

На правах рукописи

Сазонов Василий Викторович

Математическое моделирование воздействия внешней среды
на космический аппарат с изменяющейся геометрией поверхности

1.2.2 – математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва — 2021

Работа выполнена на факультете космических исследований Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

- Научный консультант: **Соловьев Владимир Алексеевич**, доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РАН, генеральный конструктор ПАО «РКК «Энергия» имени С.П. Королева».
- Официальные оппоненты: **Тучин Андрей Георгиевич**, доктор физико-математических наук, заведующий сектором ИПМ им. М.В. Келдыша РАН
Чхартишвили Александр Гедеванович, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник ИПУ РАН им. В.А. Трапезникова
Асланов Владимир Степанович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева
- Ведущая организация: АО «Научно-производственная корпорация «Космические системы мониторинга, информационно-управляющие и электромеханические комплексы» имени А.Г. Иосифьяна» (г. Москва)

Защита состоится 28 апреля 2022 г. в 11:00 часов на заседании диссертационного совета 24.1.237.01 созданного на базе ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 125047, Москва, Миусская пл., д. 4

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМ им. М.В. Келдыша РАН
https://keldysh.ru/council/3/D00202403/sazonov_vv_diss.pdf

Автореферат разослан « ____ » _____ 2022 г.

Учёный секретарь диссертационного совета
к.ф.-м.н.

М.А. Корнилина

Общая характеристика работы

Предмет исследования.

Можно перечислить ряд ключевых процессов воздействия внешней среды на космический аппарат, к ним относятся, например (см. [1]):

- аэродинамическое торможение,
- воздействие Солнца: световое давление, работа солнечных батарей и нагрев КА,
- рассеяние электромагнитных волн на поверхности КА: радиолокация и связь,
- воздействие космической радиации.

Трудность задачи математического моделирования определяется тем, что необходимо учесть эффекты от этих воздействий на современные космические аппараты, в том числе, крупногабаритные космические конструкции, имеющие сложную геометрическую форму, которая может изменяться во время полета.

Диссертационная работа направлена на выработку единого подхода к разработке быстрых, но достаточно точных методов решения задач математического моделирования воздействия внешней среды на КА геометрическими методами, в основе которого лежит использование геометрической модели внешней поверхности КА.

Подходы к геометрическому представлению поверхностей сложных технических объектов, основанные на использовании полигональных моделей, NURBS [2] [3], Т-сплайнов [4], эффективно применяются в системах автоматизированного проектирования (САПР), однако для класса задач, рассматриваемых в диссертации, они оказываются слишком сложными при учете изменяющейся во время моделирования геометрии изучаемых объектов.

В работе предлагается новый подход к построению геометрической модели внешней поверхности КА, позволяющей задавать подвижные элементы, моделировать изменение состава КА путем добавления или удаления новых модулей. Предлагаемый подход позволяет использовать в полной модели внешней поверхности КА модели отдельных модулей из различных источников, заданных в виде набора крупных геометрических примитивов или элементов, экспортируемых из САПР. На основе предлагаемого подхода автором разработан программный модуль задания внешней поверхности КА. С использованием предложенного подхода к построению геометрической модели внешней поверхности КА решаются задачи математического моделирования действия аэродинамического сопротивления на КА, математического моделирования выработки электроэнергии солнечными батареями (СБ) КА, математического

моделирования работы радиолокационной системы, установленной на борту КА.

Актуальность. При управлении полетом Международной космической станции (МКС) возникла необходимость решения задач учета воздействия внешней среды на станцию на более высоком уровне, чем это было при управлении орбитальными станциями «Салют» и «Мир». Причина состоит в существенном увеличении площади внешней поверхности станции, усложнении геометрической формы поверхности, и ее изменениях в течение полета, связанных с движением солнечных батарей (СБ) российского и американского сегментов, манипулятора Canadarm 2 [5] и др.

Вопросы создания геометрических моделей внешней поверхности КА затрагивались в [6-8]. Общий подход – представление внешней поверхности КА в виде совокупности элементарных поверхностей – геометрических примитивов. В качестве геометрических примитивов в [8] используются: прямоугольники, треугольники, трапеции, диски, прямоугольные параллелепипеды, цилиндры, конусы, усеченные конусы, сферы и их части. Подобные подходы используются также в задачах определения накопления заряда на поверхности КА (см. [7]). Отметим, что вопросы создания так называемых интерактивных геометрических моделей внешней поверхности КА, которые поддерживают изменение формы поверхности во время процесса моделирования в зависимости от различных факторов: времени, положения КА в пространстве, положения небесных тел и других КА и т.д. ранее не рассматривались.

В настоящее время разработка КА ведется в средах автоматизированного проектирования (САПР). В этих средах модель изделия создается с использованием различных технологий и методов: твердотельного моделирования, сплайновых поверхностей, построения поверхностей сопряжения [9]. В этих средах модели, чаще всего, хранятся в проприетарном формате, использование которого для сторонних приложений представляет существенные трудности, требуется экспорт модели в один из общепринятых форматов представления.

Одним из самых распространенных в компьютерной графике способов является представление поверхности в виде набора многогранных поверхностей с треугольными гранями, такое представление называется полигональной моделью [10] [11] и очень удобно для вычисления поверхностных интегралов и решения задач геометрической видимости, однако обладает рядом недостатков, главным из которых является возможное большое количество треугольников. При импорте данных из САПР возникают модели, которые могут содержать миллионы треугольников, эти модели занимают много места в памяти, и их обработка требует такого машинного

времени, которое делает их малопригодными для решения прикладных задач, где важна быстрота расчетов и возможность использования на автоматизированных рабочих местах специалистов центров управления полетами и разработчиков космической техники.

Таким образом, создание интерактивной геометрической модели внешней поверхности КА, использующей различные источники геометрических данных, является актуальной задачей.

Значительное возмущение в движение низколетящего (высота орбиты 200-400 км) КА вносит аэродинамическое сопротивление, сила которого прямо пропорциональна площади миделева сечения КА. Обычно в математической модели орбитального движения КА используется так называемый баллистический коэффициент, который является уточняемым параметром при согласовании модели движения с траекторными измерениями [12-14]. Баллистический коэффициент считается постоянным на временном интервале моделируемой траектории. Современные космические аппараты обладают набором подвижных элементов, которые при изменении своих положений могут существенно менять форму внешней поверхности и, следовательно, площадь миделева сечения и баллистический коэффициент. В течение сравнительно небольшого временного интервала значение параметра может меняться в несколько раз, например, площадь миделева сечения МКС может меняться от $\sim 700 \text{ м}^2$ до $\sim 2900 \text{ м}^2$. Учет таких изменений при математическом моделировании орбитального движения КА позволит повысить точность моделирования, что безусловно актуально.

Сопротивление атмосферы оказывает существенное влияние на движение низколетящих КА и относительно центра масс. Для подобных аппаратов возможно использование аэродинамической системы стабилизации [15]. Для определенных типов КА предусмотрены режимы полета, в которых вращательное движение неуправляемо, например КА «Фотон-М» [16], транспортный грузовой корабль (ТГК) «Прогресс» [17]. В случае неуправляемого вращательного движения для обработки данных экспериментов, проводимых на борту КА, для которых важно знание режима микрогравитации, необходимо восстанавливать вращательное движение КА при помощи математической модели.

При математическом моделировании вращательного движения низколетящих КА обычно учитывают гравитационный момент и момент сил аэродинамического сопротивления [18], магнитный момент учитывается, если КА обладает системой магнитной ориентации, световое давление на высотах до 500 км несоизмеримо мало с другими возмущающими факторами. Для вычисления аэродинамического момента используются различные подходы:

- аппроксимация внешней поверхности КА сферой, центр которой смещен относительно центра масс [19],
- аппроксимация внешней поверхности КА эллипсоидом [20],
- аппроксимация внешней поверхности КА осесимметричным телом [21].

Указанные подходы позволяют с различной точностью приближать аэродинамический момент, действующий на КА. Форма внешней поверхности современных КА чаще всего не является сферической и не обладает осевой симметрией, поэтому проверка адекватности указанных подходов является актуальной задачей. Представляет интерес сравнение вычисленных аэродинамических моментов при помощи детальной геометрической модели внешней КА и упрощенных моделей, а также использование более точных подходов к вычислению аэродинамических моментов в задачах математического моделирования вращательного движения.

В большинстве современных КА, совершающих космический полет, СБ являются основным источником электроэнергии. Под действием как прямого, так и переотраженного солнечного света в СБ возбуждается электрический ток, используемый для бортового питания КА. Моментальная сила тока, выдаваемая СБ, и, следовательно, количество вырабатываемой электроэнергии зависит от многих факторов: конструктивных особенностей СБ, расстояния до Солнца, угла падения солнечных лучей на плоскость СБ и др. [22]. Тема математического моделирования работы СБ достаточно изучалась отечественными [23-26] и зарубежными [27-29] авторами: разработаны программы для ЭВМ, позволяющие моделировать работу СБ, задавая различные условия работы.

Однако, в случае если КА имеет сложную форму внешней поверхности, элементы конструкции КА могут существенно затенять поверхность СБ, снижая выработку электроэнергии. При учете изменения затенения СБ с течением времени из-за орбитального движения КА и изменения формы его внешней поверхности, определение параметров работы СБ становится нетривиальной задачей, которую можно эффективно решить только с помощью математического моделирования. Задача определения требуемых характеристик СБ КА с учетом его орбиты, режима движения относительно центра масс, характера решаемых аппаратом целевых задач является одной из основных при проектировании КА. Во время эксплуатации КА при планировании его работы требуется иметь точный прогноз выработки электроэнергии СБ КА. Поэтому задача математического моделирования работы СБ КА остается актуальной.

Для обеспечения функционирования долговременных орбитальных станций (ДОС) требуется периодически проводить смену экипажей при помощи транспортных пилотируемых космических кораблей и доставлять

необходимый запас топлива, воды, еды и других грузов посредством грузовых кораблей. Например, ежегодно к МКС происходит до 8 запусков транспортных космических кораблей (КК) (пилотируемых «Союз» и грузовых «Прогресс»), которые совершают полет и стыкуются со станцией преимущественно в автоматическом режиме.

Сближение и стыковка КК, совершающих космический полет, является сложной многоэтапной технической задачей [30] [31]. Полет КК к объекту стыковки, так называемому кооперируемому объекту, можно разделить на три этапа: выведение КК на околоземную орбиту при помощи ракеты-носителя, маневрирование КК для совмещения орбиты КК и кооперируемого объекта и стыковка, состоящая из этапов сближения и причаливания.

Во время последнего этапа – сближения и причаливания маневрирование КК осуществляется в автоматическом режиме, измерение параметров взаимного расположения и параметров сближения КК и ОС происходит при помощи различных технических систем. Американские космические корабли используют оптические и лазерные системы измерения [32], измерение параметров относительного движения при стыковке российских грузовых и транспортных КК происходит при помощи радиотехнической системы с активным ответом «Курс». Данная система разрабатывалась для обеспечения эксплуатации орбитального комплекса «Мир». Система прошла несколько этапов модернизации, в настоящее время современная аппаратура системы используются на МКС и стыкуемых к ним грузовых и транспортных КК. Каждый из подходов к измерению параметров относительного движения (оптико-электронный, лазерный, радиолокационный) имеет свои достоинства и недостатки.

Бесперебойная работа системы измерения параметров движения КК относительно ОС имеет определяющее значение для возможности стыковки КК к ОС в автоматическом режиме. Сбои системы измерения могут привести к переводу стыковки в ручной режим [33] или к отмене стыковки и переносу на более позднее время [34] [35], поэтому задача математического моделирования работы подобной системы и поиска зон ее возможной неустойчивой работы является актуальной.

При сближении и стыковке траектория КК относительно ОС заранее точно неизвестна, так как движение КК корректируется в автоматическом режиме по данным системы измерения параметров относительного движения. Проведение анализа корректности работы математической модели системы измерения параметров относительного движения (например, системы «Курс», установленной на МКС) невозможно без построения фактической траектории движения стыкуемого КК относительно ОС. Поэтому для проведения

подобного анализа восстановление фактической траектории сближения является также актуальной задачей.

Цель и задачи. Целью диссертации является выработка общего подхода к разработке быстрых, но достаточно точных методов математического моделирования воздействия внешней среды на космический аппарат для оснащения автоматизированных рабочих мест разработчиков космической техники и специалистов центров управления полетами, способных работать в интерактивном режиме на персональном компьютере и не требующих больших вычислительных ресурсов. Требования к надежности работы КА приводят к необходимости того, что все разрабатываемые методы, алгоритмы и программное обеспечение должны пройти верификацию на реальных КА, совершающих и совершивших космический полет.

Для достижения указанных целей в диссертации были поставлены и решены следующие задачи:

1. Разработка подхода к созданию иерархической геометрической модели внешней поверхности КА, учитывающей возможное ее изменение с течением времени, разработка алгоритмов по генерации сеток, вычисления поверхностных интегралов и решение геометрических задач проектирования, удаления невидимых линий и поверхностей. Реализация разработанных алгоритмов в виде программ для ЭВМ.
2. Разработка алгоритмов расчета аэродинамических силы и момента, действующих на КА, совершающего орбитальный полет. Разработка и реализация в виде программ для ЭВМ математических моделей орбитального движения КА и движения КА относительно центра масс, учитывающих силы и моменты аэродинамического сопротивления, рассчитанные по геометрической модели КА.
3. Разработка и реализация в виде программ для ЭВМ алгоритмов математического моделирования работы СБ КА с учетом изменения внешней поверхности КА и возможного затенения СБ небесными телами и элементами конструкции КА с использованием геометрической модели внешней поверхности. Верификация разработанных моделей и программ путем сравнения результатов моделирования с реальными данными.
4. Разработка метода и алгоритма восстановления траектории движения КК относительно ОС при сближении и стыковки по данным автономной системы навигации. Реализация алгоритма восстановления траектории движения КК относительно ОС в виде программы для ЭВМ и верификация алгоритма и программы при помощи анализа данных с семи различных стыковок КК «Союз» и «Прогресс» с МКС.

5. Разработка алгоритма математического моделирования работы радиолокационной системы с активным ответом для измерения параметров движения КК относительно станции и поиска зон возможной неустойчивой работы системы. Реализация разработанного алгоритма в виде программы для ЭВМ и ее верификация при помощи обработки данных с семи стыковок КК «Союз» и «Прогресс» к МКС.

В целом работу можно охарактеризовать определяющую вклад в математическое моделирование воздействие внешней среды на космический аппарат с изменяющимися геометрическими характеристиками внешней поверхности.

Научная новизна. Специфика задач математического моделирования работы современных КА, в том числе крупногабаритных космических конструкций с изменяющейся во времени формой внешней поверхности, приводит к тому, что стандартные подходы САПР становятся малоэффективными.

В диссертации разработан оригинальный подход к созданию геометрической модели внешней поверхности КА для решения задач математического моделирования воздействия внешней среды на КА. Модель построена по иерархическому принципу, модули КА задаются при помощи набора геометрических примитивов. Части модели могут быть загружены из сторонних САПР. Разработаны специальные алгоритмы построения сеток, отыскания проекции внешней поверхности на заданную плоскость, удаления невидимых поверхностей.

Предложена отличная от прежних математическая модель орбитального движения КА, которая учитывает меняющуюся силу аэродинамического сопротивления (миделево сечение внешней поверхности КА) с изменением внешней поверхности КА из-за поворотов подвижных элементов. Миделево сечение вычисляется по геометрической модели внешней поверхности КА, полученные значения сглаживаются при помощи рядов Фурье по синусам. Предложенная модель уже использована для восстановления орбитального движения МКС по данным автономной системы навигации (АСН).

Предложен новый подход к вычислению моментов силы аэродинамического сопротивления, действующих на КА во время орбитального полета и учет этих сил при математическом моделировании движения КА относительно центра масс. Аэродинамический момент вычисляется при помощи геометрической модели внешней поверхности КА, разработанной автором, полученные значения сглаживаются при помощи разложения по сферическим функциями Лежандра. Предложенный способ вычисления сил и моментов использован для восстановления вращательного

движения КК «Прогресс МС-07» и «Прогресс МС-08». При помощи заданной геометрической модели внешней поверхности проведена верификация способа вычисления аэродинамического момента с использованием упрощенной геометрической модели, заданной аналитически в виде цилиндра и двух плоских прямоугольных граней. При расчете по упрощенной модели не учитывается пересечение проекций частей этой модели.

Разработан новый алгоритм и программное обеспечение математического моделирования работы СБ КА, учитывающий возможное затенение поверхности СБ небесными телами и элементами конструкции внешней поверхности КА, изменения внешней поверхности КА. Разработанный алгоритм и программное обеспечение верифицировано при помощи сравнения результатов моделирования с реальными данными, полученными при обработке телеметрической информации (ТМИ) СМ «Звезда» РС МКС. Анализ данных о работе СБ СМ в течение года позволил оценить вклад излучения Солнца, отраженного от поверхности Земли в суммарную выработку электроэнергии СБ.

Предложена математическая модель движения маневрирующего КК и алгоритм восстановления траектории движения КК относительно ОС во время сближения и стыковки по данным АСН, установленных на борту КК и ОС. Алгоритм и реализующее его программное обеспечение было верифицировано путем восстановления траекторий движения КК «Союз» и «Прогресс» во время семи стыковки к МКС.

Разработана новая математическая модель работы радиолокационной системы с активным ответом измерения параметров движения КК относительно ОС во время сближения и стыковки. Разработан алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы системы. Разработано программное обеспечение, реализующие предложенную математическую модель работы радиолокационной системы и алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы. Программное обеспечение было верифицировано путем анализа работы РТСС «Курс», установленной на МКС во время шести стыковок КК «Союз» и «Прогресс» с МКС.

Теоретическая и практическая значимость. Создана технология решения задач математического моделирования воздействия внешней среды на КА геометрическими методами. Разработанный подход к созданию геометрической модели внешней поверхности КА позволил создать программный модуль, использующийся в различных программных комплексах математического моделирования функционирования КА и планирования космических миссий.

Предложенная математическая модель орбитального движения КА, учитывающая изменяющуюся форму внешней поверхности КА, и, вследствие

этого, силу аэродинамического торможения. Новая математическая модель позволила существенно увеличить период прогнозирования с высокой точностью и может способствовать разработке методов управляемого аэродинамического торможения КА, которые могут быть востребованы при управлении ДОС.

Программный модуль вычисления аэродинамических сил и момента, действующих на КА, при помощи детальной модели внешней поверхности позволил верифицировать процедуру вычисления таких сил и моментов при помощи упрощенной геометрической модели КА и найти область применимости этой процедуры. Разложение по сферическим функциям вычисленных по детальной геометрической модели сил и моментов позволило их использовать при интегрировании уравнений движения ТГК «Прогресс» относительно центра масс. Использование предложенной математической модели позволило восстановить вращательное движение ТГК «Прогресс МС-07» и «Прогресс МС-08».

Разработанный алгоритм и программное обеспечение математического моделирования СБ КА позволили:

- разработать программное обеспечение оценки эффективности работы СБ для проектирования КА, разработанное программное обеспечение было использовано при проектировании перспективного научно-энергетического модуля МКС,
- создать высокоточную методику прогноза выработки электроэнергии СБ КА, ошибка прогноза выработки электроэнергии СБ СМ «Звезда» РС МКС составляет 1-5%,
- оценить вклад отраженного от поверхности Земли излучения Солнца в выработку электроэнергии СБ СМ «Звезда» РС МКС, оценка проводилась путем обработки ТМИ СМ, взятой периодами в течение календарного года.

Предложенная математическая модель работы радиотехнической системы с активным ответом измерения параметров движения КК относительно ОС во время сближения и стыковки позволила создать программное обеспечение обнаружения зон возможной неустойчивой работы этой системы из-за дифракции волн на поверхности ОС. Разработанный метод восстановления движения КК относительно ОС по данным бортовых АСН позволил верифицировать разработанное программное обеспечение обнаружения зон возможной неустойчивой работы радиотехнической системы.

Методология. Основным методом, использованным в диссертационной работе, является математическое моделирование, и если в классической триаде модель, алгоритм, программа в алгоритм пригодный для компьютерного моделирования обычно входит дискретизация начально-

краевых задач, то для моделирования исследуемого класса объектов первичным является адекватная модель поверхности КА, использующая минимально возможный объем информации, и только затем использующая адаптированные подходы к решению возникающих задач.

Так при разработке математических моделей орбитального движения и движения КА относительно центра масс используется аппарат классической механики и обыкновенных дифференциальных уравнений.

Численное интегрирование уравнений движения производится при помощи явных методов Дорманда-Принца (варианты методов Рунге-Кутты).

Нахождение значений определяемых параметров математических моделей производится методом наименьших квадратов, минимизация возникающих квадратичных функционалов производится методом на основе широко известных методов Гаусса-Ньютона и Левенберга-Марквардта.

При разработке алгоритмов математического моделирования работы СБ КА использовались математическая модель на основе решения диодного уравнения Шокли и классическая математическая модель, учитывающая площадь освещенной поверхности СБ и угол падения лучей Солнца на плоскость СБ.

Для вычисления характеристик отраженной электромагнитной волны, возбуждаемой антенной радиотехнической системы используется приближение физической оптики.

Программное обеспечение разрабатывалось на языках программирования С и С++, использовалась библиотека создания кроссплатформенных приложений Trolltech QT, для представления конфигурационных файлов применялся язык XML, использовались внешние библиотеки для чтения XML файлов и трехмерных моделей, визуализация трехмерных моделей КА осуществляется посредством библиотеки OpenGL, построение графиков производилось при помощи библиотек Qwt и QwtPolar.

При разработке языка задания СБ КА применялись методы конструирования компиляторов [36].

Положения, выносимые на защиту. Приведем здесь основные положения, которые выносятся на защиту, в заключении они сформулированы более полно.

1. Предложен общий подход к разработке быстрых, но достаточно точных методов математического моделирования воздействия внешней среды на космический аппарат, способных работать на персональном компьютере в интерактивном режиме и не требующих больших вычислительных ресурсов, основанный на использовании иерархической геометрической модели внешней поверхности аппарата.
2. Решена задача высокоточного математического моделирования движения низколетящих КА, где сила и момент аэродинамического

сопротивления рассчитываются при помощи разработанной геометрической модели внешней поверхности КА.

3. Разработана методика, алгоритм и программное обеспечение математического моделирования выработки электроэнергии СБ КА с учетом орбитального движения КА и небесных тел, возможного затенения поверхности СБ элементами конструкции внешней поверхности КА и возможности изменения положения подвижных элементов.
4. Представлен метод восстановления траектории относительного сближения КК с ОС по данным АСН.
5. Разработан алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы радиотехнической системы измерения параметров относительного движения КК и станции.

Степень достоверности. Степень достоверности полученных результатов обеспечивается использованием классических подходов к созданию математических моделей движения КА, совершающих космический полет по околоземной орбите. Определение положения небесных тел, расчет значений геопотенциала, определение плотности атмосферы производится при помощи общеизвестных верифицированных методик. Интегрирование систем обыкновенных дифференциальных уравнений проводится явными методами типа Рунге-Кутты. Для всех представленных математических моделей, разработанных расчетных алгоритмов и программного обеспечения проведена верификация путем сравнения результатов моделирования с функционированием реальных КА, совершающих и совершивших космический полет.

Апробация. Результаты, представленные в диссертационной работе, докладывались на российских и международных конференциях и семинарах: VI Всероссийская научно-техническая конференция «Актуальные проблемы ракетно-космического приборостроения и информационных технологий (Москва, 2013), Ломоносовские чтения - 2014. Секция вычислительной математики и кибернетики (Москва, 2014), XX научно-техническая конференция молодых ученых и специалистов ОАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королева (Королев, 2014), XXVII - Международная научная конференция Математические Методы в Технике и Технологиях (Тамбов, 2014), Tohoku University - Moscow State University The First IT Joint Seminar (Сендай, Япония, 2015), XV Конференция молодых ученых "Фундаментальные и прикладные космические исследования" (Москва, 2018), Первая международная конференция "Проблемы механики и управления" РМС-2018 (Махачкала, 2018), XLIII АКАДЕМИЧЕСКИЕ ЧТЕНИЯ ПО КОСМОНАВТИКЕ посвященные памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства

(Москва, 2019), XVI Конференция молодых ученых «Фундаментальные и прикладные космические исследования» (Москва, 2019), конференция «Современные проблемы математики и ее приложений» (Екатеринбург, 2020), XLV Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых – пионеров освоения космического пространства (Москва, 2021), 1-я Всероссийская Конференция с международным участием "Биомехатронные системы: задачи, теория, технологии" (Махачкала, 2021).

Результаты работы докладывались на семинарах Московского университета:

- Семинар «Спектральная теория дифференциальных операторов» под руководством акад. В.А. Садовниченко
- Семинар «Фундаментальная и прикладная математика в космических исследованиях» под руководством проф. А.М. Савчука и И.В. Садовничей кафедры фундаментальной и прикладной математики факультета космических исследований,
- Семинар кафедры «Дифференциальной геометрии и приложений» механико-математического факультета под руководством акад. А.Т. Фоменко,
- Семинар имени В.А. Егорова кафедры «Теоретической механики и мехатроники» механико-математического факультета.

Семинарах ИПМ РАН им. М.В. Келдыша:

- Общеинститутский семинар ИПМ РАН (рук. акад. Б.Н. Четверушкин, член-корр. А.И. Аптекарев),
- Механика и управление движением (рук. д.ф.-м.н. М.Ю. Овчинников, д.ф.-м.н. Ю.Ф. Голубев),
- Семинар сектора «Механика и управление движением космических аппаратов» (рук. д.ф.-м.н. А.Г. Тучин).

Представленные в работе результаты обсуждались на научно-технических советах организаций, занимающихся разработкой и эксплуатацией космической техники: АО «Научно-производственное предприятие Квант», ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королева», АО «Корпорация ВНИИЭМ им. А.Г. Иосифьяна», АО Научно-исследовательский институт точных приборов.

Внедрение результатов. Разработанное в диссертации программное обеспечение математического моделирования работы СБ было внедрено в ПАО «РКК «Энергия» им. С.П. Королева» и используется:

- при проектировании новых космических кораблей и модулей для орбитальных станций,

- в управлении полетом многофункционального лабораторного модуля «Наука» РС МКС для прогноза выработки электроэнергии СБ и ее расход потребителями.

Разработанное программное обеспечения математического моделирования работы радиолокационной системы измерения параметров движения КК относительно ОС внедрено в АО «НИИ ТП» для планирования и постполетного анализа работы РТСС «Курс».

Публикации. Основные результаты диссертации представлены в 13 публикациях, из них 10 статей в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих требованиям ВАК [37-46], 3 свидетельства на регистрацию программ для ЭВМ [47-49].

Также автором опубликованы 15 работ по теме диссертации: 10 тезисов докладов [40-59], 2 перевода основных публикаций в журналах, входящих в базу данных Scopus [60] [61], 1 публикация в Scopus [62], 2 публикации в журнале из списка ВАК по близкой специальности 05.13.01 [63] [64].

Личный вклад автора. Все результаты диссертации получены лично автором. Большинство публикаций написано автором единолично. В работе [38] вклад автора состоял в разработке математической модели, алгоритма и реализации программного обеспечения. В работе [42] автор разработал алгоритм вычисления аэродинамических сил и моментов при помощи геометрической модели, предложил разложение по сферическим функциям, реализовал вычисление сил и моментов в виде программы для ЭВМ, предложил модифицированную математическую модель вращательного движения КА с использованием уточненной модели аэродинамического момента. Далее в соавторстве с Виктором Васильевичем Сазоновым производилось восстановление вращательного движения КК «Прогресс МС». Вклад автора в разработку программных комплексов [47-49] состоял в разработке алгоритмов математического моделирования, реализации критически важных участков кода и в общем руководстве работ.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка использованной литературы. В конце каждой главы формулируются полученные в этой главе результаты. Работа содержит 1 листинг, 1 блок-схему, 18 таблиц и 92 рисунка, список используемой литературы составляет 163 наименований.

Основное содержание работы

В **первой главе** предлагается подход к построению иерархической геометрической модели внешней поверхности КА.

В п.1.1. дается постановка задачи. От геометрической модели внешней поверхности КА требуется решения следующих задач:

- 1) построения многогранных сеток с линейными размерами не более заданных,
 - 2) удаление невидимых поверхностей [65],
 - 3) вычисление интегралов по моделируемой поверхности или ее частям, в том числе освещаемым точечным источником света или плоскопараллельным световым потоком,
 - 4) отыскание проекции внешней поверхности КА на заданную плоскость.
- Также геометрическая модель поверхности КА должна поддерживать:
- а) включение / отключение заданных частей модели,
 - б) подвижные элементы (СБ, антенны, манипуляторы),
 - в) поверхности сложносоставных элементов (например, СБ).
 - г) импорт модели из САПР в виде примитивов или триангуляций.

В п. 1.2. описывается предлагаемый подход к построению геометрической модели внешней поверхности КА. Модель задается набором геометрических примитивов, объединяемых в логические объекты, объекты выстроены иерархически в виде дерева (рис. 1).

Каждый объект задается своей локальной системе координат, которая отличается от вышестоящего в иерархии объекта на преобразование координат. Система координат корневого объекта (всей модели) и системы координат других объектов являются прямоугольными декартовыми. Таким образом, при вычислении координат объекта АБА в системе координат модели (корневого объекта) требуется применять преобразование, которое является суперпозицией преобразований координат объектов АБА, АБ и А. Преобразования координат являются суперпозицией параллельного переноса, поворота и отражения, могут быть постоянными или переменными (параметрическими). При помощи параметрического преобразования можно задать движение подвижных элементов, изменяя углы и оси поворота подвижных элементов можно задать закон движения.

Для задания объектов используются следующие геометрические примитивы:

- 1) параллелограмм,
- 2) треугольник,
- 3) боковая поверхность усеченного конуса,
- 4) параллелепипед.

При помощи примитивов типа 1)-4) можно построить геометрическую модель внешней поверхности КА с достаточно сложной формой, в том числе и изменяющейся с течением времени. На рис. 2 показаны модели транспортного грузового корабля (ТГК) «Прогресс» и Международной космической станции (МКС).

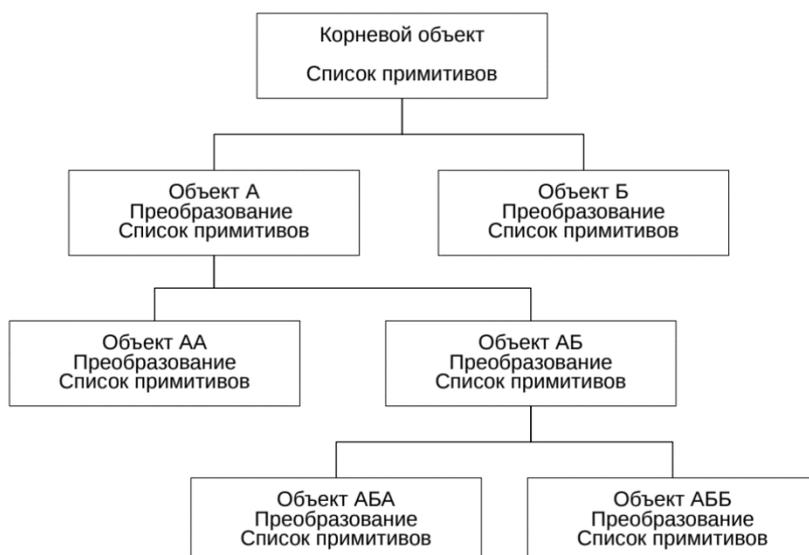


Рис. 1. Структура геометрической модели КА

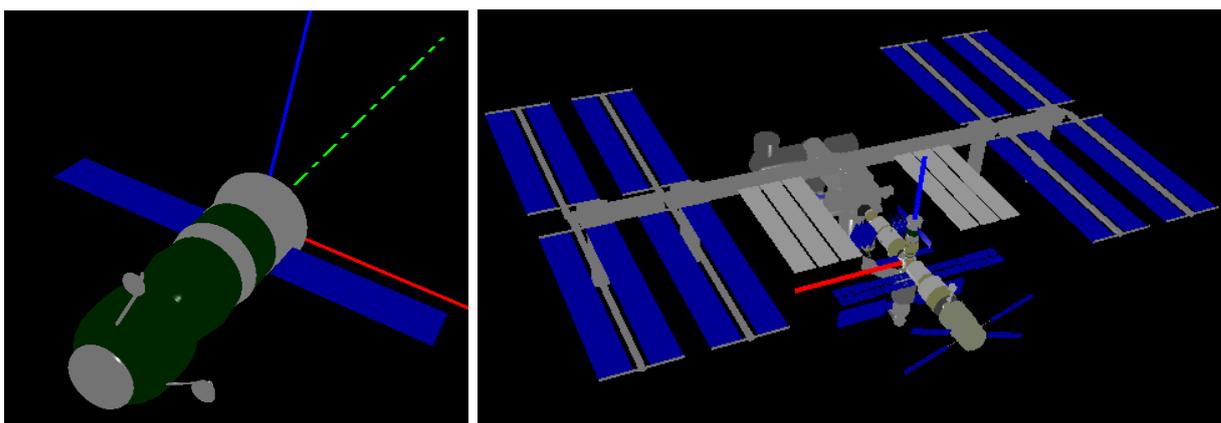


Рис. 2. Геометрические модели ТГК «Прогресс» и МКС

В п.1.3. описываются алгоритмы вычислений при помощи модели: построения многогранных сеток, решения задачи удаления невидимых поверхностей и отыскания проекции поверхности на заданную плоскость. Задача удаления невидимых поверхностей решается при помощи метода трассировки лучей [66].

В п. 1.4. даются сведения о программной реализации предложенной модели и ее использовании в разработанных автором программных комплексах.

Во **второй главе** описываются разработанные алгоритмы расчета силы и момента аэродинамического сопротивления, действующих на КА, при помощи геометрической модели его внешней поверхности, предлагаются математические модели орбитального движения КА и его движения относительно центра масс, учитывающие силы и моменты аэродинамического сопротивления вычисленные по геометрической модели внешней поверхности

КА. Даются сведения о программной реализации предложенных алгоритмов и математических моделей, проводится верификация предложенных математических моделей и алгоритмов.

В п. 2.1 приводятся предлагаемые алгоритмы вычисления силы и момента аэродинамического сопротивления, действующих на космический аппарат по геометрической модели внешней поверхности. Рассматриваются две гипотезы о взаимодействии молекул газа с внешней поверхностью КА: абсолютно неупругий удар и абсолютно упругий удар. В первом случае для вычисления силы аэродинамического сопротивления достаточно найти площадь миделева сечения, для вычисления момента – вычислить первый геометрически момент ортогональной проекции внешней поверхности КА на плоскость, перпендикулярную вектору скорости КА.

$$\mathbf{F}_n = -\rho S_0 |\mathbf{v}| \mathbf{v}, \mathbf{M}_n = -\rho \mathbf{v} \times \int_{S_*} \mathbf{r}'(\mathbf{v}, \mathbf{n}) dS, \mathbf{M}_n = -\rho |\mathbf{v}| (\mathbf{v} \times \mathbf{P}) \quad (1)$$

где ρ – плотность атмосферы на высоте полета КА, \mathbf{v} – вектор скорости КА, S_0 – площадь ортогональной проекции аппарата на плоскость Π , S_* – часть поверхности аппарата, обдуваемая потоком молекул, \mathbf{n} – нормаль к внешней поверхности КА, $\mathbf{P} = \int_{S'_0} \mathbf{r}' dS$ — первый момент фигуры S'_0 (ортогональной проекции поверхности обдуваемого тела S_* на плоскость Π) относительно точки O' (ортогональной проекции точки O на плоскость Π), за \mathbf{r}' принимаем радиус-вектор точки S'_0 относительно точки O' .

Во втором случае сила и момент аэродинамического сопротивления вычисляются так:

$$\mathbf{v}_{dir} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}, \mathbf{F}_y = -2\rho |\mathbf{v}|^2 \int_{S_*} (\mathbf{v}_{dir}, \mathbf{n})^2 \mathbf{n} dS, \\ \mathbf{M}_y = -2\rho |\mathbf{v}|^2 \int_{S_*} (\mathbf{v}_{dir}, \mathbf{n})^2 (\mathbf{n} \times \mathbf{r}') dS, \quad (2)$$

Приводятся результаты расчетов сил и моментов аэродинамического сопротивления, действующих на КА при использовании каждой из гипотез и замер времени расчетов с последующим сравнением. Расчет с использованием гипотезы абсолютно неупругого удара существенно быстрее (Рис. 3). Для расчета силы и момента в первом случае достаточно найти площадь и первый момент ортогональной проекции внешней поверхности КА на плоскость, перпендикулярную вектору скорости КА. Проекция внешней поверхности КА на указанную плоскость находится путем объединения проекций объектов модели, они ограничены проекциями контурных циклов [37]. Проекции контурных циклов представляют собой набор ломаных линий, ограничивающих многоугольные области. В результате объединения этих

многоугольных областей получается многоугольная область, ограниченная одним или несколькими контурами. Вычисление площади плоской фигуры находится обходом контуров при помощи векторного произведения. Для вычисления первого момента строим триангуляцию Делоне найденной плоской фигуры и производим суммирование по построенным треугольникам.

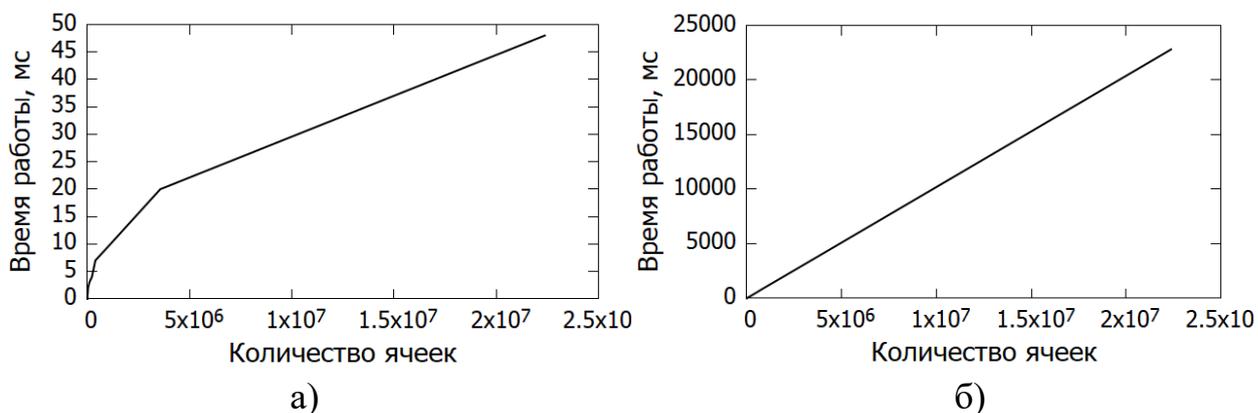


Рис. 3. Зависимость времени работы от количества ячеек, а) – для расчета абсолютно неупругого удара, б) – для абсолютно упругого удара или смешанной модели

В п. 2.2. представлена математическая модель орбитального движения КА, учитывающая силу аэродинамического сопротивления, которая рассчитывается при помощи введенных в п. 2.1 алгоритмов. В представленной модели используется предположение, что молекулы газа при соударении с поверхностью КА испытывают абсолютно неупругий удар. Предложенная математическая модель используется для восстановления орбитального движения МКС по данным АСН российского сегмента (РС). По геометрической модели вычисляется площадь миделева сечения на интервалах обработки данных АСН, далее вычисленные значения сглаживаются при помощи разложения в ряд Фурье по синусам (Рис. 4).

При помощи метода наименьших квадратов проводится уточнение параметров модели движения – вектора-состояния МКС и аналога баллистического коэффициента – коэффициента при переменном миделевом сечении, далее статистически определяются ошибки аппроксимации. Наряду с предложенной новой моделью орбитального движения используется стандартная модель с постоянным миделевым сечением, проводится сравнение результатов. Предложенная новая модель намного лучше аппроксимирует движение МКС на длинных временных интервалах (Рис 5, Таблица 1).

Данные АСН представляют собой набор семерок значений: $t, r_x, r_y, r_z, v_x, v_y, v_z$, где t – время GPS, $\mathbf{r} = (r_x, r_y, r_z)$ и $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ – радиус вектор и вектор скорости спутника в момент времени t в ГСК.

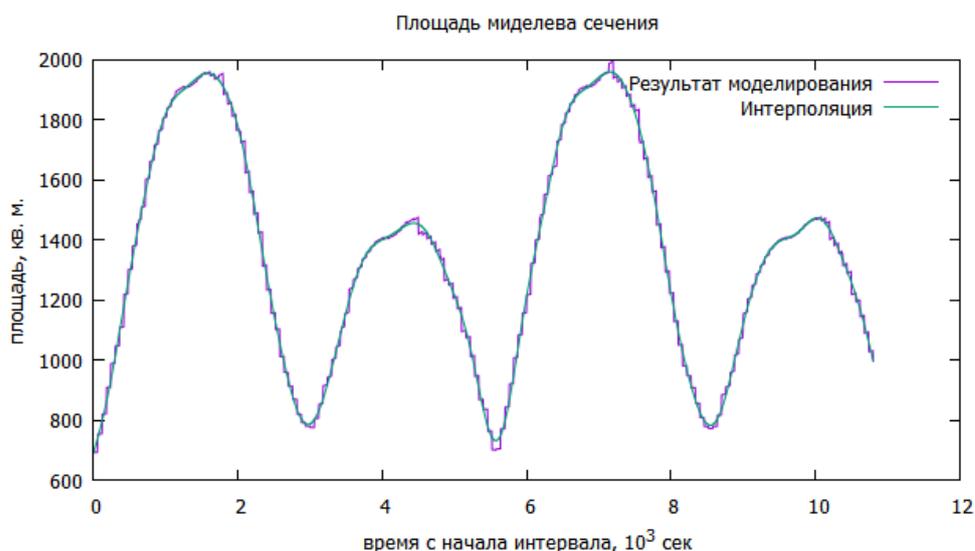


Рис. 4. Вычисленное и сглаженное (40 гармоник) миделево сечение МКС по геометрической модели с 00:22:01 01.01.2018 по 03:22:01 01.01.2018

Задавая значения радиус-вектора \mathbf{r}_0 и вектора скорости \mathbf{v}_0 в начальный момент времени, параметр α и метод вычисления силы аэродинамического торможения можно, интегрируя уравнения движения спутника, получить траекторию движения. Таким образом вектор параметров $\gamma = (\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0, \alpha)$ определяет траекторию движения КА.

Пусть $t_i, \mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i, i = \overline{1, N}$ – измерения АСН, $\varphi(t_i, \gamma), \psi(t_i, \gamma)$ – вычисленные при помощи математической модели значения радиус-вектора и вектора скорости. Считаем, что ошибки определения координат и компонент вектора скорости имеют нормальное распределение с нулевым средними значениями и являются независимыми. Стандартные отклонения компонент радиус вектора (вектора скорости) одинаковы и неизвестны, обозначим стандартные отклонения компонент σ , стандартные отклонения скоростей пример за $\frac{\sigma}{w}$, где $w = 1000$ с. Составим функционал для минимизации:

$$\Phi(\gamma) = \sum_{n=0}^N \left\{ [\mathbf{r}_n - \boldsymbol{\varphi}(t_n, \gamma)]^2 + w^2 [\mathbf{v}_n - \boldsymbol{\psi}(t_n, \gamma)]^2 \right\}. \quad (4)$$

Минимизация $\Phi(\gamma)$ выполнялась алгоритмом на основе методов Гаусса–Ньютона и Левенберга–Марквардта [40]. При сделанных допущениях оценка $\gamma_* = \arg \min \Phi$ – случайный вектор, который имеет приблизительно нормальное распределение со средним значением, равным истинному значению γ . Ковариационная матрица этой оценки и оценка дисперсии σ^2 ошибок в измерениях координат вычислялись по формулам

$$C_\gamma = \left\| C_{ij} \right\|_{i,j=1}^7 = \sigma_*^2 B^{-1} C_\gamma = \left\| C_{ij} \right\|_{i,j=1}^7 = \sigma_*^2 B^{-1}, \quad \sigma_*^2 = \frac{\Phi(\gamma_*)}{6N-7}, \quad (5)$$

где B – вычисленная в точке γ_* матрица системы нормальных уравнений, возникающей при минимизации Φ , $2B \approx \partial^2 \Phi(\gamma_*) / \partial \gamma^2$. Точность аппроксимации данных АСН найденным решением уравнений движения и точность определения этого решения характеризовались стандартным отклонением ошибок измерений σ_* , стандартными отклонениями $\sigma_i = \sqrt{C_{ii}}$ ($i = 1, 2, \dots, 7$) компонент вектора γ_* и среднеквадратичными значениями рядов остатков

$$dr_n = |\mathbf{r}_n - \boldsymbol{\varphi}(t_n, \gamma_*)|, \quad dv_n = |\mathbf{v}_n - \boldsymbol{\psi}(t_n, \gamma_*)| \quad (n = 0, 1, 2, \dots, N). \quad (6)$$

Эти среднеквадратичные значения обозначим соответственно s_r и s_v . Вычислялись также медианы остатков (6), которые использовались для исключения из обработки данных $(t_n, \mathbf{r}_n, \mathbf{v}_n)$ величины остатков которых в 3,8 раза превышали оценочное стандартное отклонение.

В таблице 1 приведены результаты обработки измерений АСН при помощи стандартной и модифицированной математической модели орбитального движения МКС на интервале 01-10.01.2018, на рис. 5 изображен график остатков dr . Видно, что модель с переменным миделем существенно точнее аппроксимирует измерения АСН.

	Постоянный мидель	Переменный мидель
Медиана dr	347.311	69.3676
Медиана dv	378.565	77.5333
СКО dr	395.245	92.4215
СКО dv	429.71	100.794
Количество использованных измерений	142222	138824
Количество отброшенных изменений	38	3436
Коэффициент α	2,45258e-03	1,57683e-03

Таблица 1. Результаты обработки данных АСН 01-10.01.2018

В п. 2.3. рассматривается математическая модель вращательного движения ТКГ «Прогресс-МС», которая учитывает, в том числе, действующий аэродинамический момент. Момент аэродинамического сопротивления вычисляется при помощи алгоритмов п. 2.1. Проводятся сравнения моментов, вычисленных при помощи детальной геометрической модели внешней поверхности КК (Рис. 6а) и упрощенной геометрической модели (Рис. 6б), показана разница между используемыми моделями (Рис. 7б). Модели дают достаточно близкие результаты, компоненты момента M_2° , M_3° практически

совпадают, компонента M_1° , вычисленная по прощенной модели постоянна и равна нулю, а вычисленная по детальной модели колеблется в интервале $[-0,21; 0,21]$, что обусловлено несимметричностью поверхности КА из-за установленных антенн РТСС «Курс».

Программу для вычисления силы и момента аэродинамического сопротивления, действующие на КК нецелесообразно использовать напрямую

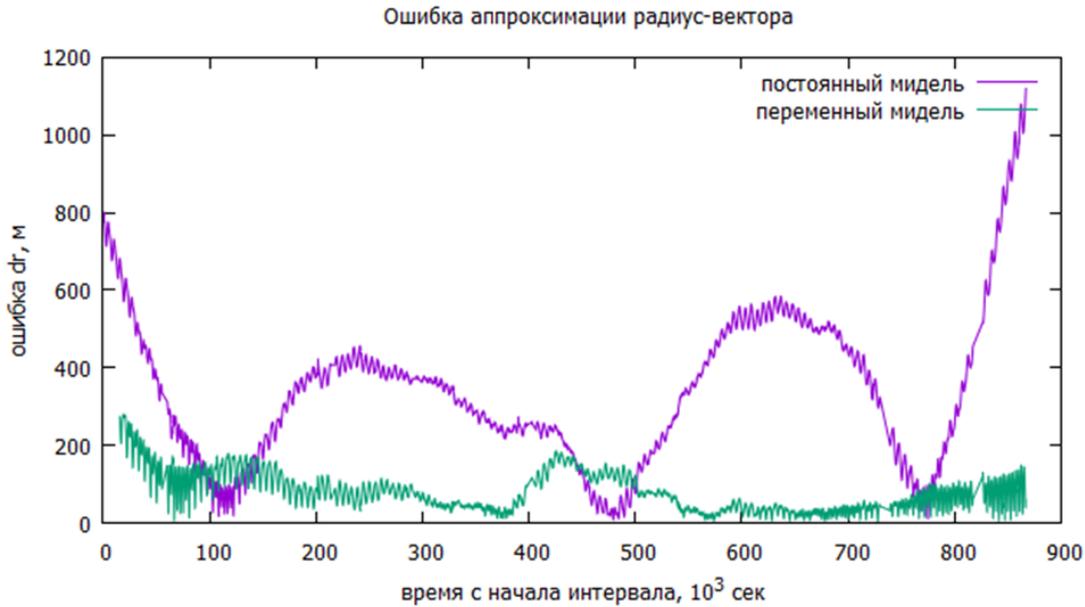


Рис. 5. Остатки dr для переменного миделя и постоянного миделя на промежутке 01-10.01.2018

при интегрировании уравнений вращательного движения методами высокого порядка так как в ходе интегрирование силу и момент требуется вычислять многократно, что дает дополнительную нагрузку на вычислительную систему, и получаемые функции не достаточно гладкие из-за дискретизации при вычислении момента. В расчетах используются результаты сглаживания вычисленных силы и момента конечными отрезками их рядов Фурье по сферическим функциям $P_n^{(m)}(\cos \theta) \cos m\varphi$, $P_n^{(m)}(\cos \theta) \sin m\varphi$, где $P_n^{(m)}(\cdot)$ присоединенные функции Лежандра. В рядах используются функции до порядка (8,8) включительно. Коэффициенты рядов вычислялись численно. Принималось

$$\alpha_1 = \cos \theta, \quad \alpha_2 = \sin \theta \cos \varphi, \quad \alpha_3 = \sin \theta \sin \varphi;$$

интегралы вида

$$\int_0^{2\pi} \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix} d\varphi \int_0^\pi S(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) P_n^{(m)}(\cos \theta) \sin \theta d\theta. \quad (7)$$

вычислялись на комбинированной сетке – равномерной по φ с 64 узлами и квадратурой Гаусса по $\cos\theta$ с 32 узлами. Результаты аппроксимации вычисленных силы и момента аэродинамического торможения приведены на Рис. 7а, 7в.

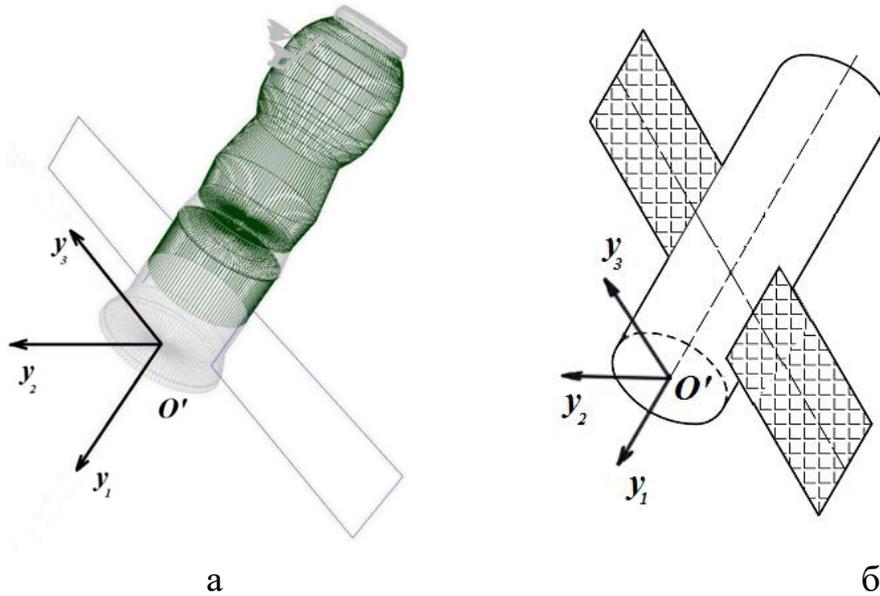


Рис. 6. Геометрическая модель ТГК «Прогресс»: а – детальная модель из примитивов, б – упрощенная геометрическая модель

Предложена модифицированная математическая модель движения КК «Прогресс-МС» относительно центра масс, где сила и момент аэродинамического торможения вычисляются вышеуказанным способом. При помощи этой модели производится восстановление вращательного движения КК «Прогресс-МС» по датчикам угловых скоростей, для отыскания 11 уточняемых параметров модели используется метод наименьших квадратов.

Также проводилась оценка тока СБ космического аппарата и сравнение его с реальными значениями, полученными при обработке ТМИ. Сила тока СБ считалась пропорциональной косинусу угла между нормальную к плоскости СБ и направлением на Солнце, коэффициент пропорциональности подбирался экспериментально. На рис. 8 приведены результаты восстановления движения корабля *Прогресс МС-07*, начиная с $t_1 = 06:14:14$ МСК 23.04.2018 в течение 381.1 минуты. Приведены графики угловых скоростей, вычисленных при помощи математической модели (сплошными линиями) и результаты измерений (маркерами). Приведен график тока СБ: оценка (сплошной линией) и результаты измерений (маркерами). Предложенная модифицированная математическая модель движения КК относительно центра масс позволила достаточно точно восстановить движение *Прогресс МС-07* по данным датчиков угловых скоростей.

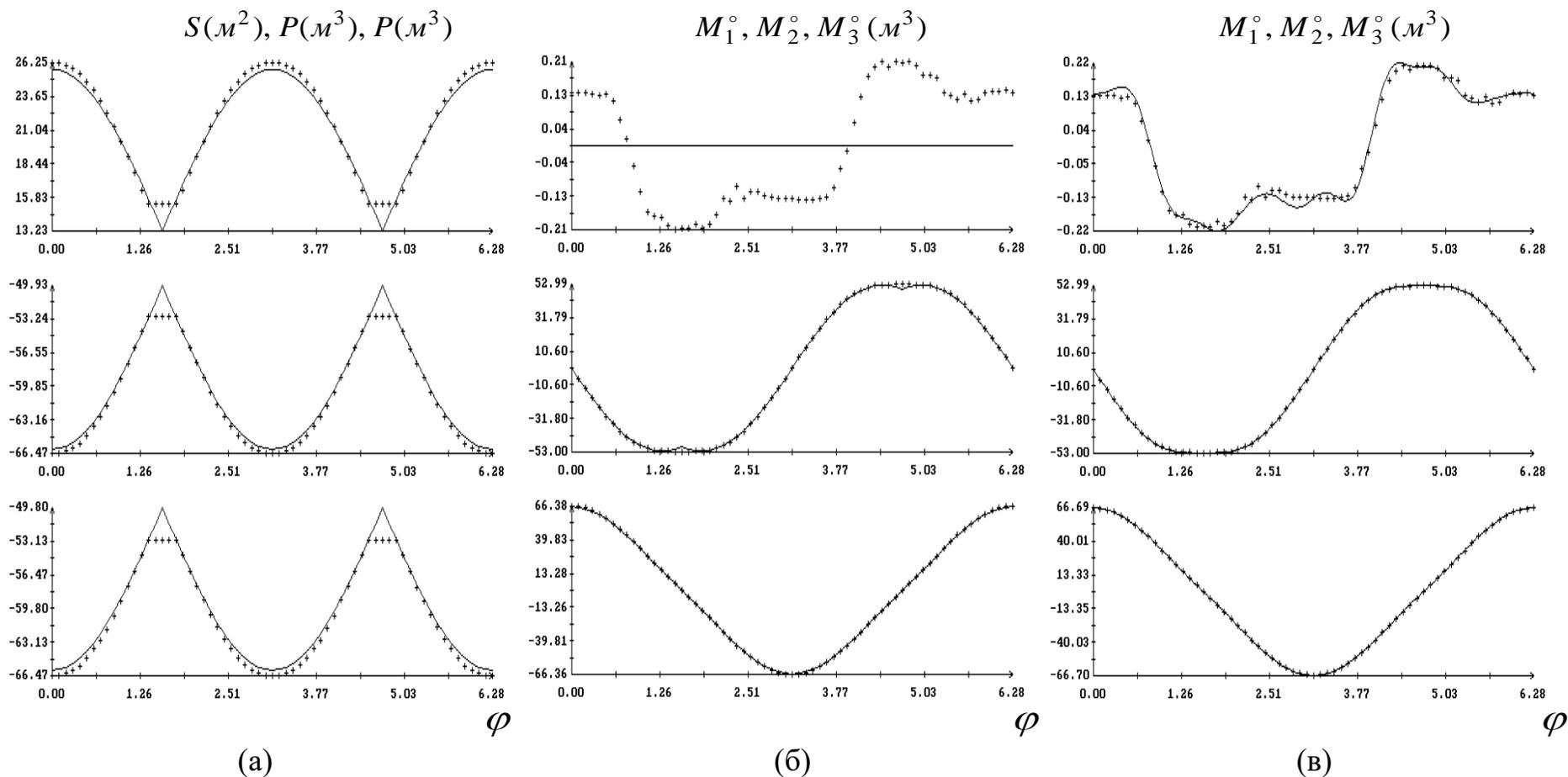
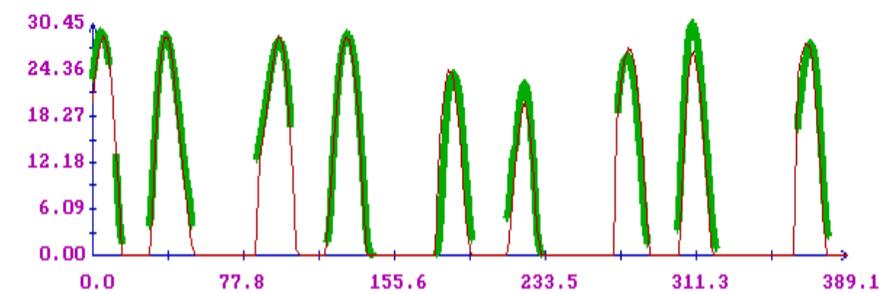
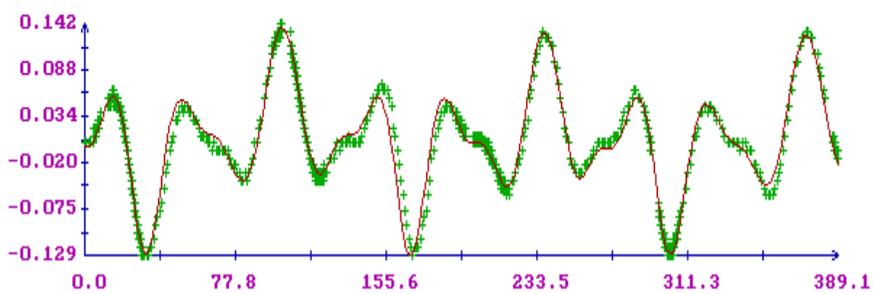
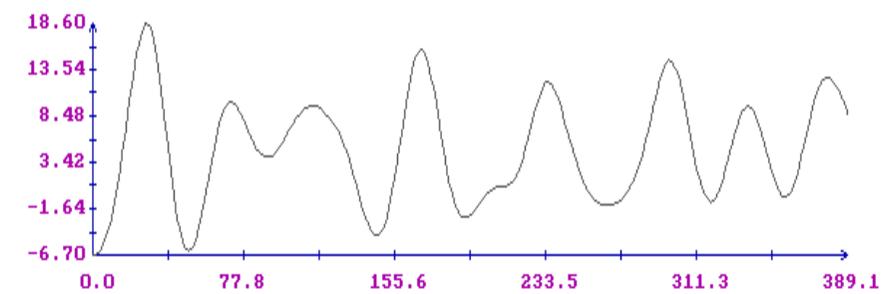
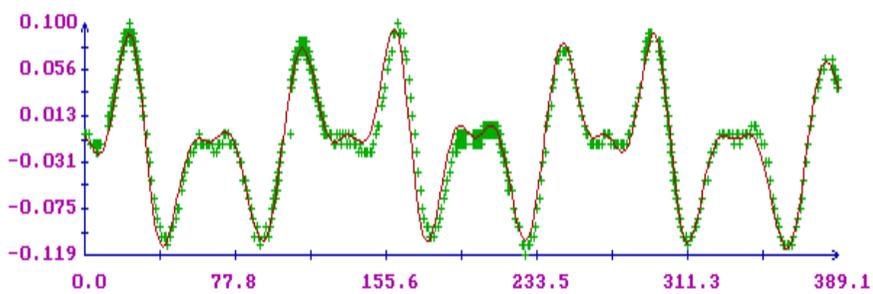
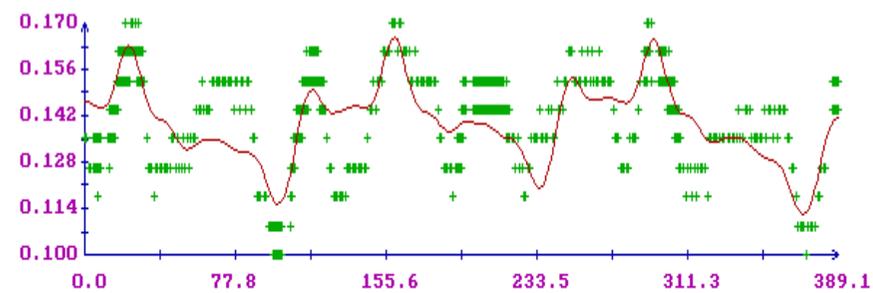


Рис. 7. $\sin \theta = 0.0483$; (а) – аппроксимация детальной модели отрезками рядов Фурье по сферическим функциям; (б) – расчет компонент аэродинамического момента по детальной и упрощенной моделям; (в) – расчет компонент аэродинамического момента по детальной модели и с помощью рядов Фурье по сферическим функциям. Данные детальной модели указаны маркерами.



$t - t_1$ (МИН)

$t - t_1$ (МИН)

Рис. 8. Движение корабля *Прогресс МС-07*, $t_1 = 06:14:14$ МСК 23.IV.2018

В третьей главе рассматривается задача математического моделирования работы СБ КА, совершающего орбитальный полет.

В п. 3.1. Приводятся две математические модели работы СБ КА, одна – модель А, основанная на решении диодного уравнения Шокли [67], вторая модель Б, учитывающая только площадь освещенных Солнцем участков батареи и угол падения лучей на плоскость батареи.

В п. 3.2. описывается механизм задания параметров СБ КА, ее электрической схемы и геометрической формы. Был разработан специальный язык программирования, позволяющий полностью описать все характеристики СБ и задать правила их движения. Был разработан транслятор с данного языка, который является частью программных комплексов [47], [48] и [49].

В п. 3.3. предлагается алгоритм математического моделирования работы СБ КА, совершающего орбитальный полет, который использует модель А или модель Б. Освещенность фотоэлектрических преобразователей (ФЭП) СБ, составляющих ее генераторы тока, вычисляется методом трассировки лучей. На поверхности ФЭП строится прямоугольная сетка заданного размера, из центра каждой ячейки испускается луч в направлении Солнца, ячейка считается освещенной, если испущенный луч не пересекается с элементами внешней поверхности КА и Землей. Каждая ячейка может обрабатываться независимо. После того, как определена видимость каждого ФЭП (Рис. 9), используя модель А или модель Б находится мгновенный ток СБ (Рис. 10). Разработан программный модуль реализующий предложенный алгоритм. Проводится сравнения двух математических моделей на примере СМ и проектируемого научно-энергетического модуля (НЭМ) РС МКС.

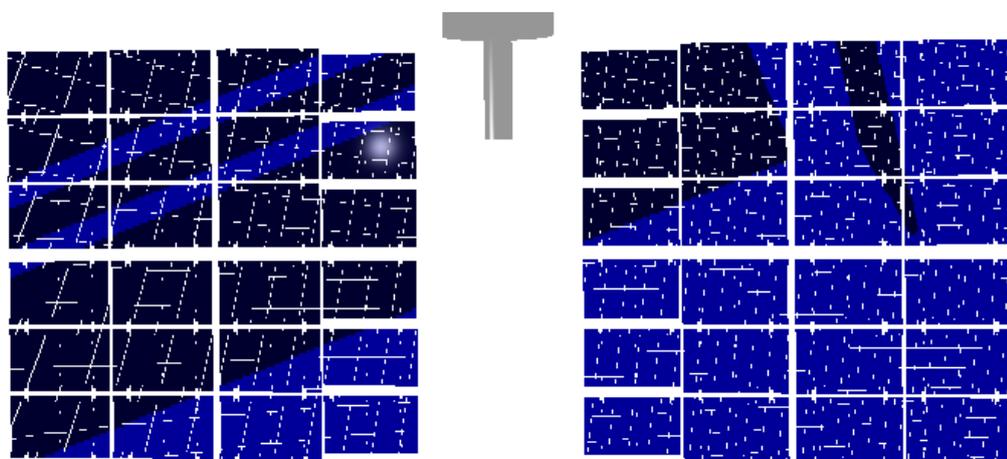


Рис. 9. Частично затененные СБ НЭМ

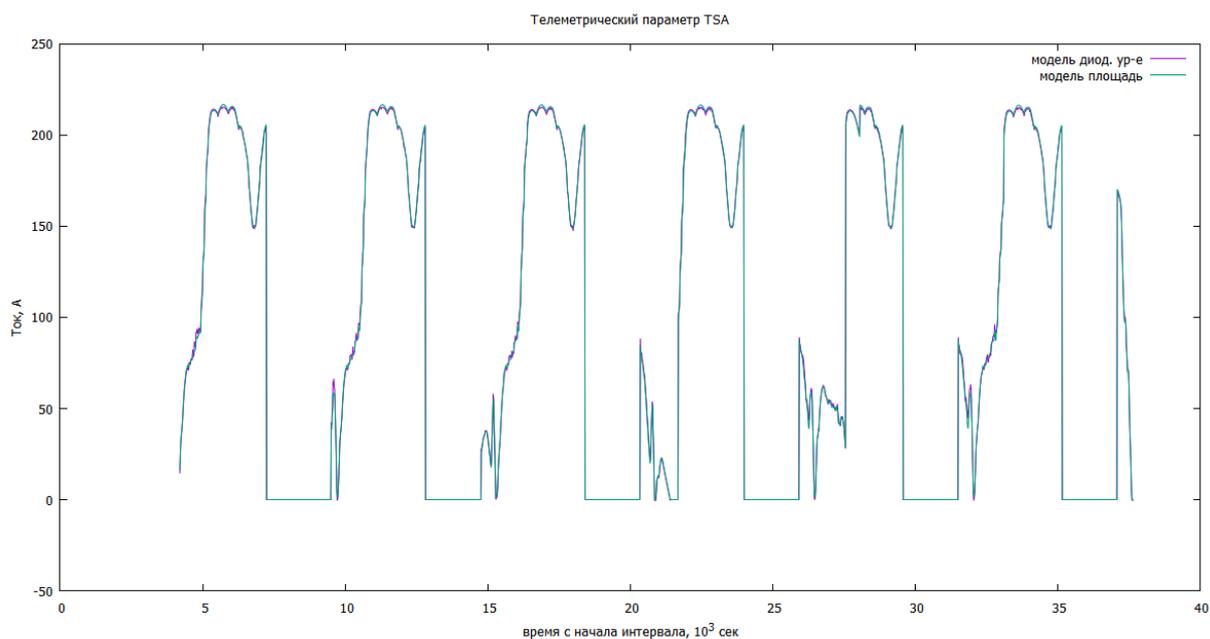


Рис. 10. Результаты математического моделирования работы СБ СМ 23:57 14.04.2020 – 09:15 15.04.2020

В п. 3.4. описывается обработка данных ТМИ системы электроснабжения (СЭС) СМ «Звезда» РС МКС при помощи математических моделей. Для разрежения данных ТМИ используется осреднение, нахождение параметров математической модели производится методом наименьших квадратов (Рис. 11).

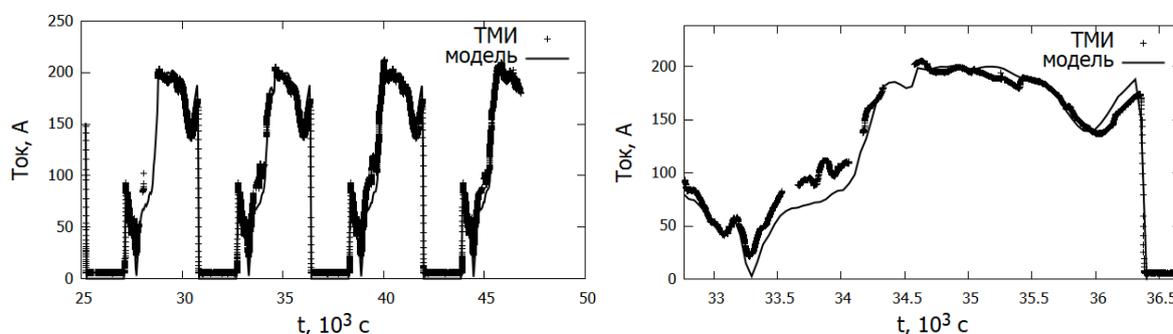


Рис. 11. Аппроксимация ТМ параметра TSA на интервале 04.2020

Проводится статистическая оценка погрешности определяемых параметров и сравнение вычисленных при помощи математической модели параметров выработки электроэнергии с данными ТМИ. Показана высокая точность прогноза прихода электроэнергии, недооценка составила 1-5%, в худших случаях до 12% за 5 суток. Приводится методика определения параметров математической модели для прогноза выработки электроэнергии СБ КА, рекомендуемый временной интервал для определения параметров математической модели – 4 витка, что составляет около 6 часов.

В п. 3.5. исследуется изменение параметров математических моделей А и Б работы СБ СМ РС МКС при анализе данных ТМИ о вырабатываемом токе в течение календарного года. Установлены причины наблюдаемого поведения параметров и получен вклад в выработку электроэнергии излучения Солнца, отраженного от поверхности Земли, он составляет от 2% до 13%.

Четвертая глава диссертационной работы посвящена решению вспомогательной задачи восстановления траектории движения КК относительно ОС при сближении и стыковке. Приводятся результаты восстановления относительных траекторий движения на семи стыковках КК «Союз» и «Прогресс» с МКС.

В п. 4.1. предложена математическая модель орбитального движения маневрирующего космического корабля. В модели каждый импульс представляется вектором тяги в ОСК КК на момент начала импульса и длительностью, предполагается, что тяга в течение работы двигателей, выдающих импульс, постоянна относительно инерциального пространства.

В п. 4.2 описывается процедура восстановления траектории движения КК относительно ОС в ОСК ОС, если известны траектории движения КК и ОС в ГСК.

В п. 4.3. описывается процедура восстановления траектории ОС в ГСК по данным АСН, считается, что двигательная установка (ДУ) ОС не работает. Приводятся данные о восстановлении траектории движения МКС в ГСК на семи различных стыковках с оценкой ошибок определения движения и уточняемых параметров математической модели.

В п. 4.4. предлагается алгоритм восстановления траектории движения маневрирующего КК в ГСК путем уточнения параметров математической модели движения. В качестве параметров выбраны начальный вектор-состояние КК, его баллистический коэффициент и компоненты импульсов относительно ОСК на момент начала выдачи. Время начала и длительность импульсов вычисляется путем обработки ТМИ о расходе топлива. Предложенный метод использовался для восстановления траекторий сближения КК «Союз» и «Прогресс» с МКС на семи различных стыковках. Приводятся оценки погрешностей определения движения и ошибок определения уточняемых параметров.

В **пятой главе** рассматривается задача математического моделирования работы радиолокационной системы с активным ответом определения параметров движения КК относительно орбитальной станции. Предлагается оригинальная математическая модель, использующая приближение физической оптики, предлагается алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы радиотехнической системы.

В п. 5.1. формулируются используемые допущения при математическом моделировании распространения электромагнитных волн и обосновывается их использование. Считаем, что выполнены следующие условия:

- в космическом пространстве коэффициенты диэлектрической проницаемости и магнитной проницаемости равны 1;
- взаимное перемещение сближаемых объектов происходит со скоростью, много меньшей скорости света;
- поверхность станции является идеально проводящей;
- антенна моделируемой радиотехнической системы излучает монохроматическую волну длиной менее 10 см с заданной диаграммой направленности.

В п. 5.2. описана методика вычисления характеристик рассеянной на поверхности ОС электромагнитной волны. При сделанных допущениях получаем, что плотность тока на части поверхности, на которую падает прямое излучение от антенны, может быть вычислена так:

$$\mathbf{j} = 2\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{ex}, \quad (8)$$

где \mathbf{n} – нормаль к поверхности, \mathbf{H}_{ex} – вектор напряженности магнитного поля падающей электромагнитной волны. На части поверхности, находящейся в тени от излучения антенны, считаем, что поверхностный ток равен нулю. Максимальный линейный размер ОС (l) достаточно большой, например, МКС – более 100 метров, длина волны $\lambda = 0.1\text{ м}$, минимальный радиус кривизны элементов внешней поверхности станции (D) – более 2 метров. Выполнены условия применимости приближения физической оптики [68]:

$$D \gg \lambda, \quad l \gg \lambda \quad (9)$$

После проведения аналитических преобразований получаем выражение для напряженности электрического поля волны, отраженной от поверхности станции:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{refl}(\mathbf{r}) = \frac{i}{2\pi k} \int_{S'} \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \left[\frac{(\mathbf{n}, \mathbf{H}_{ex}, \mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} \left(-k^2 - \frac{3ik}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} + \frac{3}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} \right) (\mathbf{r}-\mathbf{r}') + \right. \\ \left. + \left(k^2 + \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \left(ik - \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) \right) (\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{ex}) \right] ds', \quad (10) \end{aligned}$$

где \mathbf{r} – точка измерения, \mathbf{r}' – точка на поверхности, по которой производится интегрирование, S' – участок поверхности станции, облучаемый антенной, видимый из точки наблюдения.

В п. 5.3. описана модель излучающей антенны, имеющей круговую поляризацию. В п. 5.4. и п. 5.5. описаны схема вычислений и алгоритм математического моделирования уровня мощности сигнала излучающей антенны, установленной на ОС вдоль траектории сближения КК с ОС. В качестве уровня мощности радиосигнала рассматриваем логарифм отношения

поверхностной плотности электромагнитной энергии в точке наблюдения к значению этой величины в точке излучения. Для вычисления отраженной электромагнитной волны от поверхности станции необходимо вычислить интеграл (10), делаем это численно, заменяя интеграл суммированием. Для этого внешняя поверхность станции разбивается на четырехугольные и треугольные части с максимальным линейным размером не выше одной трети длины волны, чтобы обеспечить адекватность математической модели [69], [70]. Так как длина волны 10 см, выбираем максимальный размер в 3 см. Получаем следующую сумму:

$$\mathbf{E}_{refl}(\mathbf{r}) = \frac{i}{2\pi k} \sum_{j=1}^N \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|} \left[\frac{(\mathbf{n}_j, \mathbf{H}_{ex}^j, \mathbf{r}-\mathbf{r}'_j)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|^2} \left(-k^2 - \frac{3ik}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|} + \frac{3}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|^2} \right) (\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j) + \left(k^2 + \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|} \left(ik - \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'_j|} \right) \right) (\mathbf{n}_j \times \mathbf{H}_{ex}^j) \right] \sigma_j \cdot vis(\mathbf{r}'_j, \mathbf{r}), \quad (11)$$

где \mathbf{r}'_j – координаты центра элемента разбиения поверхности, \mathbf{n}_j – нормаль к поверхности в этой точке, $\mathbf{H}_{ex}^j = \mathbf{H}(\mathbf{r}'_j)$ – значение вектора напряженности электромагнитной волны от излучающей антенны, взятое в центре элемента разбиения поверхности, $vis(\mathbf{r}'_j, \mathbf{r})$ – видимость центра элемента разбиения из точки наблюдения. $vis(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ – принимает значение 1, если точки с радиус-векторами \mathbf{a} и \mathbf{b} находятся в зоне прямой видимости и 0 в противном случае.

Таким образом, при вычислении прямой и отраженной компоненты электромагнитной волны существенным становится решение задачи определения геометрической видимости:

- 1) при вычислении характеристик прямого электромагнитного излучения от антенны – определение видимости антенны из точки наблюдения,
- 2) при вычислении тока в заданной точке на поверхности станции – определение видимости антенны из этой точки,
- 3) при вычислении отраженной компоненты электромагнитного поля – суммирование ведется только по участкам поверхности, видимым из точки наблюдения.

Для решения задачи геометрической видимости будем использовать иерархическую геометрическую модель внешней поверхности КА и метод трассировки лучей, описанные в главе 1. Из центра антенны испускается луч в направлении на точку наблюдения. Если какие-либо части модели пересекаются с этим лучом до точки наблюдения (кроме примитива, на котором расположена точка наблюдения), то считается, что из точки наблюдения антенна не видна. Если луч не встречает препятствий (кроме примитива, на котором расположена точка наблюдения), то антенна считается видимой.

При массовом вычислении значений отраженной волны, например, вдоль траектории КА, можно оптимизировать расчет и вычислять плотность поверхностного тока только при изменении формы внешней поверхности станции.

В п. 5.6. представлены результаты математического моделирования уровня мощности излучающей антенны РТСС «Курс», установленной на МКС при стыковке шести КК «Союз» и «Прогресс» вдоль траектории сближения. Результаты математического моделирования сравниваются с ТМИ, принятой во время стыковки, траектория сближения восстанавливается при помощи метода, описанного в главе 4. Предложен алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы РТСС «Курс», который демонстрирует хорошее совпадение с данными, полученными на описанных шести стыковках.

При приближении к источнику сигнала при отсутствии затенения излучающей антенны элементами конструкции внешней поверхности ОС и интерференции уровень сигнала должен равномерно возрастать. В зонах интерференции возникают существенные колебания уровня сигнала, что может приводить к ошибкам определения направления, так как используемый в системе «Курс» равносигнальный амплитудный метод не устойчив к подобным колебаниям.

Для проведения качественной оценки осцилляций уровня сигнала вычисляется вариация уровня сигнала в окне длины Δ с центром в точке вычисления вариации. Пусть ψ_j – уровень модельного сигнала в децибелах в момент времени t_j . Определим вариацию:

$$V(t_k) = \sum_{j=1, |t_j - t_k| < \delta}^N |\Psi_j - \Psi_{j-1}|. \quad (12)$$

При приближении КК к станции уровень прямого сигнала монотонно возрастает как при приближении источнику. В случае монотонного возрастания вариация будет равна разнице значений функции на концах окна. При осцилляциях значения вариации будет заметно больше, чем больше амплитуда осцилляций – тем больше значение вариации. На рис. 12. приведен график вариаций уровня сигнала, длина окна, в котором берется вариация – 10 секунд.

Из анализа стыковки ТК «Прогресс МС-09» можно сделать вывод, что если, величина вариации уровня сигнала больше некоторого порогового значения, в данном случае 2, на некотором отрезке траектории сближения, то на этом отрезке траектории возможны сбои в работе РТСС «Курс». Анализ более 10 траекторий сближения и замечаний в работе РТСС «Курс» показывает, что замечания в работе системы появляются только на участке траектории сближения со значением вариации более 2. (Рис. 12).

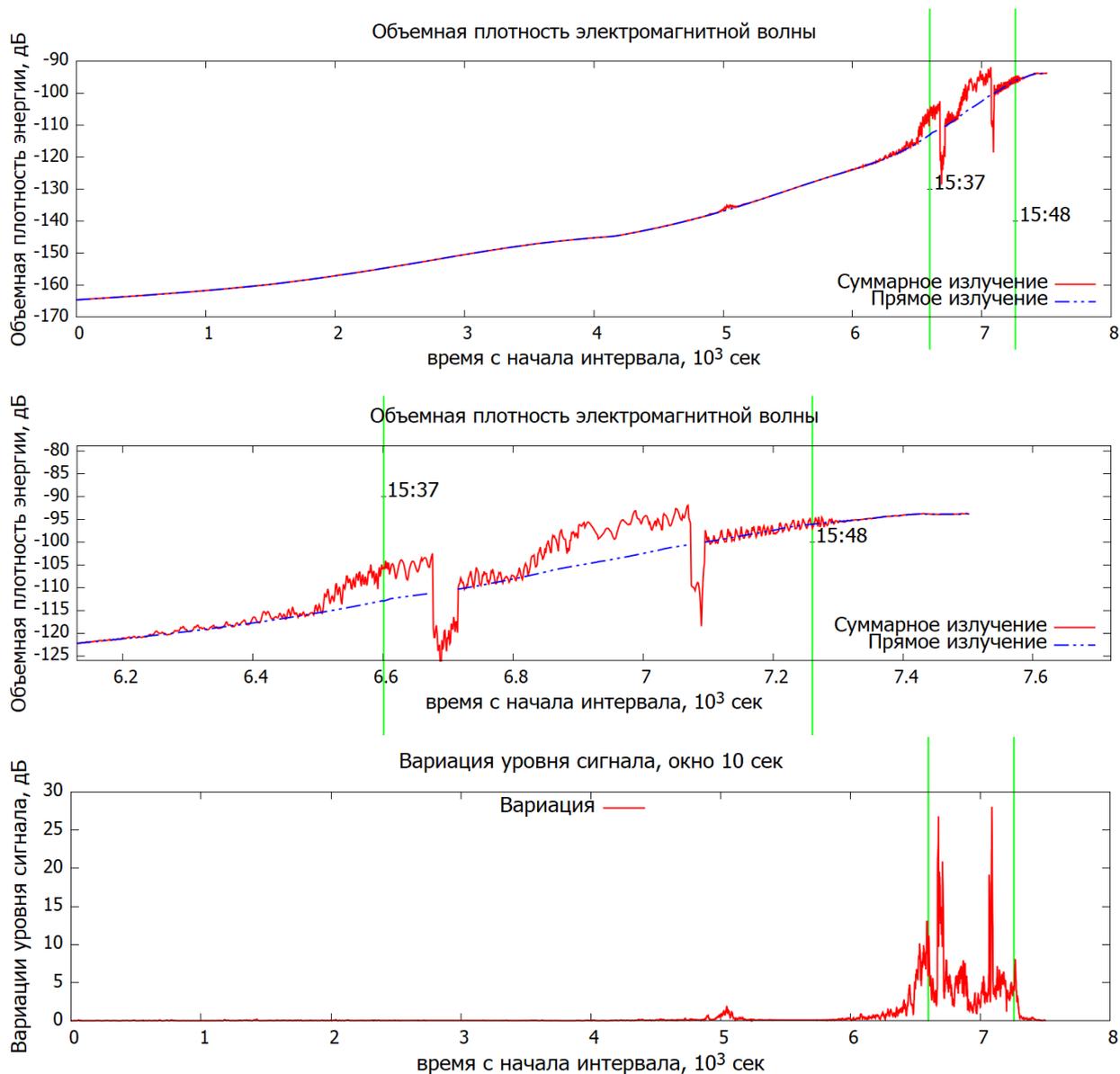


Рис. 12. Объемная плотность энергии излучения АКР-2 вдоль траектории сближения ТПК «Союз МС-09» и МКС 08.06.2018, вариация уровня сигнала с длиной окна 10 секунд.

Порядок изложения материала диссертации продиктован желанием автора продемонстрировать целостность работы, в которой с использованием общего подхода к заданию геометрической модели внешней поверхности решены важные прикладные задачи математического моделирования воздействия внешней среды на КА. Все предложенные в настоящей работе математические модели, алгоритмы и программное обеспечение проверены на реальных космических аппаратах, совершивших или продолжающих космический полет. Результат, полученный в главе 4, носит вспомогательный характер, но абсолютно необходим для верификации математической модели работы радиолокационной системы с активным ответом, предложенной в главе 5. Кроме того, этот результат является логическим развитием

предложенного в главе 2 способа восстановления орбитального движения КА по данным АСН.

В **заключении** сформулированы основные положения, выносимые на защиту, определены перспективы дальнейшего внедрения результатов диссертационной работы, показаны перспективы дальнейшей разработки темы диссертационной работы и даны рекомендации по возможным направлениям исследований.

Основные результаты работы

1. Предложен общий подход к разработке быстрых, но достаточно точных методов математического моделирования воздействия внешней среды на космический аппарат, способных работать на персональном компьютере и не требующих больших вычислительных ресурсов, основанный на использовании иерархической геометрической модели внешней поверхности. Создан универсальный программный модуль геометрического представления внешней поверхности КА, который может применяться для исследования широкого круга задач; представлены решения задач: расчета силы и момента аэродинамического сопротивления, действующих на КА, определения освещенности солнечных батарей КА, расчет напряженности электромагнитного поля волны, излучаемой антенной радиотехнической системы с учетом возможного отражения от поверхности КА.
2. Решена задача высокоточного математического моделирования движения низколетящих КА, где сила и момент аэродинамического сопротивления рассчитываются при помощи разработанной геометрической модели внешней поверхности КА. Модифицированная модель орбитального движения позволяет существенно повысить точность аппроксимации измерений АСН на длинных интервалах (10 суток и более) для КА с большой площадью миделева сечения существенно меняющейся с течением времени. Модифицированная модель вращательного движения позволяет восстанавливать движения относительно центра КА с заданной точностью по данным измерений датчиков угловых скоростей.
3. Разработана методика, алгоритм и программное обеспечение математического моделирования выработки электроэнергии СБ КА с учетом возможного затенения поверхности СБ элементами конструкции внешней поверхности КА и возможности изменения положения подвижных элементов. Модель показала возможность получения прогноза прихода электроэнергии с точностью 1-5%, в худших случаях до 12% за 5 суток. Проведена оценка вклада в выработку электроэнергии СБ СМ «Звезда» РС МКС непрямого излучения Солнца, отраженного от поверхности Земли.

4. Представлен метод восстановления траектории относительного сближения КК с ОС по данным АСН, который был использован для восстановления траекторий сближения КК «Прогресс МС-10», «Прогресс МС-16», «Союз МС-03», «Союз МС-09», «Союз МС-12», «Союз МС-13», «Союз-МС-14». Ошибка при восстановлении траекторий составила не более 18 метров.
5. Разработан алгоритм поиска зон возможной неустойчивой работы радиотехнической системы измерения параметров относительного движения КК и станции, который был реализован в виде комплекса программ, верифицированного на шести стыковках транспортных КК «Союз» и «Прогресс» с международной космической станцией.

Список литературы

1. Фортескью П., Суайнерд Г., Старк Д. Разработка систем космических аппаратов. Москва: Альпина Паблицер, 2016. 764 с.
2. Карташева Е.Л., Минкин А.С., Гасилов В.А. Метод триангуляции составных поверхностей, состоящих из В-сплайн сегментов сложной формы // Математическое моделирование, Т. 19, № 10, 2007. С. 44-60.
3. Гаранжа В.А., Кудрявцева Л.Н. Построение трехмерных сеток Делоне по // Ж. вычисл. матем. и, Т. 52, № 3, 2012. С. 499-520.
4. Sederberg W., Zheng , Bakenov A. // ACM Transactions on Graphics, Vol. 22, No. 3, 2003. pp. 477-484.
5. Canadarm2, the Canadian robotic arm on the Space Station [Электронный ресурс] // Government of Canada: [сайт]. URL: <https://www.asc-csa.gc.ca/eng/iss/canadarm2/default.asp> (дата обращения: 19 августа 2021).
6. Горшков Л.К., Мосин Д.А., Тютюкин А.Е., Уртминцев И.А. Моделирование конструкций космических аппаратов // Информация и космос, № 3, 2017. С. 147-155.
7. Сёмкин Н.Д., Балакин В.Л., Брагин В.В. Моделирование распределения электромагнитного поля при электростатическом разряде на поверхности космического аппарата // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. С.П. Королева, Т. 33, № 2, 2012. С. 112-119.
8. Куренков В.И., Салмин В.В., Абрамов Б.А. Моделирование целевого функционирования космических аппаратов наблюдения с учетом энергобаланса. Самара: Издательство СГАУ, 2007. 173 с.
9. Голованов Н.Н. Геометрическое моделирование: учебник для учреждений высш. проф. образования. Москва: Издательский центр, 2011. 272 с.
10. Hughes J.F., Van Dam A., McGuire M., Sklar D.F., Foley J.D., Feiner S.K., Akeley K. Computer Graphics: Principles and Practice. 3rd ed. Addison-Wesley, 2014.
11. Шикин Е.В., Боресков А.В. Компьютерная графика. Полигональные модели. Москва: Диалог-МИФИ, 2005. 464 с.

12. Алямовский С.Н., Беляев М.Ю., Рулев Д.Н., Сазонов В.В. Уточнение индекса геомагнитной возмущенности по измерениям орбиты тестового спутника // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, № 41, 2018. С. 1-43.
13. Hobbs D., Bohm P. Precise Orbit Determination for Low Earth Orbit Satellites // Annals of the Marie Curie Fellowship Association, No. 4, 2006. pp. 1-7.
14. Beliaev M.Y., Sazonov V.V., Rulev D.N. Determination of Motion Parameters of ISS by Use of GPS Measurements // Proceedings of the 18th International Symposium on Space Flight Dynamics (ESA SP-548). Jointly organised by the German Space Operations Center of DLR and the European Space Operations Centre of ESA. 11-15 October 2004, Munich, Germany., p.565. 2004.
15. Попов В.И. Системы ориентации и стабилизации космического аппарата. 2-е изд., перераб. и доп-е изд. Москва: Машиностроение, 1986. 183 с.
16. Космический аппарат "Фотон-М" №4 [Электронный ресурс] // Официальный сайт ЦСКБ "Прогресс": [сайт]. URL: https://www.samspace.ru/products/satellites_of_scientific_purpose/ka_foton_m_4/ (дата обращения: 15 августа 2021).
17. Гудилин В.Е., Слабкий Л.И. Космические грузовые корабли «Прогресс» и их модификации // В кн.: Ракетно-космические системы (История. Развитие. Перспективы). 1996.
18. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника Земли относительно центра масс. Москва: Наука, 1965. 416 с.
19. Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Сазонов В.В., Чебуков С.Ю. Определение вращательного движения спутника Фотон М-2 по данным бортовых измерений угловой скорости // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, № 110, 2005. С. 1-32.
20. Брюханов Н.А., Цветков В.В., Беляев М.Ю., Бабкин Е.В., Матвеева Т.В., Сазонов В.В. Экспериментальное исследование режимов неуправляемого вращательного движения КА Про // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша, № 43, 2004. С. 25.
21. Сазонов В.В., Сазонов В.В. Использование уточненной модели аэродинамического момента в задаче реконструкции вращательного движения спутников фотон // Космические исследования, Т. 49, № 2, 2011. С. 117-127.
22. Раушенбах Г. Справочник по проектированию солнечных батарей: пер. с англ. Москва: Энергоатомиздат, 1983. 360 с.
23. Колосов Р.В. Моделирование солнечных батарей // Интеллектуальная электротехника, № 2, 2019. С. 85-93.
24. Фролкова Н.О. Моделирование солнечных батарей на основе различных полупроводников - диссертация канд. техн. наук 05.27.01. Москва. 2011. 179 с.
25. Андреев В.М., Грилихес В.А., Румянцев В.Д. Фотоэлектрическое преобразование концентрированного солнечного излучения. Ленинград: Наука. Ленинградское отделение, 1989. 312 с.
26. Мигунов Я.Н., Онуфриев В.В. Моделирование вольтамперной характеристики солнечных батарей с учетом падения освещенности за счет влияния // Космическая техника и технологии, Т. 27, № 4, 2019. С. 56-64.
27. Левшов А.В., Фёдоров А.Ю., Молодиченко А.В. Математическое моделирование фотоэлектрических солнечных элементов // Наукові праці Донецького національного технічного університету, Т. 186, № 11, 2011. С. 246-249.

28. Nguyen X.N., Nguyen M.P. Mathematical modeling of photovoltaic cell/module/arrays with tags in Matlab/Simulink // Environmental Systems Research, Vol. 24, No. 4, 2015.
29. Vinod R.K., Singh S.K. Solar photovoltaic modeling and simulation: As a renewable energy solution // Energy Reports, Vol. 4, 2018. pp. 701-712.
30. Муртазин Р.Ф. Баллистическое обеспечение схем быстрого сближения космического корабля с орбитальной станцией // Космонавтика и ракетостроение, Т. 69, № 4, 2012. С. 142-149.
31. Бажинов И.К., Петров Б.Н., Ястребов В.Д. Навигационное обеспечение полета орбитального комплекса - "Салют-6" - "Союз" - "Прогресс". Москва: "Наука", 1985. 376 с.
32. <https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/i/iss-storm>
33. ТАСС. Стыковка грузовика "Прогресс" с МКС проходила вручную из-за силы сигнала системы "Курс" // ТАСС. 2021. URL: <https://tass.ru/kosmos/10720101> (дата обращения: 16 августа 2021).
34. Новости Р. Грузовик "Прогресс" не смог пристыковаться к МКС // РИА Новости. 2012. URL: <https://ria.ru/20120724/707695800.html> (дата обращения: 16.август.2021).
35. Новости Р. <https://ria.ru/20190827/1557933586.html> // РИА Новости. 2019. URL: <https://ria.ru/20190827/1557933586.html> (дата обращения: 16 августа 2021).
36. Свердлов С.З. Конструирование компиляторов. Saarbrucken: LAB Lambert Academic Publishing, 2015. 571 с.
37. **Сазонов В.В.** Алгоритм отыскания освещенных участков многогранных поверхностей в плоскопараллельном световом потоке // Математическое моделирование, Т. 19, № 6, 2007. С. 16-31.
38. Медведев С.Б., **Сазонов В.В.**, Сайгираев Х.У. Моделирование зон неустойчивой работы радиотехнической измерительной системы с активным ответом во время сближения и стыковки космических кораблей с Международной космической станцией // Математическое моделирование, Т. 24, № 2, 2012. С. 151-160.
39. **Сазонов В.В.** Построение интерактивной геометрической модели внешней поверхности космического аппарата // Математическое моделирование, Т. 32, № 6, 2020. С. 37-52.
40. **Сазонов В.В.** Сравнение двух моделей силы аэродинамического торможения для определения орбитального движения МКС // Матем. моделирование, Т. 32, № 10, 2020. С. 77-90.
41. **Сазонов В.В.** Математическое моделирование работы солнечных батарей космического аппарата // Математическое моделирование, Т. 33, № 9, 2021. С. 87-107.
42. Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., **Сазонов Вас.В.**, Сазонов В.В. Расчет аэродинамического момента в задачах математического моделирования вращательного движения транспортных грузовых кораблей Прогресс // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, № 29, 2021. С. 1-41.
43. **Сазонов В.В.** Алгоритм определения освещенности солнечных батарей Российского сегмента Международной космической станции // Известия МГТУ «МАМИ», Т. 3, № 2(20), 2014. С. 63-68.

44. **Сазонов В.В.** Восстановление траектории сближения космического корабля с орбитальной станцией при помощи математического модели // Математическое моделирование, Т. 33, Nov 2021. С. 77-94.
45. **Сазонов В.В.** Определение параметров математической модели солнечных батарей космического аппарата по данным телеметрической информации // Вестник Московского университета. Серия 15: вычислительная математика и кибернетика, № 3, 2021. С. 37-43.
46. **Сазонов В.В.** Исследование точности прогноза выработки электроэнергии солнечными батареями служебного модуля «Заря» Международной космической станции при помощи математической модели // Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика, Т. 45, № 4, 2021. С. 49-58.
47. Макарова Е.Ю., Морозов О.В., **Сазонов В.В.**, Самыловский И.А., Сапелкин А.С., Ахмедов М.Р. Специальное программное обеспечение для расчета затенения солнечных батарей космических аппаратов, Программа для ЭВМ RU 2020665994, Ноябрь 30, 2020.
48. Макарова Е.Ю., Морозов О.В., **Сазонов В.В.**, Самыловский И.А., Сапелкин А.С., Ахмедов М.Р. Прием теплового излучения, Программа для ЭВМ RU 2020666264, ноябрь 30, 2020.
49. Макарова Е.Ю., Морозов О.В., **Сазонов В.В.**, Самыловский И.А., Сапелкин А.С., Ахмедов М.Р. Тепловое излучение КА, Програма для ЭВМ RU 2020665114, ноябрь 30, 2020.
50. Сазонов В.В., Ахмедов М.Р., Егоров М.В., Макарова Е.Ю., Морозов О.В., Романенко Т.Е., Самыловский И.А., Семенов А.Н. Программный комплекс для расчета тепловых характеристик космических аппаратов // Сборник Тезисов XV Конференции молодых ученых, посвященной дню космонавтики "Фундаментальные и прикладные космические исследования". Москва. 2018. С. 95-95.
51. Сазонов В.В., Самыловский И.А., Ахмедов М.Р. Математическое моделирование работы солнечных батарей космического аппарата // Проблемы механики и управления: Материалы международной конференции (16-22 сентября 2018 г., г.Махачкала). Москва. 2018. С. 348-349.
52. Сазонов В.В., Голованов Е.А., Егоров М.В., Морозов О.В., Мухамеджанов И.Д., Сайгираев Х.У., Самыловский И.А. Аппаратно-программный комплекс для моделирования работы системы энергоснабжения космического аппарата // Сборник Тезисов XV Конференции молодых ученых, посвященной дню космонавтики "Фундаментальные и прикладные космические исследования". Москва. 2018. С. 96-96.
53. Сазонов В.В., Самыловский И.А., Егоров М.В., Морозов О.В. Программный коплекс моделирования работы системы энергоснабжения космического аппарата // XVI Конференция молодых учёных «Фундаментальные и прикладные космические исследования»: Сборник трудов. Москва. 2019. С. 145-145.
54. Сазонов В.В., Сапелкин А.С., Самыловский И.А., Егоров М.В., Морозов В. Программный комплекс для расчета затенения и тепловых характеристик конструкций космических аппаратов // XVI Конференция молодых учёных «Фундаментальные и прикладные космические исследования»: Сборник трудов. Москва. 2019. С. 147-147.
55. Сазонов В.В. Использование геометрического моделирования в задаче математического моделирования работы солнечных батарей космического аппарата //

- XLIII Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых - пионеров освоения космического пространства, издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана (Москва). Тезисы. Москва. 2019. Т. 1. С. 384-385.
56. Сазонова С.В., Самыловский И.А., Сазонов В.В., Егоров М.В., Морозов О.В. Инструментальная среда планирования сеансов связи с космическими аппаратами // XVI Конференция молодых учёных «Фундаментальные и прикладные космические исследования»: Сборник трудов. Москва. 2019. С. 146-146.
 57. Сазонов В.В. Математическое моделирование работы системы сближения «Курс» при стыковке грузовых и транспортных космических кораблей к Международной космической станции // XLV академические чтения по космонавтике. Сборник тезисов. Москва. 2021. Т. 3. С. 136-137.
 58. Сазонов В.В. Восстановление траектории относительного сближения космического корабля и орбитальной станции по измерениям автономных систем навигации // XLV академические чтения по космонавтике. Сборник тезисов. Москва. 2021. Т. 3. С. 138-139.
 59. Сазонов В.В., Самыловский И.А., Филиппов А.А., Абрамова В.В., Царьгородцев А.Ю., Богачева А.Е. MIDE — инструментальная среда для моделирования и анализа космических миссий // XLV академические чтения по космонавтике. Сборник тезисов. Москва. 2021. Т. 3. С. 85-86.
 60. Sazonov V.V. Construction of an Interactive Geometric Model of a Spacecraft's Outer Surface // *Mathematical Models and Computer Simulations*, Vol. 13, No. 1, 2021. pp. 116-125.
 61. Sazonov V.V. Comparison of Two Models Simulating the Motion of Aerodynamic Drag Used for Predicting the ISS's Orbital Motion // *Mathematical Models and Computer Simulations*, Vol. 13, No. 3, 2021. pp. 502-511.
 62. Sazonov V.V., Samylovskiy I.A., Morozov O.M. Constructions Mechanical and Thermal Conditions Modeling with GPU-based Approach // *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1425, 2020.
 63. Ахмедов М.Р., Бидеев А.Г., Макарова Е.Ю., Сазонов В.В., Хамиц И.И. Сравнительный анализ расчетной и экспериментальной производительности солнечных батарей орбитального космического аппарата на примере служебного модуля Российского сегмента МКС // *Космическая техника и технологии*, Т. 22, № 3, 2018. С. 69-81.
 64. Ахмедов М.Р., Бидеев А.Г., Сазонов В.В., Хамиц И.И. Экспериментальное исследование влияния температуры на производительность солнечных батарей с использованием телеметрии космического корабля "Прогресс МС" // *Космическая техника и технологии*, Т. 23, № 4, 2018. С. 62-69.
 65. Cohen-Or D. A survey of visibility for walkthrough applications // *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphic*, Vol. 9, No. 3, 2003. pp. 412-431.
 66. Haines E., Akenine-Möller T. Ray Tracing Gems. High-Quality and Real-Time Rendering. Apress Media, 2019.
 67. Shockley W. The Theory of p-n Junction in Semiconductors and p-n Junction Transistors // *The Bell System Technical Journal*, Vol. 28, No. 3, 1922. pp. 435-489.

68. Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов А.Д. Техническая электродинамика. Москва: Радио и связь, 2002. 536 с.
69. Deibel J.A., Escarra M., Berndsen N., Wang K., Mittleman D.M. Finite-Element Method Simulations of Guided Wave Phenomena at Terahertz Frequencies // Proceedings of the IEEE, Vol. 95, No. 8, Aug 2007. pp. 1624-1640.
70. Митра Р. Вычислительные методы в электродинамике. Москва: Мир, 1977, 486 с.