_{13} &= -\frac{a_{22} a_{31} + a_{12} a_{32} a_{33}}{1 - a_{32}^2}, \\ a_{21} &= -\frac{a_{12} a_{33} + a_{22} a_{32} a_{31}}{1 - a_{32}^2}, & a_{23} &= \frac{a_{12} a_{31} - a_{22} a_{32} a_{33}}{1 - a_{32}^2}, \end{aligned}$$

где $\phi = \Omega t + \phi_0$, ϕ_0 – произвольная постоянная. Усреднение по ϕ некоторой 2π -периодической функции $F(\phi)$ будем обозначать скобками $\langle \cdot \rangle$:

$$\langle F \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\phi) d\phi$$

Такое усреднение дает

$$\begin{aligned} \langle a_{11} a_{31} \rangle &= \frac{a_{22} \langle a_{31} a_{33} \rangle - a_{12} a_{32} \langle a_{31}^2 \rangle}{1 - a_{32}^2} = -\frac{a_{12} a_{32}}{2}, \\ \langle a_{13} a_{33} \rangle &= -\frac{a_{22} \langle a_{31} a_{33} \rangle + a_{12} a_{32} \langle a_{33}^2 \rangle}{1 - a_{32}^2} = -\frac{a_{12} a_{32}}{2}. \end{aligned}$$

Аналогично $\langle a_{21} a_{31} \rangle = \langle a_{13} a_{33} \rangle = -\frac{a_{22} a_{32}}{2}$. Отсюда

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{E}_1 \cdot \hat{\mathbf{J}} \mathbf{E}_3 \rangle &= J_2 a_{12} a_{32} + J_1 \langle a_{11} a_{31} \rangle + J_3 \langle a_{13} a_{33} \rangle = \left(J_2 - \frac{J_1 + J_3}{2} \right) a_{12} a_{32}, \\ \langle \mathbf{E}_2 \cdot \hat{\mathbf{J}} \mathbf{E}_3 \rangle &= J_2 a_{22} a_{32} + J_1 \langle a_{21} a_{31} \rangle + J_3 \langle a_{23} a_{33} \rangle = \left(J_2 - \frac{J_1 + J_3}{2} \right) a_{22} a_{32}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{M}_g \rangle &= \frac{3\mu_e}{r^3} \left(J_2 - \frac{J_1 + J_3}{2} \right) a_{32} (a_{12} \mathbf{E}_2 - a_{22} \mathbf{E}_1) = \\ &= \frac{3\mu_e}{r^3} \left(J_2 - \frac{J_1 + J_3}{2} \right) (\mathbf{E}_3 \cdot \mathbf{e}_2) (\mathbf{E}_3 \times \mathbf{e}_2). \end{aligned}$$

Усреднение аэродинамического момента $\mathbf{M}_a = \rho_a v^2 (\boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{Q})$ выполним в

базисе $\{\mathbf{a}, \mathbf{\beta}, \boldsymbol{\gamma}\}$. Орт \mathbf{a} был введен ранее: $\mathbf{a} = \mathbf{v}/v$, орты $\mathbf{\beta}$ и $\boldsymbol{\gamma}$ дополняют его до правого ортонормированного базиса. В системе $Ox_1x_2x_3$

$$\mathbf{a} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), \quad \mathbf{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \beta_3), \quad \boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3).$$

При усреднении базис $\{\mathbf{a}, \mathbf{\beta}, \boldsymbol{\gamma}\}$ считаем неподвижным, а базис $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ – вращающимся с угловой скоростью Ω вокруг постоянного орта \mathbf{e}_2 . В этом случае компоненты α_i , β_i и γ_i определяются уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 + \Omega\alpha_3 &= 0, & \dot{\alpha}_2 &= 0, & \dot{\alpha}_3 - \Omega\alpha_1 &= 0, \\ \dot{\beta}_1 + \Omega\beta_3 &= 0, & \dot{\beta}_2 &= 0, & \dot{\beta}_3 - \Omega\beta_1 &= 0, \\ \dot{\gamma}_1 + \Omega\gamma_3 &= 0, & \dot{\gamma}_2 &= 0, & \dot{\gamma}_3 - \Omega\gamma_1 &= 0. \end{aligned}$$

Общее решение этих уравнений представим в виде

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \sqrt{1 - \alpha_2^2} \cos \phi, & \alpha_3 &= \sqrt{1 - \alpha_2^2} \sin \phi, \\ \beta_1 &= \frac{\gamma_2 \alpha_3 - \alpha_2 \beta_2 \alpha_1}{1 - \alpha_2^2}, & \beta_3 &= -\frac{\gamma_2 \alpha_1 + \alpha_2 \beta_2 \alpha_3}{1 - \alpha_2^2}, \\ \gamma_1 &= -\frac{\beta_2 \alpha_3 + \alpha_2 \gamma_2 \alpha_1}{1 - \alpha_2^2}, & \gamma_3 &= \frac{\beta_2 \alpha_1 - \alpha_2 \gamma_2 \alpha_3}{1 - \alpha_2^2}, \end{aligned}$$

Здесь $\phi = \Omega t + \phi_0$; ϕ_0 и α_2 , β_2 , γ_2 – постоянные величины, $\alpha_2^2 + \beta_2^2 + \gamma_2^2 = 1$.

Разложение вектора \mathbf{M}_a по базису $\{\mathbf{a}, \mathbf{\beta}, \boldsymbol{\gamma}\}$ имеет вид

$$\mathbf{M}_a = (\mathbf{M}_a \cdot \mathbf{\beta})\mathbf{\beta} + (\mathbf{M}_a \cdot \boldsymbol{\gamma})\boldsymbol{\gamma} = \rho_a v^2 [(\mathbf{\beta} \cdot \mathbf{Q})\boldsymbol{\gamma} - (\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{Q})\mathbf{\beta}].$$

Усреднение аэродинамического момента по вращению корабля сводится к усреднению выражений

$$\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{Q} = \sum_{i=1}^3 \gamma_i P_i(\boldsymbol{\alpha}) + d_1 \gamma_1 S(\boldsymbol{\alpha}), \quad \mathbf{\beta} \cdot \mathbf{Q} = \sum_{i=1}^3 \beta_i P_i(\boldsymbol{\alpha}) + d_1 \beta_1 S(\boldsymbol{\alpha}).$$

С учетом соотношения $\alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \alpha_3 P_3 = 0$ имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{\beta} \cdot \mathbf{Q} &= \frac{\beta_2 P_2 + \gamma_2 [\alpha_3 (P_1 + d_1 S) - \alpha_1 P_3]}{1 - \alpha_2^2}, \\ \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{Q} &= \frac{\gamma_2 (P_2 - d_1 S \alpha_1 \alpha_2) - \beta_2 [\alpha_3 (P_1 + d_1 S) - \alpha_1 P_3]}{1 - \alpha_2^2} \end{aligned}$$

Конкретизируем выбор ортов $\boldsymbol{\beta}$ и $\boldsymbol{\gamma}$. Положим

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{e}_2 \times \boldsymbol{\alpha}}{|\mathbf{e}_2 \times \boldsymbol{\alpha}|}, \quad \boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\alpha} \times \boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{e}_2 - (\mathbf{e}_2 \cdot \boldsymbol{\alpha})\boldsymbol{\alpha}}{|\mathbf{e}_2 \times \boldsymbol{\alpha}|}.$$

Тогда $\beta_2 = 0$, $\gamma_2 = \sqrt{1 - \alpha_2^2}$,

$$\langle \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{Q} \rangle = \langle (P_1 + d_1 S) \sin \phi - P_3 \cos \phi \rangle \equiv Q_\beta, \quad \langle \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{Q} \rangle = \frac{\langle P_2 \rangle}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}} - d_1 \alpha_2 \langle S \cos \phi \rangle \equiv Q_\gamma$$

и $\langle \mathbf{M}_a \rangle = \rho_a v^2 (\gamma Q_\beta - \beta Q_\gamma)$, причем величины Q_β и Q_γ зависят только от α_2 .

Усредненное уравнение (2.30) запишем в виде

$$\frac{d(\Omega \mathbf{e}_2)}{dt} = \frac{3\mu_E}{r^5} \left(1 - \frac{J_1 + J_3}{2J_2} \right) (\mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_2) (\mathbf{r} \times \mathbf{e}_2) + \frac{\rho_a v^2}{J_2} (\gamma Q_\beta - \beta Q_\gamma).$$

Отсюда следуют уравнения

$$\dot{\Omega} = \frac{\rho_a v^2}{J_2} Q_\beta \sqrt{1 - \alpha_2^2},$$

$$\dot{\mathbf{e}}_2 = \frac{3\mu_E}{r^5 \Omega} \left(1 - \frac{J_1 + J_3}{2J_2} \right) (\mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_2) (\mathbf{r} \times \mathbf{e}_2) - \frac{\rho_a v^2}{J_2 \Omega} \left(Q_\gamma \boldsymbol{\beta} + \alpha_2 Q_\beta \frac{\boldsymbol{\alpha} - \alpha_2 \mathbf{e}_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}} \right).$$

Используя обозначения п. 2.3.2 запишем эти уравнения следующим образом

$$\dot{\Omega} = \frac{E \rho_a v^2 (1 - \mu')}{1 - \mu \mu'} \tilde{Q}_\beta \sqrt{1 - \alpha_2^2}, \quad (2.31)$$

$$\dot{\mathbf{e}}_2 = \frac{3\mu_E}{r^5 \Omega} \left[1 - \frac{2 - \mu - \mu'}{2(1 - \mu \mu')} \right] (\mathbf{r} \cdot \mathbf{e}_2) (\mathbf{r} \times \mathbf{e}_2) - \frac{E \rho_a v^2 (1 - \mu')}{\Omega (1 - \mu \mu')} \left(\tilde{Q}_\gamma \boldsymbol{\beta} + \alpha_2 \tilde{Q}_\beta \frac{\boldsymbol{\alpha} - \alpha_2 \mathbf{e}_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}} \right),$$

$$\tilde{Q}_\beta = \langle (\chi P_1 + \tilde{d}_1 S) \sin \phi - \chi P_3 \cos \phi \rangle, \quad \tilde{Q}_\gamma = \frac{\chi \langle P_2 \rangle}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}} - \tilde{d}_1 \alpha_2 \langle S \cos \phi \rangle.$$

Такая форма записи позволяет использовать оценки параметров корабля, найденные в результате обработки данных измерений угловой скорости. Параметры μ , μ' оцениваются способом, описанным в [31-33], параметры χ и \tilde{d}_1 – способом, описанным в п. 2.3.4. При вычислении величин \tilde{Q}_β и \tilde{Q}_γ усреднение по ϕ на отрезке $0 \leq \phi \leq 2\pi$ сводилось к суммированию значений усредняемых функций на равномерной сетке с числом узлов $50 \div 100$.

Для численного интегрирования система (2.31) записывалась в гринвичской системе координат. Параметры μ , μ' , χ , \tilde{d}_1 и параметры орбиты корабля были те же, что и в системе (2.21). В описываемых ниже расчетах эти параметры соответствовали интервалу 1 из табл. 2.7. При этом параметры h_2 , h_3 и \mathcal{E} в системе (2.21) были нулевыми. Значения этих параметров из табл. 2 весьма слабо влияют на движение корабля с большой угловой скоростью.

Решения уравнений (2.21) и (2.31), описывающих режим закрутки на Солнце, удобно представлять в *квазиинерциальной* системе координат $Z_1Z_2Z_3$, связанной с восходящим узлом оскулирующей орбиты корабля. Ось Z_2 параллельна вектору кинетического момента орбитального движения корабля, ось Z_3 параллельна направлению центр Земли – восходящий узел орбиты, ось Z_1 дополняет систему до правой.

В решении системы (2.21) представляют интерес движение оси $O'y_2$ (нормали к СБ) и угловые скорости ω_i ($i = 1, 2, 3$), в частности, угол θ между осью $O'y_2$ и направлением Земля – Солнце. Движение оси $O'y_2$ относительно системы $Z_1Z_2Z_3$ будем задавать углами ρ и α : ρ – угол между осью $O'y_2$ и плоскостью Z_3Z_1 , $\sin \rho$ – проекция орта оси $O'y_2$ на ось Z_2 ; α – угол между проекцией оси $O'y_2$ на плоскость Z_3Z_1 и осью Z_3 , направление отсчета этого угла согласовано с осью Z_2 . Угловые скорости ω_i будем описывать графиками их зависимости от времени и аналогичными графиками величин

$$w = \sqrt{\mu' \omega_1^2 + \mu \omega_3^2}, \quad \Omega = \sqrt{\left(\frac{1-\mu'}{1-\mu\mu'} \omega_1\right)^2 + \omega_2^2 + \left(\frac{1-\mu}{1-\mu\mu'} \omega_3\right)^2} = \frac{|\mathbf{K}|}{J_2}. \quad (2.32)$$

При $\mathbf{M}_g = \mathbf{M}_a = 0$ эти величины – первые интегралы уравнений движения.

В решениях системы (2.31) орт \mathbf{e}_2 задается теми же углами ρ и α , которыми задается орт оси $O'y_2$. Эти два орта в режиме закрутки близки, поэтому для описания их движения удобно использовать одинаковые углы. Ниже графики зависимости от времени одноименных углов изображаются в

единых координатных осях. Аналогичным образом переменная Ω в (17) близка одноименной величине в (2.32). Графики обеих этих величине также изображаются в единых координатных осях.

Вместе с системой (2.21) интегрируется уравнения $\dot{Q} = I$, правая часть которого (ток I) рассчитывается по формуле (2.28). Значение Q в начальной точке интегрирования нулевое, и $Q(t)$ – заряд, снятый с СБ к моменту времени t . Вместе с системой (2.21) интегрируется такое же уравнение для Q , но в расчетных формулах тока орт оси $O'y_2$ заменен ортом \mathbf{e}_2 . Графики каждой пары одноименных функций $I(t)$ и $Q(t)$ изображаются в единых координатных осях.

Начальные условия сравниваемых решений систем (2.21) и (2.31) задавались в единый момент времени t_0 . Начальное условие системы (2.21): ось $O'y_2$ направлена по линии Земля – Солнце, ось $O'y_1$ лежит в плоскости орбиты (орт \mathbf{E}_2 и орты осей $O'y_2$, $O'y_1$ образуют правую тройку), угловая скорость корабля направлена по этой оси и равна $2.3^\circ/\text{с}$. Начальное условие системы (2.31): орт \mathbf{e}_2 совпадает с ортом направления Земля – Солнце, $\Omega = 2.3^\circ/\text{с}$.

Примеры интегрирования решений систем (2.21) и (2.31) приведены на рис. 2.30 – 2.36. Здесь представлены три решения каждой системы. Моменты времени t_0 задания начальных условий решений выбраны следующим образом. Момент t_0 на рис. 2.30, 2.31 и 2.36а выбран так, чтобы Солнце в этот момент располагалось под плоскостью орбиты (в полупространстве $Z_2 < 0$) достаточно далеко от нее – ср. значения угла $\rho(t_0)$. На рис. 2.32, 2.33 и 2.36б в момент t_0 Солнце лежит почти в плоскости орбиты. На рис. 2.34, 2.35 и 2.36в Солнце в момент t_0 лежит высоко над плоскостью орбиты. Все решения рассчитаны на отрезках времени 27 ч. На рис. 2.30, 2.31 и 2.34 представлены первые три часа каждого отрезка, на рис. 2.31, 2.33 и 2.35 – последние 3 часа. На рис. 2.30 – 2.35 представлены решения обеих систем. В левой части этих рисунков приведены графики углов θ , α и ρ . Красным цветом изображены графики, полученные

интегрированием системы (2.21), зеленым цветом – графики, построенные вдоль решений системы (2.31). В средней части рисунков приведены графики угловых скоростей ω_i в решениях системы (2.21). В правой части рисунков приведены графики тока СБ $I(t)$, графики электрического заряда $Q(t)$, графики величины W и величин Ω . Зеленые графики получены интегрированием системы (2.31), красные – интегрированием системы (2.21). Графики угловых скоростей и величины W строились только для системы (2.21), они изображены черным цветом. Эти графики, а также красный график величины Ω , показывают, что принятое при выводе усредненной системы соотношение $\mathbf{K} = J_2 \Omega \mathbf{e}_2$ выполняется с высокой точностью во всех рассмотренных решениях системы (2.21) на всех представляющих интерес отрезках времени.

Рис. 2.36 содержит три построенных решения системы (2.31) на полных отрезках времени. Этот рисунок позволяет понять характер эволюции режима закрутки на Солнце. Эта эволюция определяется начальным значением угла ρ . Согласно [27], угловая скорость $\dot{\rho}$ мала – порядка угловой скорости изменения долготы восходящего узла орбиты, т.е. угловой скорости системы $Z_1 Z_2 Z_3$; угловая скорость $\dot{\alpha} \sim -\frac{3\mu_E}{\Omega r^3} \left(1 - \frac{J_1 + J_3}{2J_2}\right) \sin \rho$ намного больше. Скорость движения конца орта \mathbf{e}_2 выражается приближенной формулой $|\dot{\mathbf{e}}_2| \approx \sqrt{\dot{\rho}^2 + \dot{\alpha}^2 \cos^2 \rho} \sim |\sin \rho \cos \rho|$. Из этой формулы следует, что уход нормали к СБ от направления на Солнце медленнее всего происходит в случаях, когда Солнце находится почти в плоскости орбиты или высоко над ней. Рис. 2.32, 2.33 и 2.36б иллюстрируют первый из этих случаев, рис. 2.34, 2.35 и 2.36в – второй. На последнем рассматриваемом отрезке времени корабль вообще не заходил в тень Земли.

Моделирование режима закрутки на Солнце позволяет оценить условия освещенности СБ и процесс зарядки аккумуляторов корабля. Усредненная система (2.21) дает результаты, очень близкие к результатам точного расчета. Усредненные уравнения можно использовать для прогноза движения в режиме

закрутки на длительный срок и для проверок.

2.4. Выводы

В главе 2 получены следующие результаты:

1. Разработан алгоритм расчета сил и моментов аэродинамического сопротивления, действующих на орбитальный космический аппарат при помощи геометрических моделей. Разработан программный модуль, реализующий процедуры расчета сил и моментов.
2. Представлена математическая модель орбитального движения с учетом изменяющейся формы внешней поверхности КА (изменяющейся площади миделева сечения).
3. Разработанная математическая модель применена для анализа орбитального движения МКС. Приведенные примеры определения параметров математической модели движения КА показывают, что при моделировании движения КА с большой площадью внешней поверхности, которая меняется с течением времени, учет этих изменений при расчете силы аэродинамического торможения позволяет существенно повысить точность аппроксимации. Особенно это проявляется при обработке данных АСН на длинных интервалах (10 суток), модель с переменным миделем позволяет существенно снизить ошибки аппроксимации данных измерений радиус-вектора и вектора скорости КА. Улучшения на малых интервалах не так ярко выражены. Таким образом, для проведения высокоточного моделирования движения КА с большой площадью внешней поверхности, существенно меняющейся с течением времени, необходимо учитывать изменяющуюся площадь миделева сечения. Предложенная в работе математическая модель позволяет это сделать и может быть использована для построения высокоточного прогноза орбитального движения подобных КА. Проведенные эксперименты показывают, что модель с переменным миделевым сечением дает ошибку апостериорного определения орбитального положения меньше, чем линейные размеры КА на интервалах до 10 суток и более, в то время как

модель с постоянным миделем позволяет достигать подобной точности на интервалах до 6 суток.

4. При помощи модуля расчета сил и моментов аэродинамического сопротивления проведена верификация процедур расчета аэродинамических сил и моментов, использующих упрощенную геометрическую модель. Показаны различия и обоснована применимость упрощенной модели.
5. Представлена модифицированная модель движения КА относительно центра масс под действием гравитационных и аэродинамических моментов, причем аэродинамический момент вычисляется при помощи геометрической модели и сглаживается разложением по сферическим функциям Лежандра.
6. При помощи модифицированной модели вращательного движения путем обработки измерений угловых скоростей проведено восстановление вращательного движения ТГК «Прогресс МС-07» и «Прогресс МС-08» на автономных участках полета, получены оценки погрешности восстановления и ошибки определения уточняемых параметров математической модели.

Таблица 2.7. Оценки точности реконструкции движения корабля

№ инт.	Дата, 2018	t_1 , МСК	$t_N - t_1$, мин	σ	σ_{ω_1}	σ_{ω_2}	σ_{ω_3}	σ_γ	σ_δ	σ_β
				10^{-6}с^{-1}			10^{-3}рад.			
1	IV.23	06:14:14	389.1	132	2.7	3.0	5.0	7.5	10	5.7
2	IV.24	08:40:55	389.1	92	1.5	3.2	4.7	7.4	8.1	3.5
3	IV.25	06:13:19	303.2	122	4.5	4.8	5.2	7.8	7.3	5.8
4	VIII.25	06:12:30	382.5	106	3.8	3.9	6.8	5.9	2.8	2.0
5	VIII.26	05:13:00	382.0	91	3.0	5.3	7.5	4.6	2.6	3.0
6	VIII.27	05:46:00	384.8	133	3.8	4.6	3.9	6.7	3.5	2.5

Таблица 2.8. Оценки уточняемых параметров

№ инт.	Δ_1	Δ_2	Δ_3	h_2	σ_{h_2}	h_3	σ_{h_3}	ε	σ_ε	\tilde{d}_1	$\sigma_{\tilde{d}_1}$	χ	σ_χ
	10^{-3}с^{-1}				10^{-9}с^{-2}		$10^{-2} \text{кг}^{-1} \text{М}^{-1}$		$10^{-2} \text{кг}^{-1} \text{М}^{-2}$				
1	0.0914	0.0850	-0.0453	0.223	0.0033	-0.176	0.0029	-0.63	0.20	0.310	0.023	0.101	0.0090
2	0.0849	0.0091	0.0216	0.1186	0.0012	-0.057	0.00073	8.2	0.23	0.402	0.024	0.142	0.0098
3	0.0459	0.0908	-0.0820	0.4590	0.0078	-0.2811	0.0080	0.74	0.19	0.655	0.047	0.204	0.018
4	0.0828	0.0510	0.0370	0.1969	0.0027	-0.2622	0.0021	-3.4	0.30	-0.004	0.0028	0.013	0.0008
5	0.0200	-0.0065	-0.2613	0.1500	0.0042	-0.2236	0.0041	-13.9	0.77	-0.254	0.010	-0.082	0.0035
6	0.0655	0.146	-0.0374	0.2378	0.0073	-0.3319	0.0070	-3.0	0.25	-0.028	0.0087	-0.004	0.0030

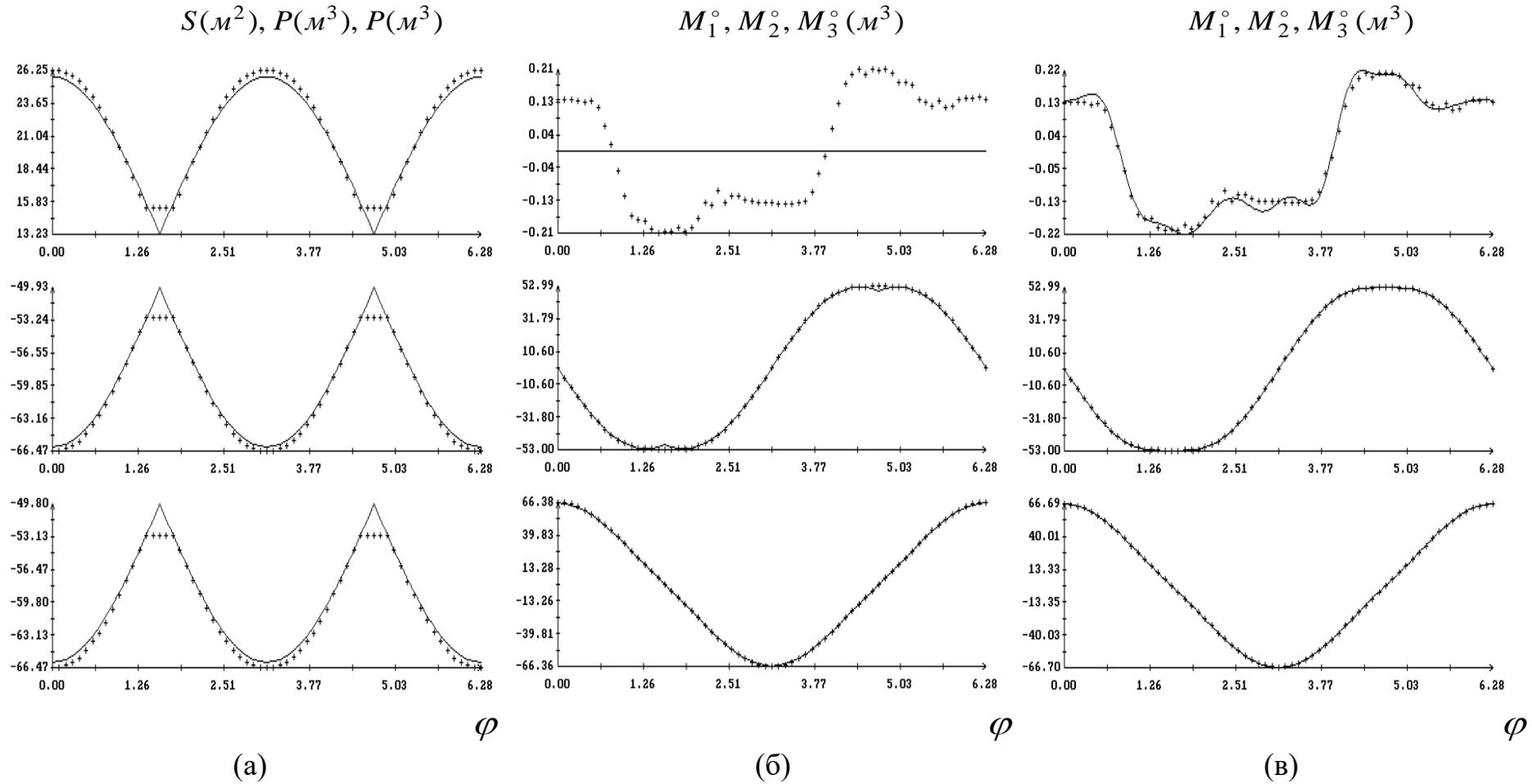


Рис. 2.21; $\sin \theta = 0.0483$; (а) – аппроксимация детальной модели функциями (2.17); (б) – расчет компонент аэродинамического момента по детальной и упрощенной моделям; (в) – расчет компонент аэродинамического момента по детальной модели и с помощью рядов Фурье по сферическим функциям. Данные детальной модели указаны маркерами.

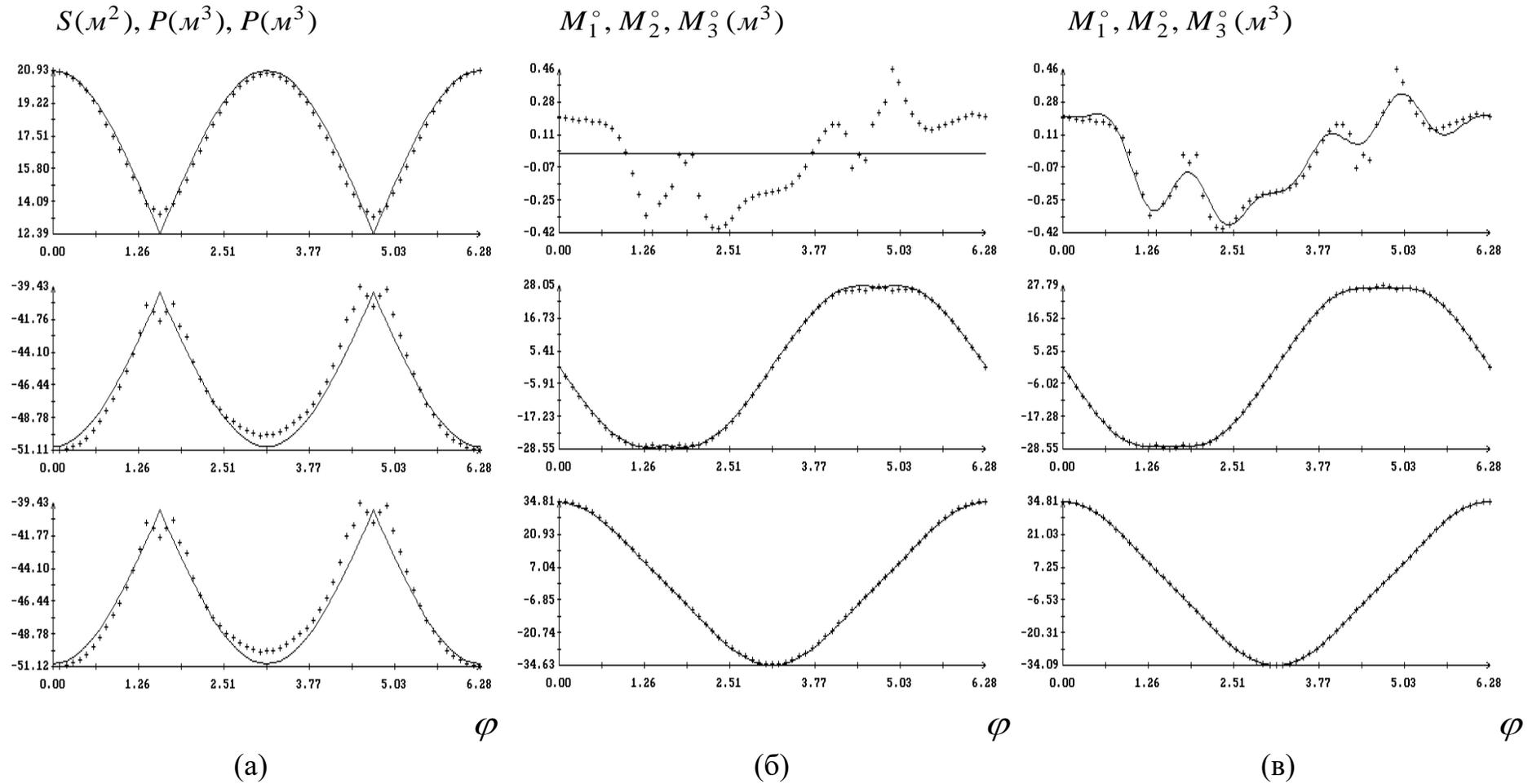


Рис. 2.22; $\sin \theta = 0.7322$; (а) – аппроксимация детальной модели функциями (2.17); (б) – расчет компонент аэродинамического момента по детальной и упрощенной моделям; (в) – расчет компонент аэродинамического момента по детальной модели и с помощью рядов Фурье по сферическим функциям. Данные детальной модели указаны маркерами.

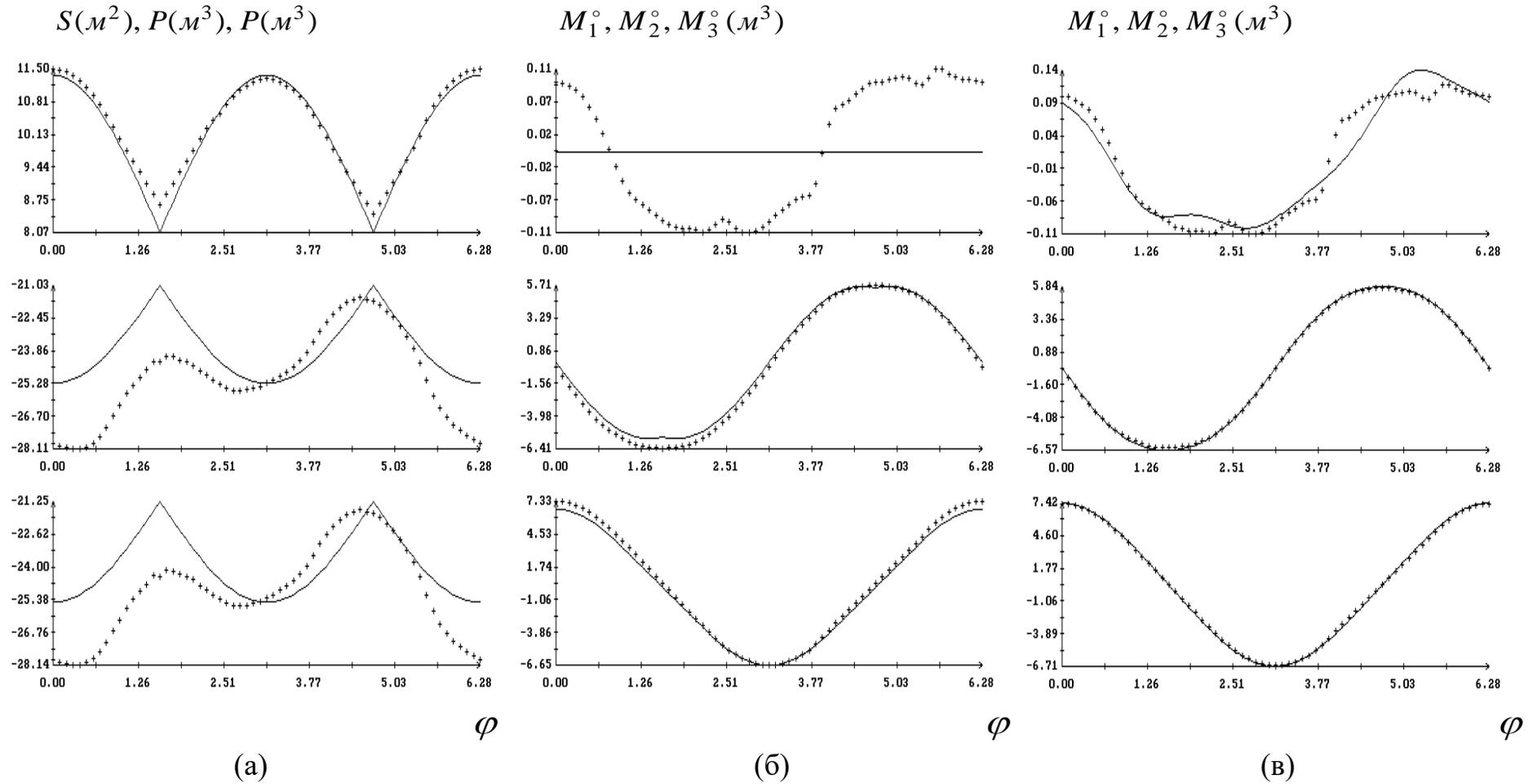


Рис. 2.23; $\sin\theta=0.9648$; (а) – аппроксимация детальной модели функциями (2.17); (б) – расчет компонент аэродинамического момента по детальной и упрощенной моделям; (в) – расчет компонент аэродинамического момента по детальной модели и с помощью рядов Фурье по сферическим функциям. Данные детальной модели указаны маркерами.

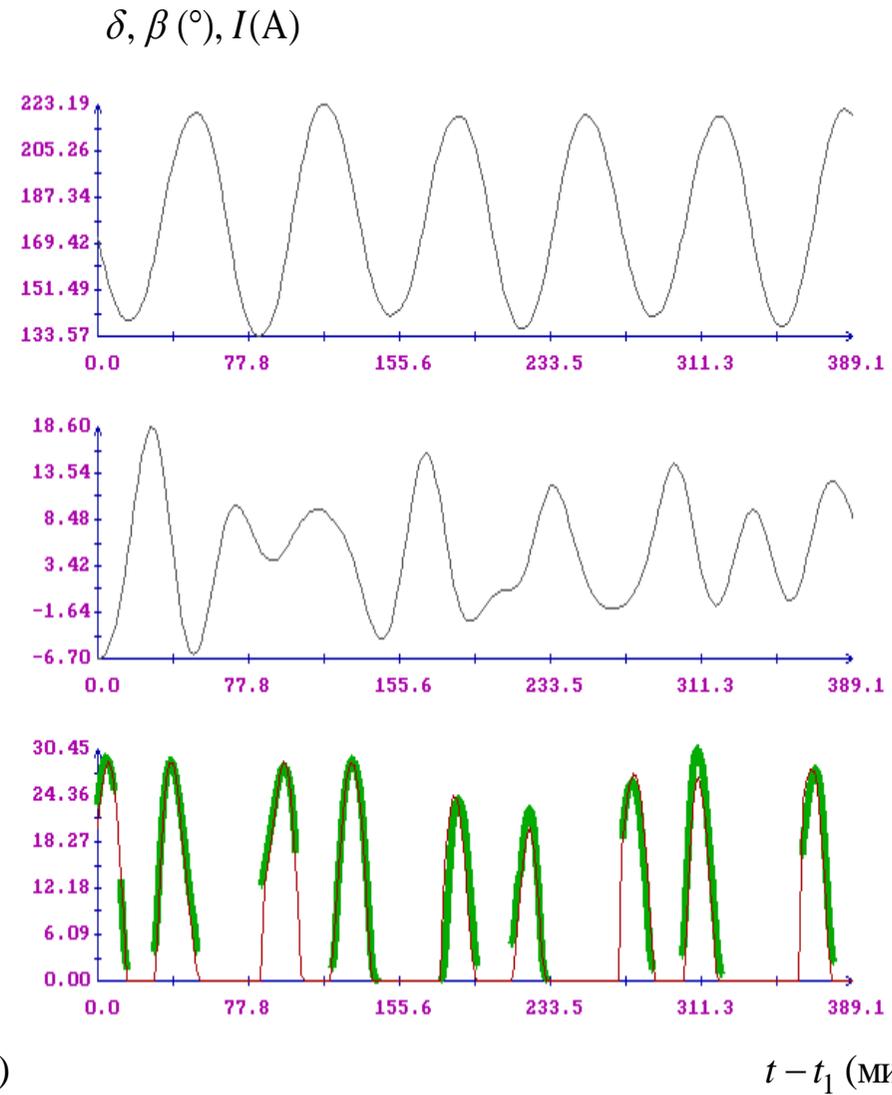
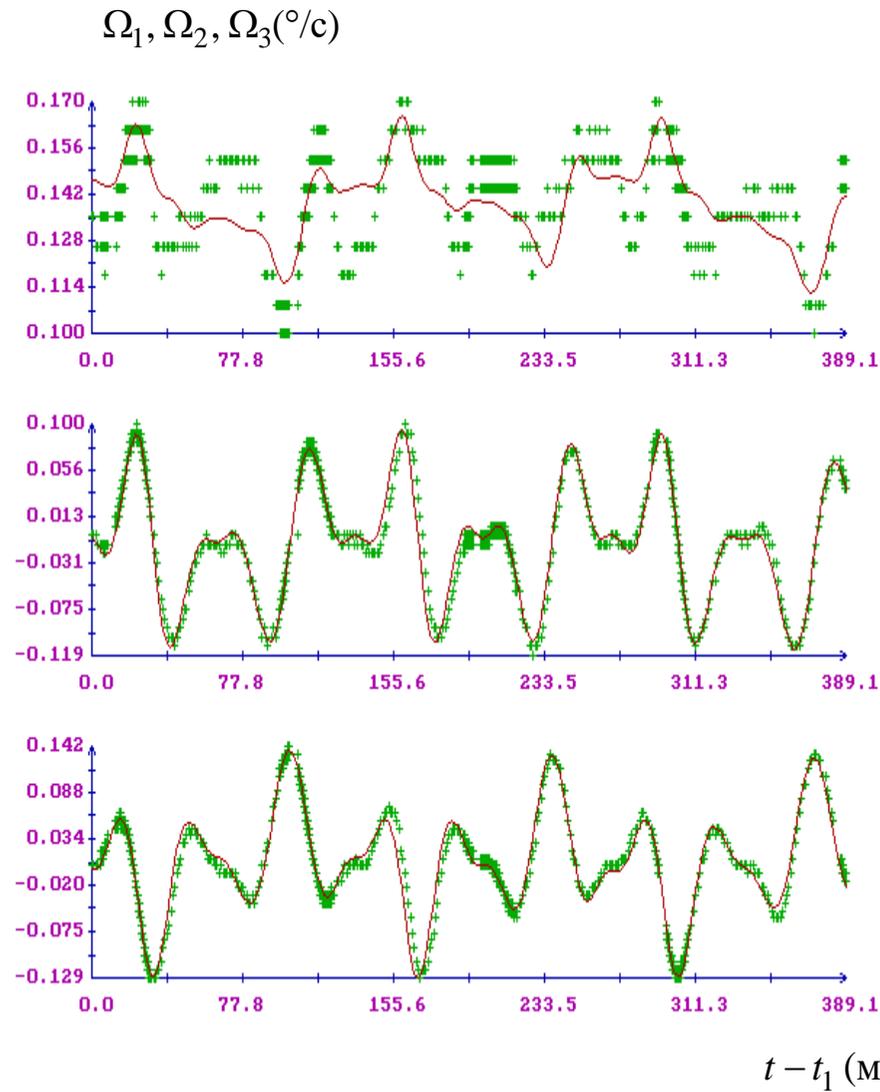


Рис. 2.24. Движение корабля *Прогресс МС-07*, $t_1 = 06:14:14$ МСК 23.IV.2018.

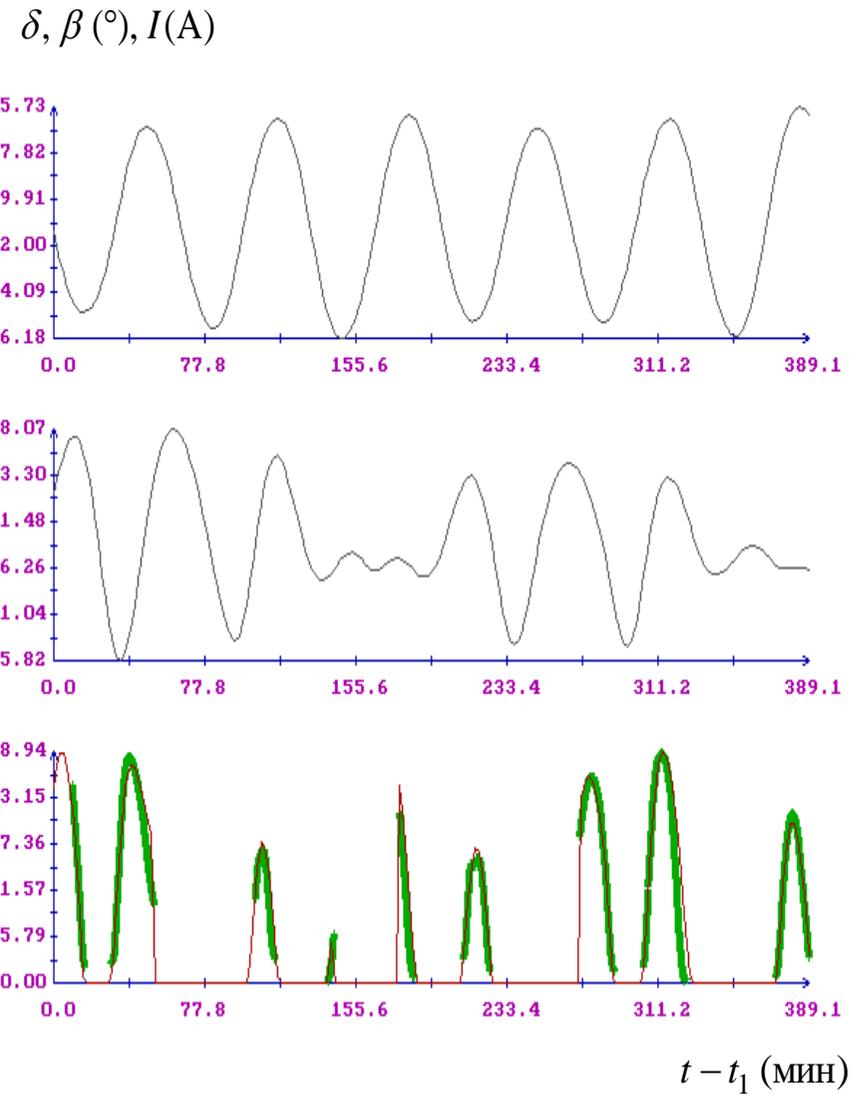
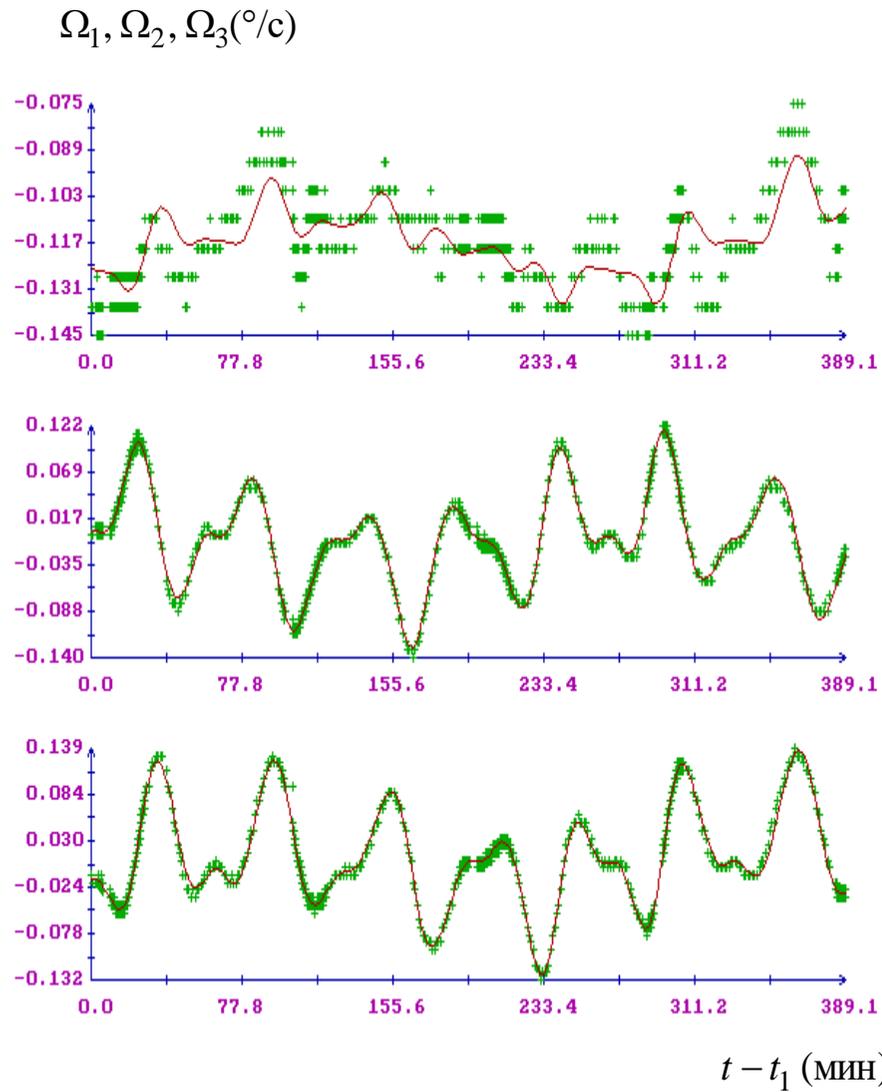
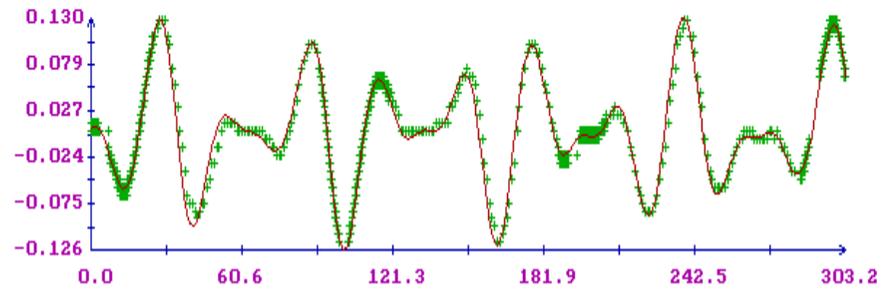
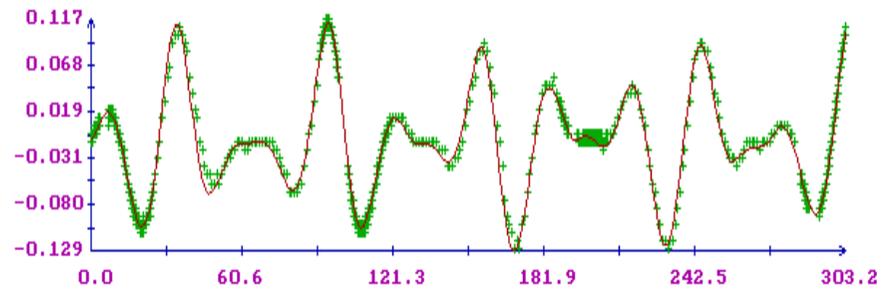
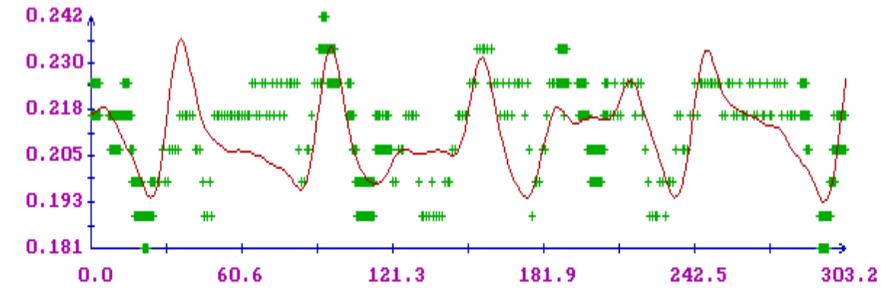


Рис. 2.25. Движение корабля *Прогресс* МС-07, $t_1 = 08:40:55$ МСК 24.IV.2018.

$\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3 (\text{°/с})$

 $t - t_1$ (МИН)

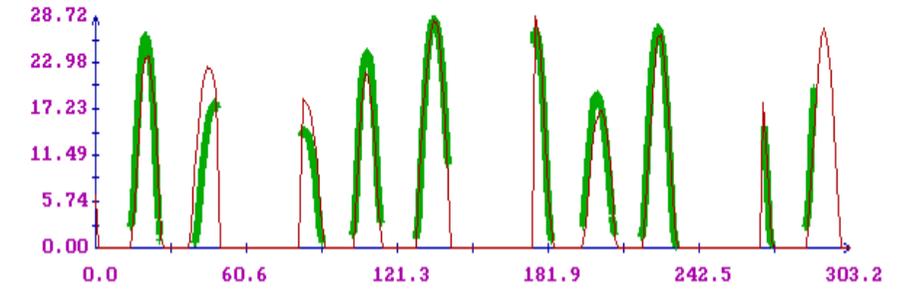
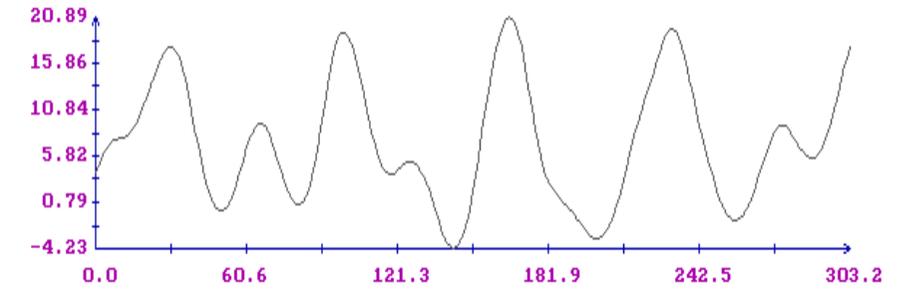
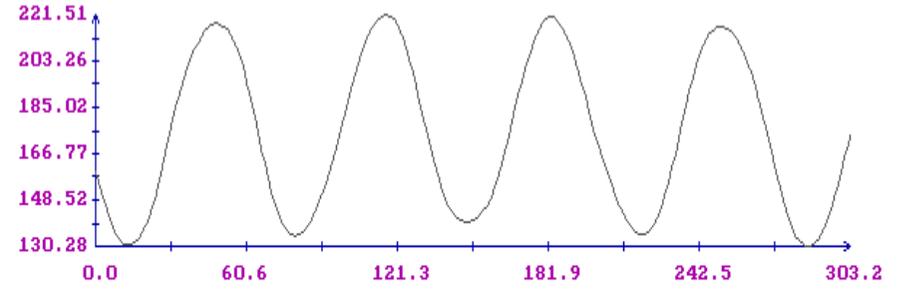
 $\delta, \beta (\text{°}), I(\text{A})$

 $t - t_1$ (МИН)

Рис. 2.26. Движение корабля *Прогресс* МС-07, $t_1 = 06:13:19$ МСК 25.IV.2018.

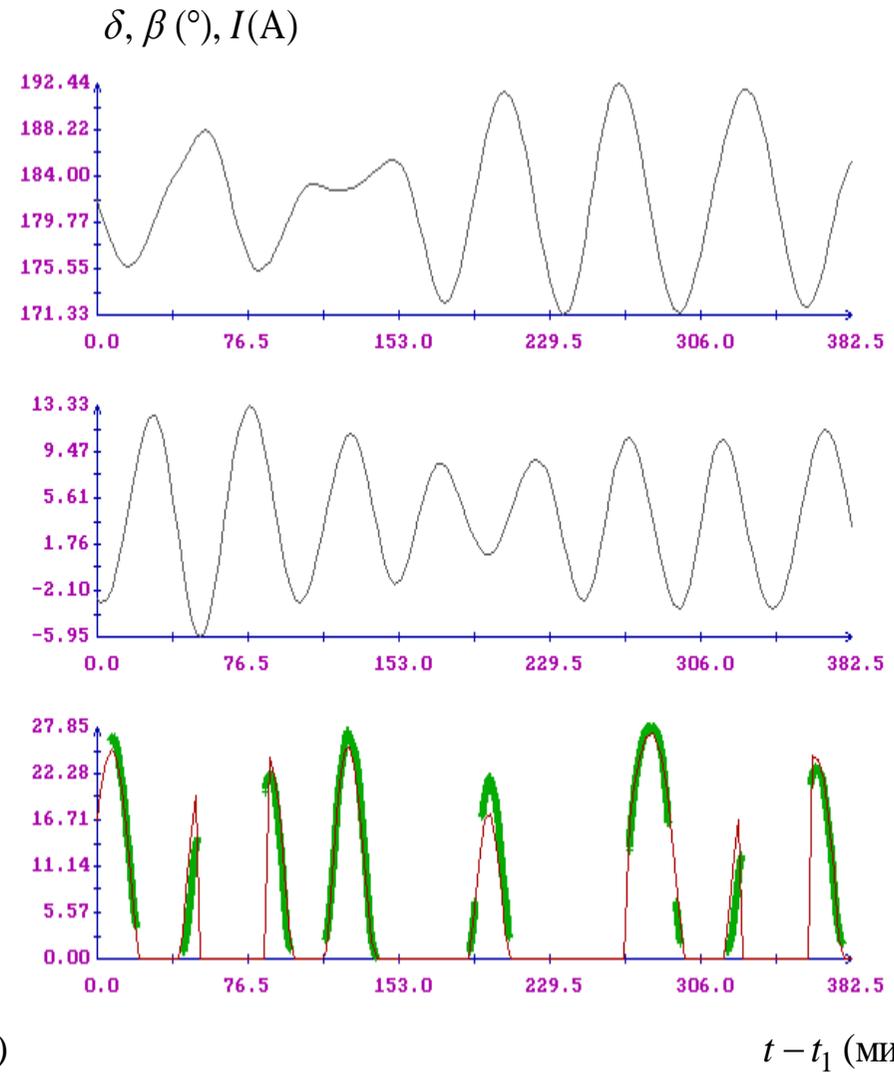
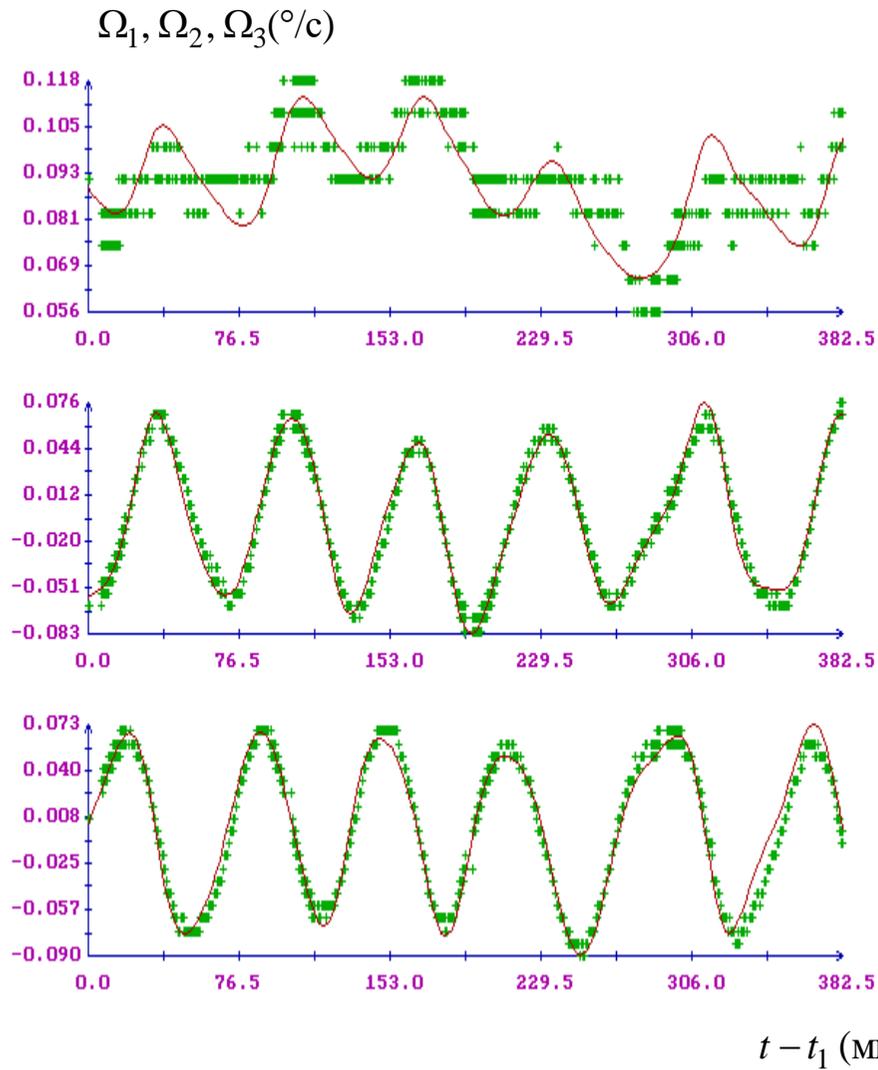


Рис. 2.27. Движение корабля *Прогресс МС-08*, $t_1 = 06:12:30$ МСК 25.VIII.2018.

$\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3 (\text{°/с})$

$\delta, \beta (\text{°}), I(\text{A})$

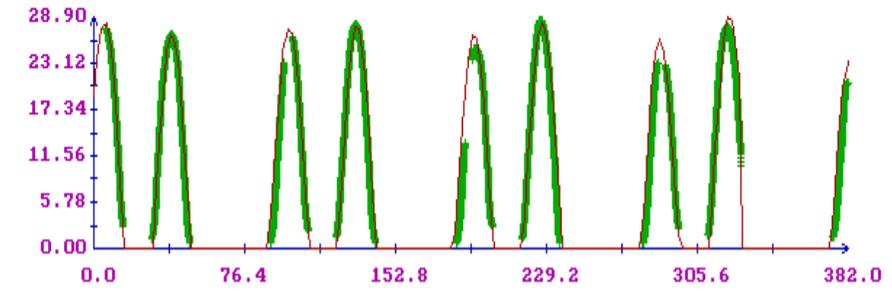
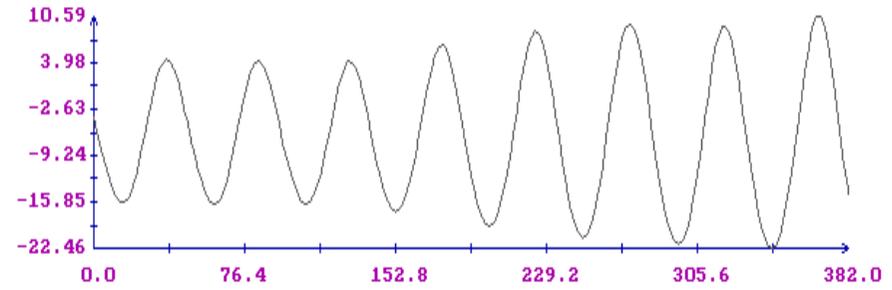
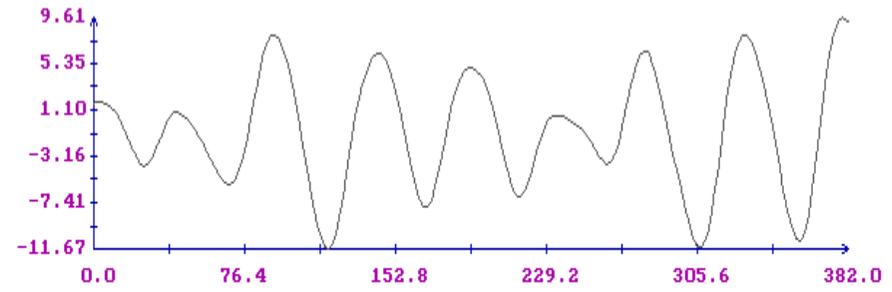
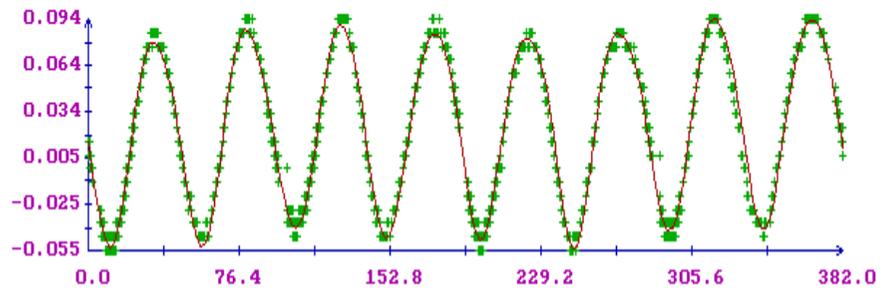
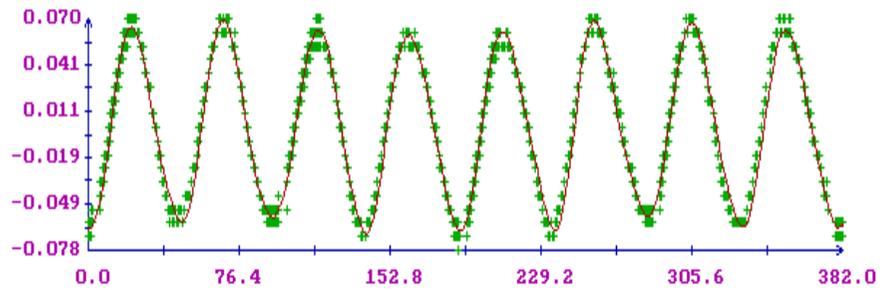
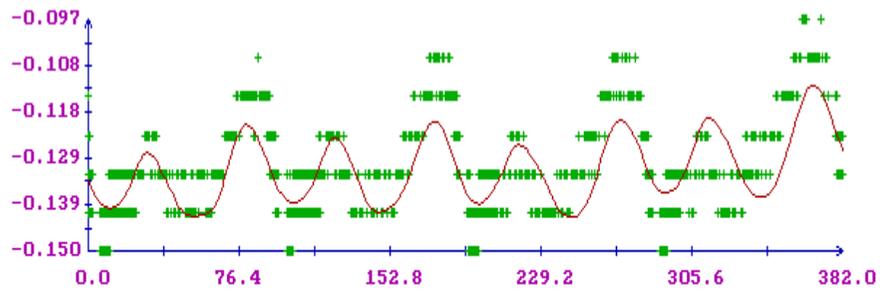

 $t - t_1 \text{ (МИН)}$
 $t - t_1 \text{ (МИН)}$

Рис. 2.28. Движение корабля *Прогресс* МС-08, $t_1 = 05:13:00$ МСК 26.VIII.2018.

 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3 (\text{°/с})$
 $\delta, \beta (\text{°}), I (\text{A})$

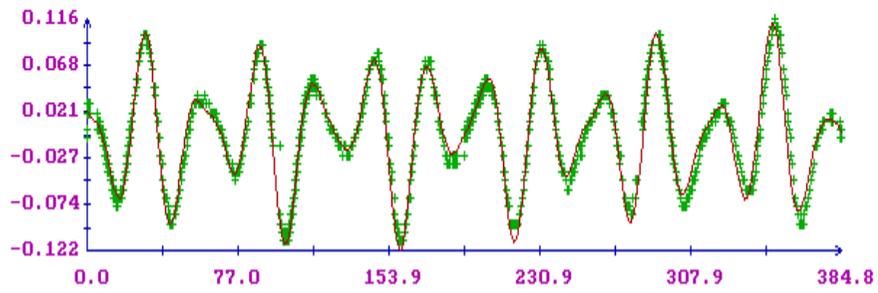
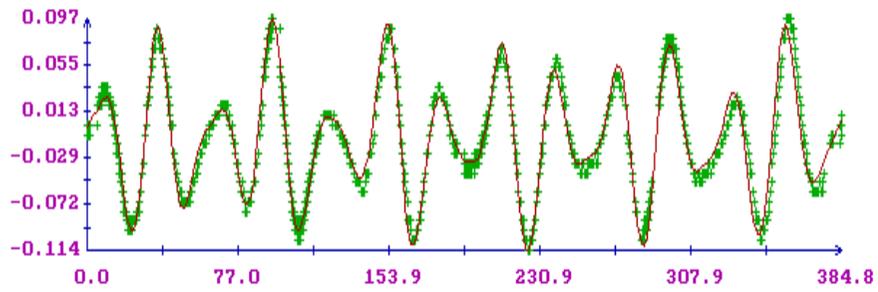
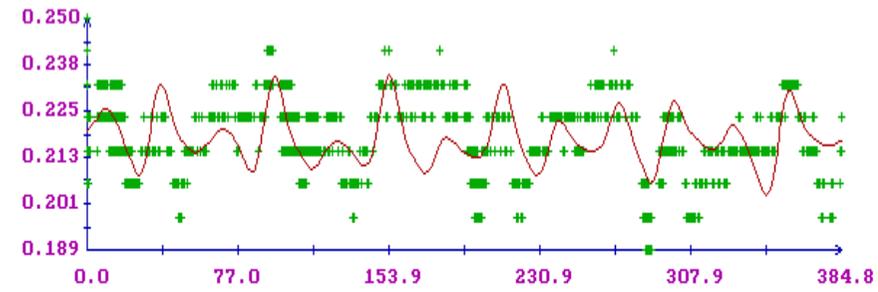
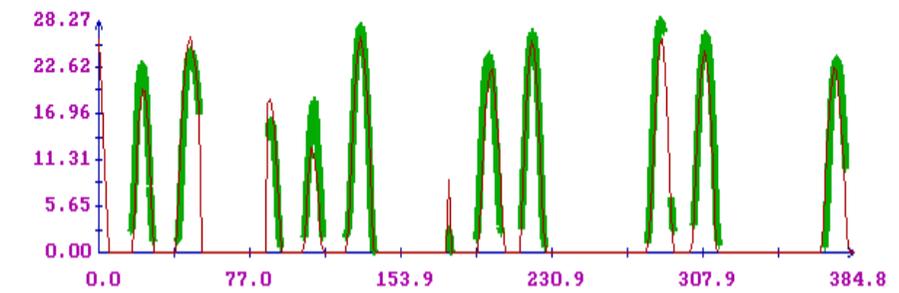
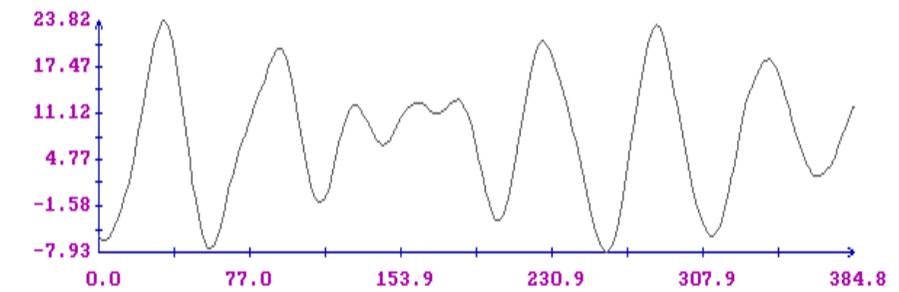

 $t - t_1 \text{ (МИН)}$

 $t - t_1 \text{ (МИН)}$

Рис. 2.29. Движение корабля *Прогресс МС-08*, $t_1 = 05:46:00$ МСК 27.VIII.2018.

 $\theta, \alpha, \rho (^{\circ})$
 $\omega_1, \omega_2, \omega_3 (^{\circ}/c)$
 $I(A), Q(Aч), w, \Omega (^{\circ}/c)$

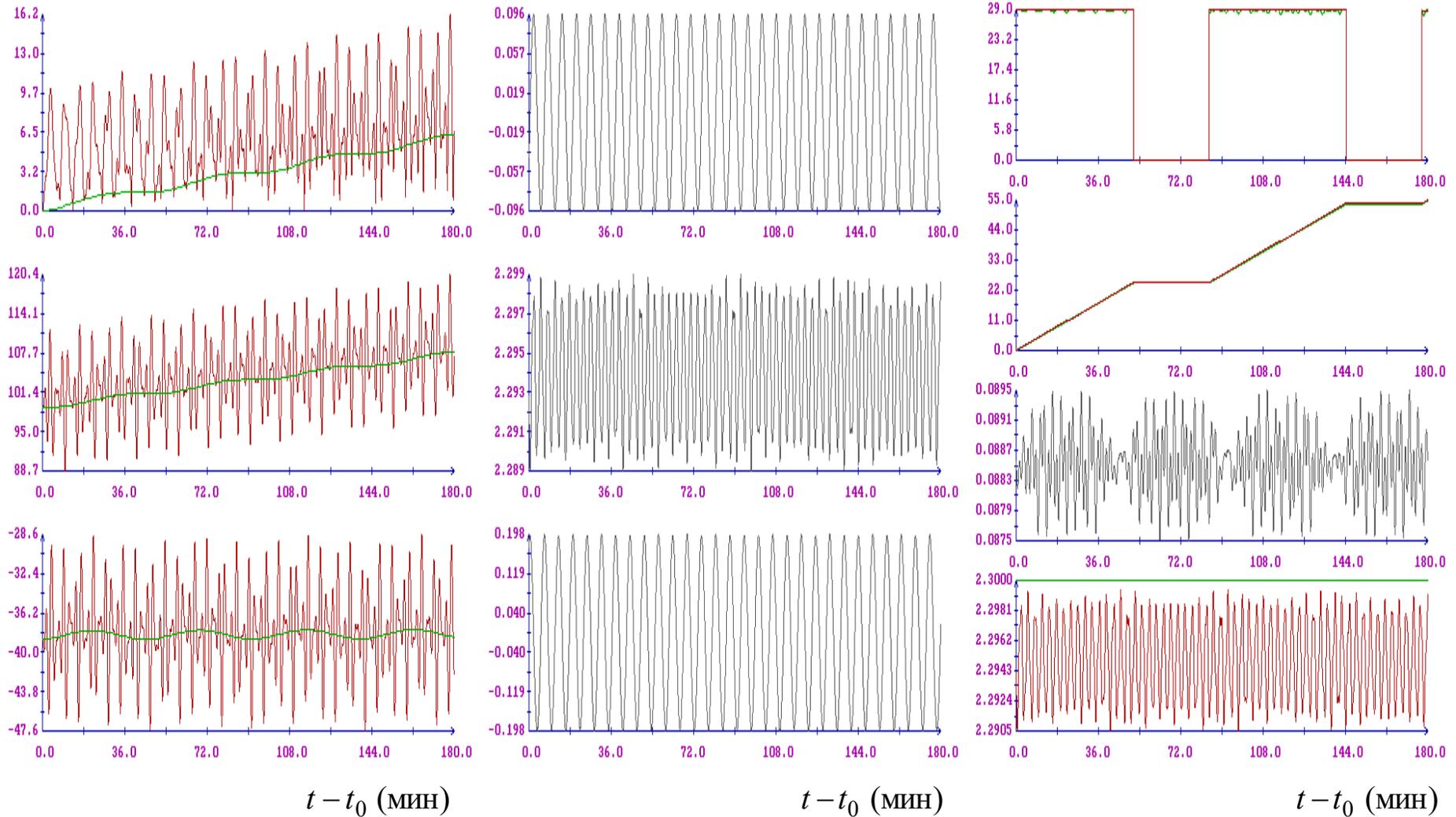


Рис. 2.30. Движение корабля ТГК *Прогресс* в режиме закрутки на Солнце, $t_0 = 06:14:14$ МСК 23.IV.2018.

θ, α, ρ ($^\circ$)

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ ($^\circ/\text{с}$)

I (А), Q (Ач), w, Ω ($^\circ/\text{с}$)

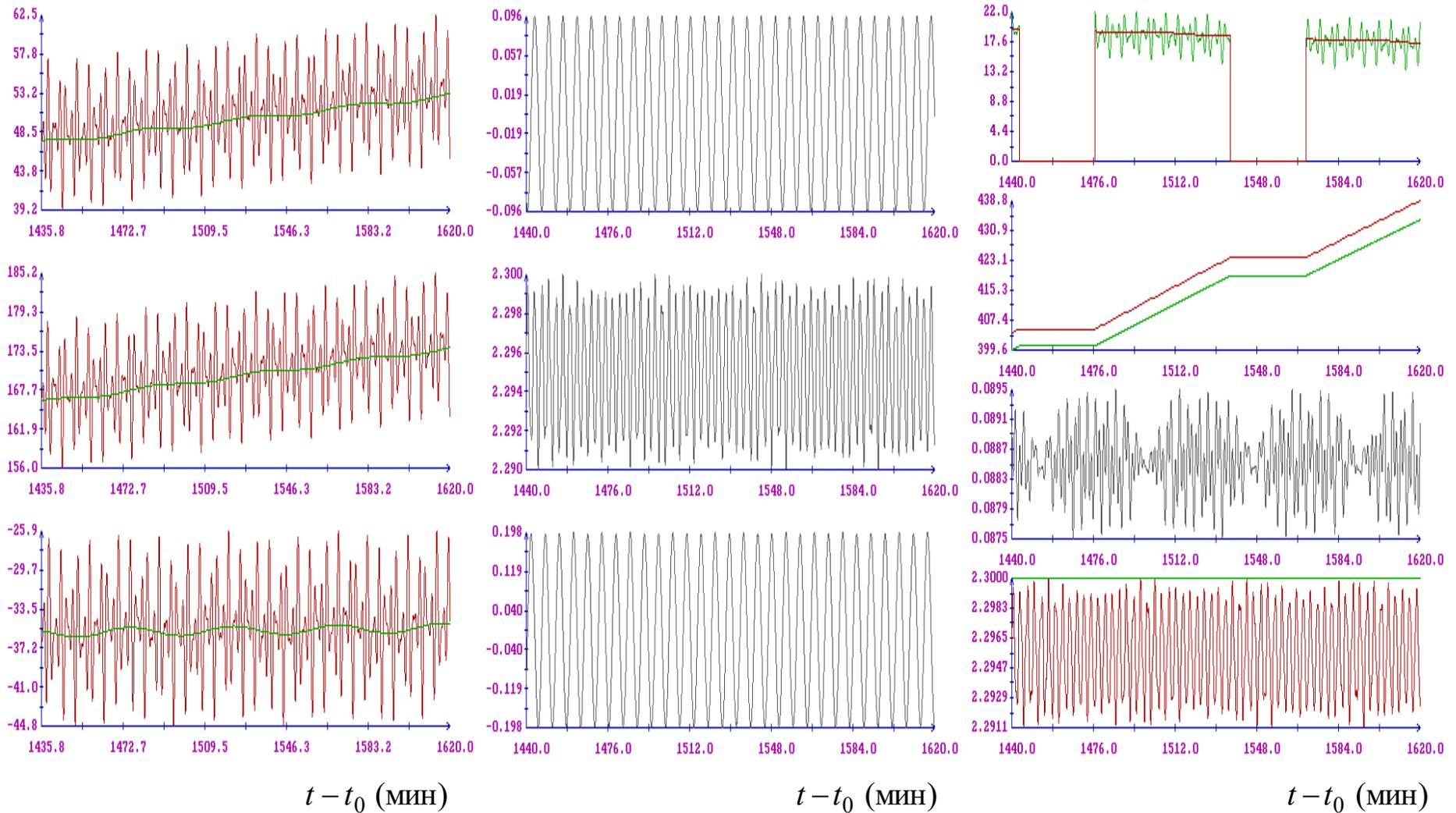


Рис. 2.31. Движение корабля *Прогресс* в режиме закрутки на Солнце, $t_0 = 06:14:14$ МСК 23.IV.2018 (продолжение).

θ, α, ρ ($^\circ$)

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ ($^\circ/\text{с}$)

I (А), Q (Ач), w, Ω ($^\circ/\text{с}$)

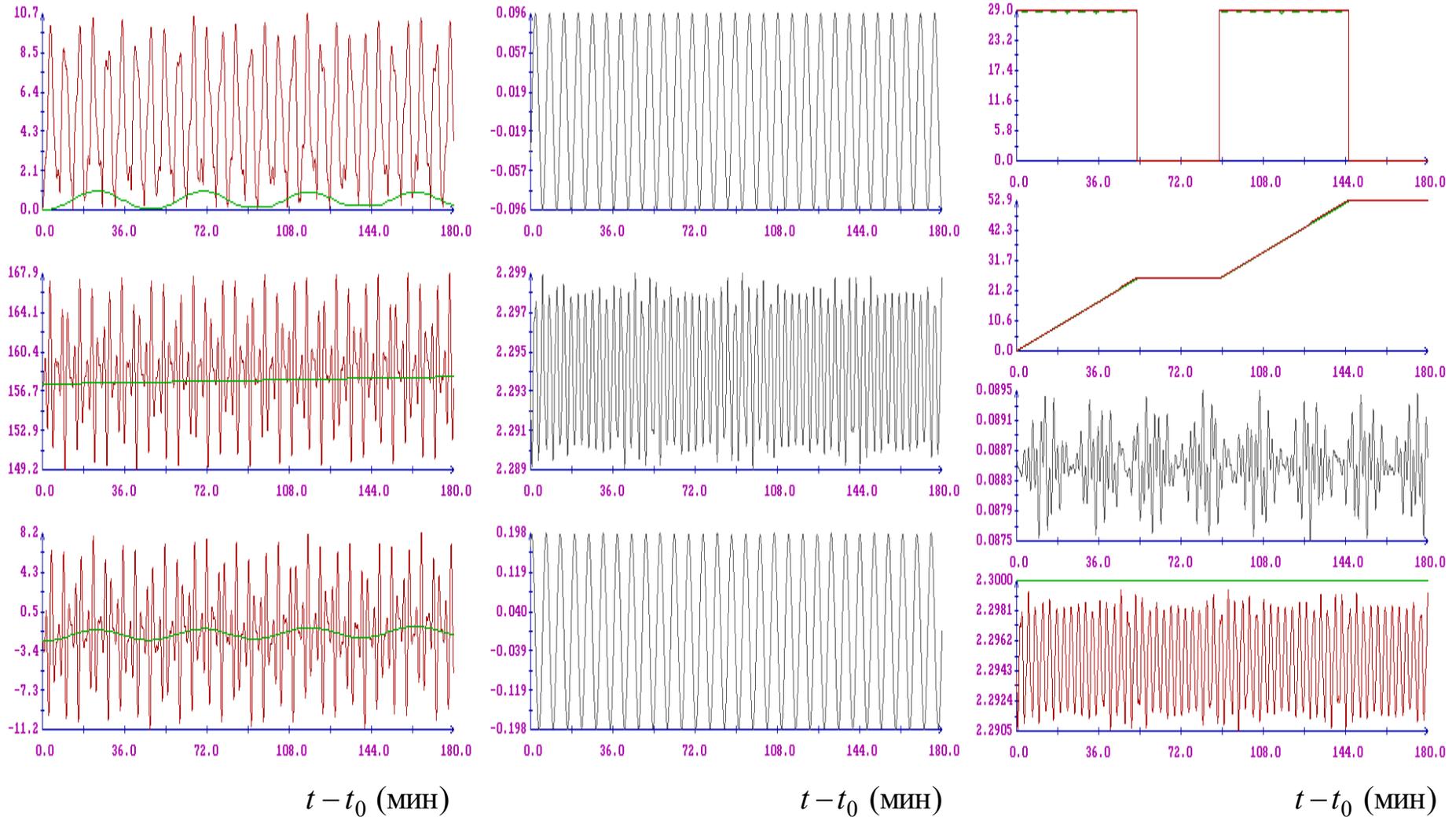


Рис. 2.32. Движение корабля ТГК *Прогресс* в режиме закрутки на Солнце, $t_0 = 11:14:14$ МСК 04.V.2018.

θ, α, ρ ($^{\circ}$)

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ ($^{\circ}/\text{с}$)

I (А), Q (Ач), w, Ω ($^{\circ}/\text{с}$)

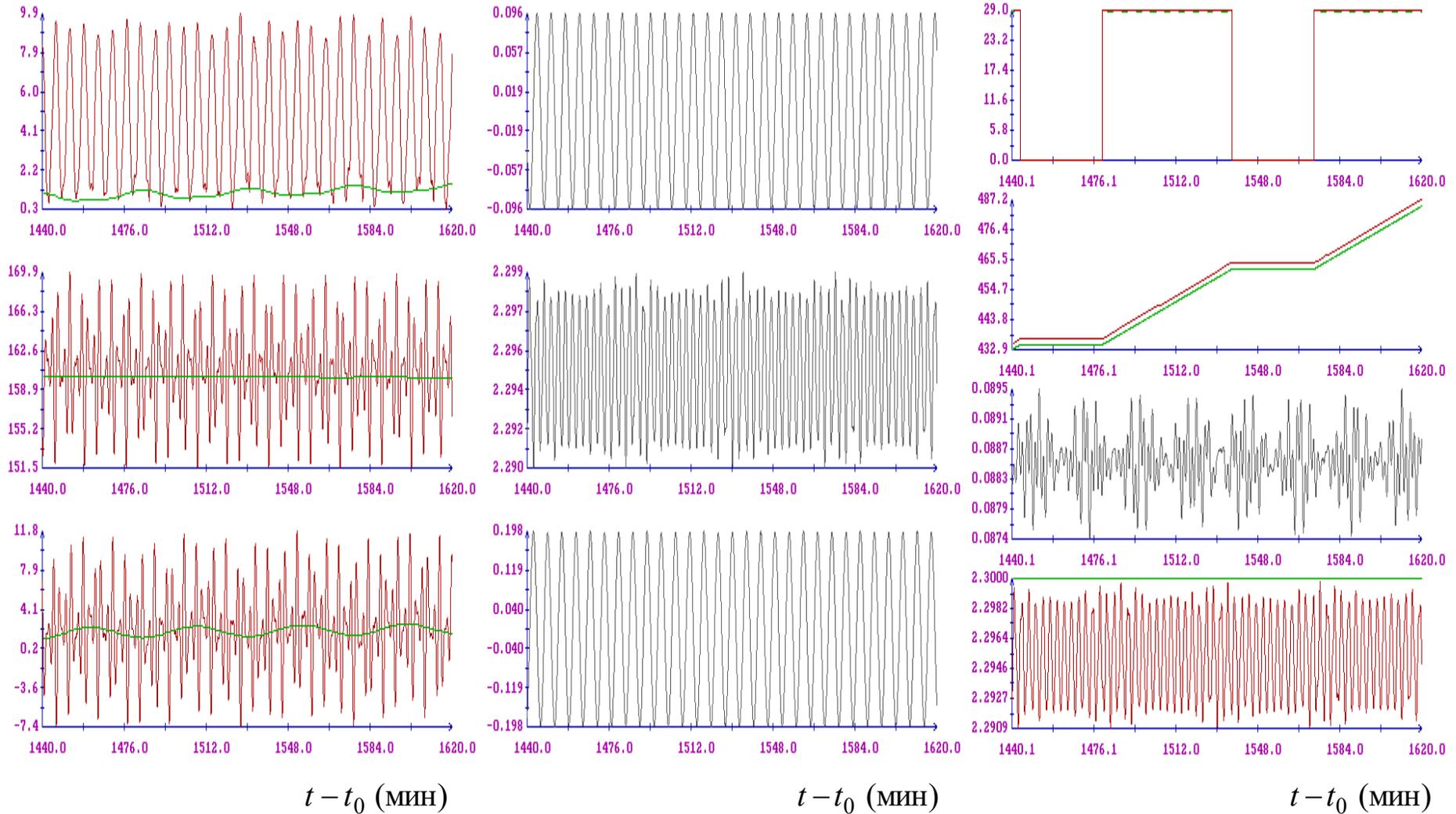


Рис. 2.33. Движение корабля *Прогресс* в режиме закрутки на Солнце, $t_0 = 11:14:14$ МСК 04.V.2018 (продолжение).

θ, α, ρ ($^\circ$)

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ ($^\circ/\text{с}$)

I (А), Q (Ач), w, Ω ($^\circ/\text{с}$)

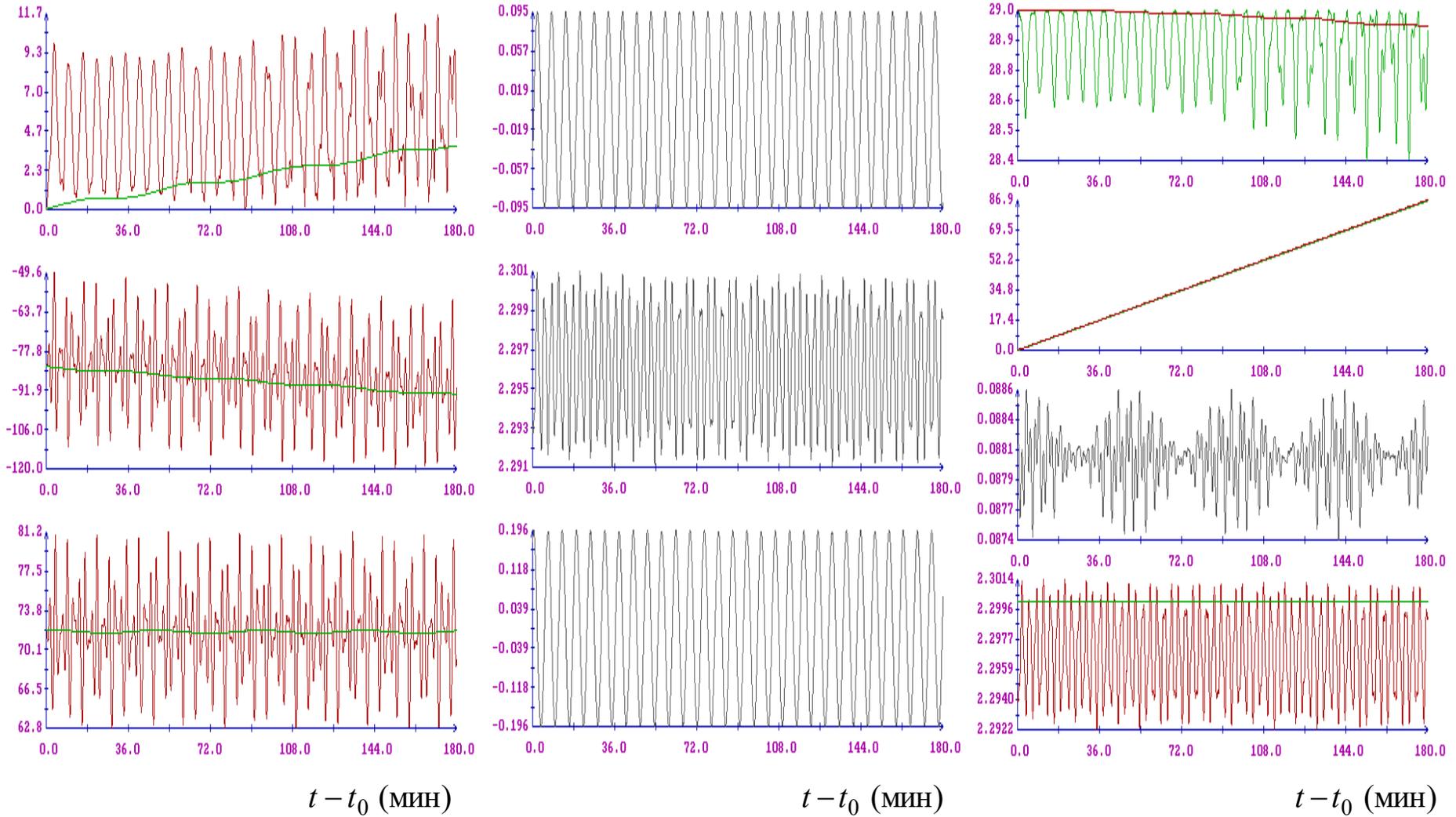


Рис. 2.34. Движение корабля *Прогресс* в режиме закрутки на Солнце, $t_0 = 17:14:14$ МСК 22.V.2018.

θ, α, ρ (°)

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ (°/с)

I (А), Q (Ач), w, Ω (°/с)

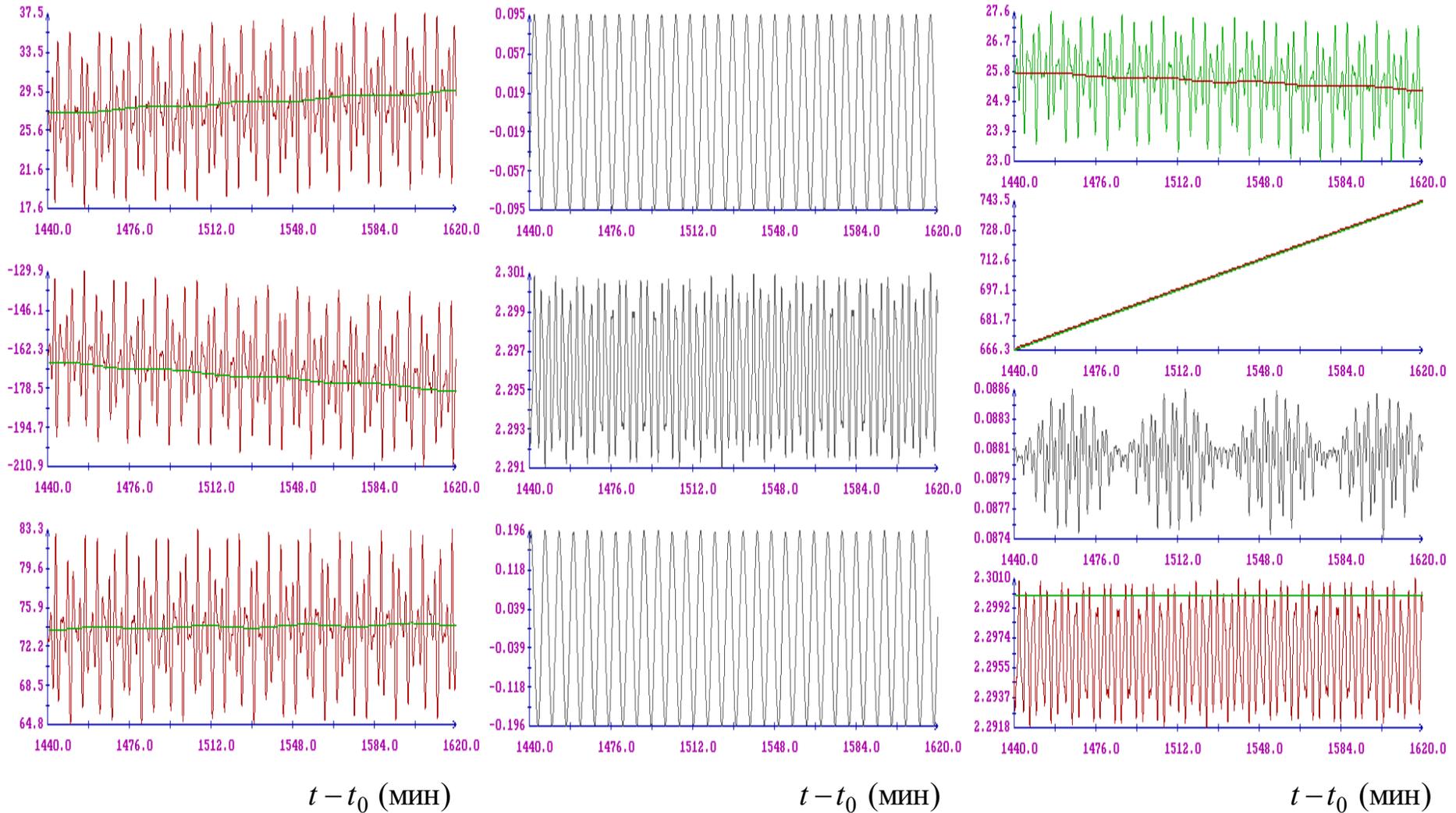


Рис. 2.35. Движение корабля *Прогресс* в режиме закрутки на Солнце, $t_0 = 17:14:14$ МСК 22.V.2018 (продолжение).

$\theta(^{\circ}), Q(\text{Ач}), \alpha, \rho(^{\circ})$

$\theta(^{\circ}), Q(\text{Ач}), \alpha, \rho(^{\circ})$

$\theta(^{\circ}), Q(\text{Ач}), \alpha, \rho(^{\circ})$

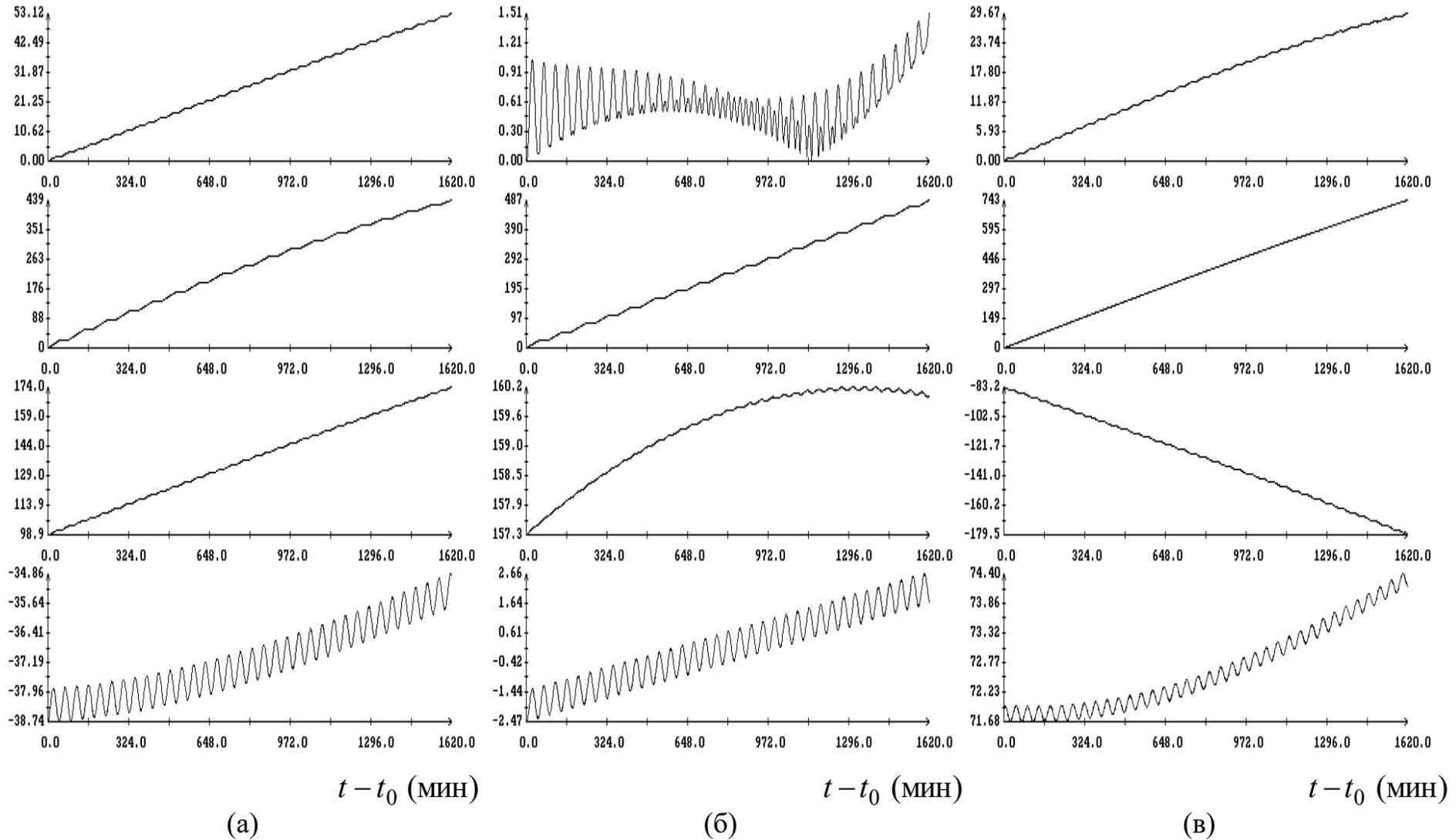


Рис. 2.36. Решения усредненной системы; (а) $t_0 = 06:14:14$ 23.IV, (б) $t_0 = 11:14:14$ 04.V, $t_0 = 17:14:14$ 22.V, время – московское, 2018 г.

Глава 3. Математическое моделирование работы системы электропитания космического аппарата

В этой главе предлагается математическая модель функционирования системы электропитания (СЭП) КА, оснащенного солнечными батареями (СБ), который совершает полет по околоземной орбите. Предлагаемая математическая модель реализована в виде программы для ЭВМ. Разработанное программное обеспечение используется как для проверки достижения расчетных проектных характеристик СБ при разработке космической техники, так и для прогноза выработки электроэнергии при управлении полетом КА. Разработанное программное обеспечение апробировано при помощи обработки данных ТМИ, полученной с РС МКС: результаты математического моделирования сравниваются с реальными значениями вырабатываемых СБ токов, которые передаются в ТМИ. Приводится адаптация математической модели и сравнение результатов моделирования с данными ТМИ. Разработанный программный комплекс использовался для прогноза выработки электроэнергии СБ многофункционального лабораторного модуля (МЛМ) «Наука» как во время автономного полета, так и после стыковки (29 июля 2021 года) к РС МКС в составе станции.

Результаты главы 3 опубликованы в [91], [93], [95], [96]. Разработан программный комплекс [97].

3.1. Модели работы солнечной батареи

В большинстве современных космических аппаратов СБ являются основным источником электроэнергии. Выработка электроэнергии СБ зависит от многих факторов. СБ состоит из элементов – фотоэлектрических преобразователей (ФЭП), каждый ФЭП представляет собой элементарный генератор тока. Электрический ток, вырабатываемый ФЭП, находящимся в условиях космического полета, можно вычислить следующим образом [37]:

$$I_{\phi} = \alpha(t)I_{\phi,0}, \text{ где } I_{\phi,0} - \text{ фототок, вырабатываемый ФЭП в идеальных}$$

условиях, при отвесном освещении Солнцем, $\alpha(t)$ – так называемая

относительная сила фототока, которая зависит от многих факторов. Ее можно представить так [37]:

$$\alpha(t) = k_{degr} \cdot k_{light} \cdot k_{dist} \cdot \cos \varphi,$$

где k_{degr} – коэффициент деградации ФЭП, деградация происходит с течением времени под влиянием факторов космического пространства [139], для промежутка времени в несколько месяцев можем считать его постоянным [54], $0 < k_{degr} < 1$, k_{light} – коэффициент освещенности ФЭП, $0 < k_{light} < 1$, k_{dist} – коэффициент интенсивности освещенности, равен отношению квадратов текущего расстояния до Солнца к среднему расстоянию, $0,96 < k_{dist} < 1,04$, φ – угол между нормалью к плоскости ФЭП и направлением на Солнце. Если угол больше 90° , то лицевая поверхность ФЭП находится в тени и сам ФЭП ток не вырабатывает.

Обычно ФЭП создает малое напряжение. Например, для ФЭП СБ служебного модуля (СМ) «Звезда» РС МКС напряжение холостого хода (при отсутствии нагрузки) – около 0,6 В. Поэтому для получения требуемых характеристик напряжения и силы тока ФЭП объединяют в так называемые элементарные генераторы [140]. В элементарных генераторах элементы соединяются последовательно, для обеспечения правильного функционирования электрической схемы добавляется блокирующий диод [141]. Принципиальная схема генератора выглядит так (Рис. 3.1):

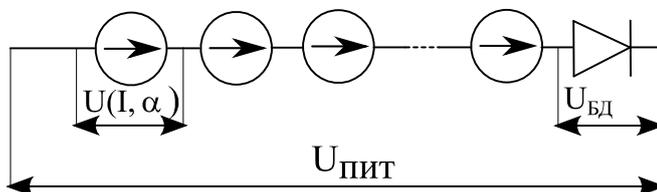


Рис. 3.1. Схема СБ

При таком подключении напряжение, задаваемое элементарным генератором, можно вычислить по следующей формуле:

$$U_{num} = \sum_{i=1}^N U_i - U_{БД}, \quad (3.1)$$

где N – количество ФЭП в цепочке.

Во время движения КА по околоземной орбите часть ФЭП элементарного генератора может частично или полностью затеняться элементами конструкции внешней поверхности КА и небесными телами, в том числе Землей, и ток, вырабатываемый генератором СБ может быть ниже номинального. Рассмотрим две модели работы генератора СБ: модель на основе решения диодного уравнения Шокли [142] и простую модель, учитывающую только площадь освещенных ФЭП и угол падения солнечных лучей на плоскость батареи. Таким образом, получим 2 модели функционирования всей СБ.

3.1.1 Модель на основе решения диодного уравнения

Эта модель была предложена М.Р. Ахмедовым в [141]. Далее будем называть ее «модель А». В этой модели мы считаем ток каждого генератора в отдельности и суммируем токи всех генераторов, получая общий ток СБ.

Считаем, что все ФЭП генератора одинаковы, имеют одни физические свойства. Сгруппируем ФЭП по степени затенения. Размер ФЭП достаточно мал, можно считать ФЭП либо полностью освещенным, либо полностью затененным. Эквивалентная схема частично освещенного генератора выглядит так (Рис. 3.2.):

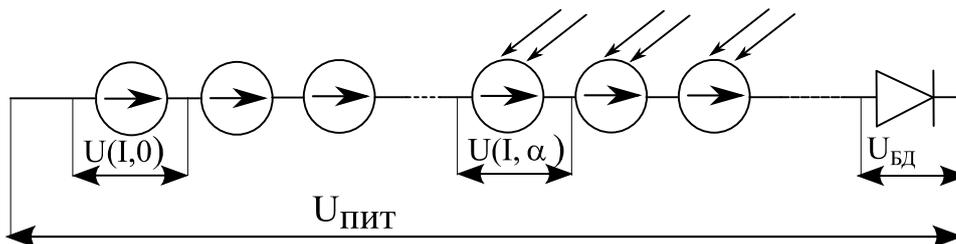


Рис 3.2. Эквивалентная схема частично освещенного генератора

Считаем, что все освещенные генераторы находятся в одинаковых условиях освещения, относительная сила фототока у них одинаковая. Тогда, можем записать:

$$n_0 U(I, 0) + n_1 U(I, \alpha) - U_{БД} = U_{ном}, \quad (3.2)$$

где n_0 – количество затененных ФЭП, n_1 – количество освещенных ФЭП, $n_0 + n_1 = N$. Можно рассматривать и ФЭП, затененные частично, в этом случае уравнение приобретает следующий вид:

$$n_0 U(I, 0) + n_1 U(I, \alpha_1) + n_2 U(I, \alpha_2) + \dots + n_k U(I, \alpha_k) - U_{БД} = U_{нм}, \quad (3.3)$$

где n_0 – количество затененных ФЭП, n_i – количество освещенных ФЭП с относительной силой фототока α_i ,

$$n_0 + n_1 + \dots + n_k = N. \quad (3.4)$$

Вольтамперная характеристика (ВАХ) $U(I, \alpha)$ зависит от электрических параметров ФЭП. Для описания ВАХ используются эквивалентная модель ФЭП (рисунок 3.3) и получаемое на ее основе уравнение, которое отражает экспоненциальную связь напряжения и тока в полупроводниковом р-п-переходе [37]. Уравнение дополняется вторым, учитывающим лавинный пробой при обратном напряжении [3]:

$$I = \alpha I_{\phi,0} - I_{об} \left[\exp \frac{q(U + IR_{\Pi})}{AkT} - 1 \right] - \frac{U + IR_{\Pi}}{R_{ш}}, \quad U + IR_{\Pi} \geq -U_{пр},$$

$$I = I_{пр}(\alpha) + I_1 \left[\exp \left(-\frac{U + IR_{\Pi} + U_{пр}}{U_1} \right) - 1 \right], \quad U + IR_{\Pi} < -U_{пр}, \quad (3.5)$$

где q – заряд электрона, $U_{пр}$ – напряжение пробоя, $I_{пр}(\alpha)$ – сила тока при напряжении пробоя, зависящая от условий освещения, параметры U_1 и I_1 определяют поведения ВАХ ФЭП в окрестности пробоя, T – температура в Кельвинах поверхности ФЭП, k – постоянная Больцмана, A – коэффициент неидеальности (диодный коэффициент), R_{Π} – сопротивление последовательное, $R_{ш}$ – сопротивление шунтирующее. Эквивалентная схема ФЭП показана на рис. 3.3.

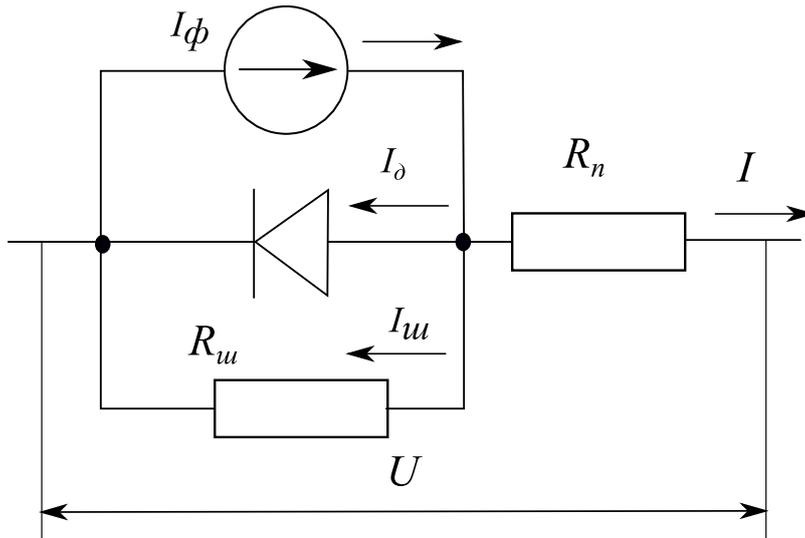


Рис. 3.3. Эквивалентная схема ФЭП

Шунтирующее сопротивление современных ФЭП очень велико, и применительно к решаемой задаче допустимо считать его бесконечным, что позволяет выразить зависимость $U(I)$ в явном виде:

$$U = -IR_n + \frac{AkT}{q} \ln \left(1 + \frac{\alpha I_{\phi,0} - I}{I_{об}} \right), \quad I < I_{np}(\alpha),$$

$$U = -(U_{np} + IR_n) - U_1 \ln \left(1 + \frac{I - I_{np}(\alpha)}{I_1} \right), \quad I \geq I_{np}(\alpha). \quad (3.6)$$

ВАХ блокирующего диода описывается аналогично:

$$I = I_{нас} \left[\exp \frac{qU_{БД}}{kT} - 1 \right], \quad U_{\delta} \geq -U_{np,\delta},$$

$$I = I_{нас} \left[\exp \frac{-qU_{np,\delta}}{kT} - 1 \right] + I_2 \ln \left(\frac{U_{БД} + U_{np,\delta}}{U_2} + 1 \right), \quad U_{\delta} < -U_{np,\delta}, \quad (3.7)$$

где $U_{БД}$ – падение напряжения на блокирующем диоде, $U_{np,\delta}$ – модуль напряжения пробоя блокирующего диода, U_2, I_2 – параметры, задающие поведение ВАХ диода в области лавинного пробоя.

Все указанные параметры в уравнениях (3.5) – (3.6) определяются экспериментально, считаем их исходными данными для математического моделирования работы СБ.

Уравнение (3.8) аналитически разрешимо относительно U_{δ} . Обозначим

$$I_{np.\delta} = I_{нас} \left[\exp \frac{-qU_{np.\delta}}{kT} - 1 \right], \text{ тогда:}$$

$$U_{БД} = \begin{cases} \frac{kT}{q} \ln \left(1 + \frac{I}{I_{нас}} \right), I \geq I_{np.\delta}, \\ U_2 \left(\exp \left\{ \frac{I - I_{np.\delta}}{I_2} \right\} - 1 \right) - U_{np.\delta}, I < I_{np.\delta}. \end{cases} \quad (3.8)$$

Формулы (3.7) в явном виде дают зависимость падения напряжения на блокирующем диоде генератора при прохождении через него электрического тока.

Считаем, что в СБ применяется стабилизация напряжения и напряжение на каждом генераторе равно $U_{ншт}$. Решаем уравнение (3.2), учитывая (3.6) и (3.8), методом дихотомии и при заданных условиях освещения находим силу тока, вырабатываемого генератором.

Для того, чтобы определить ток, вырабатываемый элементарным генератором, в каждый момент времени требуется кроме постоянных параметров ФЭП и параметров блокирующего диода знать угол падения солнечных лучей на плоскость батареи и характеристики освещенности ФЭП: сколько ФЭП в генераторе освещено полностью, сколько освещено частично (если требуется более точный расчет), сколько ФЭП полностью находятся в тени. На Рис. 3.4 приведены результаты применения указанной математической модели к моделированию работы СБ СМ РС МКС, представлены графики зависимости силы тока, вырабатываемые генератором при стабилизированном напряжении от угла падения солнечных лучей на плоскость батареи для разного набора освещенных и неосвещенных ФЭП в генераторе. Генератор состоит из 108 ФЭП. Из графика (Рис. 3.4) видно, что затенение не более 50 ФЭП не сильно снижает силы тока генератора, такое поведение связано с конструктивным резервированием мощности. С течением времени под влиянием факторов космического пространства ФЭП

деградируют, подобное резервирование позволяет повысить гарантированный срок службы СБ.

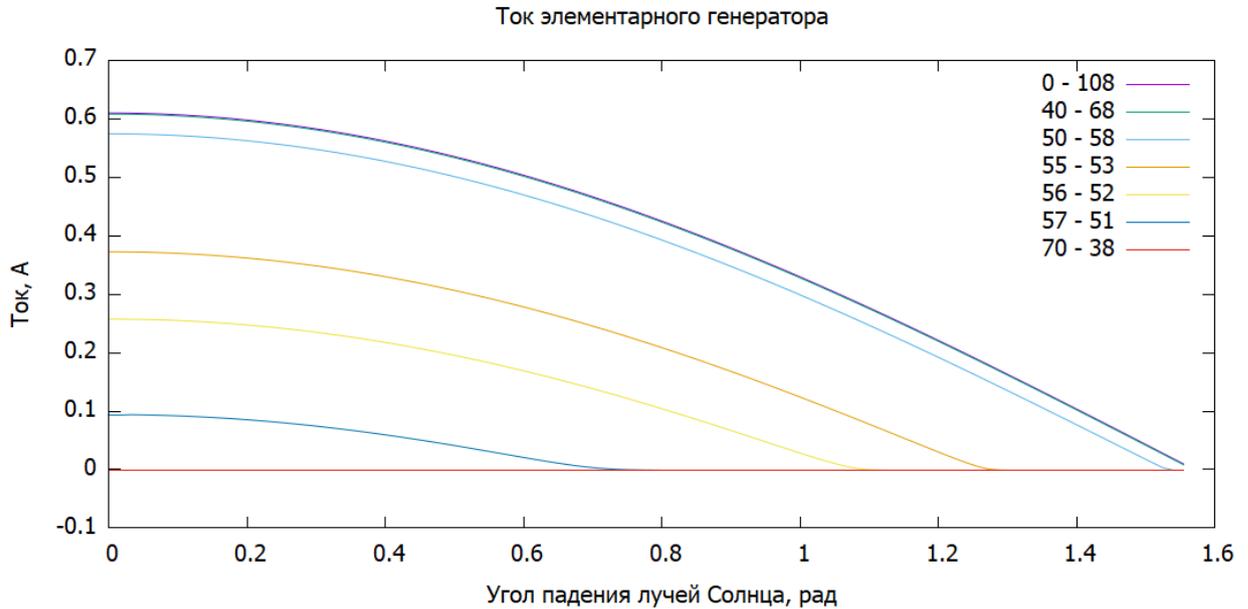


Рис 3.4. Зависимость силы тока генератора от угла падения солнечных лучей

Модель А требует на каждом шаге решения для каждого генератора СБ нелинейного уравнения (3.3) численным методом. Пусть СБ имеет N генераторов, общий ток солнечной батареи можно выразить так:

$$I = k_{сб} \sum_{k=0}^N I_k, \quad (3.9)$$

где $k_{сб}$ – коэффициент деградации СБ под действием факторов космического полета, I_k – ток, вырабатываемый k -м генератором.

3.1.2 Упрощенная модель

Наряду с моделью, предложенной М.Р. Ахмедовым, можно рассматривать тривиальную модель, учитывающую только 2 фактора: площадь освещенных участков СБ и угол падения солнечных лучей на плоскость СБ. Такой подход используется в ряде работ [143-145]. Далее будем называть ее «модель Б».

Пусть СБ КА площадью S_0 , освещается Солнцем под углом φ , площадь освещенной части СБ – S , ток, вырабатываемый СБ, можно выразить так:

$$I = k_s I_0 S \cos \varphi, \quad k_s = k_{дегр} \frac{I_0}{S_0}, \quad (3.10)$$

где I_0 – ток, вырабатываемый СБ в идеальных условиях (вся рабочая поверхность батареи освещена под прямым углом), $k_{дегр}$ – коэффициент деградации СБ под действием факторов космического полета, S_0 – площадь СБ.

3.1.3 Конструкция солнечной батареи

Современные КА используют СБ разнообразных форм, размеров и схем конструкции. Принципиально СБ можно разделить на подвижные и неподвижные. Неподвижные СБ жестко связаны с корпусом КА, форма их может быть крайне разнообразной, корпус КА может быть оклеен ФЭП и представлять собой некоторую СБ, например, КА «Гонец-М1» (рис. 3.5). Такое конструктивное решение обусловлено режимом вращательного движения аппарата, который стабилизирован вращением вокруг продольной оси и использует гравитационный момент для направления КА на Землю.



Рис. 3.5. КА «Гонец-М1»

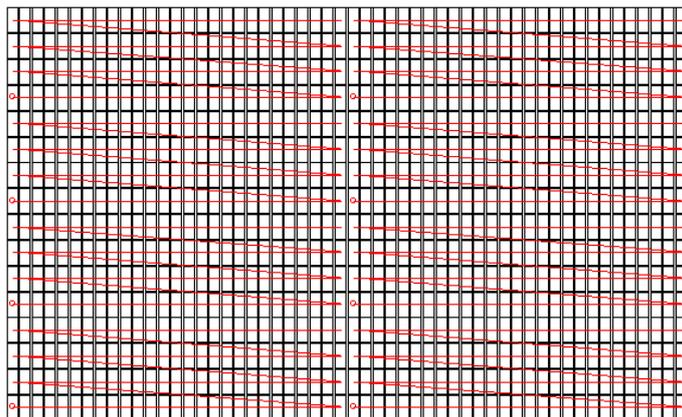
Для обеспечения большей выработки электроэнергии используют подвижные СБ, которые ориентируются на Солнце. Такое решение применяется, например, на долговременных орбитальных станциях, подобная система установлена и на СМ РС МКС. СБ представляют собой

геометрическую структуру, собранную из ФЭП, лежащих в одной или нескольких параллельных плоскостях. ФЭП объединены в генераторы, генераторы – в солнечные панели. Каждая панель подключается к регулятору тока, СЭП КА может иметь несколько таких регуляторов. На рис 3.6 в качестве примера приведена структура СБ СМ РС МКС, на рис. 3.6а) показано разбиение СБ на солнечные панели, которые подключены к разным регуляторам тока (обозначено цветом).

Для увеличения выработки электроэнергии СБ ориентируют таким образом, чтобы нормаль плоскости СБ составляла бы минимальный угол с направлением на Солнце. СБ могут вращаться вокруг одной (функционально-грузовой блок (ФГБ) «Заря», СМ «Звезда», малый лабораторный модуль (МЛМ)) или нескольких осей (СБ АС МКС, НЭМ).



а) Солнечные панели СБ СМ РС МКС



б) Структура солнечной панели, соединение ФЭП в генераторы

Рис. 3.6. Структура СБ

3.2. Задание физических и геометрических характеристик солнечной батареи

Для математического моделирования работы СБ необходимо задать исходные данные. К таким данным относятся: физические свойства компонентов (ФЭП, блокирующих диодов), электрическая схема соединения компонентов СБ и геометрическая модель ее поверхности.

Для задания характеристик СБ был разработан специальный язык программирования, позволяющий полностью описать все характеристики СБ и задать правила их движения. Был разработан транслятор с данного языка, который является частью программных комплексов [97-99].

ФЭП имеют прямоугольную форму, для геометрического описания требуется задать его ширину и высоту. Также необходимо задать все параметры уравнений (3.5) – (3.8). Расположение ФЭП на солнечных панелях описывается с помощью набора арифметических прогрессий. Схема подключения ФЭП в элементарные генераторы описывается указанием элементов прогрессий ФЭП в порядке их подключения. Консоли СБ описываются набором солнечных панелей различных типов с учетом возможных поворотов и симметрий. Для консолей СБ указывается тип консоли, повороты и симметрии, точки привязки к геометрической модели внешней поверхности КА, ось вращения и шаг поворота.

3.3. Математическое моделирование работы системы электропитания космического аппарата

Как было описано выше, ток, вырабатываемый СБ КА, совершающего космический полет, существенно зависит от условий освещения СБ Солнцем: угла падения солнечных лучей на плоскость СБ и затенения ФЭП СБ элементами конструкции КА и небесными телами. Параметры освещенности могут быстро меняться в ходе движения КА по орбите, в то время как конструктивные параметры СБ остаются неизменными – параметры, задающие деградацию ФЭП под действием факторов космического пространства, меняются медленно, и при изучении работы СБ на временных интервалах длительностью до месяца [54] можем считать их постоянными.

Например, КА, совершающий полет по низкой околоземной орбите, делает виток вокруг Земли за ~90 минут, часть этого времени КА находится в тени Земли (СБ не освещаются), при заходе на неосвещенный участок орбиты и выходе из него СБ затеняются Землей и элементами конструкции КА, при движении по освещенному участку орбиты СБ могут затеняться только элементами конструкции КА. В случае движения по околоземной орбите затенение другими небесными телами (например Луной) носит непродолжительный характер, затенением от этих небесных тел можем пренебречь. Таким образом, при моделировании работы СБ КА, совершающего космический полет, существенной является задача определения условий освещенности поверхности СБ [145].

Для определения освещенности СБ используем геометрическую модель внешней поверхности КА, подход к созданию такой модели изложен в главе 1. Для определения направления на Солнце в связанной системе координат КА требуется в каждый момент времени моделирования работы СБ знать положение центра масс КА в пространстве относительно Земли и других небесных тел и его ориентацию относительно какой-нибудь системы координат (орбитальной, геоцентрической вращающейся или неподвижной). Таким образом, при моделировании работы СБ требуется знать траекторию движения КА и его движение относительно центра масс. Моделирование работы СБ производится для набора моментов времени. Для каждого момента времени процесс проходит независимо и состоит из следующих шагов:

1. Определение положения КА в пространстве.
2. Определение ориентации КА относительно инерциальной системы координат (ИСК), используется J2000.
3. Вычисление направления на Солнце и положения небесных тел, которые могут отбрасывать тень на КА.
4. Проверка затенения СБ КА небесными телами. Если КА полностью затенен, то считаем, что в данный момент времени СБ КА электричество не вырабатывают.

5. Задание точной модели внешней поверхности КА с учетом выставления положения подвижных элементов.
6. Проверка затенения СБ КА элементами конструкции внешней поверхности.
7. Отыскание токов всех генераторов СБ КА и общего тока СБ.

Определение орбитального движения КА производим при помощи математической модели, используется модель SGP4 [146] или решение системы уравнений движения в околоземном пространстве [58], [147], (Глава 2, 2.9).

При определении ориентации КА относительно ИСК необходимо учитывать режим движения КА относительно центра масс. Предлагаемые методы и алгоритмы разрабатывались в предположении, что ориентацию КА относительно ИСК можно определить в любой момент времени из интервала моделирования.

Для вычисления положения небесных тел и направления на Солнце можно воспользоваться стандартными процедурами, например, описанными в [131].

Поиск освещенных ФЭП СБ КА осуществляется методом [93], использующим трассировку лучей [148]. Проверка затенения СБ КА проводится в два этапа. Первоначально проверяем, находится ли весь КА в тени от небесных тел или могут быть части внешней поверхности, освещаемые Солнцем. Для этого из вершины параллелепипеда, содержащего поверхность КА, испускаем лучи в направлении на Солнце. Считаем, если все вершины параллелепипеда затеняются небесными телами, значит КА находится в тени и СБ электрический ток не вырабатывают. В противном случае, если хотя бы одна вершина параллелепипеда освещается, то считаем, что КА находится на освещенном участке орбиты и СБ могут освещаться Солнцем, поэтому требуется проверка всех частей СБ. При этом, если все вершины параллелепипеда освещены, то при анализе затенения ФЭП не требуется

проверять пересечение с небесными телами, в противном случае это необходимо.

В случае, если СБ КА могут освещаться Солнцем, проводится анализ освещенности ФЭП всех генераторов всех солнечных панелей. Для этого из центра проверяемого ФЭП испускается луч в направлении на Солнце и проверяется его пересечение с примитивами модели внешней поверхности (а в случае необходимости – и с небесными телами). При отсутствии пересечений ФЭП считается освещенным. Предлагаемый подход к математическому моделированию работы СБ КА позволяет учитывать и частичное затенение каждого ФЭП – кроме состояния «освещен» и «затенен» добавляются состояния, которые отвечают проценту затенения. Для этого сеткой делим поверхность ФЭП на wh прямоугольников одного размера (h строк и w столбцов), для каждой ячейки сетки независимо проверяем освещенность и считаем процент освещенной поверхности ФЭП.

После определения освещенности ФЭП СБ КА и угла падения солнечных лучей на плоскости батареи, вычисляется значение вырабатываемого тока при помощи модели А или модели Б.

На блок-схеме 3.1. представлена блок-схема работы алгоритма расчета модельного значения электрического тока, вырабатываемого СБ КА, в заданный момент времени.

Проведем сравнение результатов математического моделирования в зависимости от размера сетки деления ФЭП для более точного определения освещенности его поверхности, проведем математическое моделирование для СБ СМ на трехчасовом интервале 00:00 – 03:00 01.01.2018, возьмем сетку в четырех размерах 1x1, 2x2, 4x4, 8x8. На Рис. 3.7.1-3.7.4 приведены графики выработки электроэнергии, полученные при помощи моделей А и Б, а также графики разностей 1x1 - 8x8, 2x2 - 8x8, 4x4 – 8x8.

Приведенные значения моделей не калиброваны, то есть модель А показывает проектный ток СБ, модель Б дает значения площади ортогональной проекции освещенной части СБ на плоскость,

перпендикулярную направлению на Солнце, значения коэффициента деградации ($k_{деп}$) и идеального тока СБ (I_0) из формулы 3.10 принимаем равными 1.

Приведенные результаты сравнения показывают, что уточнение параметров освещенности каждого ФЭП (учет освещенности его части) дает вклад не более 0,2% для модели Б. Для модели А присутствуют всплески до 2% на участке выхода из тени и полного затенения поверхности батареи элементами конструкции внешней поверхности МКС. Протяженность этого участка крайне мала, колебания не вносят существенную погрешность в расчет выработки электроэнергии СБ СМ РС МКС, поэтому далее для ускорения расчетов не будем использовать расчет частичной освещенности ФЭП, так как скорость расчета пропорциональна количеству точек, освещенность которых нужно определить.

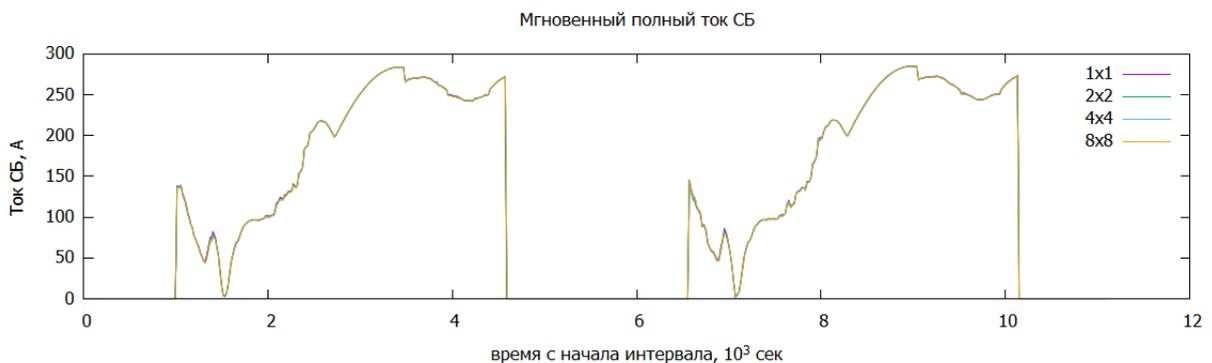


Рис. 3.7.1 Модельные значения мгновенного тока СБ на интервале 00:00 – 03:00 01.01.2018 (сетки 1x1, 2x2, 4x4, 8x8).

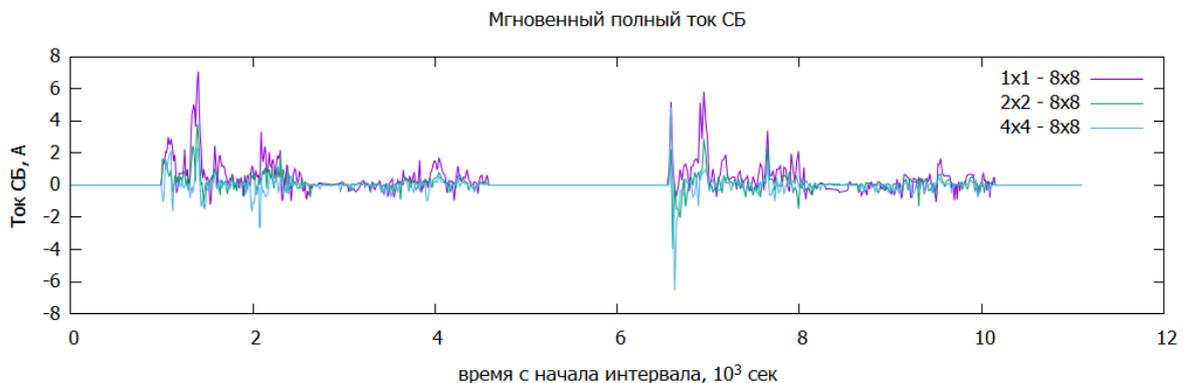


Рис. 3.7.2 Разность модельных значений мгновенного тока СБ на интервале 00:00 – 03:00 01.01.2018 между сетками 1x1, 2x2, 4x4 и 8x8.

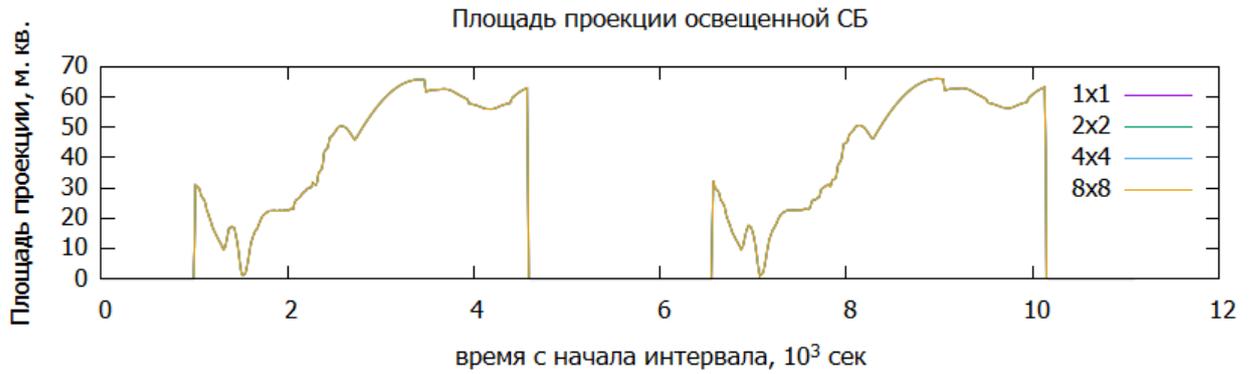


Рис. 3.7.3 Значение проекции площади освещенной части СБ на интервале 00:00 – 03:00 01.01.2018 (сетки 1x1, 2x2, 4x4, 8x8).

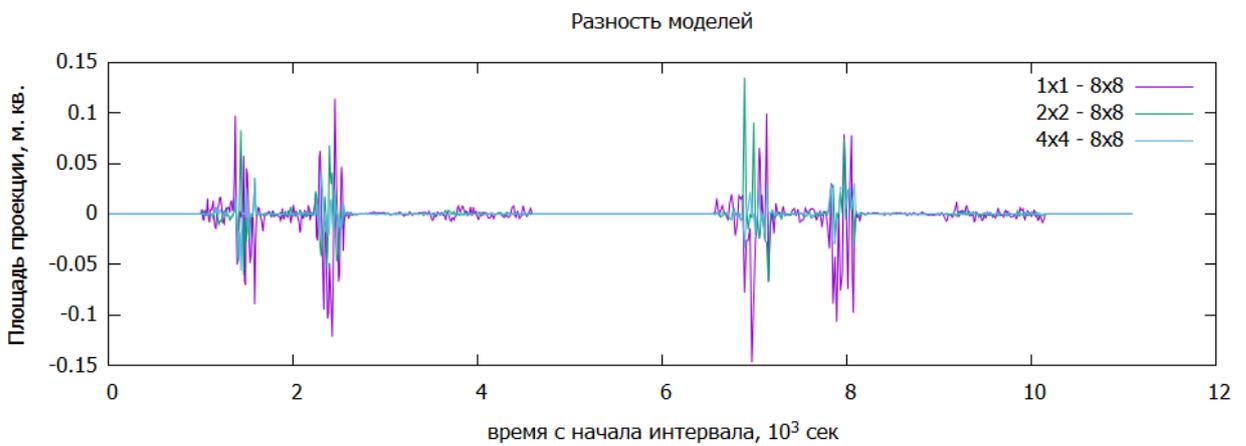


Рис. 3.7.4 Разность значений площади освещенной части СБ на интервале 00:00 – 03:00 01.01.2018 (сетки 1x1, 2x2, 4x4, 8x8).



Блок-схема. 3.1. Алгоритм расчета электрического тока СБ КА

Предлагаемый подход и алгоритмы математического моделирования работы СБ КА были реализованы в виде программного комплекса, который был использован при разработке НЭМ МКС [149] для оценки достаточности и эффективности проектных решений. Программный комплекс прошел верификацию в ПАО «РКК Энергия» имени С.П. Королева при анализе работы СБ СМ РС МКС [150] и признан годным для решения задач проектирования космической техники и ее эксплуатации.

Ниже в качестве примера приводятся результаты математического моделирования работы СБ СМ РС МКС.

СБ СМ РС МКС состоит из двух консолей, которые направлены по направлению $+Z$ и $-Z$ в связанной системе координат (ССК) РС МКС (Рис 3.8). Консоли СБ могут вращаться независимо друг от друга вокруг оси Z с шагом в $22,5$ градуса. В каждый момент времени угол поворота консолей выбирается таким образом, чтобы угол между нормалью консоли СБ и направлением на Солнце был бы минимальным.

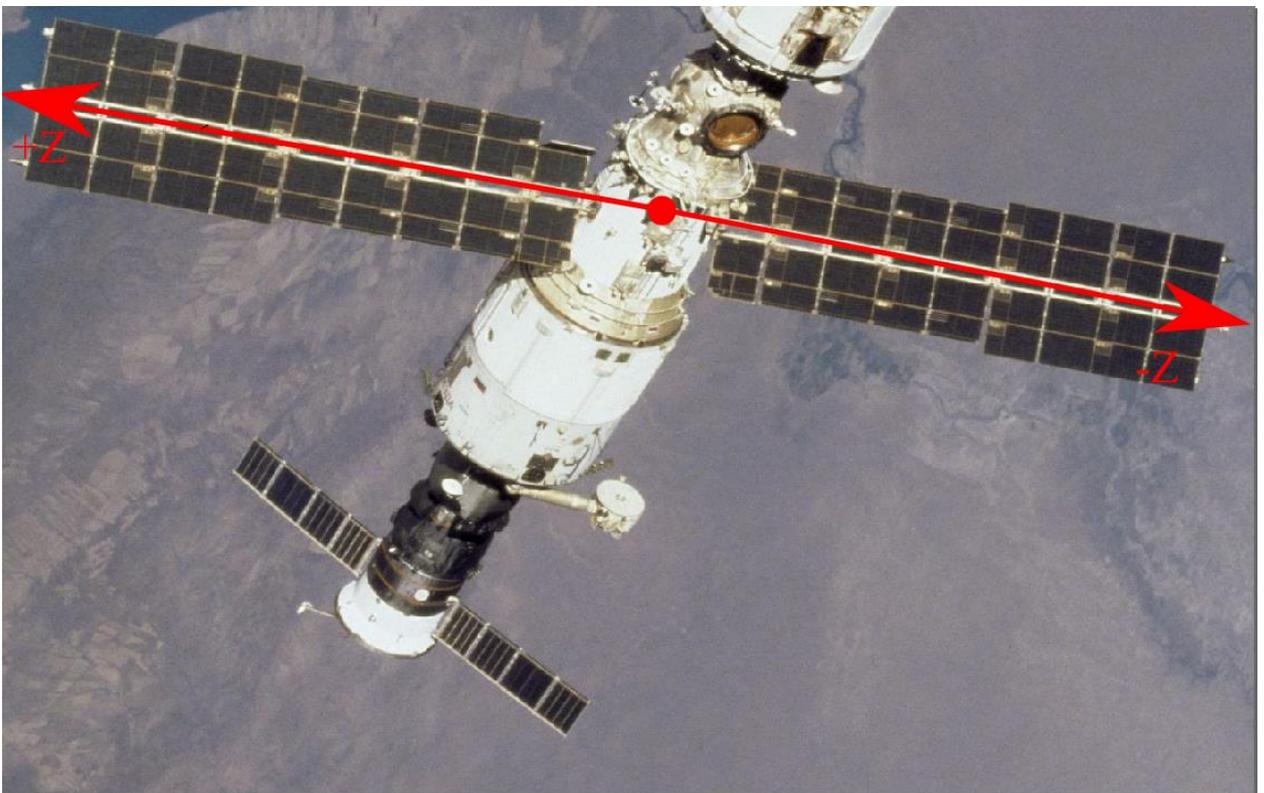


Рис. 3.8. СБ СМ РС МКС

На освещенность консолей СБ СМ оказывает активное влияние ориентация МКС, положение подвижных элементов американского сегмента (АС), текущий состав станции – пристыкованные грузовые и транспортные космические корабли. Всю информацию о текущем состоянии МКС можно получить из базы данных (БД) Главной оперативной группы управления (ГОГУ).

На рис. 3.9 приведены результаты математического моделирования выработки электрического тока СБ РС МКС на временном интервале 23:57 14.04.2020 – 09:15 15.04.2020. На этом участке моделирования МКС совершала пассивный полет, динамических операций не производилось.

Траекторию орбитального полета рассчитываем, используя вектор-состояние на момент времени начала расчета, модель движения учитывает нецетральность гравитационного поля Земли, атмосферное торможение, влияние Солнца и Луны [58] (Глава 2, 2.9). Для вычисления вектора силы тяжести используется модель гравитационного поля EGM96 [151]. Атмосферное торможение вычисляется в предположении, что молекулы газа испытывают с поверхностью МКС абсолютно неупругий удар [152], плотность атмосферы вычисляется по ГОСТ [129].

При моделировании выработки электрического точка режим поддержания ориентации МКС задается кватернионом рассогласования ССК РС относительно ОСК, положения подвижных элементов АС МКС задаются с точностью в 1 градус.

Положение СБ СМ можно задавать, используя данные, полученные путем обработки поступившей ТМИ СМ, в случае отсутствия таких данных или при прогнозе выработки электроэнергии для будущих периодов положение СБ выбирается из 16 возможных фиксированных положений таким образом, чтобы угол между нормалью к плоскости СБ и направлением на Солнце был минимальным. Моделирование проводится с шагом в 10 с, для вычисления силы вырабатываемого тока используются обе математические модели А и Б. На рис. 3.10 изображен график силы вырабатываемого

электрического тока на участке первого моделируемого витка. Видно, что обе модели при правильном подборе параметров дают практически идентичные результаты, максимальная величина относительного отклонения модели Б от модели А не превосходит 4%. Такое совпадение двух моделей обусловлено конструкцией СБ СМ (3.11).

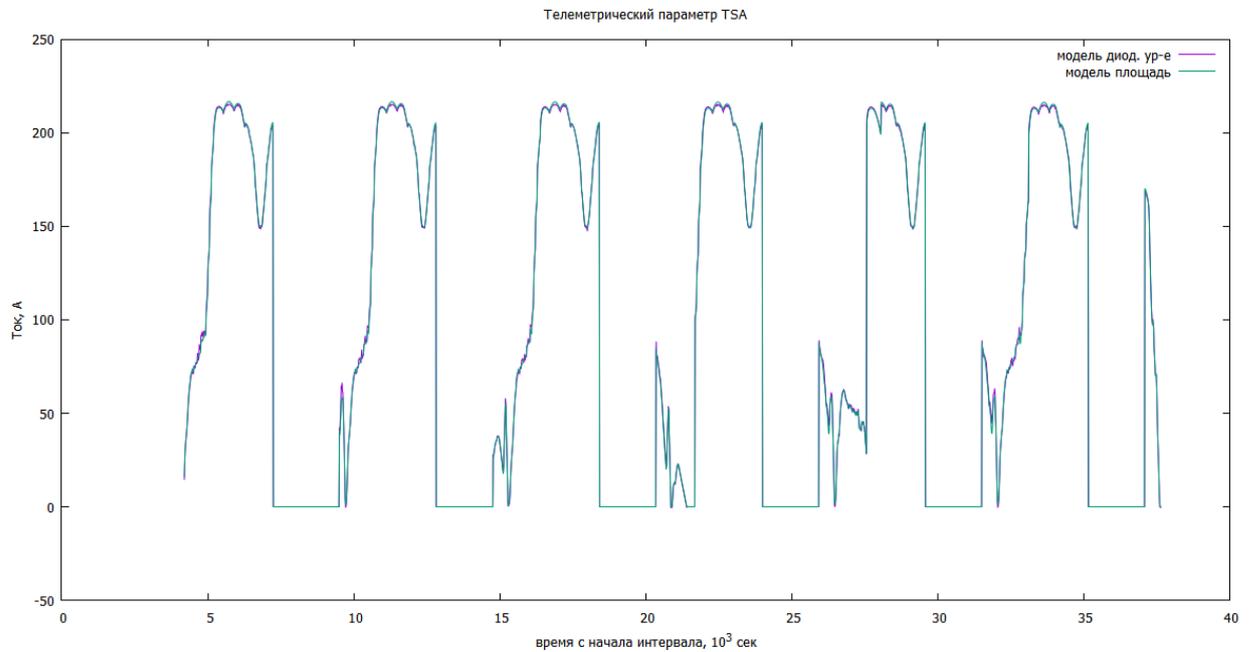


Рис. 3.9. Результаты математического моделирования СБ СМ 23:57 14.04.2020 – 09:15 15.04.2020

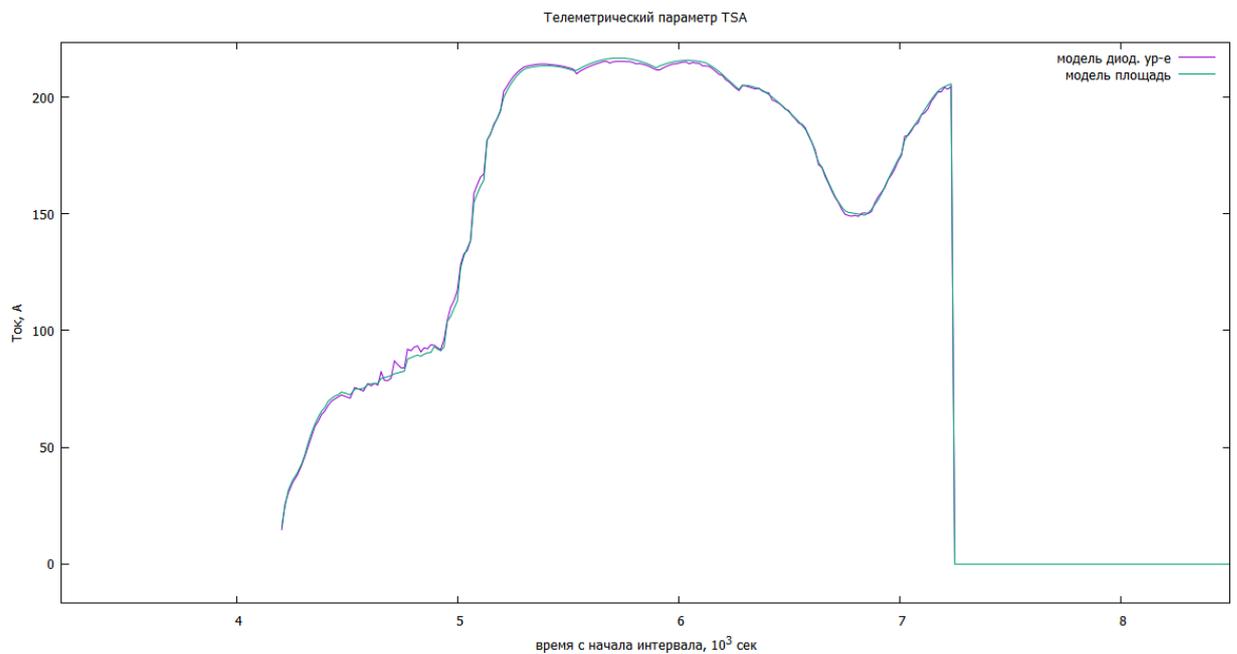


Рис. 3.10. Результаты математического моделирования СБ СМ 23:57 14.04.2020 – 01:30 15.04.2020

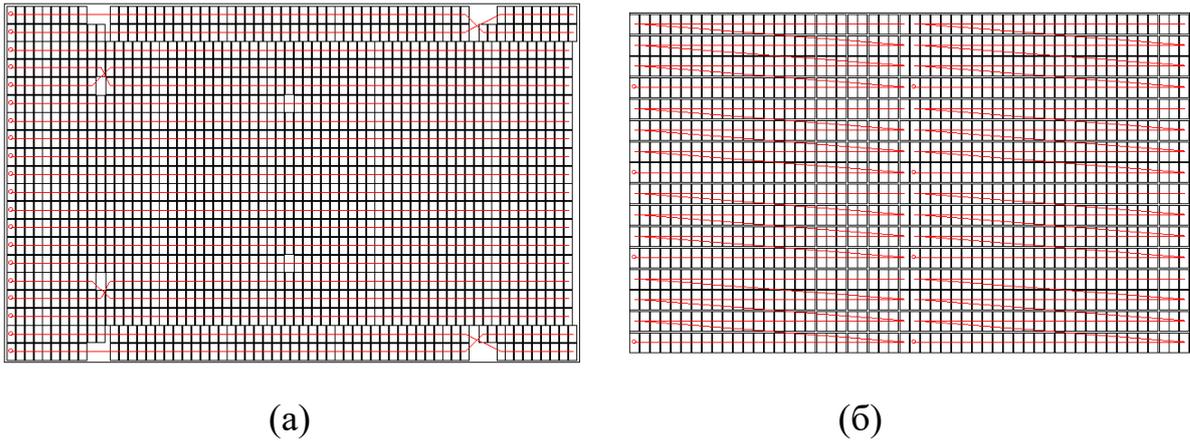


Рис. 3.11. Солнечная панель СБ НЭМ(а) и солнечная панель СБ СМ(б).

На солнечных панелях СМ генераторы скомпонованы в 4 ряда по 27 ФЭП в каждом. На солнечных панелях НЭМ компоновка несколько другая, ФЭП генератора собраны в 1 протяженный ряд (Рис. 3.11а). При такой компоновке затенение 20% поверхности СБ может привести к ее полному отключению, если вертикальная тень накроет несколько ФЭП в каждом ряду.

На рис. 3.13 приведены графики модельных значений выработки электрического тока СБ НЭМ, полученные при помощи моделей А и Б. Моделирование проводилось по модели внешней поверхности МКС с интегрированной моделью НЭМ, предоставленной проектантами ПАО РКК «Энергия» им. С.П. Королева. Эта модель используется в комплексе программ [97]. Положение подвижных элементов выбиралось с учетом направления на Солнце так, чтобы нормали к СБ имели наименьший угол с направлением на Солнце, а нормали панелей радиаторов АС МКС имели бы угол как можно более близкий к 90° . Такой выбор положения подвижных элементов позволяет максимизировать выработку электрического тока и сброс тепла при помощи радиаторов и является одним из возможных режимов полета.

Результаты моделирования показывают, что относительное отклонение модели Б от модели А может достигать 25%. Такая разница достигается в случае частичного затенения поверхности СБ элементами конструкции внешней поверхности станции.

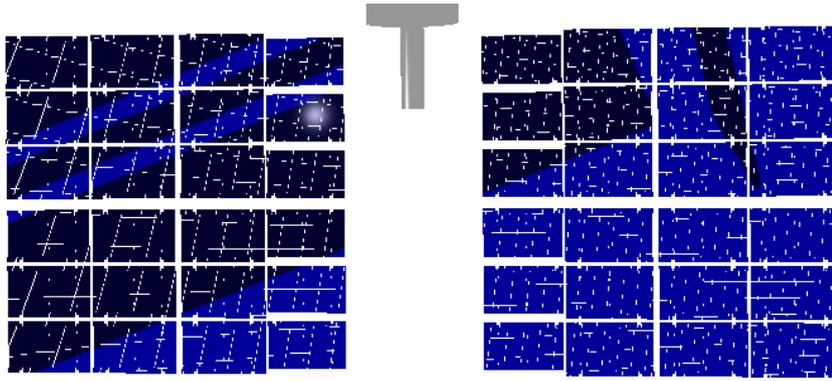


Рис 3.12 Частично затененные СБ НЭМ

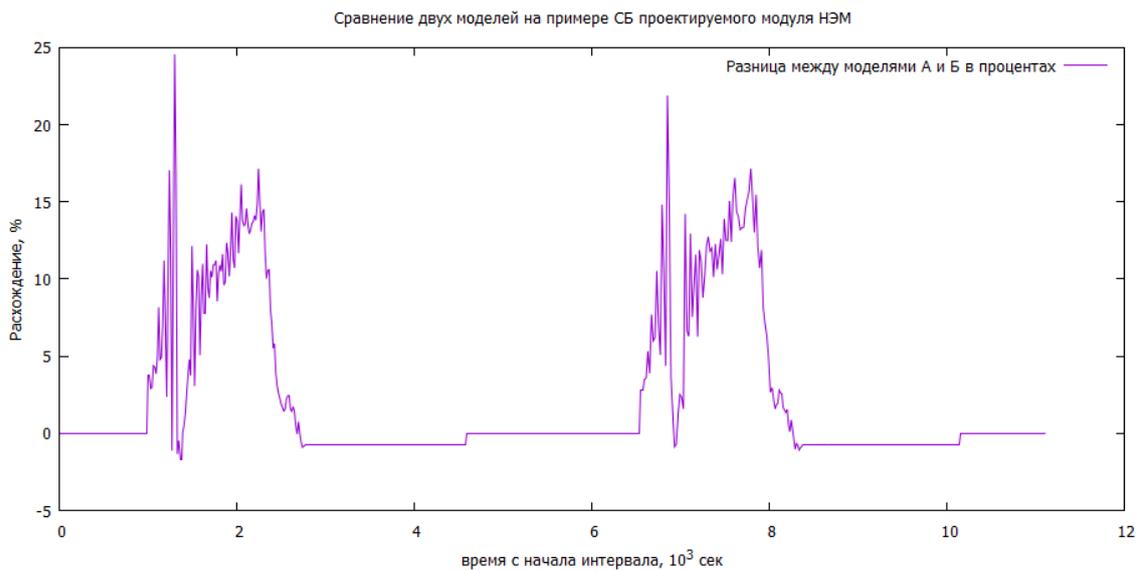
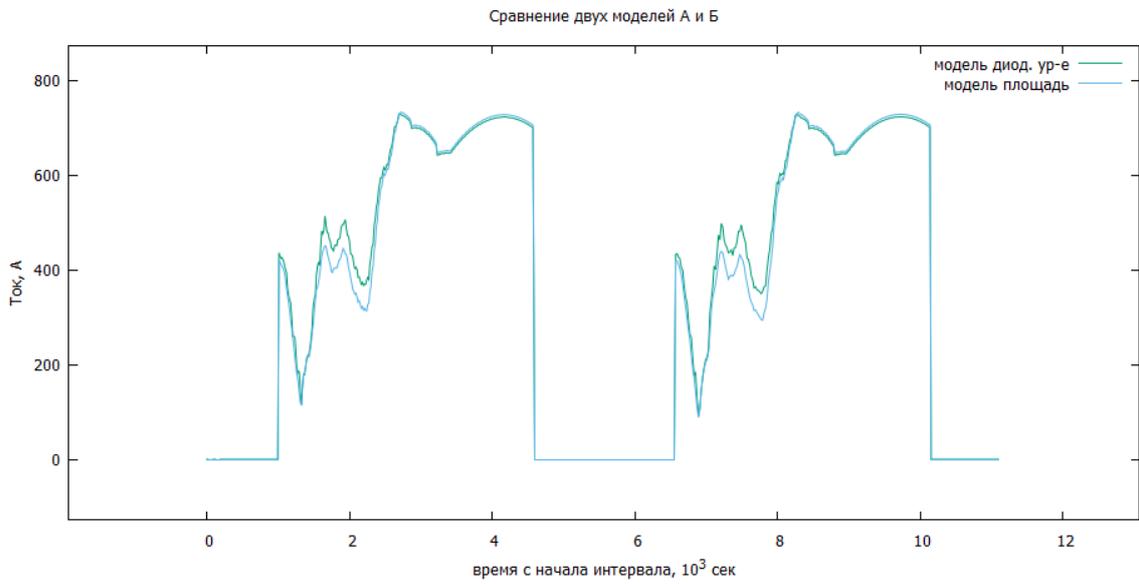


Рис 3.13 Сравнение моделей А и Б выработки электрического тока СБ НЭМ (модельные данные 0:00 – 03:00 01.01.2018).

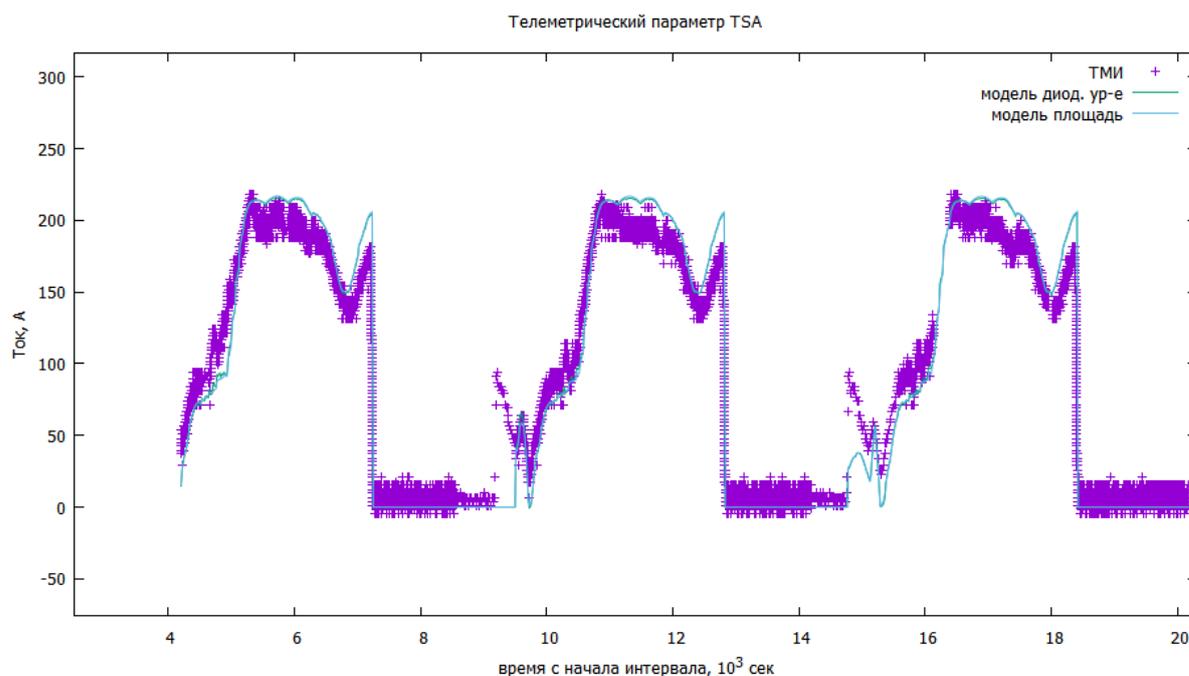


Рис. 3.14. Результаты математического моделирования СБ СМ 23:57 14.04.2020 – 01:30 15.04.2020 и поступившая ТМИ (параметр TSA)

На рис 3.14 вместе с модельными данными приводятся данные поступившей ТМИ, параметр TSA [153]. TSA – телеметрический параметр мгновенного суммарного тока на всех регуляторах тока СБ СМ. Из графика видно, что обе математические модели очень хорошо аппроксимируют данные, полученные при обработке ТМИ СМ РС МКС.

3.4. Обработка данных телеметрической информации Российского сегмента Международной космической станции

Проверку адекватности математической модели работы СБ КА проведем путем аппроксимации измерений мгновенной силы тока СБ и суммарной выработки, получаемых при обработке поступающей с борта КА ТМИ. В качестве объекта анализа берем СМ РС МКС. Временные интервалы, на которых производится аппроксимация данных и количество измерений параметров на этих интервалах представлены в таблице 3.1 (Время ДМВ (UTC+3)).

№	Название	Начало интервала	Конец интервала	Количество Измерений
1	12.2019	14.12.2019 23:00	20.12.2020 22:45	9 825 309
2	01.2020	14.1.2020 23:25	20.1.2020 23:17	10 428 959
3	02.2020	14.2.2020 23:55	20.2.2020 23:49	10 207 619

4	03.2020	14.3.2020 23:10	20.3.2020 23:05	10 648 185
5	04.2020	14.4.2020 22:47	20.4.2020 11:47	9 805 871
6	05.2020	12.5.2020 23:54	19.5.2020 08:47	10 483 914
7	06.2020	14.6.2020 22:53	20.6.2020 22:43	10 444 976
8	07.2020	11.7.2020 23:33	18.7.2020 10:13	10 9837 17
9	08.2020	14.8.2020 21:43	21.8.2020 03:53	10 203 827
10	09.2020	14.9.2020 23:59	20.9.2020 22:29	9 899 802
11	10.2020	15.10.2020 01:32	20.10.2020 22:22	10 133 680
12	11.2020	15.11.2020 00:41	17.11.2020 23:59	5 601 013

Таблица. 3.1. Интервалы анализируемой ТМИ

3.4.1. Метод аппроксимации телеметрических параметров Служебного модуля «Звезда»

Анализируемые в настоящей работе данные ТМИ СЭП СМ РС МКС представлены 31 параметром, назначение параметров, диапазон измерений и шаг дискретизации указаны в таблице 3.2 [153].

№	Название параметра или группы параметров	Описание параметра	Диапазон значений	Шаг дискретизации
1	ТСА	Ток СБ суммарный борт А до регулятора тока	0 ÷ 600 А	2,55 А
2	ТСБ	Ток СБ суммарный борт Б до регулятора тока	0 ÷ 600 А	2,55 А
3-14	1СБ1 – 12СБ1	Ток СБ генератора 1 - 12 до регулятора тока	0 ÷ 25 А	0,255 А
15-26	1РТ1 – 12РТ1	Ток на регуляторе тока 1 – 12	0 ÷ 25 А	0,255 А
27	ТПИ1	Суммарный ток потребления борт А	0 ÷ 600 А	2,55 А
28	ТПИ2	Суммарный ток потребления борт Б	0 ÷ 600 А	2,55 А
29	УПСZS	Положение Солнца в относительно датчика СОСБ	1-16	1
30	УПБ2S	Положение консоли СБ2 (направление +Z)	1-16	1
31	УПБ4S	Положение консоли СБ4 (направление -Z)	1-16	1

32	ИТ1	Количество электричества, выработанное СБ	0-3600 А·ч	15,3 А·ч
33	ИТ2	Количество электричества, выработанное СБ	0-1800 А·ч	7,65 А·ч
34	ИТ3	Количество электричества, выработанное СБ	0-900 А·ч	3,825 А·ч

Таблица 3.2. ТМИ параметры СЭП СМ РС МКС

Значения параметров ТСА и ТСБ присутствуют в каждом измерении, параметры по регуляторам тока – не чаще, чем 1 раз в 12 измерений.

Формирование ТМ параметров 1-34 производится телеметрической системой БИТС 2-12, установленной на СМ РС МКС [154]. Оцифрованный параметр может принимать 245 возможных значений, закон преобразования из номера значения в измеренную физическую величину определяется так называемыми тарифовочными характеристиками – точными значениями ТМ параметра при выбранных значениях цифрового образа параметра, между указанными значениями используется линейная интерполяция [153].

Разработанная математическая модель позволяет вычислять максимальную силу тока, вырабатываемого всей СБ или ее частью при полной нагрузке и не учитывает регулирование, связанное с оптимизацией нагрузки. Поэтому для аппроксимации данных при помощи разработанной математической модели целесообразно использовать для ТМ параметры ТСА, ТСБ, 1СБ – 12СБ1. При помощи математической модели будем вычислять значения мгновенных токов всей батареи и входящих в ее состав генераторов, что соответствует выбранным ТМ параметрам.

Модели А и Б имеют 1 параметр – масштабный коэффициент, поступающая ТМИ привязана ко времени бортовой центральной вычислительной машины (БЦВМ), но известно, что с момента регистрации значения силы тока на регуляторе проходит некоторое время до регистрации значения соответствующего параметра в телеметрической системе. Кроме того, собственные часы БЦВМ отстают, и 1 раз в сутки время БЦВМ

синхронизируется с ДМВ. Для компенсации отставания часов введем еще один параметр модели – сдвиг по времени.

Аппроксимацию измерений будем проводить независимо по каждому из параметров. Токи, вырабатываемые каждым генератором в сумме должны давать полный ток СБ, при математическом моделировании это достигается, но для ТМ параметров это выполняется не всегда. Параметр ТСА (ТСБ) не совпадает с суммой параметров 1СБ1 – 12СБ1. На рис 3.15 изображены график параметра ТСА, суммы 1СБ1 – 12СБ1 и тока потребления ТПИ1. Такое несовпадение обусловлено ошибками приборов измерения силы тока и ошибкой, возникающей при дискретизации значений во время формирования ТМ-параметров, шаг дискретизации указан в таблице 3.2.

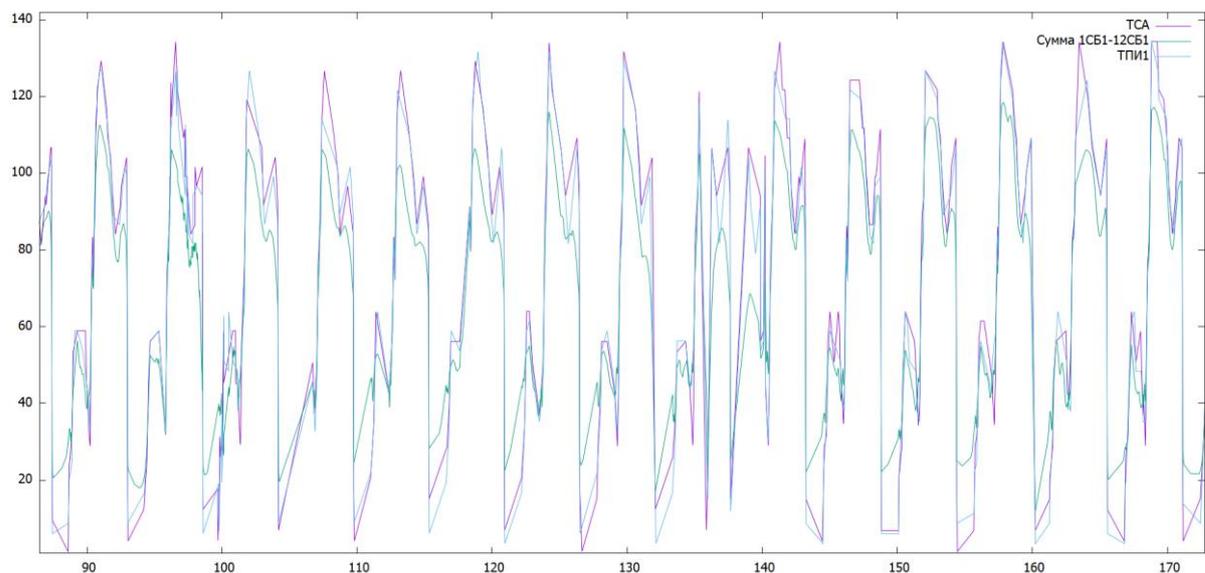


Рис. 3.15. Значения ТМИ параметра ТСА, суммы 1СБ1 – 12СБ1 и ТПИ1 на интервале 16.02.2020 0:00-23:59

Далее рассмотрим методику аппроксимации одного ТМИ параметра при помощи описываемой математической модели. Положение подвижных элементов АС, сведения о пристыкованных КА берем из БД ГОГУ, положение СБ СМ получаем из анализа полученной ТМИ информации (параметры УПБ2S, УПБ4S) или выбираем из соображения оптимального угла между СБ и направлением на Солнце. Углы поворотов подвижных элементов АС задается с шагом 60 с, при моделировании углы поворотов считаем кусочно-постоянными.

Проводим математическое моделирование силы тока СБ СМ для всех моментов времени, в которые меняется конфигурация внешней поверхности станции, но не реже, чем 1 раз в 30 секунд. Путем экспериментов установлено, что уменьшение шага моделирования по времени не приводит к улучшению точности аппроксимации. Между точками моделирования восполняем значения моделируемого параметра при помощи линейной интерполяции. Такой выбор сетки моделирования позволяет учесть все изменения внешней поверхности МКС. При моделировании вычисляются значения тока на каждом регуляторе, сумма всех токов регуляторов дает модельный ток всей батареи. Пусть полученная математическая модель аппроксимируемого параметра представляет собой кусочно-линейную функцию времени $I_m(t)$.

Значения тока, получаемые при помощи математической модели, соответствуют заводским параметрам СБ и при вычислении учитывается только прямое излучение от Солнца. При эксплуатации СБ с течением времени под действием факторов космического полета деградируют, мощность, вырабатываемая ими, снижается. Для учета деградации СБ и возможного попадания на СБ непрямого излучения от Солнца введем параметр модели α (масштабный коэффициент). Для учета временного сдвига введем параметр модели τ . Таким образом, математическая модель аппроксимируемого ТМ-параметра зависит от масштабирующего коэффициента и величины сдвига по времени. Представим в виде вектора параметров $\gamma = (\alpha, \tau)$. Обозначим за $\psi(t_i, \gamma)$ – моделируемое значение в момент времени t_i аппроксимируемого параметра, $\varphi(t_i)$ - значение этого параметра, полученное при обработке ТМИ, тогда:

$$\psi(t_i, \gamma) = \alpha I_m(t + \tau). \quad (3.11)$$

На борту КА при оцифровке параметров возникают ошибки, вызванные наводками в бортовых сетях, нестабильностью самого измерительного прибора и другими факторами, например, образованием статического заряда на поверхности СБ и разряда через окружающую его атмосферу.

Поступающие значения ТМ параметра постоянно колеблются между соседними дискретными значениями (рис. 3.16).

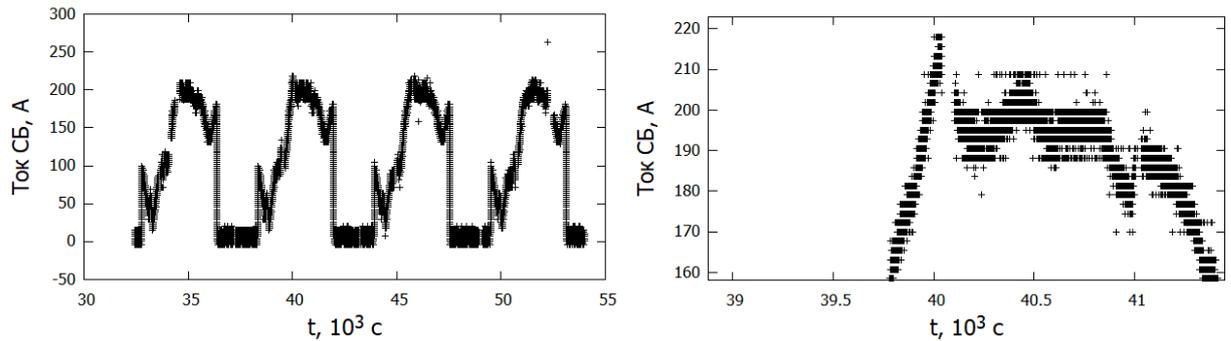


Рис. 3.16. Исходные значения ТМ-параметра ТСА (интервал 04.2020)

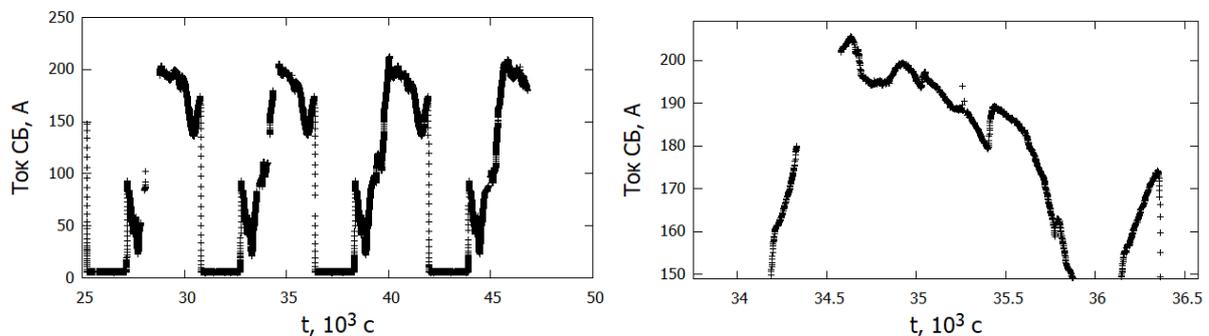


Рис. 3.17. Осредненные значения ТМ-параметра ТСА (интервал 04.2020), окно осреднения – 2 сек, шаг – 1 сек.

График значений ТМ параметра ТСА приведен на рис. 3.16. При анализе графика видно идущие «рядом» 3 «дорожки» значений параметров. Такое поведение значений ТМ параметров характерно для всех анализируемых интервалов.

Для избавления от помех и уменьшения размерности задачи аппроксимации в качестве предварительной обработки применим так называемый осредняющий фильтр, с окном осреднения Δ и шагом по времени δ :

$$\bar{\varphi}(t_l^*) = \frac{1}{t_{i+k} - t_{i-j}} \sum_{p=i-j}^{i+k-1} \frac{1}{2} [\varphi(t_{p+1}) - \varphi(t_p)] (t_{p+1} - t_p),$$

$$t_l^* - \frac{\Delta}{2} < t_{i-j}, t_{i+k} < t_l^* + \frac{\Delta}{2}, t_l^* = t_{l-1}^* + \delta.$$

На рис. 3.14 представлены осредненные значения ТМ параметра ТСА, шаг осреднения $\delta = 1 \text{ сек}$, окно осреднения $\Delta = 2 \text{ сек}$. Проверено, что такие

параметры осреднения не меняют результаты работы аппроксимационных алгоритмов, но существенно ускоряют их работу. Используемые значения параметров осредняющего фильтра были подобраны экспериментальным путем. Далее считаем, что полученные значения ТМ параметров прошли первичную обработку осредняющим фильтром. Считаем, что ошибки определения параметра имеют нормальное распределение с нулевым средним значением и являются независимыми. Обозначим стандартное отклонения значения параметра за σ .

Составим квадратичный функционал для минимизации:

$$\Phi(\gamma) = \sum_{i=1}^N (\varphi(t_i) - \psi(t_i, \gamma))^2. \quad (3.12)$$

Минимизация $\Phi(\gamma)$ выполняется алгоритмом на основе методов Гаусса–Ньютона и Левенберга-Марквардта [136]. При сделанных допущениях оценка $\gamma_* = \arg \min \Phi$ – случайный вектор, который имеет приблизительно нормальное распределение со средним значением, равным истинному значению γ . Ковариационная матрица этой оценки и оценка дисперсии σ^2 ошибок в измерениях координат вычислялись по формулам

$$C_\gamma = \|C_{ij}\|_{i,j=1}^2 = \sigma_*^2 B^{-1} C_\gamma = \|C_{ij}\|_{i,j=1}^2 = \sigma_*^2 B^{-1}, \quad \sigma_*^2 = \frac{\Phi(\gamma_*)}{N-2},$$

где B – вычисленная в точке γ_* матрица системы нормальных уравнений, возникающей при минимизации Φ , $2B \approx \partial^2 \Phi(\gamma_*) / \partial \gamma^2$. Точность аппроксимации ТМ параметра при помощи математической модели с найденным коэффициентом и временным сдвигом характеризовалась стандартным отклонением ошибок измерений σ_* , стандартными отклонениями $\sigma_i = \sqrt{C_{ii}}$ ($i = 1, 2$) компонент вектора γ_* и среднеквадратичными значениями ряда остатков

$$\chi_n = |\psi(t_i) - \varphi(t_i, \gamma_*)|, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N). \quad (3.13)$$

Эти среднеквадратичные значения обозначим соответственно S_I . Вычисляется также медиана остатков (3.13), которая используется для исключения из обработки данных $\psi(t_n)$ с большими ошибками.

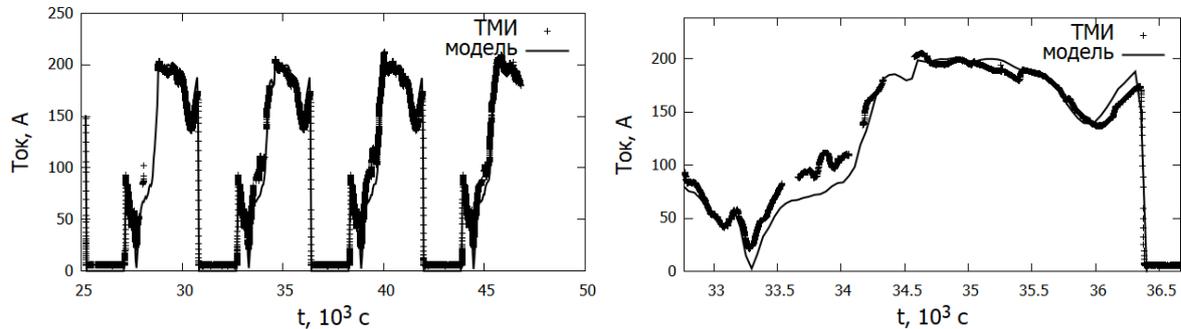


Рис. 3.18. Аппроксимация ТМ параметра ТСА на интервале 04.2020.

На рисунках 3.18 приведены графики значений ТМ-параметров и модельных значений для интервала 04.2020.

С учетом полученных при аппроксимации параметров модели вычисляются значения суммарной выработки электроэнергии СБ СМ на моделируемом участке. Далее производится сравнение полученных при помощи математической модели величин суммарной выработки электроэнергии с реальными значениями, полученными при помощи обработки ТМ параметров ИТ1-ИТ3. Параметры ИТ1-ИТ3 представляют собой циклические счетчики прихода электроэнергии в амперчасах. После достижения предельного значения счетчик обнуляется. Значения указанных ТМ-параметров поступают несколько раз за виток. Зная максимальное значения счетчика, при обработке можно посчитать количество пришедшей электроэнергии между измерениями, если сложить все полученные значения приходов получится суммарная выработка электроэнергии на интервале. При оценке результатов моделирования производятся сравнения как частичных приходов между поступившими значениями параметров ИТ1-ИТ3, так и полного.

Вычисляем частичный приход на интервале и полный приход при помощи математической модели:

$$\Delta S_i = \int_{t_i}^{t_{i+1}} \alpha I_M(\lambda + \tau) d\lambda, \quad S_k = \sum_{i=1}^{k-1} \Delta S_i, \quad i, k = 2..N. \quad (3.14)$$

Здесь t_i – моменты времени, на которые получены ξ_i – значения ТМ-параметров-счетчиков прихода электроэнергии, N – количество измерений. Вычисляем приход по данным ТМИ. Приход на временном отрезке $[t_i, t_{i+1}]$ и полный приход, используя параметр ИТ1:

$$\Delta \Xi_i = \begin{cases} \xi_{i+1} - \xi_i, & \xi_{i+1} - \xi_i \geq 0, \\ 3600 - \xi_{i+1} + \xi_i, & \xi_{i+1} - \xi_i < 0, \end{cases} \quad \Xi_k = \sum_{i=1}^{k-1} \Delta \Xi_i, \quad i, k = 2..N. \quad (3.15)$$

На рисунках 3.19 приведены графики значений выработки электроэнергии, полученные при помощи математической модели и при помощи обработки ТМ параметра ИТ1 для интервала 04.2020. Ошибка прогноза выработки электроэнергии на этом интервале за 5 суток составила - 2,44%, модель с такой точностью недооценила реальный приход по данным ТМИ.

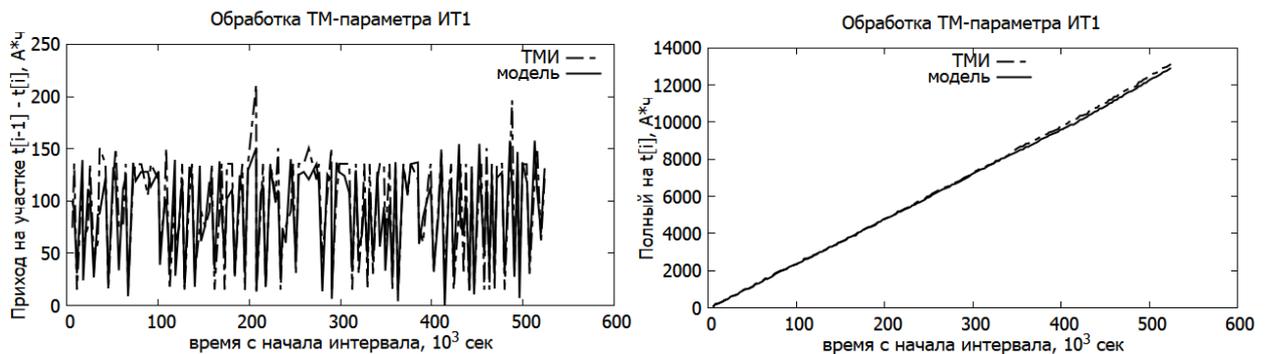


Рис. 3.19. Вычисление выработки электроэнергии СБ СМ на интервале 04.2020 (сравнение математической модели с результатами обработки ТМИ)

3.4.2. Определение параметров математической модели для прогноза работы системы электропитания Служебного модуля «Звезда»

Выше показано, что математическая модель достаточно точно предсказывает суммарную выработку электроэнергии СБ СМ, расхождение составляет менее 3% за 5 суток обработки. Но в предложенной схеме аппроксимации ТМ параметра масштабирующий коэффициент модели α определялся по всему обрабатываемому интервалу. Исследуем, какой длины нужен временной отрезок, чтобы получить достаточно точное значение

искомого коэффициента. Для этого введем функцию $\alpha(t, \Delta)$ – это коэффициент модели, определенный по ТМ данным, пришедшим на временном интервале $\left[t - \frac{\Delta}{2}; t + \frac{\Delta}{2} \right]$. Вычислим значения введенной функции на интервале 04.2020, используя Δ равное 1,5 часа, 3 часа, 4,5 часа и 6 часов, данный выбор соответствует 1 витку, 2, 3, 4 виткам.

На рис. 3.20 отображены графики функции $\alpha(t, \Delta)$ при различных значениях параметра Δ . При $\Delta = 1,5$ часа мы наблюдаем выброс, если параметр модели будет определен в этот момент времени, то прогноз выработки электроэнергии будет произведен с большой ошибкой. При $\Delta = 6$ часов выбросов не наблюдается, значения параметра α отклоняются от среднего значения за 5 суток 0,767 в интервале от -3,6% до 2,9%.

Прогнозное количество выработанной электроэнергии СБ линейно зависит от определяемого параметра математической модели, поэтому ошибка прогноза на 5 суток составляет от -7% до 0,5%.

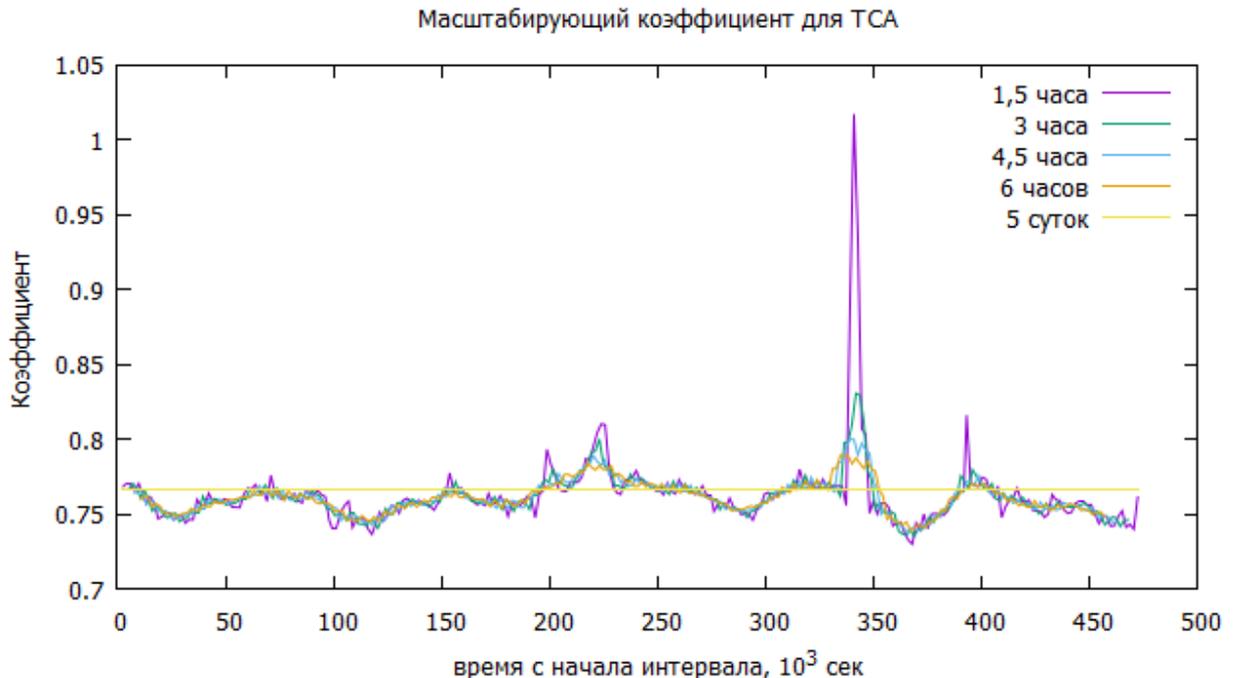


Рис. 3.20. График $\alpha(t, \Delta)$ при различных Δ

При прогнозе выработки электроэнергии СБ КА необходимо уточнять параметры модели по получаемой ТМИ, четырех витков уже хватает для того,

чтобы определить параметр α с точностью, необходимой для того, чтобы погрешность определения выработки электроэнергии СБ СМ РС МКС была не более 7%.

3.4.3. Проверка адекватности математической модели путем обработки данных телеметрической информации Служебного модуля «Звезда» в течение 12.2019 – 11.2020

Ниже в графиках и таблицах представлены результаты аппроксимации фактического тока СБ при помощи математической модели на всех имеющихся интервалах 12.2019 – 11.2020. При обработке данных ТМИ значения временного сдвига для параметров лежат в интервале -3..30 сек и для анализа интереса не представляют. Значения параметра масштаба модели α , определенные для анализируемых интервалов и всех анализируемых телеметрических параметров приведены в таблицах 3.3 (модель А) и 3.4 (модель Б). На рисунках 3.21 – 3.24 приведены графики изменения масштабирующих коэффициентов модели при аппроксимации различных ТМ параметров. Поведение масштабирующего коэффициента для модели А и Б очень близко. Далее будем анализировать только изменение параметров модели А, поведение модели Б при аппроксимации данных ТМ параметров при помощи математического моделирования работы СБ СМ полностью аналогично модели А.

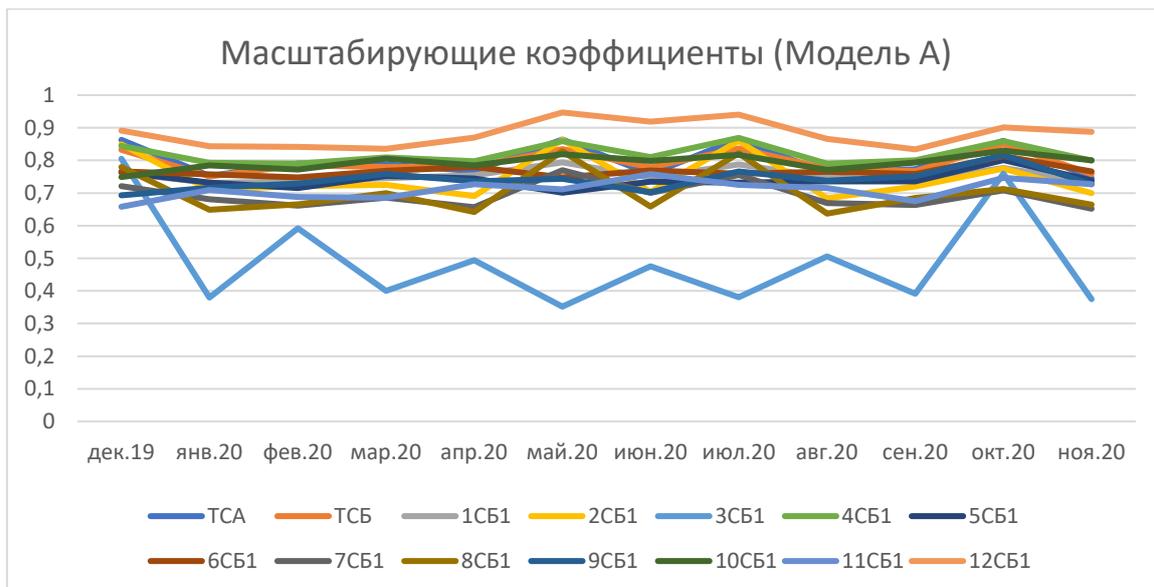


Рис. 3.21. Параметры модели А, полученные при обработке ТМИ

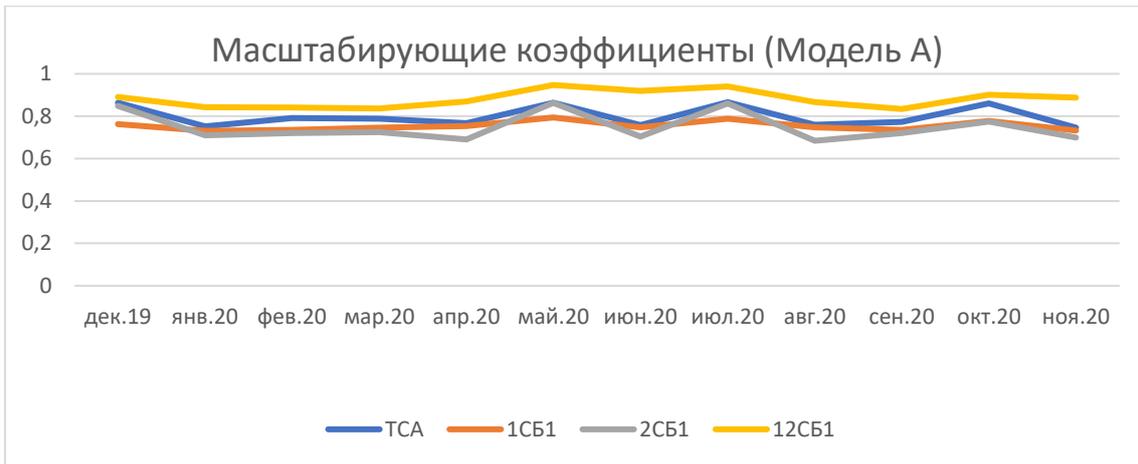


Рис. 3.22. Параметры TCA, 1CB1, 2CB1, 12CB1 модели А, полученные при аппроксимации ТМ параметров

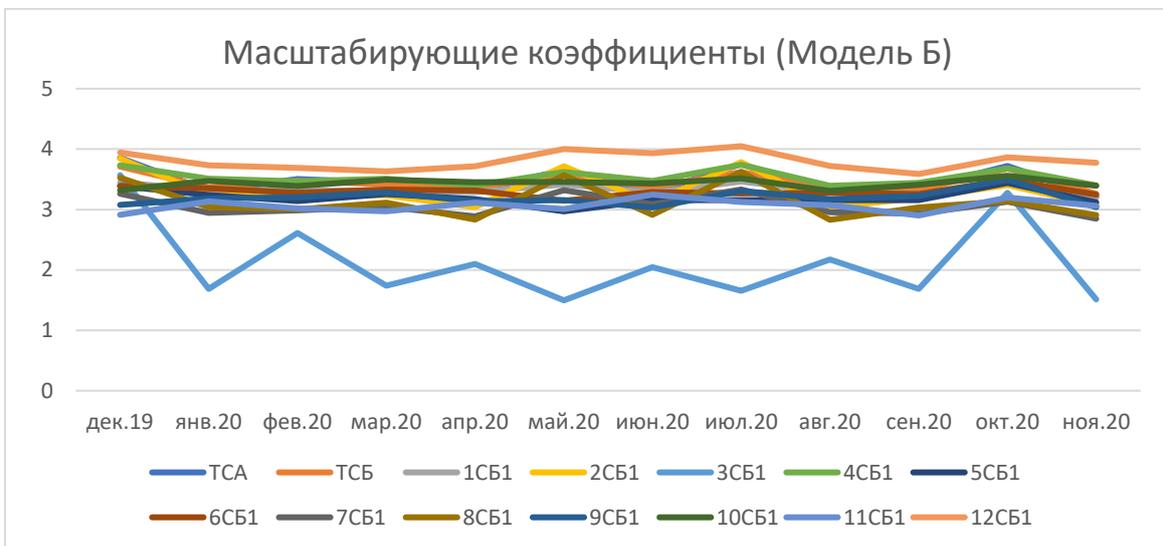


Рис. 3.23. Параметры модели Б, полученные при аппроксимации ТМ параметров

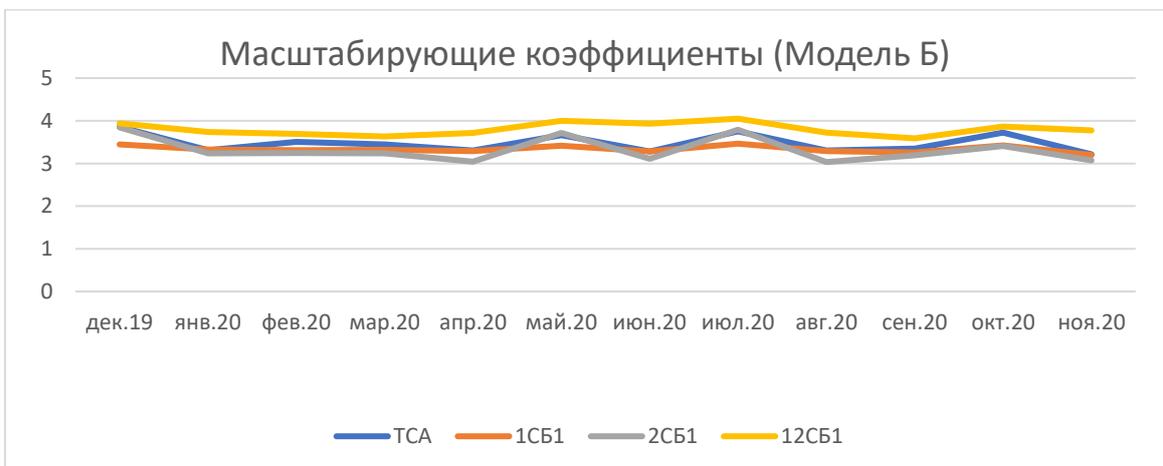


Рис. 3.24. Параметры TCA, 1CB1, 2CB1, 12CB1 модели Б, полученные при аппроксимации ТМ параметров

ТМ параметры	Параметр математической модели α (масштабирующий коэффициент)													
	ТСА	ТСБ	1СБ1	2СБ1	3СБ1	4СБ1	5СБ1	6СБ1	7СБ1	8СБ1	9СБ1	10СБ1	11СБ1	12СБ1
12.2019	0,863	0,833	0,762	0,849	0,805	0,844	0,764	0,766	0,721	0,78	0,693	0,749	0,658	0,891
01.2020	0,752	0,751	0,731	0,71	0,38	0,793	0,732	0,757	0,681	0,649	0,716	0,785	0,709	0,843
02.2020	0,791	0,785	0,736	0,721	0,592	0,79	0,715	0,748	0,661	0,665	0,729	0,772	0,688	0,841
03.2020	0,788	0,78	0,746	0,725	0,4	0,809	0,752	0,768	0,686	0,7	0,758	0,805	0,686	0,836
04.2020	0,767	0,781	0,754	0,691	0,494	0,797	0,745	0,78	0,657	0,642	0,736	0,785	0,727	0,87
05.2020	0,864	0,835	0,794	0,863	0,352	0,859	0,701	0,748	0,77	0,828	0,744	0,819	0,711	0,947
06.2020	0,758	0,779	0,748	0,704	0,476	0,81	0,735	0,769	0,701	0,659	0,703	0,798	0,758	0,919
07.2020	0,866	0,837	0,788	0,86	0,381	0,869	0,732	0,759	0,755	0,822	0,766	0,817	0,725	0,94
08.2020	0,76	0,775	0,748	0,684	0,506	0,79	0,736	0,765	0,669	0,637	0,738	0,771	0,715	0,866
09.2020	0,777	0,767	0,736	0,72	0,391	0,8	0,736	0,758	0,663	0,685	0,751	0,794	0,675	0,834
10.2020	0,86	0,85	0,777	0,775	0,759	0,859	0,801	0,813	0,708	0,712	0,816	0,83	0,747	0,901
11.2020	0,746	0,758	0,733	0,7	0,375	0,799	0,739	0,766	0,652	0,664	0,727	0,8	0,727	0,887
Среднее значение	0,799	0,79425	0,754	0,750	0,492	0,818	0,740	0,766	0,693	0,704	0,740	0,794	0,711	0,881
Верхняя граница отклонения (%)	8,39%	7,02%	5,25%	15,04%	63,42%	6,20%	8,15%	6,08%	11,00%	17,68%	10,31%	4,57%	6,69%	7,46%
Нижняя граница отклонения (%)	-6,63%	-5,45%	-3,10%	-8,82%	-28,54%	-3,45%	-5,36%	-2,40%	-6,01%	-9,46%	-6,32%	-5,64%	-7,39%	-5,36%

Таблица 3.3. Полученные значения масштабирующего коэффициента при аппроксимации ТМ параметров (Модель А)

ТМ параметры	Параметр математической модели α (масштабирующий коэффициент)													
	ТСА	ТСБ	1СБ1	2СБ1	3СБ1	4СБ1	5СБ1	6СБ1	7СБ1	8СБ1	9СБ1	10СБ1	11СБ1	12СБ1
12.2019	3,856	3,711	3,447	3,845	3,57	3,733	3,386	3,387	3,264	3,525	3,078	3,319	2,913	3,942
01.2020	3,309	3,361	3,327	3,237	1,686	3,512	3,243	3,354	2,943	3,042	3,18	3,474	3,136	3,734
02.2020	3,505	3,475	3,308	3,244	2,609	3,469	3,142	3,279	2,987	3,001	3,205	3,39	3,016	3,692
03.2020	3,447	3,413	3,319	3,234	1,739	3,508	3,255	3,333	3,045	3,114	3,283	3,493	2,971	3,634
04.2020	3,301	3,365	3,288	3,042	2,097	3,4	3,174	3,314	2,886	2,835	3,137	3,452	3,114	3,716
05.2020	3,66	3,563	3,413	3,717	1,496	3,623	2,97	3,146	3,319	3,568	3,157	3,457	3,007	4,002
06.2020	3,279	3,373	3,281	3,105	2,047	3,473	3,154	3,29	3,086	2,914	3,034	3,432	3,248	3,934
07.2020	3,751	3,623	3,463	3,787	1,656	3,741	3,154	3,266	3,332	3,624	3,309	3,517	3,122	4,049
08.2020	3,3	3,363	3,287	3,032	2,173	3,393	3,157	3,28	2,954	2,83	3,174	3,308	3,074	3,723
09.2020	3,351	3,325	3,256	3,194	1,686	3,441	3,155	3,259	2,932	3,032	3,225	3,41	2,902	3,588
10.2020	3,72	3,68	3,423	3,405	3,275	3,68	3,441	3,491	3,127	3,14	3,496	3,559	3,200	3,866
11.2020	3,213	3,261	3,198	3,074	1,51	3,398	3,121	3,247	2,849	2,908	3,04	3,393	3,06	3,772
Среднее значение	3,474	3,459	3,334	3,326	2,129	3,531	3,196	3,304	3,060	3,128	3,193	3,434	2,797	3,804
Верхняя граница отклонения (%)	10,99%	7,27%	3,86%	15,59%	67,71%	5,95%	7,67%	5,67%	8,88%	15,87%	9,48%	3,65%	16,13%	6,43%
Нижняя граница отклонения (%)	-7,52%	-5,74%	-4,08%	-8,85%	-29,72%	-3,91%	-7,07%	-4,78%	-6,91%	-9,52%	-4,98%	-3,66%	3,76%	-5,69%

Таблица 3.4. Полученные значения масштабирующего коэффициента при аппроксимации ТМ параметров (Модель Б)

Большинство масштабирующих коэффициентов моделей ТМ параметров меняются согласованно, но из общей массы выбивается параметр ЗСБ1, который соответствует току перед 3-м регулятором. Известно [54], что три солнечных панели консоли 2СБ (направленной по +Z ССК РС МКС) не работают, поэтому ток, приходящий на 3й регулятор, существенно меньше проектного. Этот факт объясняет существенное отличие и нестабильное поведение коэффициента α для параметра ЗСБ1. Для большинства интервалов значения коэффициента α математической модели для ТМ параметра ЗСБ1 на 40-60% меньше, чем коэффициент для ТМ параметра ТСА, в то время как значения на интервалах 12.2019 и 10.2020 коэффициента α для этого параметра близки к значению коэффициента α для параметра ТСА. Такое изменение коэффициента α объясняется тем, что на указанных временных интервалах неработающие солнечные панели, которые подключены к 3му регулятору тока, большую часть времени находятся в тени, поэтому математическая модель дает нулевую выработку по этим панелям и расхождение в поведении математической модели и моделируемого объекта не наблюдается.

	α ТСА	s_I ТСА	% исп. изм.	Ср. знач. модели	Мах модели	Ср. знач. ТМИ	Мах ТМИ	Ξ_k (А·ч)	$\left(\frac{S_k}{\Xi_k} - 1\right)$ (%)
12.2019	0,863	15,65	98,41	21,1	121,308	39,95	114,2	3344	-10,26
01.2020	0,74	7,95	91,40	108,595	238,34	110,525	255,2	15514,5	1,64
02.2020	0,791	8,98	87,56	64,04	187,46	69,85	199,6	9414,46	-3,37
03.2020	0,788	8,00	93,59	74,77	184,89	77,76	199,6	10318,1	3,592
04.2020	0,767	8,90	89,24	89,84	217,58	94,59	236,1	13255,4	-2,44
05.2020	0,864	12,84	98,17	24,73	104,4	32,59	104,2	4187,94	-1,32
06.2020	0,758	7,730	79,78	106,45	237,63	110,487	250,224	15484,4	-4,44
07.2020	0,866	14,62	98,90	23,87	128,18	33,60	134,3	4232,56	-7,37
08.2020	0,760	7,57	84,67	92,69	221,58	96,96	228,389	13346,7	-3,37
09.2020	0,777	7,33	90,05	67,6	196,103	71,713	195,835	9324,7	2,02
10.2020	0,86	12,85	87,03	59,88	177,77	67,58	170,58	8766,2	-2,72
11.2020	0,746	7,14	88,80	109,377	225,418	110,996	238,419	7546,4	-1,81

Таблица 3.5. Сопоставление значения параметра α модели А и максимальных и средних значений аппроксимируемых данных, суммарной выработки и ошибки вычисления суммарной выработки по модели.

Разброс значений коэффициента α для всех параметров, кроме ЗСБ1 небольшой, и составляет в среднем от -10% до +10% процентов от среднего значения.

В виду того, что поведение масштабирующих коэффициентов всех параметров сходно, будем при анализе рассматривать только масштабирующий коэффициент параметра ТСА, представляющего суммарный мгновенный ток СБ СМ РС МКС.

На каждом из рассматриваемых интервалов определялись значения уточняемых параметров математической модели и рассчитывались средние и находились максимальные значения моделируемых параметров по математической модели и ТМИ. После уточнения параметров математической модели рассчитывались значения частичных приходов электроэнергии и суммарного прихода, как при помощи математической модели, так и используя данные телеметрического параметра ИТ1, полученные результаты сравнивались между собой (таблица 3.5).

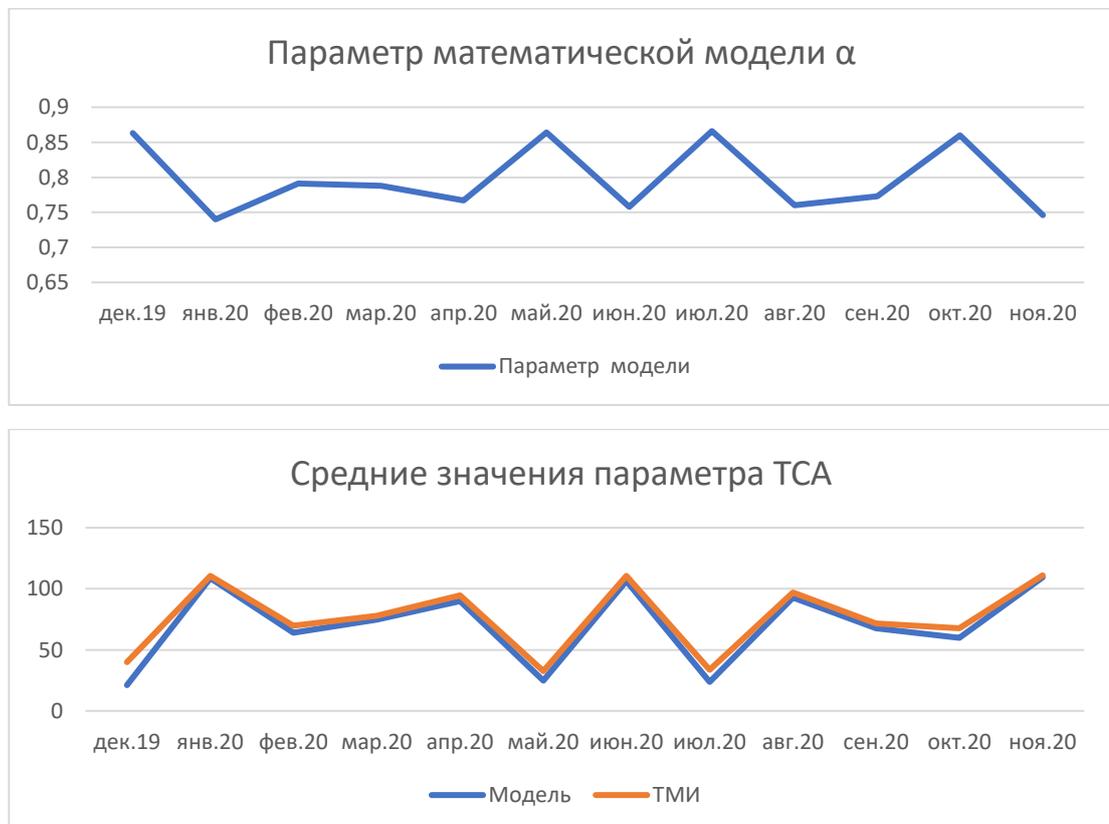


Рис. 3.25. Графики средних значений выработки электроэнергии, параметра модели α .

На интервале 12.2019 разница составила -10,26% за 5 суток, на интервале 07.2020 – -7,26% за 6,5 суток, на остальных интервалах модуль погрешности не превышает 5% за 5 суток. Наибольшая погрешность определения параметров достигается на тех анализируемых интервалах, где суммарная выработка электроэнергии наименьшая. Отрицательному значению погрешности соответствует недооценка математической моделью реального прихода электроэнергии (9 из 12 интервалов моделирования), положительному значению – переоценка (3 из 12 интервалов моделирования).

Из графиков (Рис. 3.25) и таблицы 3.15 видно, что значения параметра математической модели α , средней выработки электроэнергии и ошибки суммарной выработки электроэнергии меняются согласовано. На рисунке 3.21 приведены графики значений параметра α и среднего значения математической модели аппроксимируемого ТМ-параметра ТСА. Чем больше среднее значение, тем меньше уточняемый параметр α . Подобное поведение объясняется тем фактом, что математическая модель учитывает только прямое излучение от Солнца (что дает наибольший вклад), а засветка СБ отраженным светом от Земли и от элементов конструкции станции не учитываются.

3.5. Оценка вклада непрямого излучения от Солнца в работу солнечной батареи

ФЭП СБ СМ РС МКС являются двусторонними. Лицевая сторона СБ свободна от каких-либо контактов и кронштейнов, способных затенять часть поверхности ФЭП от Солнца. На обратной же стороне размещаются контакты и крепления, поэтому эта часть поверхности ФЭП закрыта от Солнца, и если развернуть СБ тыльной стороной к Солнцу, то выработка электроэнергии будет существенно меньше, чем при освещении лицевой стороны, тем не менее, СБ будет работать.

Во время полета МКС лицевая сторона СБ разворачивается к Солнцу таким образом, чтобы угол между направлением на Солнце и нормалью к лицевой стороне СБ был минимально возможным в текущих условиях. При этом, на лицевую и тыльную стороны СБ может попадать излучение Солнца,

отраженное от поверхности Земли и от элементов конструкции КА. Площадь элементов конструкции КА несоизмеримо мала по сравнению с площадью той части поверхности Земли, отраженные от которой лучи Солнца освещают СБ, поэтому можем пренебречь частью солнечной энергии, отраженной от элементов конструкции внешней поверхности.

Оценим вклад излучения Солнца, отраженного от поверхности Земли, в выработку электроэнергии СБ СМ РС МКС.

Способность земной поверхности отражать солнечное излучение характеризуется коэффициентом альбедо [155]. Альбедо зависит от типа рельефа подстилающей поверхности, времени года и облачности. Наклонение орбиты МКС обеспечивает ее пролет над всеми участками Земли, расположенными выше 52 градусов южной широты и ниже 52 градусов северной широты. Изменение характеристики альбедо каждой области поверхности Земли носит сезонный характер [156], поэтому можем считать, что среднее альбедо подстилающей поверхности Земли, над которой пролетает МКС, также носит сезонный характер. С учетом того, что МКС пролетает ежедневно одинаковое время над северным и южным полушариями, можно считать средний коэффициент альбедо Земли для этой задачи в течение года постоянным.

Известно [37], что сила тока, вырабатываемая СБ, линейно зависит от интенсивности солнечного излучения, падающего на ее поверхность. Пусть $\psi(t)$ – сила тока, вырабатываемая в момент времени t , предположим, что $\psi_1(t)$ – сила тока, вырабатываемая при падении прямого освещения от Солнца на поверхность СБ, $\psi_2(t)$ – сила тока, вырабатываемая при попадании на СБ излучения Солнца, отраженного от поверхности Земли. Получаем $\psi(t) = \psi_1(t) + \psi_2(t)$. Осредним силу вырабатываемого тока, прямую и отраженную компоненту по некоторому i -му интервалу, получим:

$$\bar{\psi}^i = \bar{\psi}_1^i + \bar{\psi}_2^i. \quad (3.16)$$

Вычислим силу тока СБ на этом интервале при помощи предложенной математической модели и найдем параметры α и τ при помощи аппроксимации данных ТМИ. Обозначим за \bar{m}^i среднее значение модели, получим:

$$\alpha^i \bar{m}^i = \bar{\psi}^i = \bar{\psi}_1^i + \bar{\psi}_2^i. \quad (3.17)$$

Считаем, что среднее значение отраженной компоненты постоянно с точностью до коэффициента интенсивности солнечного излучения, который равен обратному квадрату расстояния до Солнца в астрономических единицах, имеем:

$$\bar{\psi}_2^i = k_{dist}^i \cdot C \quad (3.18)$$

При сделанных допущениях и введенных обозначениях для двух интервалов i -го и j -го получаем:

$$\begin{cases} \alpha^i \bar{m}^i = \bar{\psi}_1^i + k_{dist}^i \cdot C, \\ \alpha^j \bar{m}^j = \bar{\psi}_1^j + k_{dist}^j \cdot C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\alpha^i \bar{m}^i}{k_{dist}^i} = \frac{\bar{\psi}_1^i}{k_{dist}^i} + C, \\ \frac{\alpha^j \bar{m}^j}{k_{dist}^j} = \frac{\bar{\psi}_1^j}{k_{dist}^j} + C \end{cases} \Rightarrow \frac{\alpha^i \bar{m}^i}{k_{dist}^i} - \frac{\alpha^j \bar{m}^j}{k_{dist}^j} = \frac{\bar{\psi}_1^i}{k_{dist}^i} - \frac{\bar{\psi}_1^j}{k_{dist}^j}.$$

Считаем, что выработка электроэнергии СБ при прямом освещении от Солнца равна:

$$\begin{aligned} \psi_1(t) = k_{деп} m(t) \Rightarrow \bar{\psi}_1^i = k_{деп} \bar{m}^i \Rightarrow \frac{\alpha^i \bar{m}^i}{k_{dist}^i} - \frac{\alpha^j \bar{m}^j}{k_{dist}^j} = \frac{k_{деп} \bar{m}^i}{k_{dist}^i} - \frac{k_{деп} \bar{m}^j}{k_{dist}^j} \Rightarrow \\ k_{деп} = \frac{\frac{\alpha^i \bar{m}^i}{k_{dist}^i} - \frac{\alpha^j \bar{m}^j}{k_{dist}^j}}{\frac{\bar{m}^i}{k_{dist}^i} - \frac{\bar{m}^j}{k_{dist}^j}} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Окончательно для среднего значения отраженной компоненты имеем:

$$\bar{\psi}_2^i = (\alpha^i - k_{деп}) \bar{m}^i. \quad (3.20)$$

Проведем оценку по интервалам 12.2019-11.2020 (Таблица 3.6).

Полученные результаты показывают, что вклад непрямого излучения в выработку электроэнергии СБ СМ РС МКС составляет от 1,6 до 13%. Такая

оценка была получена с использованием предположения о постоянности вклада отраженного излучения и стабильности коэффициента деградации. Уточнить данную оценку можно используя математическое моделирование и экспериментальные данные с борта КА. Требуется точно моделировать количество отраженного Землей излучения, приходящего на плоскость СБ, с учетом измеренных коэффициентов альбедо. Тем не менее, сделанная оценка позволяет оценить порядок вклада отраженного излучения Солнца в выработку электроэнергии СБ СМ РС МКС.

	α ТСА	Ср. знач. модели	Ср. знач. ТМИ	k_{dist}^i	$k_{дегр}$	$\overline{\psi}_2^i$	$\frac{\overline{\psi}_2^i}{\overline{\psi}^i} \cdot 100\%$
12.2019	0,863	21,1	39,95	1,03209	0,760139	2,170359	10,29
01.2020	0,74	108,595	110,525	1,03363	0,715367	2,675074	2,463349
02.2020	0,791	64,04	69,85	1,02536	0,676098	7,358294	11,49015
03.2020	0,788	74,77	77,76	1,01114	0,772083	1,190108	1,591692
04.2020	0,767	89,84	94,59	0,993501	0,685086	7,359164	8,191412
05.2020	0,864	24,73	32,59	0,978599	0,734996	3,190265	12,90038
06.2020	0,758	106,45	110,487	0,969192	0,731192	2,853702	2,680791
07.2020	0,866	23,87	33,60	0,967886	0,731582	3,20856	13,44181
08.2020	0,760	92,69	96,96	0,974882	0,728759	2,895746	3,124119
09.2020	0,773	67,6	71,713	0,988796	0,728638	2,998882	4,436216
10.2020	0,86	59,88	67,58	1,00568	0,855808	0,251041	0,42
11.2020	0,746	109,377	110,996	1,02206	0,639656	11,63164	10,63445

Таблица 3.6. Оценка вклада непрямого излучения от Солнца

3.6. Выводы

В главе 3 получены следующие результаты:

1. Разработана методика, алгоритм и программное обеспечение математического моделирования выработки электроэнергии СБ КА с учетом возможного затенения поверхности СБ элементами конструкции внешней поверхности КА и возможности изменения положения подвижных элементов.
2. Разработана методика и алгоритм уточнения параметров математической модели путем аппроксимации измерений силы тока СБ, полученных при обработке ТМИ.

3. Проведена оценка точности предлагаемой математической модели на 12 интервалах длительностью в 3-7 суток, взятых в течение декабря 2019 – ноября 2020 года. Модель показала возможность получения прогноза прихода электроэнергии с точностью 1-5%, в худших случаях до 12% за 5 суток.
4. Проведена оценка вклада в выработку электроэнергии непрямого излучения Солнца, отраженного от поверхности Земли.
5. Разработанное программное обеспечение внедрено в процесс проектирования и эксплуатации космической техники ПАО РКК «Энергия» им. С.П. Королева и процесс эксплуатации Международной космической станции.

Глава 4. Восстановление траектории относительного сближения космического корабля с орбитальной станцией

В этой главе предлагается алгоритм восстановления траектории орбитального движения маневрирующего КК по данным АСН и информации о временах начала и длительности импульсов. Также предлагается алгоритм восстановления траектории относительного сближения КК с орбитальной станцией (ОС) по данным АСН, а также ТМИ о расходе топлива КК. Предлагаемые алгоритмы реализованы в виде программного комплекса. Разработанный комплекс программ был применен для восстановления траекторий сближения 7 грузовых и транспортных КК («Прогресс МС-10», «Прогресс МС-16», «Союз МС-03», «Союз МС-09», «Союз МС-12», «Союз МС-13», «Союз-МС-14»). Приводятся оценки погрешностей на разных участках траектории.

Результаты, представленные в этой главе, опубликованы в [94].

4.1. Модель движения маневрирующего космического аппарата

Моделирование движения КА по низкой околоземной орбите производится с учетом следующих возмущающих факторов:

- нецентральности гравитационного поля Земли,
- аэродинамического торможения об атмосферу Земли,
- гравитационных возмущений, обусловленных влиянием Солнца и Луны,
- импульсов двигательной установки КА.

В ГСК систему дифференциальных уравнений движения КА можно записать следующим образом [58]:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \left(\omega^2 - \frac{\mu}{|\mathbf{r}|^3} \right) x + 2\omega\dot{y} + \frac{\partial U}{\partial x} - \alpha\rho|\mathbf{v}|\dot{x} + SM_x + d_x, \\ \ddot{y} = \left(\omega^2 - \frac{\mu}{|\mathbf{r}|^3} \right) y - 2\omega\dot{x} + \frac{\partial U}{\partial y} - \alpha\rho|\mathbf{v}|\dot{y} + SM_y + d_y, \\ \ddot{z} = -\frac{\mu}{|\mathbf{r}|^3} z + \frac{\partial U}{\partial z} - \alpha\rho|\mathbf{v}|\dot{z} + SM_z + d_z. \end{cases} \quad (4.1)$$

Здесь $\mathbf{r} = (x, y, z)$ – радиус-вектор КА в ГСК, $\mathbf{v} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ – вектор скорости КА в ГСК, ω – угловая скорость вращения Земли, $U = U(\mathbf{r})$ – потенциал гравитационного поля Земли за исключением центрального поля, μ – гравитационная постоянная Земли, $\rho = \rho(t, \mathbf{r})$ – плотность атмосферы Земли, α – баллистический коэффициент, $\mathbf{SM} = (SM_x, SM_y, SM_z)$ – возмущающее ускорение, обусловленное гравитационным влиянием Солнца и Луны, $\mathbf{d} = \mathbf{d}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) = (d_x, d_y, d_z)$ – возмущающие ускорения, задаваемые двигательной установкой КА.

Вычисления потенциала гравитационного поля Земли, плотности атмосферы, движения Солнца и Луны производятся также, как и в главе 2.

Двигательная установка КА во время маневра выдает несколько импульсов. Каждый импульс характеризуется направлением в абсолютной системе координат (используем инерциальную геоцентрическую систему), длительностью и приращением скорости. Считаем, что приращение скорости во время импульса происходит равномерно, поэтому компоненты соответствующего возмущающего ускорения в абсолютной системе координат сохраняют свое значение. Когда двигательная установка КА не работает это возмущающее ускорение равно нулю. Значение импульса задается в орбитальной системе координат (ОСК) КА.

Пусть $\mathbf{p}_x^i, \mathbf{p}_y^i, \mathbf{p}_z^i, \mathbf{p}_x^i, \mathbf{p}_y^i, \mathbf{p}_z^i$ – орты ОСК в точке начала i -го импульса в момент времени t_0^i относительно ГСК, $a_x^i, a_y^i, a_z^i, a_x^i, a_y^i, a_z^i$ – компоненты возмущающего ускорения, обусловленного работой двигательной установки во время i -го импульса. Тогда возмущающее ускорение в момент времени t относительно ГСК представимо в виде:

$$\mathbf{d}_i(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0^i, \\ R_i(t)(a_x^i \mathbf{p}_x^i + a_y^i \mathbf{p}_y^i + a_z^i \mathbf{p}_z^i), & t_0^i \leq t \leq t_0^i + \Delta_i, \\ 0 > t_0^i + \Delta_i, \end{cases}$$

$$\varphi_i = \omega(t - t_0^i),$$

$$R_i(t) = \begin{pmatrix} \cos \varphi_i & \sin \varphi_i & 0 \\ -\sin \varphi_i & \cos \varphi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
(4.2)

где Δ_i – длительность импульса. В случае нескольких импульсов можем представить:

$$\mathbf{d}(t) = \sum_{i=1}^k \mathbf{d}_i(t).$$
(4.3)

Здесь каждый импульс $\mathbf{d}_i(t)$ имеет свои время начала и длительность. Считаем, что участки времени выдачи импульсов не пересекаются между собой.

4.2. Относительная траектория сближения

Полет КК к ОС условно можно разделить на три этапа: 1 – выведение, 2 – маневрирование, 3 – сближение и стыковка. На последнем этапе ОС не маневрирует, а движение КК управляется автоматически, опираясь на получаемую информацию о параметрах движения относительно ОС при помощи специальной системы измерения параметров относительного движения. Исходя из фактического положения КК относительно ОС, выдаются корректирующие импульсы, точно время их выдачи и величины заранее неизвестны.

Построим траекторию сближения КК с ОС в движущейся ОСК ОС. Пусть в момент времени t $(\mathbf{r}_k, \mathbf{v}_k)$ – радиус-вектор и вектор скорости КК в ГСК, $(\mathbf{r}_c, \mathbf{v}_c)$ – радиус-вектор и вектор скорости ОС в ГСК. Введем ОСК ОС [58]:

- O – начало координат, совпадает с центром масс ОС,
- $\mathbf{OY} = \frac{\mathbf{r}_c}{|\mathbf{r}_c|}$,

$$- \zeta = (\mathbf{v}_c + \omega \times \mathbf{r}_c) \times \mathbf{OY}, \mathbf{OZ} = \frac{\zeta}{|\zeta|},$$

$$- \mathbf{OX} = \mathbf{OY} \times \mathbf{OZ}.$$

Полученная система векторов является ортонормированной.

Координаты КК в ОСК ОС можно вычислить следующим образом:

$$x_{отн} = (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_c, \mathbf{OX}), y_{отн} = (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_c, \mathbf{OY}), z_{отн} = (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_c, \mathbf{OZ}) \quad (4.4)$$

Таким образом, имея математические модели движения ОС и КК, можно вышеуказанным способом построить траекторию движения КК относительно ОС в ОСК ОС. Восстановление траекторий движения ОС и КК в ГСК будем проводить при помощи анализа данных бортовых АСН.

Рассмотрим восстановление относительной траектории сближения грузовых и транспортных кораблей с МКС, будем обрабатывать данные 7 стыковок. В таблице 4.1 представлены названия КК, их бортовые номера, временные интервалы математического моделирования движения и времена касания КК с МКС.

№	Имя КК	Бортовой номер	Интервал моделирования	Время касания
1	«Прогресс МС-10»	440	20:06:45 18.11.2018 – 23:30:07 18.11.2018	22:30:06 18.11.2018
2	«Прогресс МС-16»	445	07:01:30 17.02.2021 – 10:20:35 17.02.2021	09:20:35 17.02.2021
3	«Союз МС-03»	733	20:41:06 19.11.2016 – 02:50:20 20.11.2016	01.01.59 20.11.2016
4	«Союз МС-09»	739	13:47:00 08.06.2018 – 17.07.27 08.06.2018	16.07.27 08.06.2018
5	«Союз МС-12»	742	23:46:06 14.03.2019 – 05:06:52 15.03.2019	04:06:52 15.03.2019
6	«Союз МС-13»	743	03:49:32 27.08.2019 – 06:21:54 27.08.2019	06:11:54 27.08.2019
7	«Союз-МС-14»	744	18:30:44 25:09:2019 – 23:05:53 25:09:2019	22:45:52 25:09:2019

Таблица 4.1 Название КК, их бортовые номера, времена касания КК с МКС и интервалы моделирования

4.3. Восстановление траектории движения Международной космической станции в Гринвичской системе координат

Для восстановления траектории движения МКС в ГСК используем ТМИ бортовой АСН. Данные АСН представляют собой серию наборов из 7 чисел

$(t_{gps}, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$, t_{gps} – целое число секунд с момента запуска GPS – 0 часов 0 минут 6 января 1980 года, (x, y, z) , $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ – координаты радиус-вектора и вектора скорости станции относительно ГСК. Семерки значений в наборе представлены с частотой до 15 раз в минуту.

Считаем, что на временном интервале аппроксимации двигательная установка станции не работает. Модельная траектория МКС задается уравнением (4.1), в разложении геопотенциала используется поле (56, 56). Модельная траектория зависит от 7 уточняемых параметров – начального вектор-состояния и баллистического коэффициента. Определение уточняемых параметров происходит при помощи минимизации квадратичного функционала алгоритмом на основе методов Гаусса-Ньютона и Левенберга-Марквардта. Подробно метод и оценка погрешности изложены в главе 2.

В таблице 4.2 приведены результаты оценки параметров восстановленных траекторий МКС при стыковке указанных КК.

№	Номер борта	СКО \mathbf{r}	СКО \mathbf{v}	Количество использованных измерений	Количество отброшенных измерений
1	440	15.691	16.124	856	0
2	445	7.430	8.125	1162	0
3	733	8.767	8.512	1692	0
4	739	12.943	13.3932	1993	0
5	742	13.928	17.727	2995	1
6	743	10.707	10.331	637	0
7	744	10.176	11.980	632	0

Таблица 4.2 Результаты восстановления орбитального движения МКС на промежутках стыковки КК «Союз» и «Прогресс».

4.4. Восстановление траектории движения космического корабля в Гринвичской системе координат

Восстановление траектории движения КК в ГСК производится по данным АСН. Данные АСН КК представляют собой серию наборов из 7 чисел $(t_{gps}, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$, t_{gps} – целое число секунд с момента запуска GPS, (x, y, z) – координаты радиус-вектора, $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ – координаты вектора скорости станции

относительно ГСК. Семерки значений в наборе представлены с частотой до 15 раз в минуту.

Кроме данных АСН есть еще ТМИ информация о расходе топлива КК на период сближения и стыковки. Данные представляют собой счетчик абсолютного расхода топлива с накоплением. На рис. 4.1 приведен график расхода топлива, построенный по результатам обработки ТМИ, полученной при стыковке КК с бортовым номером 440 к МКС.

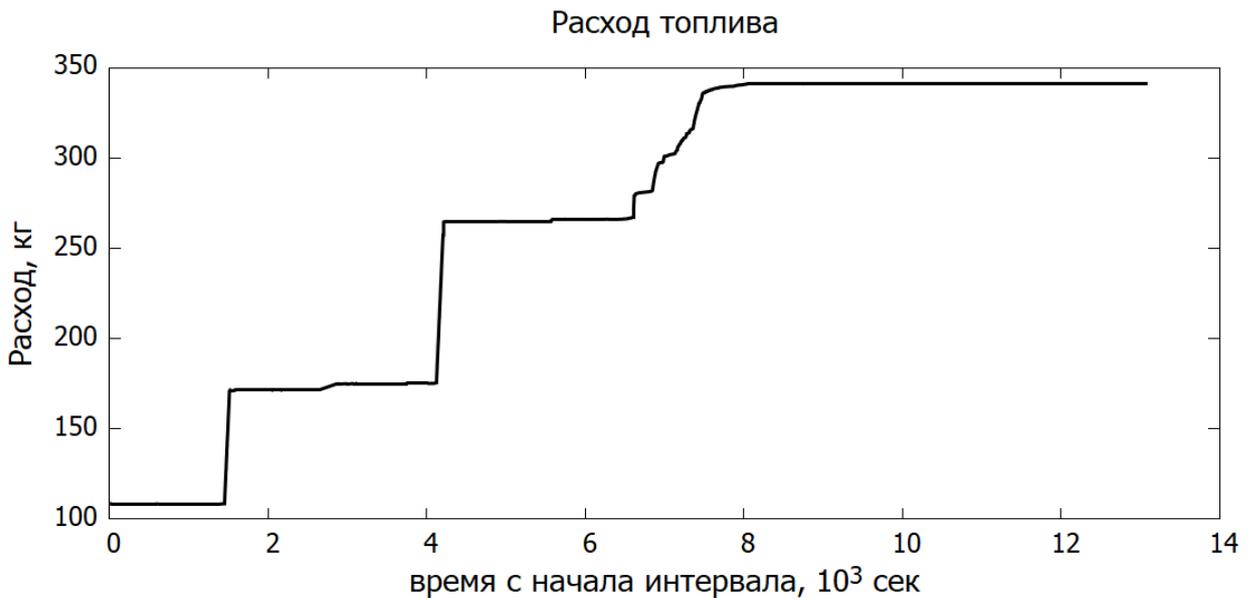


Рис. 4.1. Расход топлива КК «Союз МС-09» (739) при стыковке к МКС

Движение КК во время сближения и стыковки корректируется серией импульсов. Модель возмущенного движения описывается уравнением (4.1). Считаем, что времена начала и длительность всех импульсов известны, а компоненты импульсов являются уточняемыми параметрами.

Получить времена начала и конца импульсов можно при обработке данных о расходе топлива. На графике (Рис. 4.1) видна динамика расхода топлива. Во время выдачи импульса происходит резкий рост значения счетчика, между импульсами наблюдается сохранение значения. Таким образом, определяя участки роста значений счетчика, мы получаем временные участки выдачи импульсов.

По данным счетчика вычислим вариацию этого параметра. Обозначим данные ТМИ о расходе топлива в момент времени t_k за f_k . Определим вариацию в окне размера δ следующим образом:

$$V_f(t_k) = \sum_{j=1, |t_j - t_k| < \frac{\delta}{2}}^N |f_j - f_{j-1}| \quad (4.5)$$

График вариации расхода топлива для КК 739 приведен на рис. 4.2.

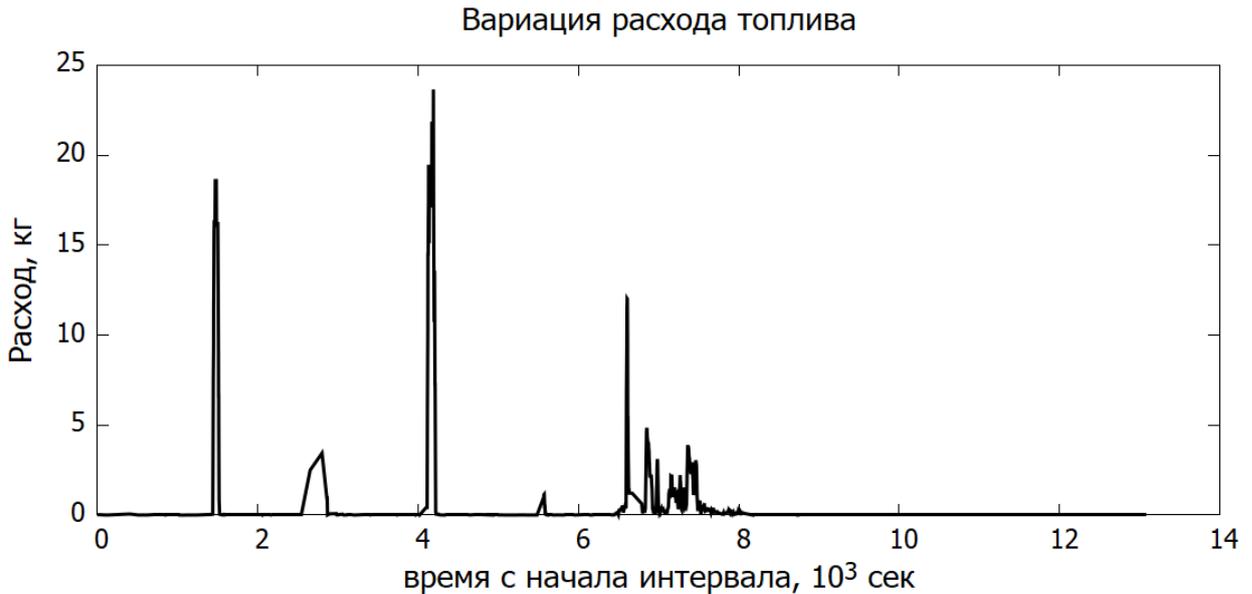


Рис. 4.2. Вариация расход топлива КК «Союз МС-09» (739) при стыковке к МКС

На графике (Рис. 4.2) четко прослеживаются 2 «больших» импульса с высокими значениями вариации, 2 «маленьких» импульса с невысокими значениями вариации и серия импульсов в интервале 6,5-8 тысяч секунд, далее импульсов нет. Выделяем временные участки, где вариация больше некоторого порогового значения, которое подбирается экспериментально. В случае экспериментов с КК «Прогресс» и «Союз» хорошие результаты получаются при пороговом значении 3.

Перед выдачей каждого импульса КК совершает маневры по коррекции ориентации. Такой маневр вносит сравнительно небольшое возмущение в орбитальное движение, но направление этого возмущения отличается от направления импульса. Для учета таких разнонаправленных возмущений

разделим полученные временные участки выдачи импульсов на равные интервалы длительностью 15 секунд и считаем это временной участок как отдельный импульс со своим вектором, таким образом каждый найденный временной участок с вариацией выше пороговой дает серию импульсов. Такое значение длительности получено опытным путем для восстановления траектории КК «Союз» и «Прогресс».

Модель движения КК (4.1) зависит от начальных значений радиус-вектора \mathbf{r}_0 , вектора скорости \mathbf{v}_0 , векторов импульсов \mathbf{d}_i относительно фиксированных в момента начала выдачи каждого импульса ортов ОСК КК и баллистического коэффициента α . Составим вектор параметров $\gamma = (\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, \alpha, \mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_m)$. Задавая значения γ и интегрируя уравнения (4.1) получаем траекторию движения КК в ГСК.

Обозначим измерения АСН как $t_i, \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i, i = \overline{1, N}$, $\varphi(t_i, \gamma)$ – вычисленные при помощи математической модели значения радиус-вектора. Считаем, что ошибки определения координат имеют нормальное распределение с нулевыми средними значениями и являются независимыми. Стандартные отклонения компонент радиус вектора одинаковы и неизвестны, обозначим стандартные отклонения компонент через σ . Составим функционал для минимизации:

$$\Phi(\gamma) = \sum_{n=0}^N [\mathbf{r}_n - \varphi(t_n, \gamma)]^2 \quad \Phi(\gamma) = \sum_{n=0}^N [\mathbf{r}_n - \varphi(t_n, \gamma)]^2. \quad (4.6)$$

Минимизация $\Phi(\gamma)$ выполнялась алгоритмом на основе методов Гаусса–Ньютона и Левенберга-Марквардта [136]. При сделанных допущениях оценка $\gamma_* = \arg \min \Phi$ – случайный вектор, который имеет приблизительно нормальное распределение со средним значением, равным истинному значению γ . Ковариационная матрица этой оценки и оценка дисперсии σ^2 ошибок в измерениях координат вычислялись по формулам

$$Q = 7 + 3k, \quad C_\gamma = \|C_{ij}\|_{i,j=1}^Q = \sigma_*^2 B^{-1}, \quad \sigma_*^2 = \frac{\Phi(\gamma_*)}{6N - Q},$$

где k – количество импульсов, B – вычисленная в точке γ_* матрица системы нормальных уравнений, возникающей при минимизации Φ , $2B \approx \partial^2 \Phi(\gamma_*) / \partial \gamma^2$. Точность аппроксимации данных АСН найденным решением уравнений движения и точность определения этого решения характеризовались стандартным отклонением ошибок измерений σ_* , стандартными отклонениями $\sigma_i = \sqrt{C_{ii}}$ ($i = 1, 2, \dots, 7$) компонент вектора γ_* и среднеквадратичными значениями рядов остатков

$$dr_n = |\mathbf{r}_n - \boldsymbol{\varphi}(t_n, \gamma_*)|, \quad (n = 0, 1, 2, \dots, N). \quad (4.7)$$

Эти среднеквадратичные значения обозначим соответственно s_r . Вычислялись также медианы остатков (4.7), которые использовались для исключения из обработки данных $(t_n, \mathbf{r}_n, \mathbf{v}_n)$ величины остатков которых в 3,8 раза превышали оценочное стандартное отклонение.

Минимизация функционала проходила в два этапа. На первом этапе значение баллистического коэффициента было фиксированным, варьировались начальные значения радиус-вектора, вектора скорости и компоненты импульсов. На втором этапе фиксировались найденные значения компонентов импульсов, а параметры начальных значений радиус-вектора, вектора скорости и баллистического коэффициента определялись при помощи минимизации функционала. Каждый этап минимизации выполнялся в четыре прохода с двумя процедурами фильтрации входных данных:

7. Метод Левенберга-Марквардта.
8. Метод Гаусса-Ньютона.
9. 1-я фильтрация.
10. Метод Левенберга-Марквардта.
11. Метод Гаусса-Ньютона.
12. 2-я фильтрация.

В таблице 4.3 представлены результаты аппроксимации траекторий движения КК во время сближения и стыковки с МКС (см. таблицу 4.1).

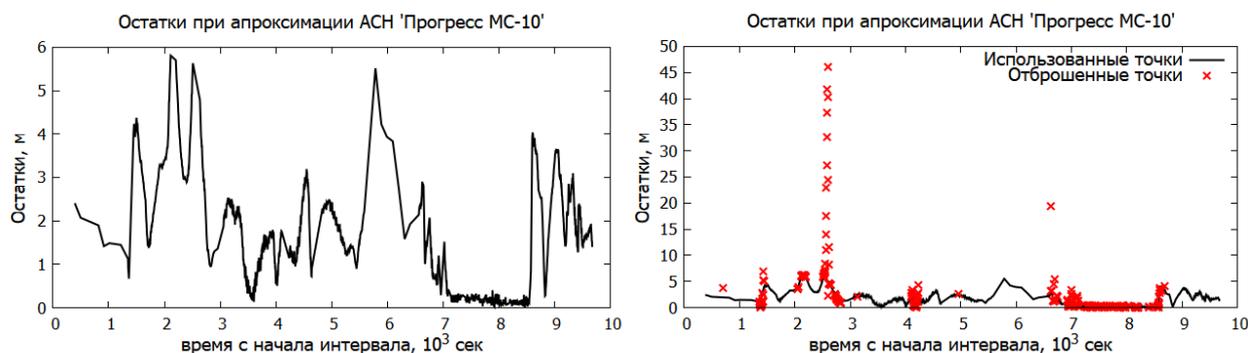
№	Номер борта	Медиана dr , м	СКО r , м	Количество использованных измерений	Количество отброшенных измерений
1	440	1.658	2.163	1410	280
2	445	36.888	52.573	896	513
3	733	28.915	39.539	711	301
4	739	28.848	45.625	1247	367
5	742	8.672	13.832	1958	876
6	743	30.015	45.114	1435	287
7	744	83.248	126.329	1199	191

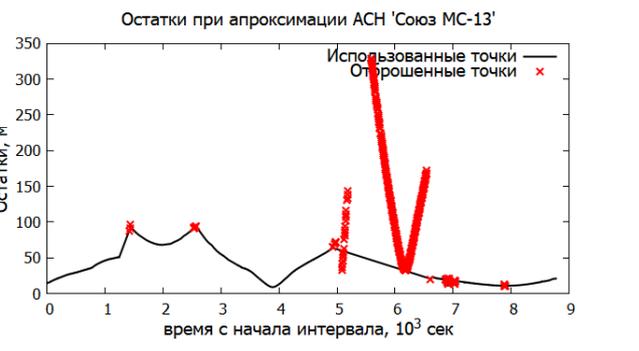
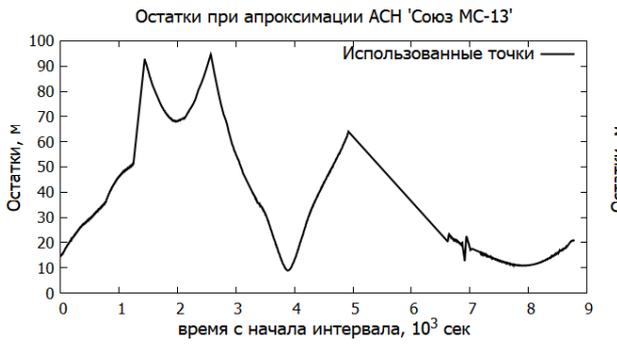
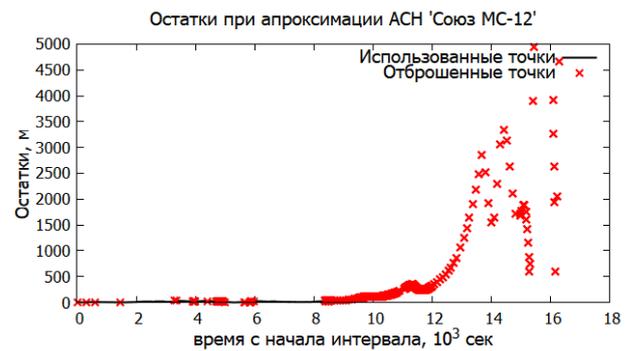
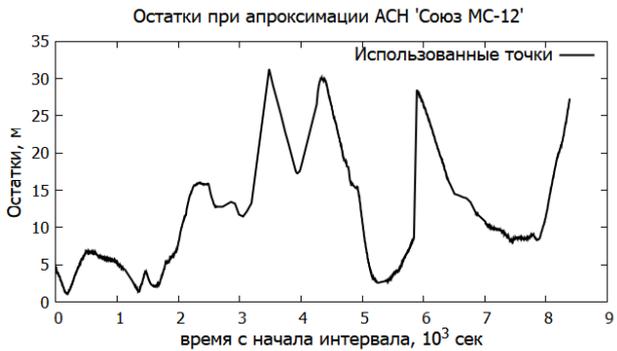
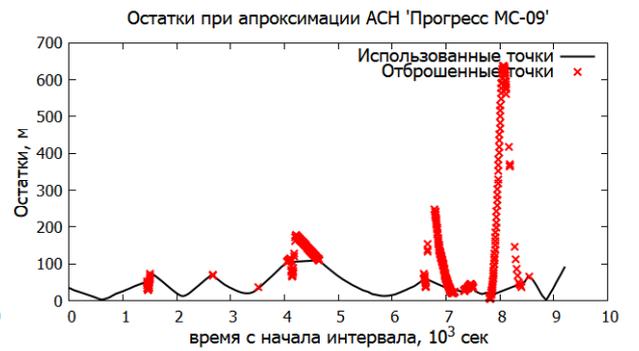
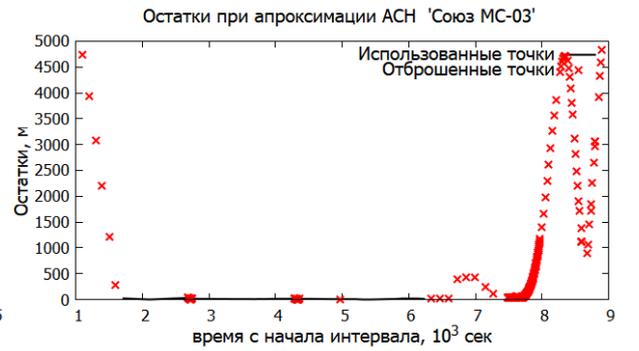
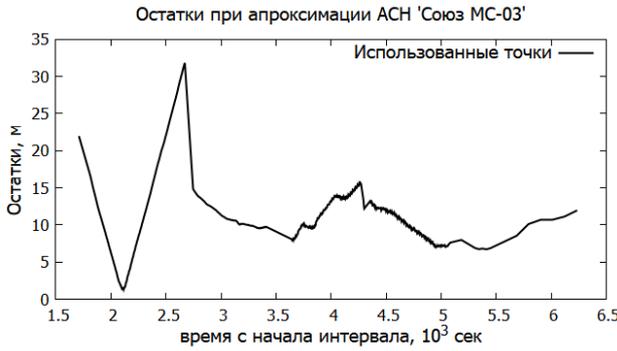
Таблица 4.3 Результаты восстановления орбитального движения КК «Союз» и «Прогресс» при сближении и стыковке с МКС.

Из таблицы видно, что траектория движения КК 440 восстановлена предлагаемым методом с высокой точностью. КК 733, 739, 742, 743 с приемлемой точностью, КК 445, 744 имеют явные проблемы с точностью. Фактический размеры корабля: длина ~ 7 метров, диаметр ~ 2,7 метра [157]. Также процент отброшенных измерений весьма велик.

Кроме медиан остатков и оценки СКО проанализируем графики остатков (Рис. 4.3).

При восстановлении движения КК 440 наблюдаются небольшие величины остатков и небольшое количество отброшенных измерений. Траектории движения других КК предложенным методом восстанавливаются недостаточно точно с большим количеством отброшенных данных.





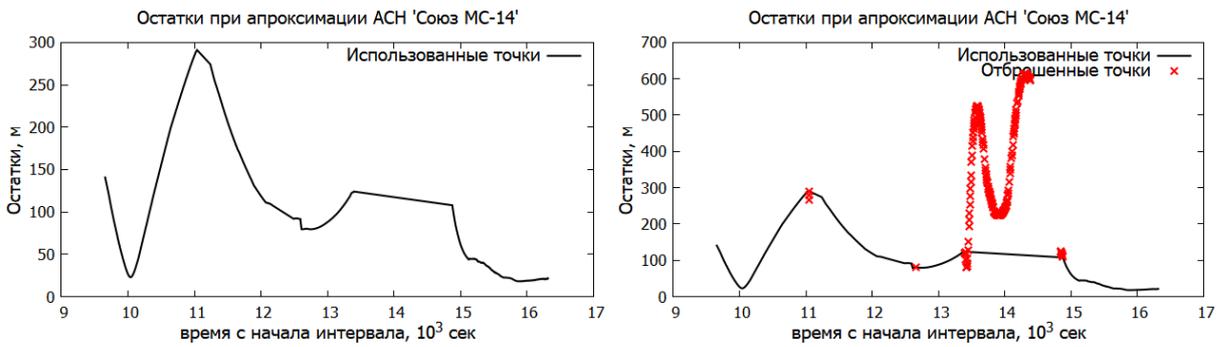


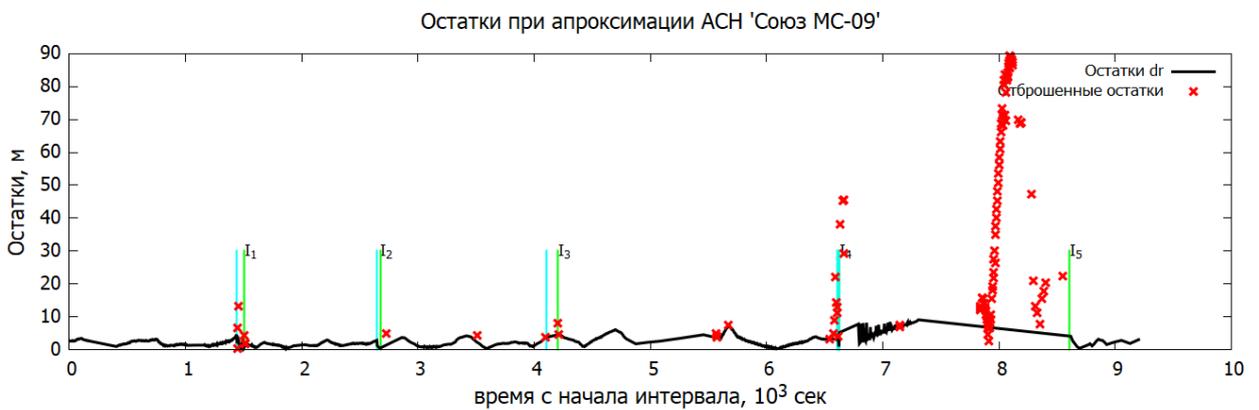
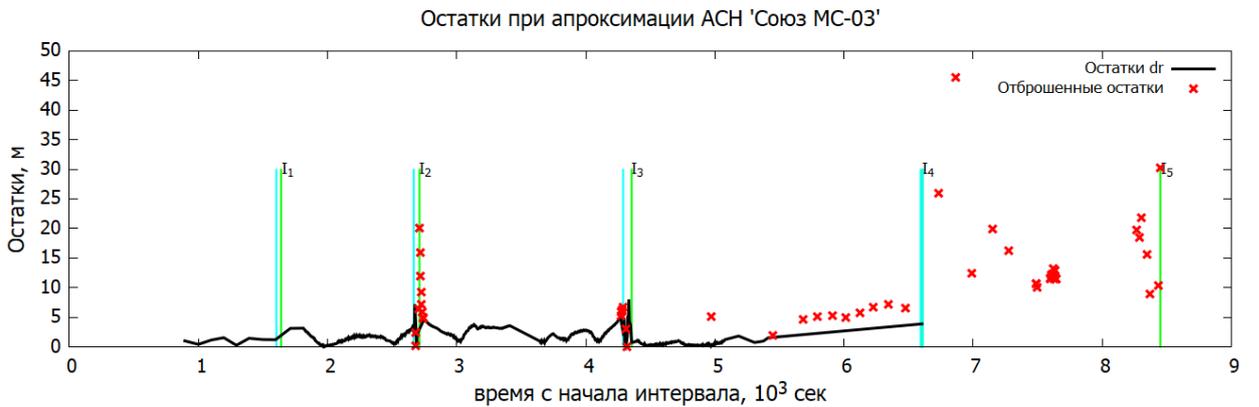
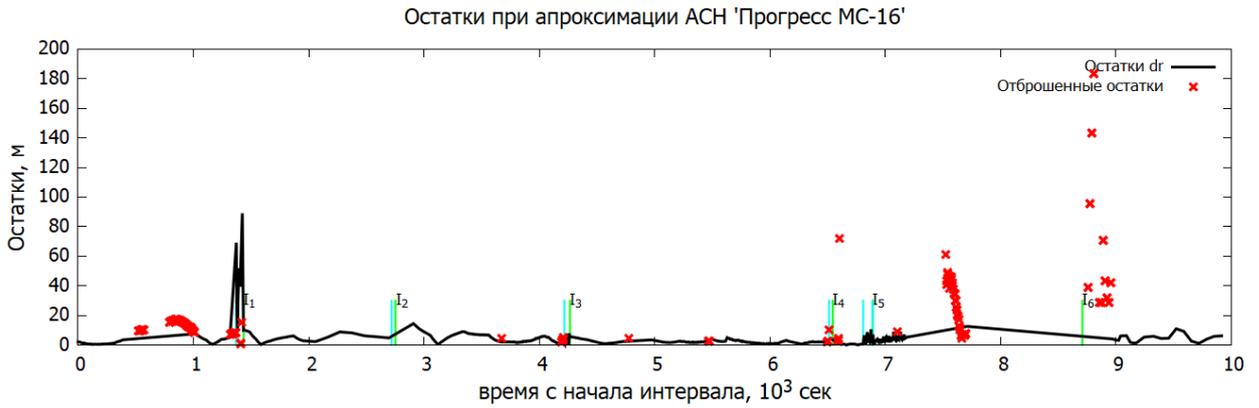
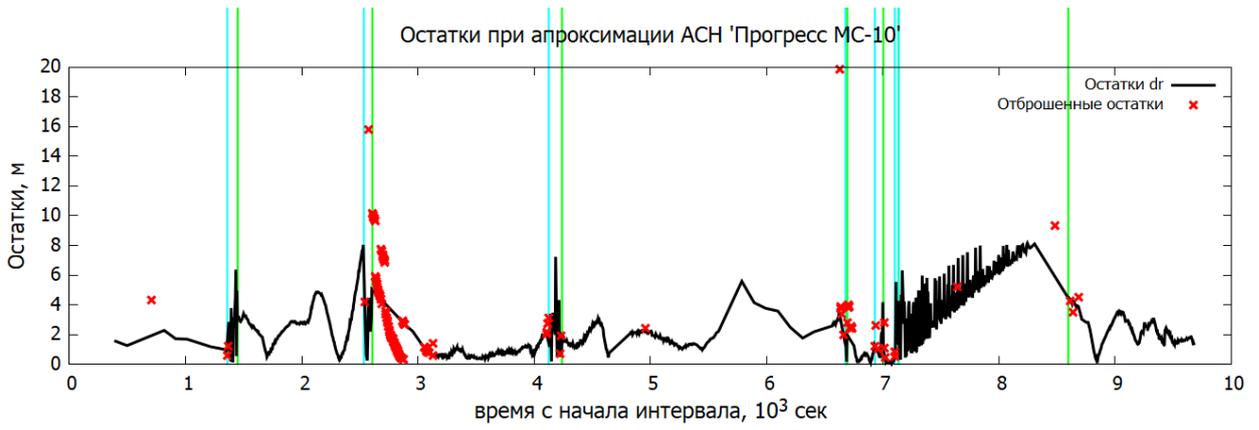
Рис. 4.3. Остатки при аппроксимации данных АСН КК «Союз» и «Прогресс».

Также для восстановления траектории использовался комбинированный подход. Временной отрезок траектории разбивался на участки невозмущенного движения и активные участки. Движение на каждом участке восстанавливалось независимо. В результате получалась кусочно-непрерывная траектория. В таблице 4.4. приведены оценки погрешностей восстановления предлагаемым способом траектории орбитального движения КК.

№	Номер борта	Медиана dr , м	СКО r , м	Количество использованных измерений	Количество отброшенных измерений
1	440	2.085	3.992	1573	95
2	445	2.543	4.857	1320	85
3	733	$1,23 \cdot 10^{-6}$	$1,23 \cdot 10^{-6}$	714	297
4	739	2.002	2.972	1276	289
5	742	2.262	3.264	2406	372
6	743	2.115	3.045	1459	263
7	744	3.519	5.320	1184	215

Таблица 4.4 Оценка погрешности восстановления орбитального движения КК «Союз» и «Прогресс» при сближении и стыковке с МКС комбинированным способом.

На Рис. 4.4. приведены графики остатков. Бирюзовой и зеленой линиями помечены соответственно начальные и конечные точки активных участков. Красным – отброшенные при фильтрации точки. Анализ таблицы 4.4 показывает, что комбинированный метод восстановления дает существенно лучшие по точности результаты.



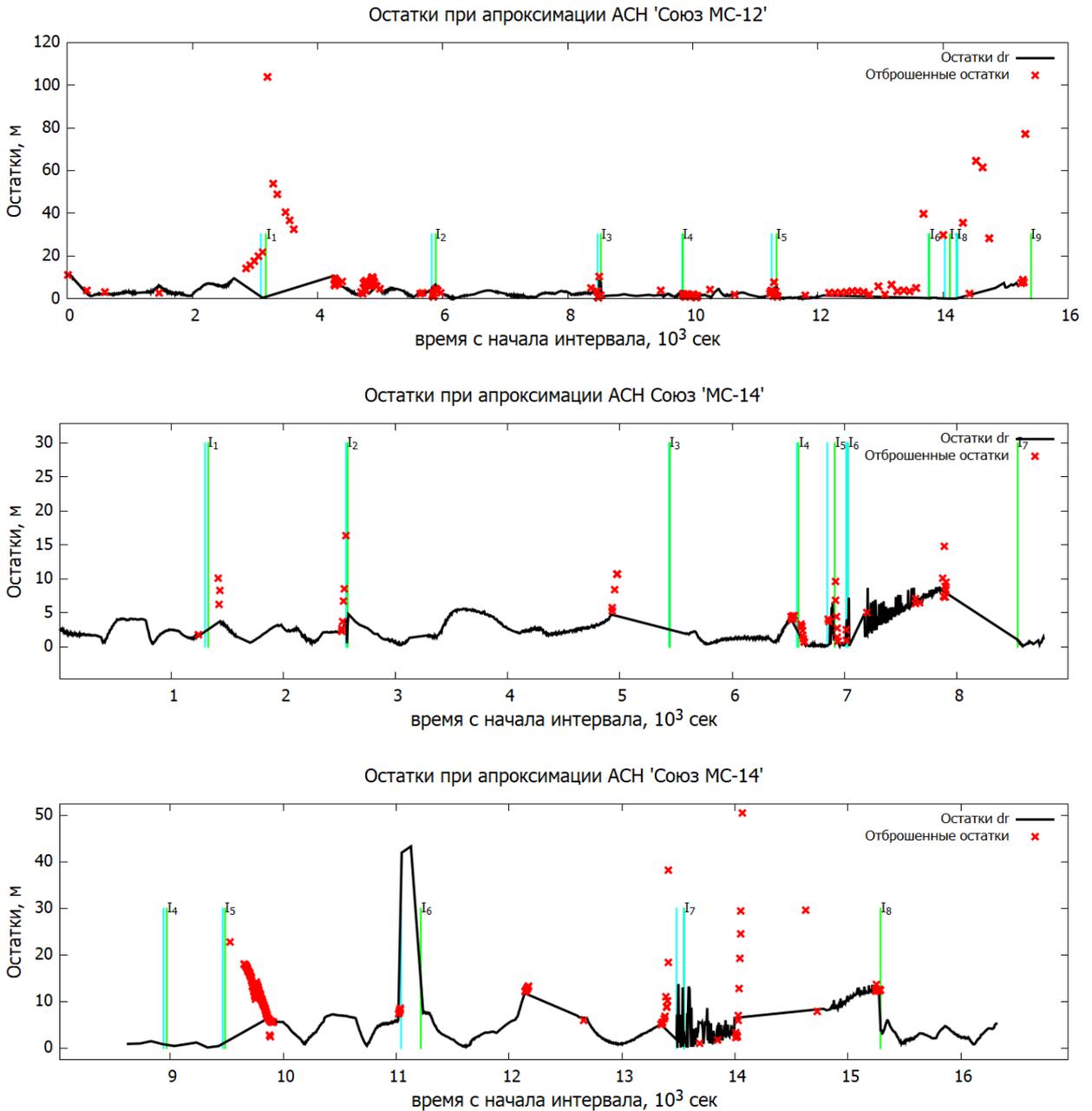


Рис. 4.5. Остатки при аппроксимации данных АСН КК «Союз» и «Прогресс» комбинированным способом.

После получения траектории движения КК в ГСК строим относительную траекторию сближения КК с МКС в ОСК МКС. На рисунках 4.5-4.11 показаны восстановленные траектории относительного сближения. На рисунках приведены траектории движения в сферической системе координат (r, θ, ϕ) (r, θ, ϕ) , связанной с антенной АКР-2 радиотехнической системы «Курс» измерения параметров относительного движения. Траектория изображена как кривая $(\theta(t), \phi(t))$ $(\theta(t), \phi(t))$ в полярной системе координат

(θ, ϕ) (θ, ϕ) . Антенна расположена на конце СБ СМ, направленной по отрицательному направлению оси Z ССК РС МКС. СК АКР-2 построена следующим образом: ось Z направлена вдоль оси Z ССК РС МКС, ось X направлена по направлению -X ССК РС МКС, СК АКР-2 – правая. Красным обозначена модельная траектория сближения, предоставляемая Главной оперативной группой управления ГОГУ, бирюзовым – восстановленная траектория.

Траектория сближения восстановлена с точностью до 18 метров. Для определения средней ошибки относительной траектории складываем СКО восстановленных траекторий станции и корабля. При восстановлении интерес представляет участок, на котором расстояние от МКС до КК не меньше 200 метров. Ошибка в угловых координатах составляет не более

$$\arctg\left(\frac{18}{200}\right) \approx 5,1427^\circ.$$

На рис. 4.9 восстановленная траектория КК 742 обладает изломами и петлями, что не характерно для движения КК.

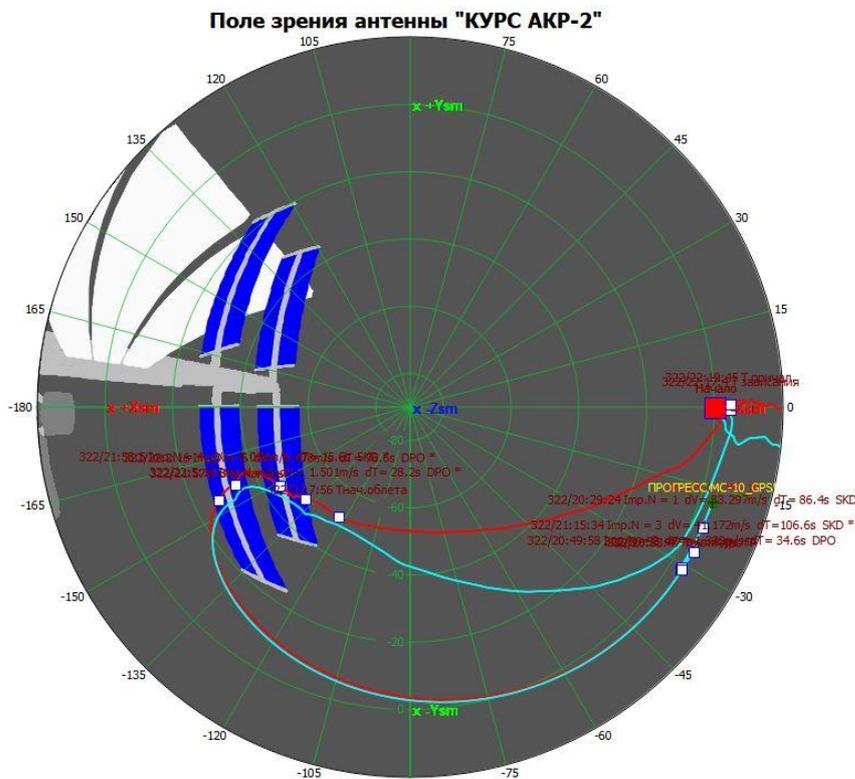


Рис. 4.5. Траектория сближения КК «Прогресс МС-10» (440) с МКС в СК АКР-2

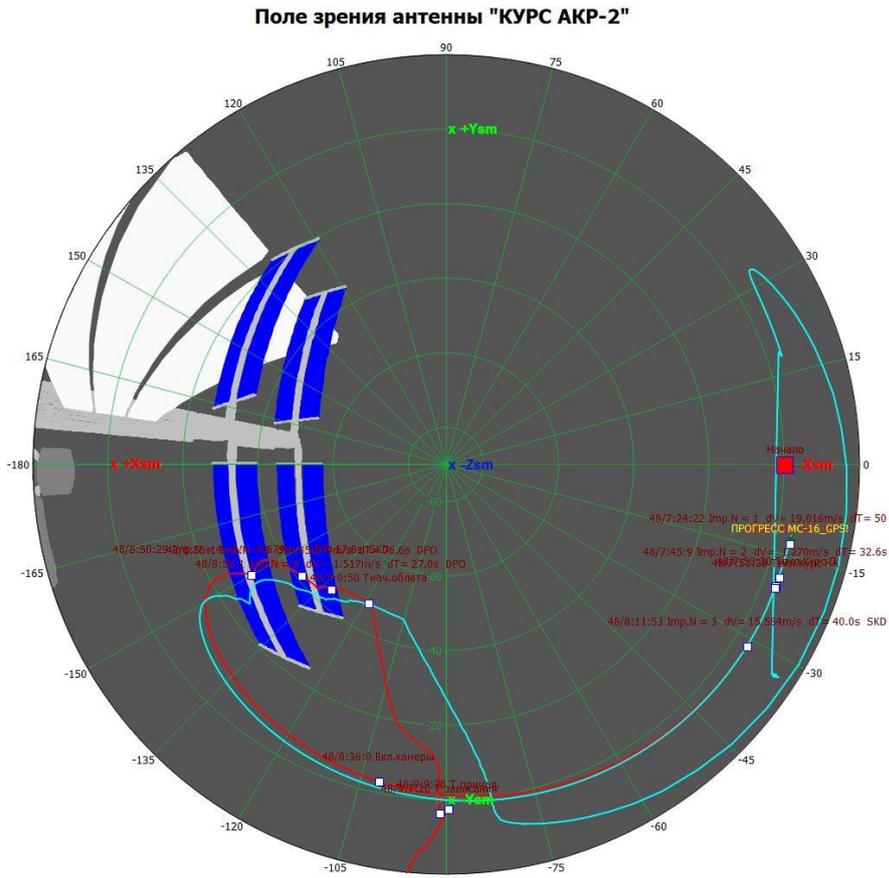


Рис. 4.6. Траектория сближения КК «Прогресс МС-16» (445) с МКС в СК АКР-2

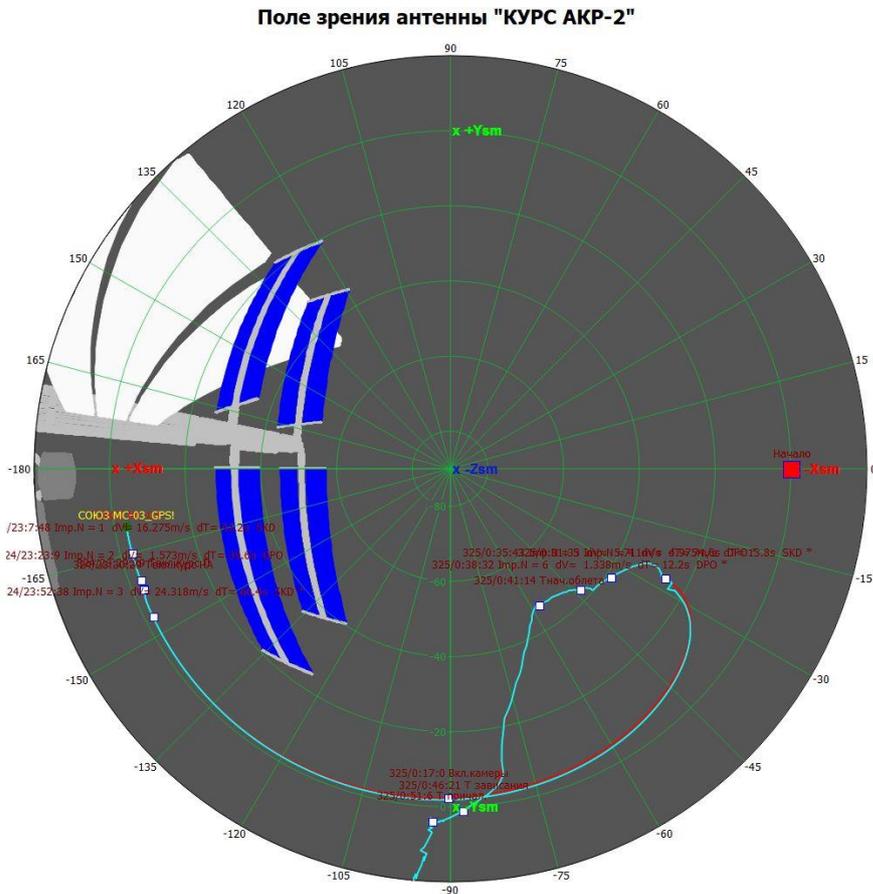


Рис. 4.7. Траектория сближения КК «Союз МС-03 (733) с МКС в СК АКР-2

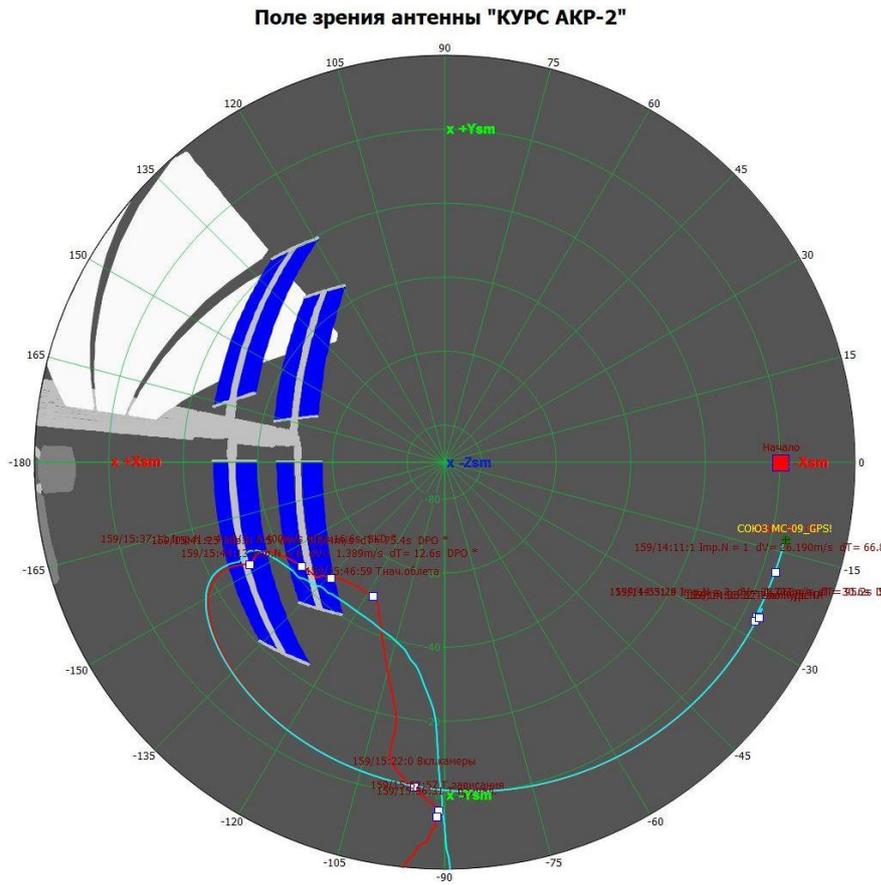


Рис. 4.8. Траектория сближения КК «Союз MS-09 (739) с МКС в СК АКР-2

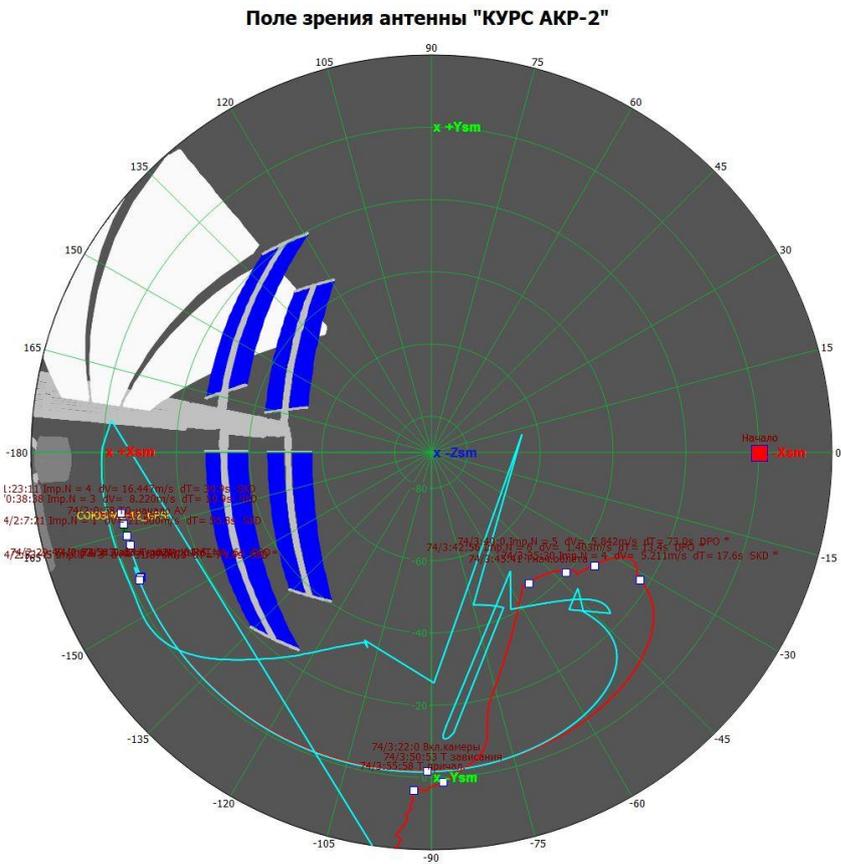


Рис. 4.9. Траектория сближения КК «Союз MS-12 (742) с МКС в СК АКР-2

Поле зрения антенны "КУРС АКР-2"

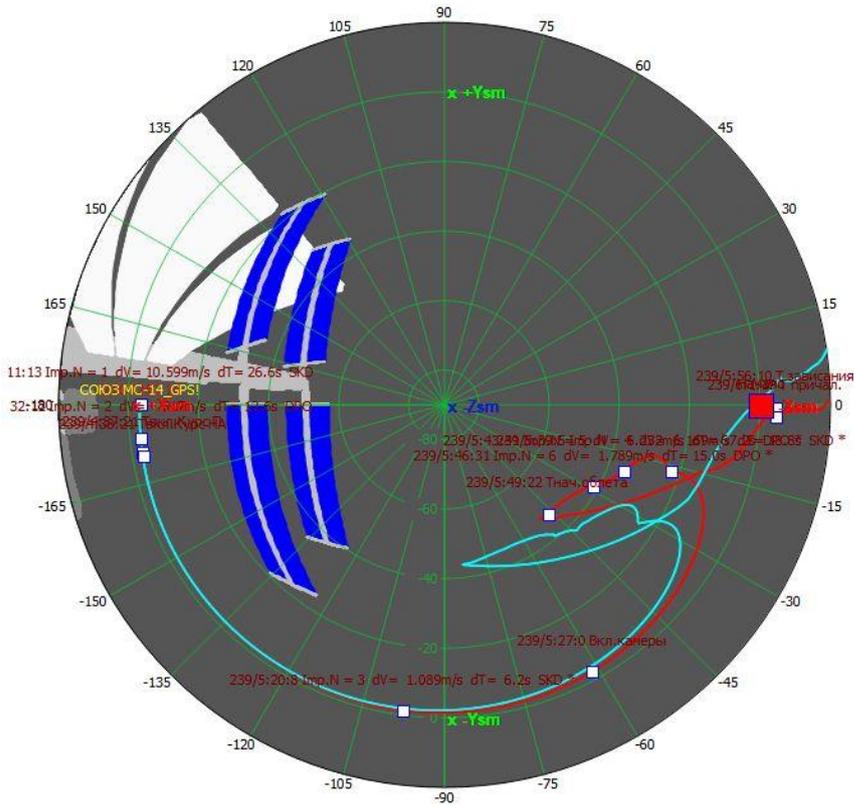


Рис. 4.10. Траектория сближения КК «Союз МС-13 (743) с МКС в СК АКР-2

Поле зрения антенны "КУРС АКР-2"

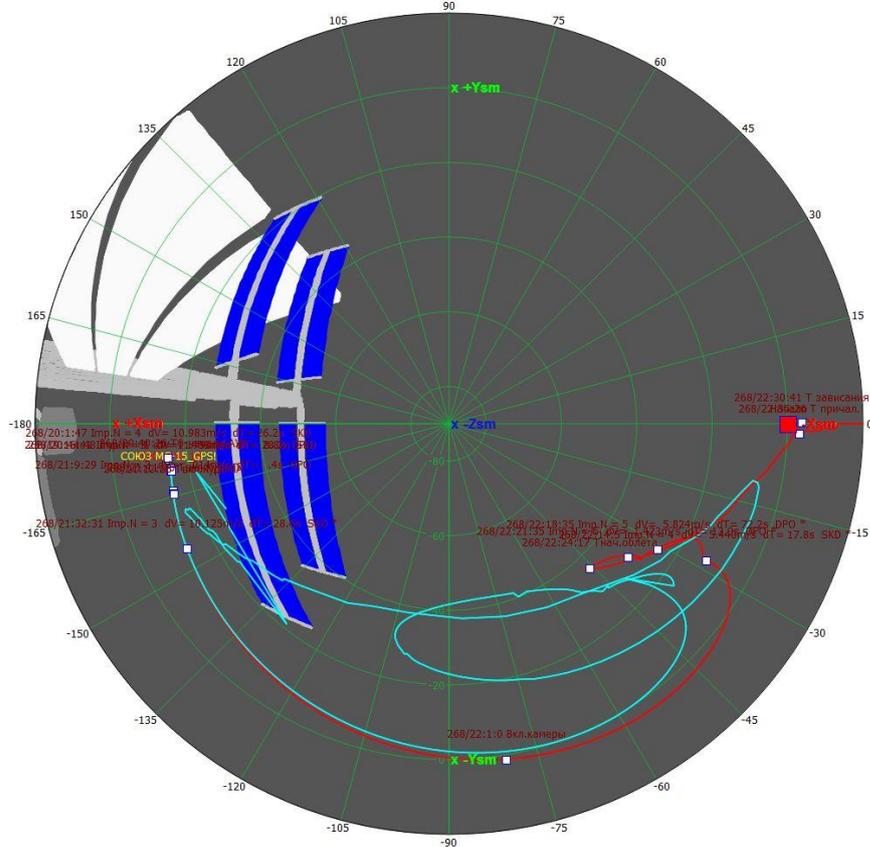


Рис. 4.11. Траектория сближения КК «Союз МС-14 (744) с МКС в СК АКР-2

Такое поведение восстановленной траектории связано с большими пропусками в данных и, возможно, некоторой некорректностью данных АСН, так как после 03:05 КК находился не в зоне связи.

4.5. Выводы

В главе 4 получены следующие результаты:

1. Представлен метод восстановления траектории относительного сближения КК с ОС по данным АСН.
2. Предложенный метод реализован в виде программы для ЭВМ.
3. Разработанное программное обеспечение было использовано для восстановления траекторий сближения КК «Прогресс МС-10», «Прогресс МС-16», «Союз МС-03», «Союз МС-09», «Союз МС-12», «Союз МС-13», «Союз-МС-14». Ошибка при восстановлении траекторий составила не более 18 метров.

Глава 5. Математическое моделирование работы радиотехнической системы с активным ответом

В главе 5 предлагается способ математического моделирования работы радиолокационной системы с активным ответом, установленной на орбитальной станции (ОС) и космическом (КК). Используется приближение физической оптики, расчет осуществляется методом трассировки лучей. Разработан алгоритм математического моделирования и программное обеспечение, реализующие этот алгоритм. Разработанный программный комплекс используется для анализа работы радиотехнической системы определения параметров относительного движения «Курс», установленной на Международной космической станции (МКС) и грузовых и транспортных космических кораблях «Союз» и «Прогресс». Анализ производится на предмет возможных сбоях при определении параметров относительного движения из-за дифракции электромагнитных волн на поверхности станции. Приводятся результаты математического моделирования во время шести стыковок КК к МКС и сравнение с результатами обработки телеметрической информации (ТМИ) системы «Курс», получаемой с борта КК. Показана адекватность предлагаемой математической модели для оценки зон возможной неустойчивой работы радиотехнической системы «Курс».

Результаты главы 5 опубликованы в [89].

5.1. Используемые допущения

Считаем, что выполнены следующие условия:

- в космическом пространстве коэффициенты диэлектрической проницаемости и магнитной проницаемости равны 1;
- взаимное перемещение сближаемых объектов происходит со скоростью, много меньшей скорости света;
- поверхность станции является идеально проводящей;
- антенна моделируемой радиотехнической системы излучает монохроматическую волну длиной менее 10 см с заданной диаграммой направленности.

Используя эти допущения, представим аналитические выражения для вычисления вектора напряженности электрического поля волны, излучаемой антенной и отраженной от поверхности станции волны в точке наблюдения.

5.2. Вычисление характеристик отраженной электромагнитной волны

Зная векторный потенциал \mathbf{A} монохроматического электромагнитного поля (ЭМП), можно вычислить его напряженность [158]:

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{ik} (\text{grad div } \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A}), \quad (5.1)$$

где k – волновое число, i – мнимая единица.

Векторный потенциал отраженной от поверхности монохроматической электромагнитной волны может быть вычислен так [158]:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{4\pi} \int_{S'} \frac{e^{-ik\rho}}{\rho} \mathbf{j} dS, \quad (5.2)$$

где c – скорость света в вакууме, \mathbf{j} – плотность тока на поверхности станции, ρ – расстояние между точкой интегрирования и точкой наблюдения, S' – часть рассеивающей ЭМП поверхности, видимая из точки наблюдения.

Вычисление поверхностного тока \mathbf{j} в общем случае требует решения уравнений Максвелла [159], но при использовании приближений можно получить явные формулы. Применим приближение физической оптики [160]:

1. В каждой точке поверхности станции, облучаемой антенной, плотность поверхностного тока вычисляется также, как и в любой точке бесконечной плоскости, на которую волна падает под тем же углом, что и на касательную плоскость к поверхности станции в этой точке.
2. Поверхность станции является идеально проводящей.

При сделанных допущениях получаем, что плотность тока на части поверхности, на которую падает прямое излучение от антенны, может быть вычислена так:

$$\mathbf{j} = 2\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{ex}, \quad (5.3)$$

где \mathbf{n} – нормаль к поверхности, \mathbf{H}_{ex} – магнитный вектор падающей электромагнитной волны. На части поверхности, находящейся в тени от излучения антенны, считаем, что поверхностный ток равен нулю. Максимальный линейный размер станции (l) более 100 метров, длина волны $\lambda = 0.1\text{ м}$, минимальный радиус кривизны элементов внешней поверхности станции (D) – более 2 метров. Выполнены условия применимости приближения физической оптики [161]:

$$D \gg \lambda, \quad l \gg \lambda \quad (5.4)$$

Подставляя (5.3) и (5.2) в (5.1), после проведения аналитических преобразований получаем выражение для напряженности электрического поля волны, отраженной от поверхности станции:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{refl}(\mathbf{r}) = & \frac{i}{2\pi k} \int_{S'} \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \left[\frac{(\mathbf{n}, \mathbf{H}_{ex}, \mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} \left(-k^2 - \frac{3ik}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} + \frac{3}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} \right) (\mathbf{r}-\mathbf{r}') + \right. \\ & \left. + \left(k^2 + \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \left(ik - \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) \right) (\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{ex}) \right] ds', \end{aligned} \quad (5.5)$$

где \mathbf{r} – точка измерения, \mathbf{r}' – точка на поверхности, по которой производится интегрирование, S' – участок поверхности станции, облучаемый антенной, видимый из точки наблюдения.

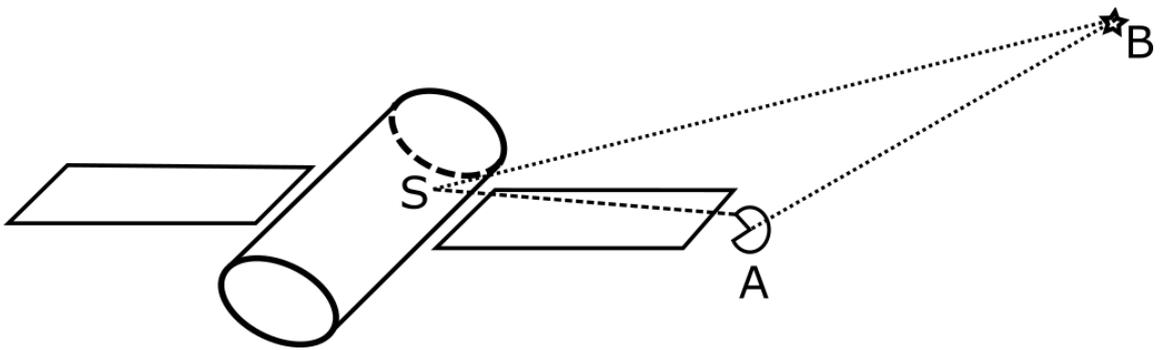


Рис. 5.1. Вычисление параметров ЭМП, создаваемого антенной системы «Курс»

В точке наблюдения в окрестности станции (рис. 5.1) суммируются прямая электромагнитная волна, излученная антенной системы, которая установлена на станции и волна, отраженная от поверхности станции:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{dir} + \mathbf{E}_{refl} \quad (5.6)$$

5.3. Математическая модель излучающей антенны

Вычисление характеристик электромагнитной волны, излучаемой антенной будем производить при помощи математической модели. Известно, что излучающие антенны системы «Курс», установленные на МКС, АКР-1 и АКР-2 имеют круговую поляризацию [67], будем считать, что поляризация правая. Диаграмма направленности антенн осесимметричная.

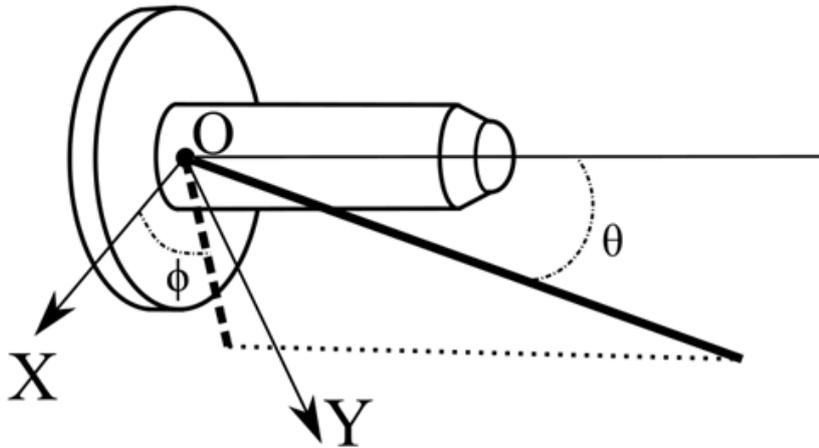


Рис. 5.2. Система координат антенны АКР системы «Курс»

Введем антенную систему координат (рис. 5.2). Ось симметрии антенны примем за ось OZ , оси OX и OY выбраны в перпендикулярной оси OZ плоскости и перпендикулярны друг другу, орты осей OX , OY , OZ – образуют правую тройку. Углы φ , θ сферической системы координат вводятся стандартным образом – φ отсчитывается против часовой стрелки от направления OX в плоскости OXY , θ – угол между радиус-вектором точки и плоскостью OXY . В этой сферической системе координат напряженность электрического поля возбуждаемой антенной электромагнитной волны можно представить так:

$$\mathbf{E}(R, \theta, \varphi) = F(\theta) \cdot e^{-i\varphi} \cdot \{\mathbf{\theta} + i\boldsymbol{\varphi}\} \cdot \frac{e^{ikR}}{R}, \quad (5.7)$$

где $F(\theta)$ – коэффициент усиления антенны. По компонентам вектор напряженности электрического поля можно представить следующим образом:

$$\begin{cases} \mathbf{E}_R = 0, \\ \mathbf{E}_\theta = F(\theta) \frac{e^{ikR}}{R} (\cos \varphi - i \sin \varphi), \\ \mathbf{E}_\varphi = F(\theta) \frac{e^{ikR}}{R} (\sin \varphi + i \cos \varphi). \end{cases} \quad (5.8)$$

Согласно приближению физической оптики:

$$\begin{cases} \mathbf{H}_R = 0, \\ \mathbf{H}_\theta = -\frac{\mathbf{E}_\varphi}{120\pi}, \\ \mathbf{H}_\varphi = \frac{\mathbf{E}_\theta}{120\pi}. \end{cases} \quad (5.9)$$

Значения компонент вектора напряженности электрического поля и вектора напряженности магнитного поля излучаемой антенной электромагнитной волны вычисляются по формулам 5.8 и 5.9 в случае, если антенна находится в прямой видимости из точки измерения. В случае, если есть объекты, перекрывающие видимость антенны из точки наблюдения, полагаем векторы напряженности электрического и магнитного поля этой волны равными нулю.

Подставляя 5.8 в 5.9 и вычисляя значения векторов магнитного поля на поверхности станции, получаем значения \mathbf{H}_{ex} , используя 5.5 можем вычислить значение напряженности электрического поля отраженной волны – \mathbf{E}_{refl} . При помощи 5.7 вычисляем значения напряженности электрического поля прямой волны от излучающей антенны – \mathbf{E}_{dir} . Таким образом, с использованием приближения физической оптики вычислены векторы напряженности электромагнитного поля прямой волны от излучающей антенны \mathbf{E}_{dir} , вектор отраженной волны от поверхности станции и полного поля \mathbf{E}_{refl} , являющийся суммой прямой и отраженной компоненты вектор $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{dir} + \mathbf{E}_{refl}$. В качестве числового показателя оценки электромагнитного поля используем объемную плотность энергии [160]:

$$w = \frac{1}{8\pi} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* . \quad (5.10)$$

5.4. Схема вычислений

Для вычисления вектора напряженности электрического поля в заданной точке пространства требуется вычислить вектор напряженности прямого излучения от антенны, вектор напряженности волны, отраженной от поверхности станции, и сложить их. Вычисления будем производить в антенной системе координат (рис. 5.2.).

Для отыскания значения вектора напряженности электрического поля прямого излучения антенны определим геометрическую видимость антенны из точки наблюдения и, в случае если антенна видна, воспользуемся 5.8. Одним из сомножителей правой части 5.8 выступает коэффициент усиления антенны $F(\theta)$, который рассчитывается при помощи диаграммы направленности. В случае, если излучающая антенна не видна из точки наблюдения, полагаем значение вектора напряженности электрического поля прямого излучения равным нулю.

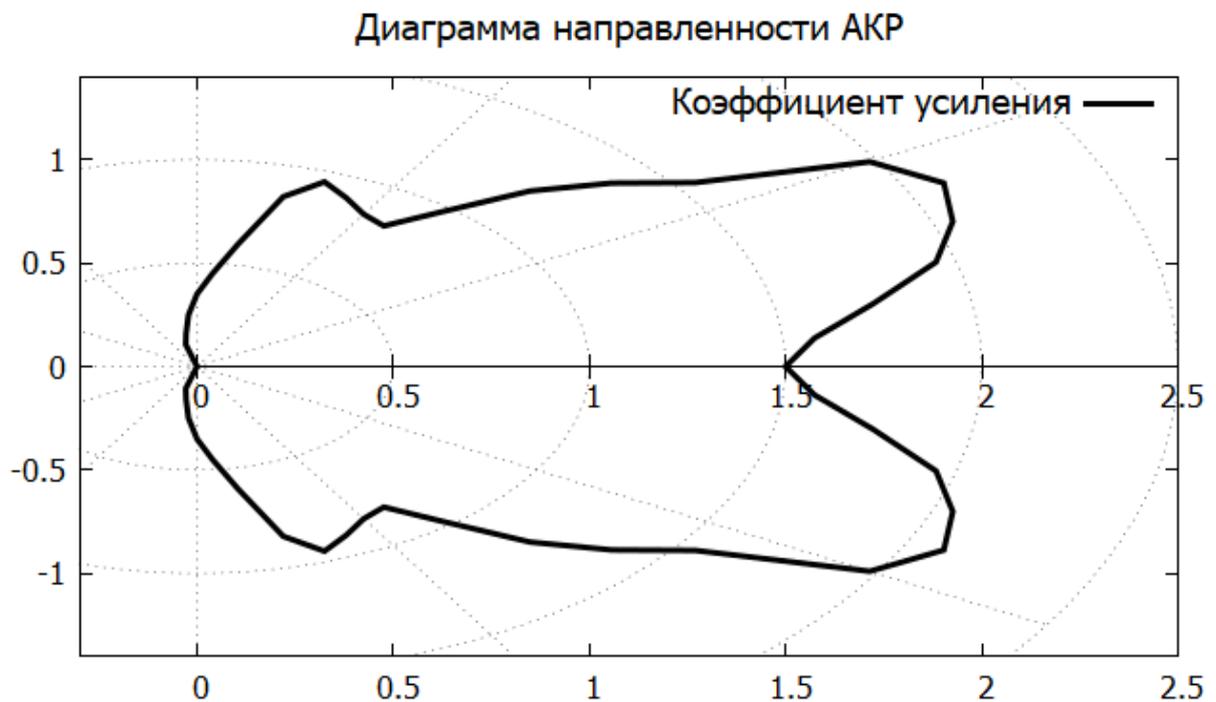


Рис. 5.3. Система координат антенны АКР системы «Курс»

Излучающая антенна РТСС «Курс» имеет широкую осесимметричную диаграмму направленности в 210 градусов. Диаграмма задана таблично с шагом 5 градусов, восполнение значений между узлами сетки производится линейной интерполяцией.

Для вычисления отраженной электромагнитной волны от поверхности станции необходимо вычислить интеграл (5.5), делаем это численно, заменяя интеграл суммированием. Для этого внешняя поверхность станции разбивается на четырехугольные и треугольные части с максимальным линейным размером не выше одной трети длины волны, чтобы обеспечить адекватность математической модели [162], [163]. Так как длина волны 10 см, выбираем максимальный размер в 3 см. Получаем следующую сумму:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{refl}(\mathbf{r}) = & \frac{i}{2\pi k} \sum_{j=1}^N \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|} \left[\frac{(\mathbf{n}_j, \mathbf{H}_{ex}^j, \mathbf{r}-\mathbf{r}'_j)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|^2} \left(-k^2 - \frac{3ik}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|} + \frac{3}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|^2} \right) (\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j) + \right. \\ & \left. + \left(k^2 + \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|} \left(ik - \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|} \right) \right) (\mathbf{n}_j \times \mathbf{H}_{ex}^j) \right] \sigma_j \cdot vis(\mathbf{r}', \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (5.11)$$

где \mathbf{r}'_j – координаты центра элемента разбиения поверхности, \mathbf{n}_j – нормаль к поверхности в этой точке, $\mathbf{H}_{ex}^j = \mathbf{H}(\mathbf{r}'_j)$ – значение вектора напряженности электромагнитной волны от излучающей антенны, взятое в центре элемента разбиения поверхности, $vis(\mathbf{r}'_j, \mathbf{r})$ – видимость центра элемента разбиения из точки наблюдения. $vis(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ – принимает значение 1, если точки с радиус-векторами \mathbf{a} и \mathbf{b} находятся в зоне прямой видимости и 0 в противном случае.

Таким образом, при вычислении прямой и отраженной компоненты электромагнитной волны существенным становится решение задачи определения геометрической видимости:

- 1) при вычислении характеристик прямого электромагнитного излучения от антенны – определение видимости антенны из точки наблюдения,
- 2) при вычислении тока в заданной точке на поверхности станции – определение видимости антенны из этой точки,

- 3) при вычислении отраженной компоненты электромагнитного поля – суммирование ведется только по участкам поверхности, видимым из точки наблюдения.

Для решения задачи геометрической видимости будем использовать интерактивную геометрическую модель внешней поверхности КА и метод трассировки лучей, описанные в главе 1. Из центра антенны испускается луч в направлении на точку наблюдения. Если какие-либо части модели пересекаются с этим лучом до точки наблюдения (кроме примитива, на котором расположена точка наблюдения), то считается, что из точки наблюдения антенна не видна. Если луч не встречает препятствий (кроме примитива, на котором расположена точка наблюдения), то антенна считается видимой.

При массовом вычислении значений отраженной волны, например, вдоль траектории КА, можно оптимизировать расчет и вычислять плотность поверхностного тока только при изменении формы внешней поверхности станции.

5.5. Расчет характеристик электромагнитного поля вдоль траектории сближения

Для анализа работы системы «Курс» при сближении и стыковке КК к станции интерес представляет поведение объемной плотности электроэнергии радиосигнала, излучаемого антенной системы, установленной на станции в точке приема этого сигнала КК, с учетом дифракции излученной волны на поверхности станции. Пользуясь разработанной схемой вычислений, найдем точках траектории, взятых с заданным шагом, значение объемной плотности электроэнергии прямого излучения от антенны и суммарного излучения с учетом волны, отраженной от поверхности станции. Рассмотрим моделирование на примере сближения и стыковки ТГК «Прогресс МС-10» и МКС.

Процесс сближения и стыковки КК с МКС происходит в автоматическом режиме, поэтому фактическая траектория может быть известна только после

прямого излучения от антенны – синей пунктирной линией и суммы прямого излучения и отраженного от корпуса станции – сплошной красной линией.

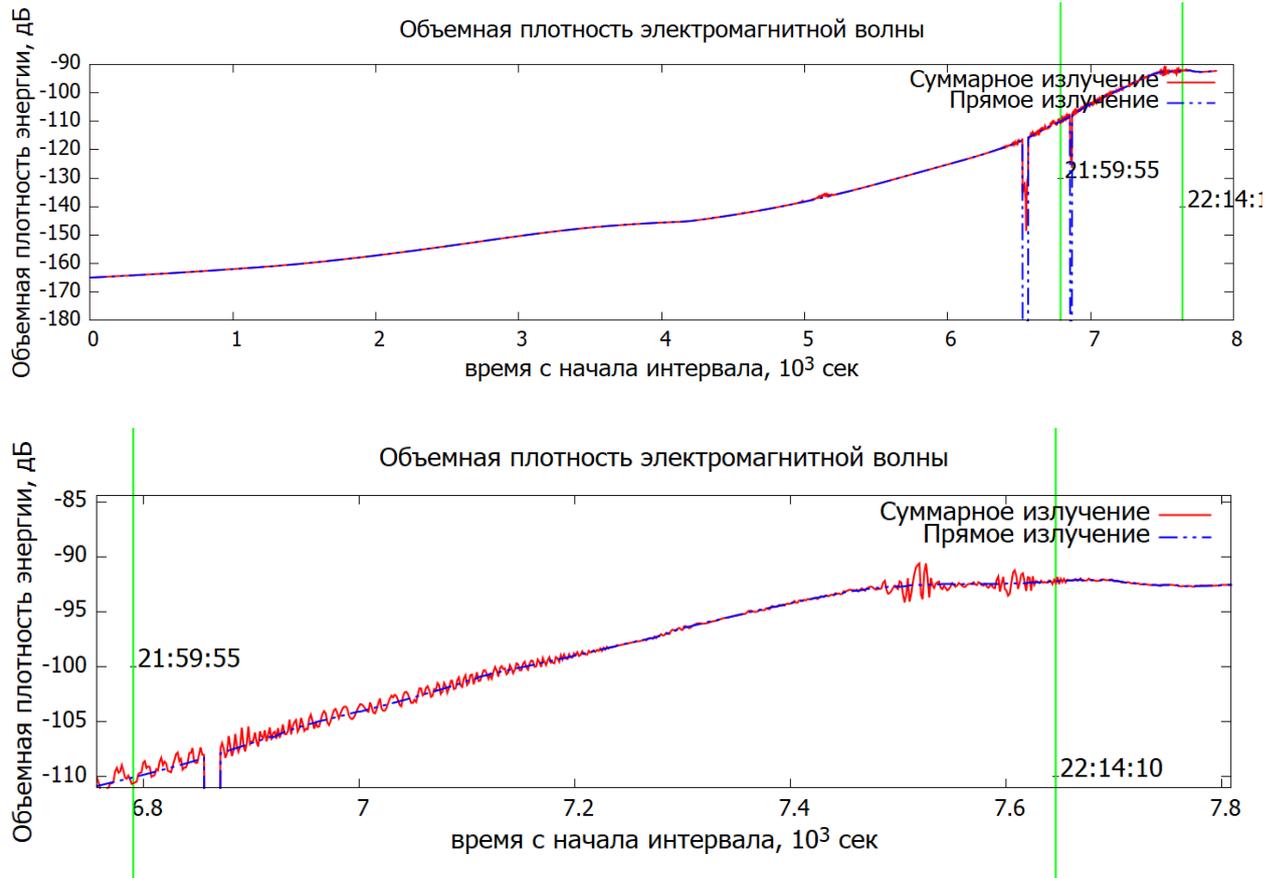


Рис. 5.5. Объемная плотность энергии излучения АКР-2 вдоль траектории сближения ТГК «Прогресс МС-10» и МКС 18.11.2018

Во время работы системы на указанной стыковке была зафиксирована неустойчивая работа системы «Курс» с 21:59:55 до 22:14:10, на рисунках временные границы некорректной работы обозначены вертикальными зелеными линиями. Видно, что в этом интервале из-за интерференции наблюдаются осцилляции, которые могут влиять на качество измерений углов направления на МКС в системе координат КК.

5.6. Оценка результатов моделирования

Для проведения качественной оценки осцилляций уровня сигнала вычислим вариацию уровня сигнала в окне длины Δ с центром в точке вычисления вариации. Пусть ψ_j – уровень модельного сигнала в децибелах в момент времени t_j . Определим вариацию:

$$V(t_k) = \sum_{j=1, |t_j - t_k| < \delta}^N |\Psi_j - \Psi_{j-1}|. \quad (5.12)$$

При приближении КК к станции уровень прямого сигнала монотонно возрастает как при приближении к источнику. В случае монотонного возрастания вариация будет равна разнице значений функции на концах окна. При осцилляциях значения вариации будет заметно больше, чем больше амплитуда осцилляций, тем больше значение вариации. На рис. 5.6. приведен график вариаций уровня сигнала, длина окна, в котором берется вариация – 10 секунд.



Рис. 5.6. Вариация уровня сигнала с длиной окна 10 сек вдоль траектории сближения ТГК «Прогресс МС-10» и МКС 18.11.2018.

Из анализа стыковки ТГК «Прогресс МС-10» можно сделать вывод, что если величина вариации уровня сигнала больше некоторого порогового значения, в данном случае 2, на некотором отрезке траектории сближения, то на этом отрезке траектории возможны сбои в работе РТСС «Курс». Анализ более 10 траекторий сближения и замечаний в работе РТСС «Курс» показывает, что замечания в работе системы появляются только на участке траектории сближения со значением вариации более 2. На рис. 5.7 и 5.8 приведены графики уровня модельных сигналов и вариаций во время стыковки ТПК «Союз МС-09» (со сбоями в работе РТСС «Курс») и ТПК «Союз МС-12» (без замечаний к работе РТСС «Курс»).

При анализе графиков вариаций уровня сигнала видно, что во время стыковок, которые проходили с замечаниями к работе РТСС «Курс» на

участках траектории, на которых наблюдались сбои в работе, значения вариации уровня сигнала выше порогового. Также, на стыковке, которая прошла без замечаний продолжительных участков траектории, на которых вариация уровня сигнала выше пороговой, нет.

Предлагается следующий алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы радиотехнической системы с активным ответом при помощи математического моделирования работы.

1. Задание параметров излучающей антенны и ее диаграммы направленности.
2. Задание формы внешней поверхности станции в зависимости от времени.
3. Разделение интервала моделирования работы системы во время сближения и стыковки на участки, где форма внешней поверхности станции не меняется.
4. Загрузка траектории сближения и преобразование координат в систему координат излучающей антенны.
5. Для каждого интервала постоянства формы внешней поверхности станции:
 - a. вычислить плотность тока, наводимого излучающей антенной на поверхности станции,
 - b. для каждой точки траектории выбранного временного интервала найти характеристики прямой и отраженной электромагнитной волны и объемную плотность электрической энергии, вычислить уровень сигнала.
6. Вычислить вариации уровня сигнала на всей траектории.
7. Выделить участки траектории со значением вариации выше пороговой, на этих участках возможны сбои в работе системы.

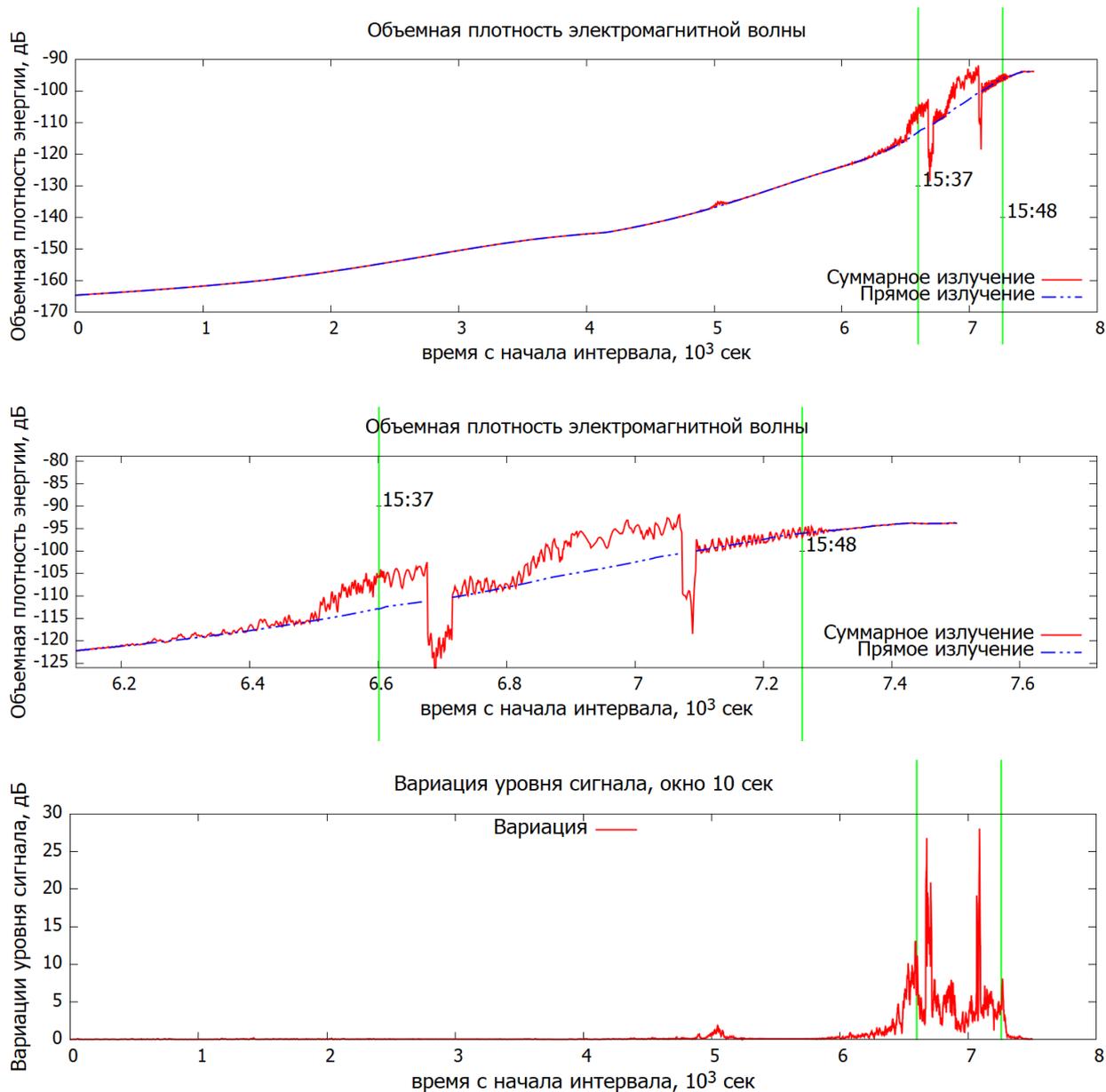


Рис. 5.7. Объемная плотность энергии излучения АКР-2 вдоль траектории сближения ТПК «Союз МС-09» и МКС 08.06.2018, вариация уровня сигнала с длиной окна 10 секунд.

Предложенный алгоритм был реализован автором в виде комплекса программ для ЭВМ и используется для оценки траектории сближения и стыковки грузовых и транспортных космических кораблей с МКС на предмет возможных сбоев в работе РТСС «Курс». Данные для моделирования внешней поверхности МКС берутся из БД ГОГУ, модельная траектория сближения предоставляется группой математического моделирования ГОГУ.

Отметим, что при планировании операции сближения и стыковки используются данные о конфигурации внешней поверхности станции (пристыкованные корабли, положения подвижных элементов) и модельная траектория сближения КК и станции.

Для дальнейшей верификации предложенного способа математического моделирования работы радиолокационной системы с целью нахождения участков траектории, на которых возможны сбои в работе системы, требуется восстановить реальную траекторию сближения и провести сравнения результатов моделирования с фактическими данными, получаемыми при обработке ТМИ.

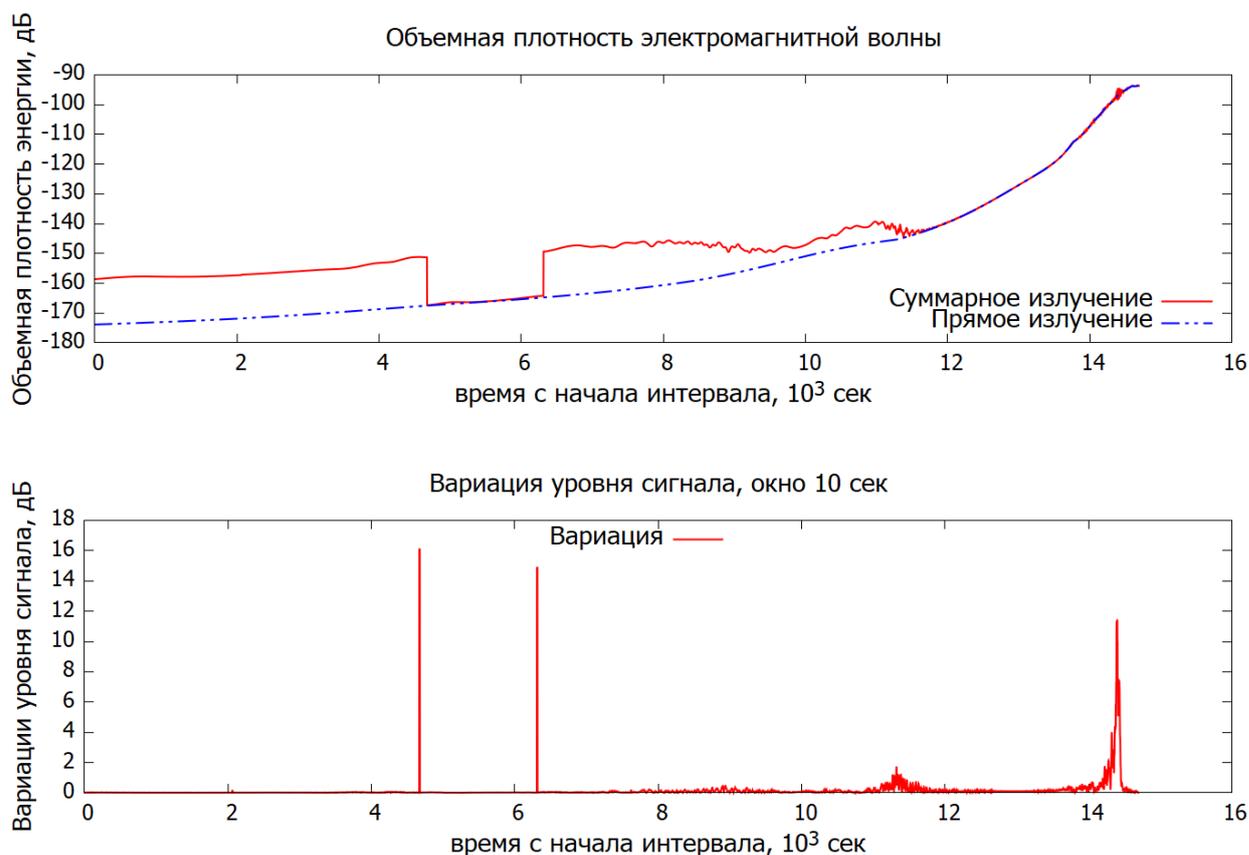


Рис. 5.8. Объемная плотность энергии излучения АКР-2 вдоль траектории сближения ТПК «Союз МС-12» и МКС 15.03.2019, вариация уровня сигнала с длиной окна 10 секунд.

5.6. Обработка телеметрической информации

Анализ поступающей ТМИ системы «Курс» и сравнение ТМИ с результатами моделирования необходимо производить, проводя моделирование вдоль фактической траектории сближения и стыковки КК с

МКС. Восстановление траектории происходит с использованием данных АСН, установленных на КК и на МКС. Метод подробно изложен в главе 4.

После восстановления траектории проводим расчет уровня сигнала как изложено в предыдущем параграфе, но используя восстановленную траекторию, координаты КК в системе координат излучающей антенны вычисляются в те же моменты времени, что и модельная траектория. Вместе с расчетом уровня сигнала рассчитываются и вариации. Сопоставим графики уровня сигнала и его вариации уровня сигнала с обработанной ТМИ системы «Курс».

Набор телеметрических параметров РТСС «Курс», регистрируемых бортовой вычислительной машиной ТПК «Союз» и ТГК «Прогресс» включает, в том числе, и следующие параметры: АРУ, КсиА, ТетаА.

Параметр АРУ отображает значение величины автоматической регулировки усиления в момент регистрации параметра. Параметр АРУ напрямую зависит от уровня радиосигнала, приходящего в данный момент на приемную антенну, поэтому будем его сравнивать с модельным уровнем радиосигнала.

Параметры ПсиА и ТетаА представляют собой значения в градусах углов курса и тангажа направления на МКС в ССК КК. При сбоях в работе наблюдается отсутствие телеметрических параметров курса и тангажа или их осцилляции. Подобные сбои могут наблюдаться в зонах сильной интерференции волн. Подобное поведение системы связано с используемым равносигнальным амплитудным методом.

Скорость изменения курса и тангажа направления на МКС зависит от угловых скоростей КК в ОСК и взаимного движения КК и МКС, обусловленного орбитальным движением.

На рис. 5.9 приведен график изменения параметров ПсиА и ТетаА во время стыковки к МКС ТГК «Прогресс МС-10». При анализе полученных значений параметров ПсиА и ТетаА на участке 21:59:55 – 22:14:10 наблюдаются сильные осцилляции параметров. РТСС «Курс» не сглаживает

полученные значения и просто их передает в СУДН КК. По наблюдениям сильные осцилляции приводят к сбоям СУДН. Оценим осцилляции численно.

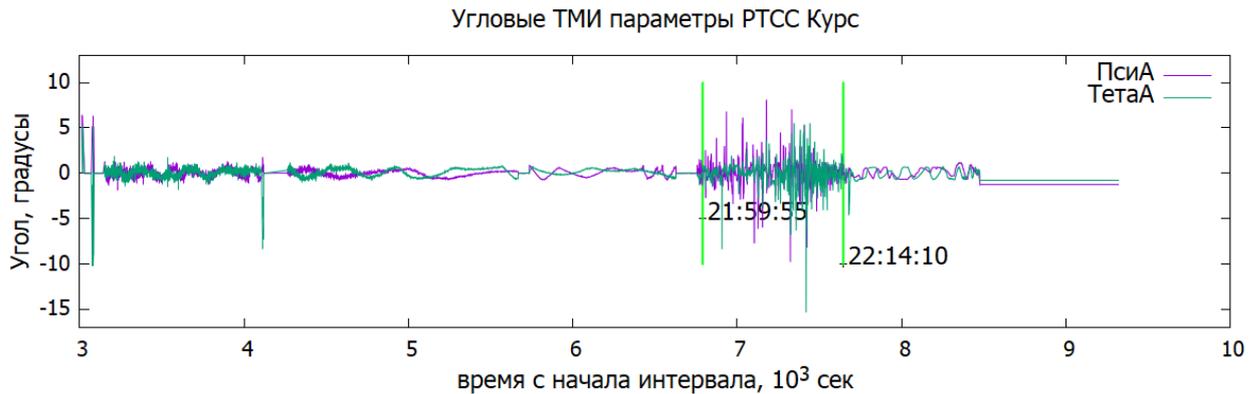


Рис. 5.9. График значений ТМИ параметров ПсиА, ТетаА во время стыковки к МКС ТК «Прогресс МС-10»

Воспользуемся осредняющим фильтром, с окном осреднения Δ :

$$\bar{\varphi}(t_l) = \frac{1}{t_{i+k} - t_{i-j}} \sum_{p=i-j}^{i+k-1} \frac{1}{2} [\varphi(t_{p+1}) - \varphi(t_p)] (t_{p+1} - t_p), \quad t_l - \frac{\Delta}{2} < t_{i-j}, t_{i+k} < t_l + \frac{\Delta}{2}, \quad (5.12)$$

где t_k – момент времени регистрации значения ТМИ параметра, $\varphi(t_l)$ – значение ТМИ параметра. Также рассмотрим значение остатка – разности между текущим значением и осредненным:

$$\hat{\varphi}(t_l) = |\varphi(t_l) - \bar{\varphi}(t_l)|. \quad (5.13)$$

При обработке ТМИ РТСС «Курс» используем окно осреднения $\Delta = 10$ секунд.

На рис. 5.10 представлены значения осредненных параметров, остатков и вариации уровня модельного сигнала. Видна сильная корреляция между величиной остатков и вариацией уровня сигнала.

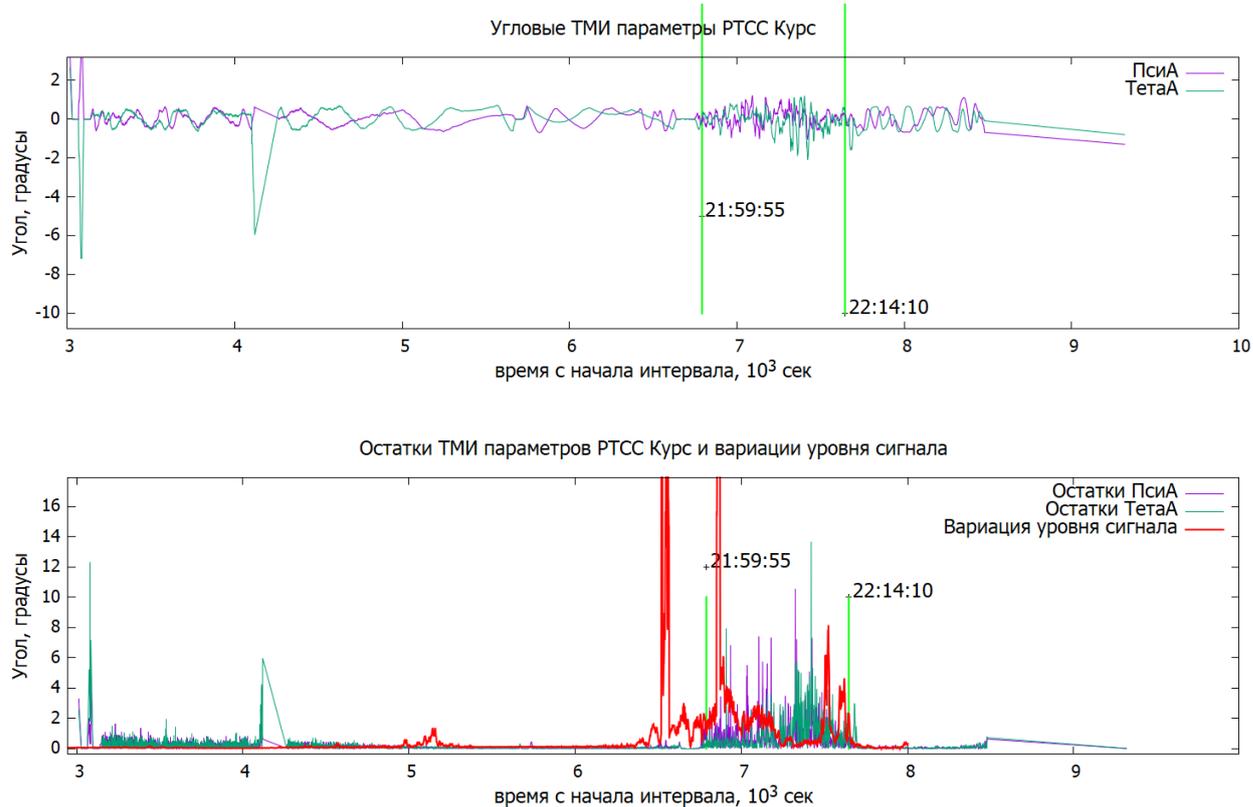


Рис. 5.10. График осредненных параметров ТМИ ПсиА, ТетаА, их остатков и вариаций модельного уровня сигнала во время стыковки к МКС ТГК «Прогресс МС-10»

Похожая картина наблюдается при стыковке ТПК «Союз МС-09» к МКС 08.06.2018 (Рис. 5.11).

Если при движении вдоль траектории не выявляются участки высокой вариации уровня сигнала, то больших осцилляций угловых параметров не наблюдается. Подобное поведение угловых параметров можно наблюдать при обработке ТМИ РТСС «Курс» во время сближения и стыковки ТПК «Союз МС-12» (Рис. 5.12).

Сходное поведение системы «Курс» и вариаций уровня модельного сигнала наблюдается при анализе ТМИ стыковки ТПК «Союз МС-13» и ТПК «Союз МС-14» с МКС.

Анализ ТМИ показывает, что предложенный алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы радиотехнической системы с активным ответом может успешно применяться для анализа работы РТСС «Курс», установленной на МКС.

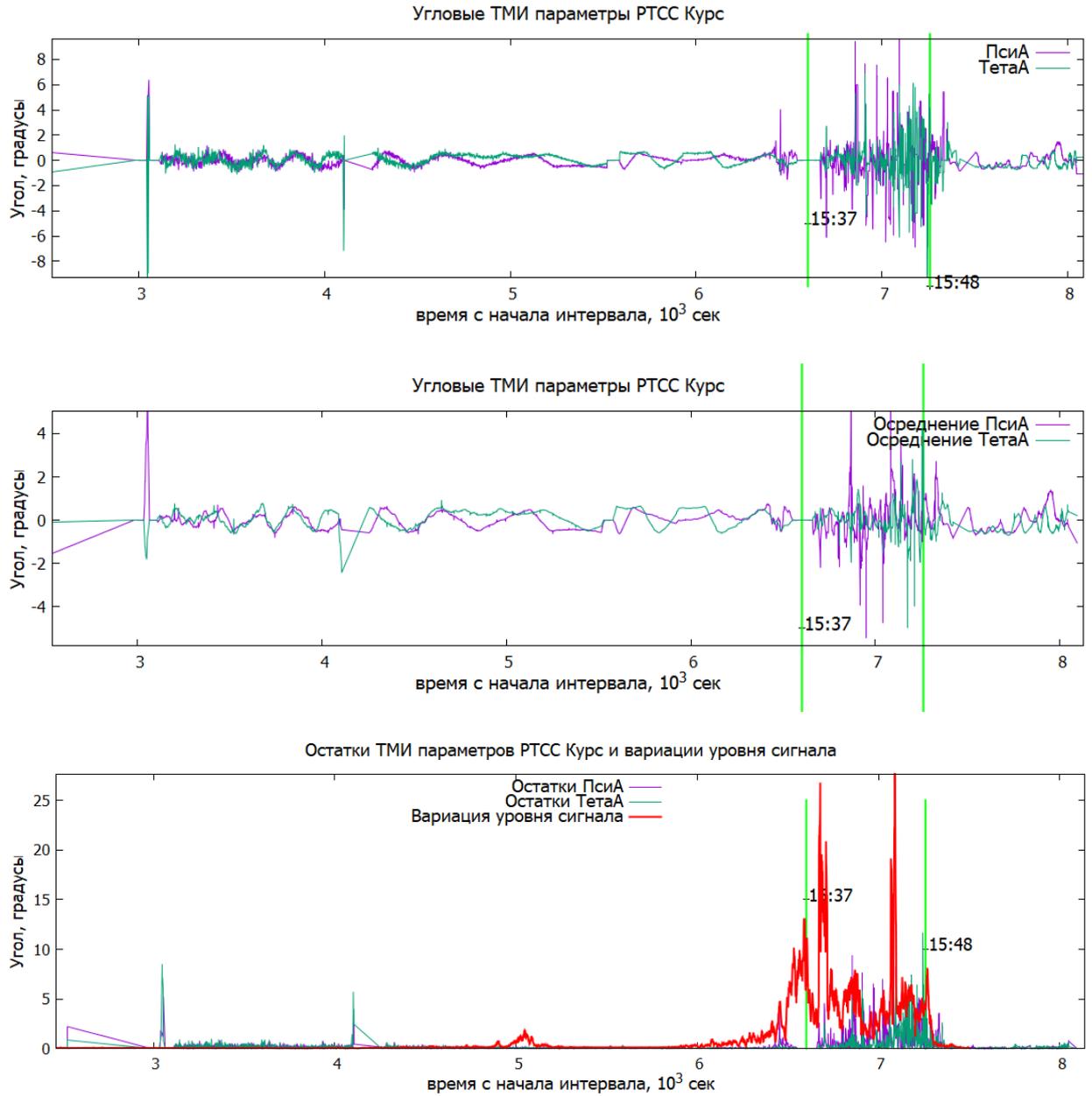


Рис. 5.11. График осредненных параметров ТМИ ПсиА, ТетаА, их остатков и вариаций модельного уровня сигнала во время стыковки к МКС ТГК «Союз МС-09»

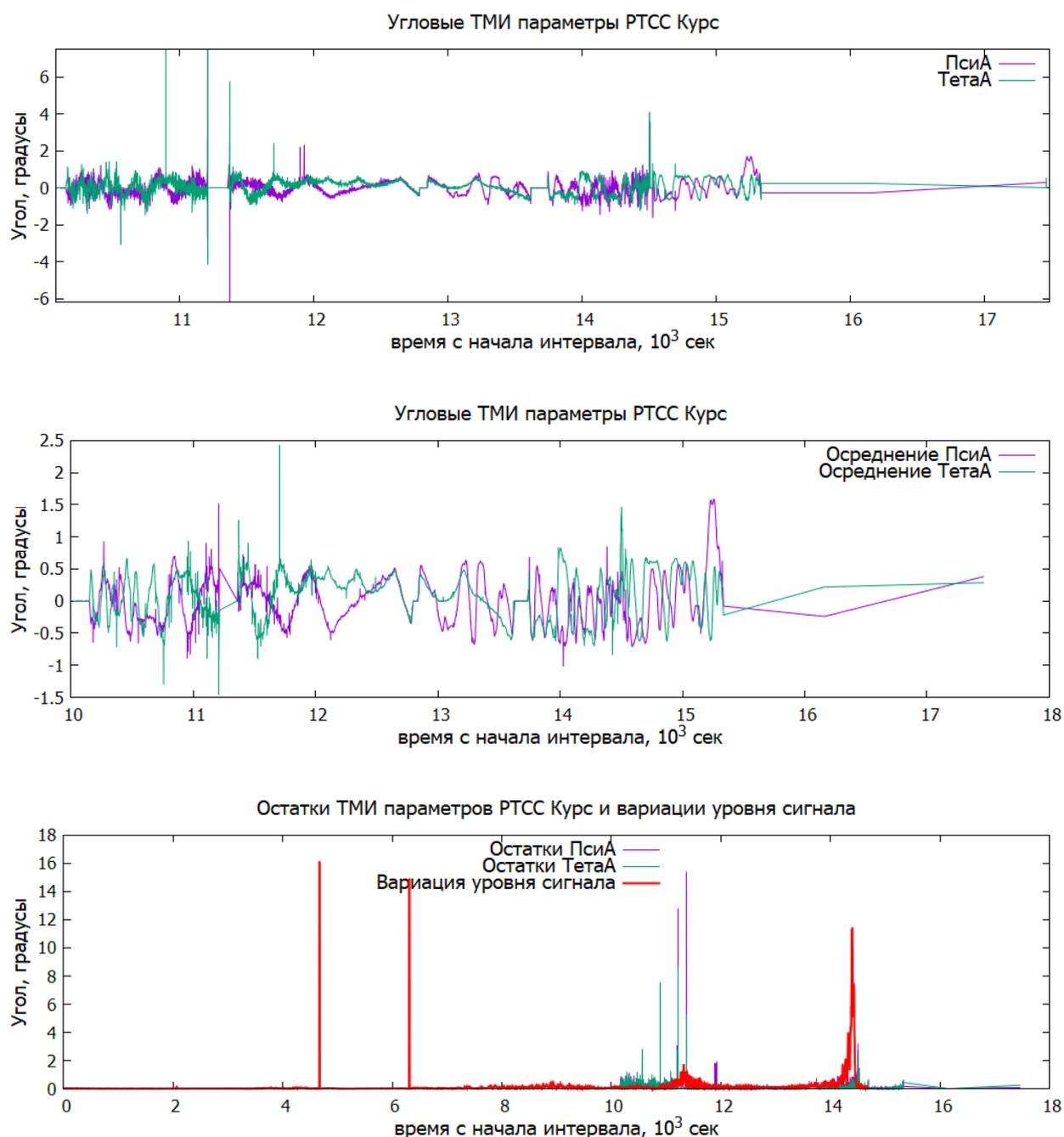


Рис. 5.12. График осредненных параметров ТМИ ПсиА, ТетаА, их остатков и вариаций модельного уровня сигнала во время стыковки к МКС ТГК «Союз МС-12».

5.7. Выводы

В главе 5 получены следующие результаты:

1. Предложен алгоритм математического моделирования уровня радиосигнала в точке наблюдения от антенны радиотехнической системы, установленной на протяженном объекте, с заданной

диаграммой направленности и с учетом возможного отражения электромагнитных волн от поверхности этого объекта с использованием приближения физической оптики.

2. Предложен алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы радиотехнической системы измерения параметров относительного движения КК и станции.
3. Предложенные алгоритмы реализованы в виде комплекса программ для ЭВМ.
4. Разработанный программный комплекс использовался для оценки работы РТСС «Курс», установленной на МКС для обеспечения стыковки грузовых и транспортных космических кораблей.
5. Проведена верификация разработанного программного комплекса на шести стыковках транспортных КК «Союз» и «Прогресс» с международной космической станцией.

Заключение

В ходе диссертационного исследования получены следующие основные результаты:

1. Предложен общий подход к разработке быстрых, но достаточно точных методов математического моделирования воздействия внешней среды на космический аппарат, способных работать на персональном компьютере в интерактивном режиме и не требующих больших вычислительных ресурсов, основанный на использовании иерархической геометрической модели внешней поверхности аппарата. Создан универсальный программный модуль геометрического представления внешней поверхности КА, который может применяться для исследования широкого круга задач; представлены решения задач: расчета силы и момента аэродинамического сопротивления, действующих на КА, определения освещенности солнечных батарей КА, расчет напряженности электромагнитного поля волны, излучаемой антенной радиотехнической системы с учетом возможного отражения от поверхности КА.
2. Решена задача высокоточного математического моделирования движения низколетящих КА, где сила и момент аэродинамического сопротивления рассчитываются при помощи разработанной геометрической модели внешней поверхности КА. Модифицированная модель орбитального движения позволяет существенно повысить точность аппроксимации измерений АСН на длинных интервалах (10 суток и более) для КА с большой площадью миделева сечения существенно меняющейся с течением времени. Модифицированная модель вращательного движения позволяет восстанавливать движения относительно центра КА с заданной точностью по данным измерений датчиков угловых скоростей. Предложенный в работе подход к заданию геометрической модели внешней поверхности КА позволил создать программный модуль, который является частью серии программных

комплексов решения задач математического моделирования воздействия внешней среды на КА. Предложенные и реализованные в виде программ прикладные алгоритмы работают на центральном процессоре в многопоточном режиме, но допускают использование графического сопроцессора. Такая реализация алгоритма трассировки лучей позволит существенно его ускорить, это имеет смысл для решения задач на мелких сетках.

3. Разработана методика, алгоритм и программное обеспечение математического моделирования выработки электроэнергии СБ КА с учетом возможного затенения поверхности СБ элементами конструкции внешней поверхности КА и возможности изменения положения подвижных элементов. Модель показала возможность получения прогноза прихода электроэнергии с точностью 1-5%, в худших случаях до 12% за 5 суток. Проведена оценка вклада в выработку электроэнергии СБ СМ «Звезда» РС МКС непрямого излучения Солнца, отраженного от поверхности Земли.
4. Представлен метод восстановления траектории относительного сближения КК с ОС по данным АСН, который был использован для восстановления траекторий сближения КК «Прогресс МС-10», «Прогресс МС-16», «Союз МС-03», «Союз МС-09», «Союз МС-12», «Союз МС-13», «Союз-МС-14». Ошибка при восстановлении траекторий составила не более 18 метров.
5. Разработан алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы радиотехнической системы измерения параметров относительного движения КК и станции, который был реализован в виде комплекса программ, верифицированного на шести стыковках транспортных КК «Союз» и «Прогресс» с международной космической станцией.

Учет меняющегося с течением времени миделева сечения внешней поверхности КА при математическом моделировании орбитального движения позволил повысить точность прогноза на больших интервалах моделирования.

При расчете силы аэродинамического сопротивления предполагалось, что молекулы газа при столкновении с внешней поверхностью КА испытывают абсолютно неупругий удар. Рассмотрение смешанной модели, в которой предполагается, что часть молекул соударяются с поверхностью КА абсолютно неупруго, а оставшаяся часть – абсолютно упруго, возможно, позволит еще больше повысить точность, но это предположение требует экспериментальной проверки.

Разработанные математическая модель работы СБ КА и программный комплекс, ее реализующий, позволяют решать задачи оценки эффективности СБ при проектировании КА, контроля работы СБ в ходе полета КА и высокоточного прогноза выработки СБ электроэнергии для планирования полетных операций. Разработанные программные комплексы используются в ПАО «РКК Энергия имени С.П. Королева» для проектирования космической техники и в ходе управления полетом. В ходе анализа ТМИ СМ были получены оценки вклада отраженного от поверхности Земли излучения Солнца в выработку электроэнергии СБ. Представляет интерес точный расчет этой величины, его можно реализовать путем модернизации программы расчета. Также представляет интерес определить вклад в суммарную выработку СБ излучения Солнца, отраженного от элементов конструкции КА.

Разработанное программное обеспечение математического моделирования работы радиолокационной системы с активным ответом позволило разработать процедуру поиска зон возможной неустойчивой работы системы «Курс», установленной на МКС. Разработанное программное обеспечение прошло проверку путем сравнения результатов моделирования и найденных при помощи него проблемных участков траектории с реальными данными, полученными во время 6 стыковок КК с МКС. Практический интерес представляет решение задачи построения «безопасной» траектории сближения КК с ОС, которая максимально избегает зон возможной неустойчивой работы радиотехнической системы измерения параметров относительного движения.

В целом дальнейшее внедрение и развитие результатов диссертационной работы позволит получить качественно новые результаты для проектирования космической техники, управления полетом и анализа результатов космической деятельности.

Список литературы

1. Черток Б.Е. Ракеты и люди. Фили - Подлипки - Тюратам. Москва: Машиностроение, 1999. 297 с.
2. Фортескью П., Суайнерд Г., Старк Д. Разработка систем космических аппаратов. Москва: Альпина Паблишер, 2016. 764 с.
3. Соловьев В.А., Лысенко Л.Н., Любинский В.Е. Управление космическими полетами. Часть 2. Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 426 с.
4. Карташева Е.Л., Минкин А.С., Гасилов В.А. Метод триангуляции составных поверхностей, состоящих из В-сплайн сегментов сложной формы // Математическое моделирование, Т. 19, № 10, 2007. С. 44-60.
5. Гаранжа В.А., Кудрявцева Л.Н. Построение трехмерных сеток Делоне по // Ж. вычисл. матем. и, Т. 52, № 3, 2012. С. 499-520.
6. Sederberg W., Zheng , Bakenov A. // ACM Transactions on Graphics, Vol. 22, No. 3, 2003. pp. 477-484.
7. Canadarm2, the Canadian robotic arm on the Space Station [Электронный ресурс] // Government of Canada: [сайт]. URL: <https://www.asc-csa.gc.ca/eng/iss/canadarm2/default.asp> (дата обращения: 19.август.2021).
8. PTC Creo [Электронный ресурс] // Компания PTC: [сайт]. URL: <https://www.ptc.com/ru/products/creo> (дата обращения: 19.август.2021).
9. CATIA [Электронный ресурс] // КОМПАНИЯ DASSAULT SYSTEMES: [сайт]. URL: <https://www.3ds.com/ru/produkty-i-uslugi/catia/> (дата обращения: 2021.август.19).
10. Компас 3Д [Электронный ресурс] URL: <https://kompas.ru> (дата обращения: 19.август.2021).

11. Горшков Л.К., Мосин Д.А., Тютюкин А.Е., Уртминцев И.А. Моделирование конструкций космических аппаратов // Информация и космос, № 3, 2017. С. 147-155.
12. Сёмкин Н.Д., Балакин В.Л., Брагин В.В. Моделирование распределения электромагнитного поля при электростатическом разряде на поверхности космического аппарата // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. С.П. Королева, Т. 33, № 2, 2012. С. 112-119.
13. Куренков В.И., Салмин В.В., Абрамов Б.А. Моделирование целевого функционирования космических аппаратов наблюдения с учетом энергобаланса. Самара: Издательство СГАУ, 2007. 173 с.
14. Голованов Н.Н. Геометрическое моделирование: учебник для учреждений высш. проф. образования. Москва: Издательский центр, 2011. 272 с.
15. Hughes J.F., Van Dam A., McGuire M., Sklar D.F., Foley J.D., Feiner S.K., Akeley K. Computer Graphics: Principles and Practice. 3rd ed. Addison-Wesley, 2014.
16. Шикин Е.В., Боресков А.В. Компьютерная графика. Полигональные модели. Москва: Диалог-МИФИ, 2005. 464 с.
17. Левантовский В.И. Механика космического полета в элементарном изложении. Третье, дополненное и переработанное-е изд. Москва: Наука, 1980. 512 с.
18. Аксёнов Е.П. Теория движения искусственных спутников Земли. Москва: Наука, 1977. 368 с.
19. Алямовский С.Н., Беляев М.Ю., Рулев Д.Н., Сазонов В.В. Уточнение индекса геомагнитной возмущенности по измерениям орбиты тестового спутника // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, № 41, 2018. С. 1-43.

20. Hobbs D., Bohm P. Precise Orbit Determination for Low Earth Orbit Satellites // Annals of the Marie Curie Fellowship Association, No. 4, 2006. pp. 1-7.
21. Beliaev M.Y., Sazonov V.V., Rulev D.N. Determination of Motion Parameters of ISS by Use of GPS Measurements // Proceedings of the 18th International Symposium on Space Flight Dynamics (ESA SP-548). Jointly organised by the German Space Operations Center of DLR and the European Space Operations Centre of ESA. 11-15 October 2004, Munich, Germany., p.565. 2004.
22. Landis G.A., Lu C.Y. Solar array orientations for a space station in low earth orbit // Journal of Propulsion and Power, Vol. 7, No. 1, 1991. pp. 123-125.
23. Bacon J. Document 2006-0047636 // NASA. 2006. URL: <http://www.grc.nasa.gov/WWW/RT/2006.pdf> (дата обращения: 14.08.2021).
24. Попов В.И. Системы ориентации и стабилизации космического аппарата. 2-е изд., перераб. и доп-е изд. Москва: Машиностроение, 1986. 183 с.
25. Космический аппарат "Фотон-М" №4 [Электронный ресурс] // Официальный сайт ЦСКБ "Прогресс": [сайт]. URL: https://www.samspace.ru/products/satellites_of_scientific_purpose/ka_foton_m_4/ (дата обращения: 15.август.2021).
26. Гудилин В.Е., Слабкий Л.И. Космические грузовые корабли «Прогресс» и их модификации // В кн.: Ракетно-космические системы (История. Развитие. Перспективы). 1996.
27. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника Земли относительно центра масс. Москва: Наука, 1965. 416 с.
28. Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Сазонов В.В., Чебуков С.Ю. Определение вращательного движения спутника Фотон М-2 по данным бортовых измерений угловой скорости // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, № 110, 2005. С. 1-32.

29. Брюханов Н.А., Цветков В.В., Беляев М.Ю., Бабкин Е.В., Матвеева Т.В., Сазонов В.В. Экспериментальное исследование режимов неуправляемого вращательного движения КА 'Про // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша, № 43, 2004. С. 25.
30. Сазонов В.В., Сазонов В.В. Использование уточненной модели аэродинамического момента в задаче реконструкции вращательного движения спутников фотон // Космические исследования, Т. 49, № 2, 2011. С. 117-127.
31. Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В., Цветков В.В. Определение вращательного движения кораблей "Прогресс" по данным измерений угловой скорости и тока солнечных батарей // Космическая техника и технологии, № 2, 2013. С. 19-32.
32. Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В. Реконструкция вращательного движения кораблей Прогресс в режиме одноосной солнечной ориентации по данным измерений тока солнечных батарей // Космические исследования, Т. 59, № 2, 2021. С. 149-164.
33. Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В. Режимы неуправляемого вращательного движения корабля Прогресс М-29М // Космические исследования, Т. 56, № 1, 2018. С. 62-76.
34. Belyaev M.Y., Matveeva T.V., Monakhov M.I., Rulev D.N., Sazonov V.V. Gravitational Orientation of Progress MS-07 and Progress MS-08 Transport Cargo Spacecraft // Cosmic Research, Vol. 57, No. 3, 2019. pp. 213-225.
35. Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В. Гравитационная ориентация транспортных грузовых кораблей Прогресс МС-07 и Прогресс МС-08 // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2019. Т. 123. С. 19.
36. Беляев М.Ю., Легостаев В.П., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В. Отработка методов проведения экспериментов в области

- микрогравитации в автономном полете грузового корабля «Прогресс М-20М» // Космическая техника и технологии, Т. 3, № 6, 2014. С. 22-32.
37. Раушенбах Г. Справочник по проектированию солнечных батарей: пер. с англ. Москва: Энергоатомиздат, 1983. 360 с.
 38. Колосов Р.В. Моделирование солнечных батарей // Интеллектуальная электротехника, № 2, 2019. С. 85-93.
 39. Фролкова Н.О. Моделирование солнечных батарей на основе различных полупроводников - диссертация канд. техн. наук 05.27.01. Москва. 2011. 179 с.
 40. Андреев В.М., Грилихес В.А., Румянцев В.Д. Фотоэлектрическое преобразование концентрированного солнечного излучения. Ленинград: Наука. Ленинградское отделение, 1989. 312 с.
 41. Мигунов Я.Н., Онуфриев В.В. Моделирование вольтамперной характеристики солнечных батарей с учетом падения освещенности за счет влияния // Космическая техника и технологии, Т. 27, № 4, 2019. С. 56-64.
 42. Левшов А.В., Фёдоров А.Ю., Молодиченко А.В. Математическое моделирование фотоэлектрических солнечных элементов // Наукові праці Донецького національного технічного університету, Т. 186, № 11, 2011. С. 246-249.
 43. Nguyen X.N., Nguyen M.P. Mathematical modeling of photovoltaic cell/module/arrays with tags in Matlab/Simulink // Environmental Systems Research, Vol. 24, No. 4, 2015.
 44. Vinod R.K., Singh S.K. Solar photovoltaic modeling and simulation: As a renewable energy solution // Energy Reports, Vol. 4, 2018. pp. 701-712.
 45. Jeffrey S. Hojnicky R.D.G.T.W.K.D.B.M.A.J.J.T. Space Station Freedom electrical performance model // 28th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference. Atlanta, Georgia. 1993.

46. Куи М.Х., Маркин А.В. Расчет взаимного затенения солнечных антенн космических летательных аппаратов. Москва: Электронный журнал "Труды МАИ"., 2015. <http://tmdy.mai.ru/published.php?ГО=80474>.
47. SolidWorks [Электронный ресурс] [2021]. URL: <https://www.solidworks.com/ru> (дата обращения: 19.август.2021).
48. Tao L., Lei Y. Development of Spacecraft Solar Array Electrical Performance Simulation System // 8th IEEE International Conference on Software Engineering and Service Science (ICSESS). Beijing. 2017. pp. 735-738.
49. // Open Inventor: [сайт]. URL: <https://www.openinventor.com>
50. ISO/IEC 14772-1:1997 Information technology — Computer graphics and image processing — The Virtual Reality Modeling Language. 2016.
51. Ramabadran R., Mathur B.L. A comprehensive review and analysis of solar photovoltaic array configurations under partial shaded conditions // International Journal of Photoenergy, Vol. 12, No. 6, 2012. pp. 1-16.
52. Дмитриев А.А. К вопросу о методике изучения отражательных свойств земной поверхности // Метеорология и гидрология, № 12, 1952.
53. Кондратьев К.Я. Актинометрия. Ленинград: Гидрометеорологическое издательство, 1965. 693 с.
54. Зернов А.С., Николаев Д. Опыт эксплуатации солнечных батарей служебного модуля Международной космической станции // Космическая техника и технологии, Т. 1, № 12, 2016. С. 29-38.
55. Рулев Д.Н., Спирин А.И., Черемисин М.В., Сармин Э.Э. Анализ учёта уходящего от земли излучения при моделировании энергобаланса Российского сегмента МКС // Труды Л. Чтений К.Э.Циолковского. Калуга. 2015. С. 219-228.
56. Рулев Д.Н., Черемисин М.В., Сармин Э.Э., Рулев Н.Д. Отработка методов учета уходящего от Земли излучения при моделировании прихода

- электроэнергии на российском сегменте МКС в эксперименте «Альбедо»
// Труды LI научный чтений К.Э.Циолковского. Калуга. 2016. С. 132-138.
57. Муртазин Р.Ф. Баллистическое обеспечение схем быстрого сближения космического корабля с орбитальной станцией // Космонавтика и ракетостроение, Т. 69, № 4, 2012. С. 142-149.
58. Бажинов И.К., Петров Б.Н., Ястребов В.Д. Навигационное обеспечение полета орбитального комплекса - "Салют-6" - "Союз" - "Прогресс". Москва: "Наука", 1985. 376 с.
59. <https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/i/iss-storm>
60. ТАСС. Стыковка грузовика "Прогресс" с МКС проходила вручную из-за силы сигнала системы "Курс // ТАСС. 2021. URL: <https://tass.ru/kosmos/10720101> (дата обращения: 16.август.2021).
61. Новости Р. Грузовик "Прогресс" не смог пристыковаться к МКС // РИА Новости. 2012. URL: <https://ria.ru/20120724/707695800.html> (дата обращения: 16.август.2021).
62. Новости Р. <https://ria.ru/20190827/1557933586.html> // РИА Новости. 2019. URL: <https://ria.ru/20190827/1557933586.html> (дата обращения: 16.август.2021).
63. A brief description of the radar approach equipment of the Soyuz-type spacecraft ("Kratkoye opisaniye radioapparatury sblisheniya kosmicheskikh korabley tipa Soyuz"). NASA Technical translation ed. Washington D.C. 1970.
64. Орбитальная станция «Салют-6» [Электронный ресурс] // Центр подготовки космонавтов имени Ю.А. Гагарина: [сайт]. [2021]. URL: <http://www.gctc.ru/main.php?id=310> (дата обращения: 08.август.2021).
65. INTERFAX.RU. Источник объяснил сбой в стыковке "Союз МС-14" с МКС неполадками в системе "Курс" URL: <https://www.interfax.ru/russia/673823>

66. Марков А., Севрюков А., Пчелинцев С., Темарцев Д. Радиотехническая система сближения «Курс» ТК «Союз ТМА». Звездный городок: Российский Государственный Научно - Исследовательский Испытательный Центр Подготовки Космонавтов им. Ю.А. Гагарина, 2004. 55 с.
67. Прудков В., Ермолаев Д. Радиотехническая система сближения «Курс» РС МКС. Звездный городок: Российский Государственный Научно - Исследовательский Испытательный Центр Подготовки Космонавтов им. Ю.А. Гагарина, 2006.
68. Сайбель А.Г. Основы радиолокации. Москва: Советское радио, 1961. 384 с.
69. Дворников С.В., Конюховский В.С., Симонов А.Н. Автоматическое амплитудное пеленгование интерферирующих радиоизлучений // Системы управления, связи и безопасности, № 1, 2019. С. 67-81.
70. Kane Y. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media // IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 14, No. 3, 1966. pp. 302-307.
71. Гиголо А.И., Кузнецов Г.Ю. Решение задачи рассеяния на протяженных цилиндрических телах различного сечения // Труды МАИ, № 68, 2013. С. 22.
72. Raedt H.D., Michielsen K., Kole S., Figge M.T. Solving the Maxwell Equations by the Chebyshev Method: A One-Step Finite-Difference Time-Domain Algorithm // IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. 51, No. 11, 2003. pp. 3155-3160.
73. Umashankar K.R., Taflove A. A novel method to analyze electromagnetic scattering of complex objects // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility , Vol. 24, No. 4, 1982. pp. 397-405.
74. Baumeister K.J. Finite Element Analysis of Electromagnetic Propagation in an Absorbing Wave Guide // NASA Technical Memorandum 88866, 1986.

75. Parker E.A., Chuprin A.D., Langley R.J. Finite element analysis of electromagnetic wave diffraction from buildings incorporating frequency selective walls // IEE Proceedings - Microwaves, Antennas and Propagation, Vol. 146, No. 5, October 1999. pp. 319-323.
76. Еремин Ю.А., Свешников А.Г. Анализ методом дискретных источников дифракции электромагнитных волн на трехмерных рассеивателях // Журнал вычислительной математики и математической физики, Т. 39, № 12, 1999. С. 2050-2063.
77. Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. Москва: Мир, 1987. 312 с.
78. Уфимцев П.Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. Москва: Советское радио, 1962. 243 с.
79. Gonnaud J.L., Pascal V. ATV Guidance, Navigation and Control for Rendezvous with ISS // Spacecraft Guidance, Navigation and Control Systems, Proceedings of the 4th ESA International Conference, 1999. pp. 501-510.
80. Martín-Mur T.J., Dow J.M., Garcia Maritinez C. Absolute & relative navigation of spacecraft using GPS: The ATV rendezvous pre-development flight demonstrations // Space Flight Dynamics, Proceedings of the 12th International Symposium held 2-6 June 1997 in Darmstadt, Germany, Jun 1997. pp. 93-96.
81. Lantto S., Gross J.N.. 2018 AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference // Precise Orbit Determination Using Duty Cycled GPS Observations. 2018. P. 1393.
82. Микрин Е.А., Михайлов М.В. Навигация космических аппаратов по измерениям от глобальных спутниковых навигационных систем. Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 344 с.
83. Wesam E.M. Kalman filter implementation for small satellites // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Vol. 211, 2017.

84. Сазонов В.В. Сравнение двух моделей силы аэродинамического торможения для определения орбитального движения МКС // Матем. моделирование, Т. 32, № 10, 2020. С. 77-90.
85. Брагазин А.Ф. Управление сближение космических аппаратов (навигация, наведение, коррекция движения). Королев: РКК "Энергия", 2018. 472 с.
86. Shockley W. The Theory of p-n Junction in Semiconductors and p-n Junction Transistors // The Bell System Technical Journal, Vol. 28, No. 3, 1922. pp. 435-489.
87. Свердлов С.З. Конструирование компиляторов. Saarbrücken: LAB Lambert Academic Publishing, 2015. 571 с.
88. Сазонов В.В. Алгоритм отыскания освещенных участков многогранных поверхностей в плоскопараллельном световом потоке // Математическое моделирование, Т. 19, № 6, 2007. С. 16-31.
89. Медведев С.Б., Сазонов В.В., Сайгираев Х.У. Моделирование зон неустойчивой работы радиотехнической измерительной системы с активным ответом во время сближения и стыковки космических кораблей с Международной космической станцией // Математическое моделирование, Т. 24, № 2, 2012. С. 151-160.
90. Сазонов В.В. Построение интерактивной геометрической модели внешней поверхности космического аппарата // Математическое моделирование, Т. 32, № 6, 2020. С. 37-52.
91. Сазонов В.В. Математическое моделирование работы солнечных батарей космического аппарата // Математическое моделирование, Т. 33, № 9, 2021. С. 87-107.
92. Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Сазонов В.В., Сазонов В.В. Расчет аэродинамического момента в задачах математического моделирования вращательного движения транспортных грузовых кораблей Прогресс // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, № 29, 2021. С. 1-41.

93. Сазонов В.В. Алгоритм определения освещенности солнечных батарей Российского сегмента Международной космической станции // Известия МГТУ «МАМИ», Т. 3, № 2(20), 2014. С. 63-68.
94. Сазонов В.В. Восстановление траектории сближения космического корабля с орбитальной станцией при помощи математического модели // Математическое моделирование, Т. 33, Nov 2021. С. 77-94.
95. Сазонов В.В. Определение параметров математической модели солнечных батарей космического аппарата по данным телеметрической информации // Вестник московского университета. Серия 15: вычислительная математика и кибернетика, № 3, 2021. С. 37-43.
96. Сазонов В.В. Исследование точности прогноза выработки электроэнергии солнечными батареями служебного модуля «заря» международной космической станции при помощи математической модели // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика, Т. 45, № 4, 2021. С. 1-1.
97. Макарова Е.Ю., Морозов О.В., Сазонов В.В., Самыловский И.А., Сапелкин А.С., Ахмедов М.Р. Специальное программное обеспечение для расчета затенения солнечных батарей космических аппаратов, Программа для ЭВМ RU 2020665994, Ноябрь 30, 2020.
98. Макарова Е.Ю., Морозов О.В., Сазонов В.В., Самыловский И.А., Сапелкин А.С., Ахмедов М.Р. Прием теплового излучения, Программа для ЭВМ RU 2020666264, ноябрь 30, 2020.
99. Макарова Е.Ю., Морозов О.В., Сазонов В.В., Самыловский И.А., Сапелкин А.С., Ахмедов М.Р. Тепловое излучение КА, Програма для ЭВМ RU 2020665114, ноябрь 30, 2020.
100. Сазонов В.В., Ахмедов М.Р., Егоров М.В., Макарова Е.Ю., Морозов О.В., Романенко Т.Е., Самыловский И.А., Семенов А.Н. Программный комплекс для расчета тепловых характеристик космических аппаратов // Сборник Тезисов XV Конференции молодых ученых, посвященной дню

космонавтики "Фундаментальные и прикладные космические исследования". Москва. 2018. С. 95-95.

101. Сазонов В.В., Самыловский И.А., Ахмедов М.Р. Математическое моделирование работы солнечных батарей космического аппарата // Проблемы механики и управления: Материалы международной конференции (16-22 сентября 2018 г., г.Махачкала). Москва. 2018. С. 348-349.
102. Сазонов В.В., Голованов Е.А., Егоров М.В., Морозов О.В., Мухамеджанов И.Д., Сайгираев Х.У., Самыловский И.А. Аппаратно-программный комплекс для моделирования работы системы энергоснабжения космического аппарата // Сборник Тезисов XV Конференции молодых ученых, посвященной дню космонавтики "Фундаментальные и прикладные космические исследования". Москва. 2018. С. 96-96.
103. Сазонов В.В., Самыловский И.А., Егоров М.В., Морозов О.В. Программный комплекс моделирования работы системы энергоснабжения космического аппарата // XVI Конференция молодых учёных «Фундаментальные и прикладные космические исследования»: Сборник трудов. Москва. 2019. С. 145-145.
104. Сазонов В.В., Сапелкин А.С., Самыловский И.А., Егоров М.В., Морозов В. Программный комплекс для расчета затенения и тепловых характеристик конструкций космических аппаратов // XVI Конференция молодых учёных «Фундаментальные и прикладные космические исследования»: Сборник трудов. Москва. 2019. С. 147-147.
105. Сазонов В.В. Использование геометрического моделирования в задаче математического моделирования работы солнечных батарей космического аппарата // XLIII Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых - пионеров освоения космического пространства,

издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва). Тезисы. Москва. 2019. Т. 1. С. 384-385.

106. Сазонова С.В., Самыловский И.А., Сазонов В.В., Егоров М.В., Морозов О.В. Инструментальная среда планирования сеансов связи с космическими аппаратами // XVI Конференция молодых учёных «Фундаментальные и прикладные космические исследования»: Сборник трудов. Москва. 2019. С. 146-146.
107. Сазонов В.В. Математическое моделирование работы системы сближения «Курс» при стыковке грузовых и транспортных космических кораблей к Международной космической станции // XLV академические чтения по космонавтике. Сборник тезисов. Москва. 2021. Т. 3. С. 136-137.
108. Сазонов В.В. Восстановление траектории относительного сближения космического корабля и орбитальной станции по измерениям автономных систем навигации // XLV академические чтения по космонавтике. Сборник тезисов. Москва. 2021. Т. 3. С. 138-139.
109. Сазонов В.В., Самыловский И.А., Филиппов А.А., Абрамова В.В., Царьгородцев А.Ю., Богачева А.Е. MIDE — инструментальная среда для моделирования и анализа космических миссий // XLV академические чтения по космонавтике. Сборник тезисов. Москва. 2021. Т. 3. С. 85-86.
110. Sazonov V.V. Construction of an Interactive Geometric Model of a Spacecraft's Outer Surface // Mathematical Models and Computer Simulations, Vol. 13, No. 1, 2021. pp. 116-125.
111. Sazonov V.V. Comparison of Two Models Simulating the Motion of Aerodynamic Drag Used for Predicting the ISS's Orbital Motion // Mathematical Models and Computer Simulations, Vol. 13, No. 3, 2021. pp. 502-511.
112. Sazonov V.V., Samylovskiy I.A., Morozov O.M. Constructions Mechanical and Thermal Conditions Modeling with GPU-based Approach // Journal of Physics: Conference Series, Vol. 1425, 2020.

113. Ахмедов М.Р., Бидеев А.Г., Макарова Е.Ю., Сазонов В.В., Хамиц И.И. Сравнительный анализ расчетной и экспериментальной производительности солнечных батарей орбитального космического аппарата на примере служебного модуля Российского сегмента МКС // Космическая техника и технологии, Т. 22, № 3, 2018. С. 69-81.
114. Ахмедов М.Р., Бидеев А.Г., Сазонов В.В., Хамиц И.И. Экспериментальное исследование влияния температуры на производительность солнечных батарей с использованием телеметрии космического корабля "Прогресс МС" // Космическая техника и технологии, Т. 23, № 4, 2018. С. 62-69.
115. Sazonov V.V. Determining the Parameters of a Mathematical Model of Spacecraft Solar Batteries from Telemetry Data // MOSCOW UNIVERSITY COMPUTATIONAL MATHEMATICS AND CYBERNETICS, Vol. 13, No. 3, 2021. pp. 120-125.
116. Cohen-Or D. A survey of visibility for walkthrough applications // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphic, Vol. 9, No. 3, 2003. pp. 412-431.
117. www.assimp.org [Электронный ресурс] URL: www.assimp.org
118. Berg M. Generalized hidden surface removal // Computational Geometry, Vol. 5, No. 5, 1996. pp. 249-276.
119. Malone D. A description of a simple Ray Tracer 1995. URL: <https://www.maths.tcd.ie/~dwmalone/p/rt95.pdf>
120. Möller T., Trumbore. Fast, Minimum Storage Ray-Triangle Intersection // Journal of Graphics Tools, Vol. 2, No. 1, 1997. pp. 21-28.
121. Meister D., Ogaki S., Benthin C., Doyle M.J., Guthe M., Bittner J. A Survey on Bounding Volume Hierarchies for Ray Tracing // Computer Graphics Forum, Vol. 40, No. 2, 2021. pp. 683-712.

122. Vatti B.R. A generic solution to polygon clipping // Communications of the ACM, Vol. 35, No. 7, 1992. pp. 56-63.
123. Clipper - Polygon clipping library [Электронный ресурс] URL: <http://www.angusj.com/delphi/clipper.php>
124. Скворцов А.В. Особенности реализации алгоритмов построения триангуляции Делоне с ограничениями // Вестн. Том. гос. ун-та., No. 275, 2002. pp. 90-94.
125. Василевский Ю.В., Данилов А.А., Липников К.Н., Вв Н.Ч. Автоматизированные технологии построения неструктурированных расчетных сеток. Москва: Физматлит, 2016. 216 с.
126. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: Введение. Москва: Мир, 1989. 487 pp.
127. Unreal Engine [Электронный ресурс] URL: <https://docs.unrealengine.com/4.26/en-US/RenderingAndGraphics/RayTracing/>
128. EGM96 [Электронный ресурс] URL: <https://cddis.nasa.gov/926/egm96/egm96.html>
129. ГОСТ Р 25645.166—2004. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли. Москва: ИПК Издательство стандартов, 2004.
130. Celestrak URL: <http://celestrak.com/SpaceData/>
131. Монтенбрук О., Пфлегер Т. Астрономия на персональном компьютере. Санкт-Петербург: БХВ, 2002. 320 с.
132. ISS Utilization: STORRM (Sensor Test for Orion RelNav Risk Mitigation) // ESA Earth Observation Portal. URL: <https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/i/iss-storm> (дата обращения: 19.август.2021).
133. НАСА Космический центр им. Джонсона. Правила полета МКС. 2017.
134. Dormand J.R. Numerical Methods for Differential Equations: A Computational Approach. Boca Raton: CRC Press, 1996.

135. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. Справочное руководство. Москва: ГИФМЛ, 1961. 524 с.
136. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Москва: Мир, 1985. 510 с.
137. Pines S. Uniform Representation of the Gravitational Potential and its Derivatives // AIAA Journal, 1973. pp. 1508-1511.
138. Enright W.H., Jackson K.R., Norsett S.P., Thomsen P.G. Interpolants for Runge-Kutta formulas // ACM Transactions on Mathematical Software, Vol. 12, No. 3, 1986. pp. 193-213.
139. Летин В.А. Функционирование солнечных батарей в космической // В кн.: Модель космоса: Научно-информационное издание: В 2 т. Москва: КДУ, 2007.
140. Гущин В.Н. Основы устройства космических аппаратов. Москва: Машиностроение, 2003. 272 с.
141. Ахмедов М.Р. Методика вероятностного расчета мощности солнечных // Известия РАН. Энергетика, Т. 5, 2018. С. 109-123.
142. Матвиенко В.А. Электроника : учебное пособие. УМЦ УПИ, 2012. 127 с.
143. Горбулин В.И., Радионов Н.В., Каргу Д.Л., Комаров П.А., Астахов Н.Н. Определение ориентации космического аппарата по измерениям засветки тестовых блоков солнечных батарей // Труды военно-космической академии имени А.Ф. Можайского, № 646, 2015. С. 134-138.
144. Белоконов И.В., Крамлих А.В., Ломака И.А., Николаев П.Н. Восстановление углового движения космического аппарата по данным о токосъеме с панелей солнечных батарей // Известия РАН. Теория и системы управления, № №2, 2019. С. 133-144.
145. Авербух В.Я., Вайнберг Д.М., Лещинский Э.А. Разработка системы ориентации солнечных батарей унифицированной космической

- платформы // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ, Т. 100, 2009. С. 97-103.
146. David A.V., Crawford P. SGP4 Orbit Determination // AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference. Honolulu. 2008.
147. Байрамов К.Р., Бетанов В.В., Ступак Г.Г., Урличич Ю.М. Методы, модели и алгоритмы решения некоторых задач навигационно-баллистического обеспечения. Москва: Радиотехника, 2012. 360 с.
148. Haines E., Akenine-Möller T. Ray Tracing Gems. High-Quality and Real-Time Rendering. Apress Media, 2019.
149. Елизаров Ю.С., Кузнецов А.В., Абдулхаликов Р.М., Бидеев А.Г., Хамиц И.И. Энергобаланс научно-энергетического модуля при его автономном полете и интеграции в Российский сегмент Международной космической станции // Космическая техника и технологии, № 4, 2019. С. 38-44.
150. Ахмедов М.Р., Бидеев А.Г., Макарова Е.Ю., Сазонов В.В., Хамиц И.И. Сравнительный анализ расчетной и экспериментальной производительности солнечных батарей орбитального космического аппарата на примере Служебного модуля Международной космической станции // Космическая техника и технологии, Т. 22, № 3, 2018. С. 69-81.
151. Lemoine F.G., Kenyon S.C., Factor J.K., Trimmer R.G., Pavlis N.K., Chinn D.S., Cox C.M., Klosko S.M., Luthcke S.B., Torrence M.H., et al. The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96. Greenbelt, Maryland 20771: Goddard Space Flight Center, 1998. 584 pp.
152. Белецкий В.В., Яншин А.М. Влияние аэродинамических сил на вращательное движение искусственных спутников. Киев: Наукова думка, 1984. 187 с.
153. Изделие 17КС. Инструкция по обработке информации. Часть первая. Общие сведения и требования по обработке информации. Методы

- обработки и дешифрирования телеметрической информации. Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королева.
154. «РКК «Энергия». Российский сегмент МКС. Справочник пользователя. Королев. 2016.
155. Скляр Ю.А., Бричков Ю.И., Семенова Н.В. Радиационный баланс Земли. Введение в проблему. Саратов: Издательство Саратовского университета, 2009. 188 с.
156. Червяков М.Ю., Котума А.И., Спирихина А.А. Атлас альbedo по данным измерений отраженных потоков коротковолновой радиации, полученных с помощью гидрометеорологического спутника «Метеор-М» № 1. Саратов: Издательство Саратовского университета, 2017. 58 с.
157. Космический корабль Союз ТМ [Электронный ресурс] // ПАО РКК "Энергия" им С.П. Королева: [сайт]. URL: <https://www.energia.ru/ru/iss/soyuz-tm/soyuz-tm.html> (дата обращения: 07.августа.2021).
158. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. Москва: Радио и связь, 1988. 440 с.
159. Уфимцев П.Я. Теория дифракционных краевых волн в электродинамике. Введение в физическую теорию дифракции. Москва: Бином. Лаборатория знаний, 2012. 374 с.
160. Уфимцев П.Я. Основы физической теории дифракции. Москва: Бином. Лаборатория знаний, 2009. 352 с.
161. Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов А.Д. Техническая электродинамика. Москва: Радио и связь, 2002. 536 с.
162. Deibel J.A., Escarra M., Berndsen N., Wang K., Mittleman D.M. Finite-Element Method Simulations of Guided Wave Phenomena at Terahertz Frequencies // Proceedings of the IEEE, Vol. 95, No. 8, Aug 2007. pp. 1624-1640.

163. Митра Р. Вычислительные методы в электродинамике. Москва: Мир, 1977. 486 с.