## ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ БАЛТИЙСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ИММАНУИЛА КАНТА

Институт прикладной математики и информационных технологий Кафедра математического моделирования и информационных систем

На правах рукописи

Кащенко Николай Михайлович

# ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ-ТЕЙЛОРА В НИЗКОШИРОТНОЙ ИОНОСФЕРЕ

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Калининград 2015

2

### Содержание

Введение	4
Глава 1. Среднемасштабные процессы в экваториальной ионосфере	18
1.1. Пространственные характеристики и морфология плазменных неоднородност	ей в
низкоширотной ионосфере	18
1.2. Физико-математическое описание ионосферной плазмы	32
1.3. Системы координат	43
Глава 2. Комплекс моделей низкоширотной ионосферы с возможностью моделир	ования
неустойчивости Рэлея-Тейлора	50
2.1 Особенности математического моделирования неустойчивости Рэлея-Тейлора	50
2.2. Крупномасштабные модели термосферно-ионосферных процессов	63
2.2.1. Модель ионосферных процессов	63
2.2.2. Модель термосферных процессов	77
2.2.3. Модель электрического поля	89
2.3. Модели среднемасштабных процессов экваториального F-слоя ионосферы	96
2.3.1. Трехмерная модель среднемасштабных процессов	96
2.3.2. Двухмерные приближения в условиях моделирования	
неустойчивости Рэлея-Тейлора	103
2.3.3. Экспресс модель неустойчивости Рэлея-Тейлора	105
2.3.4. Алгоритмы решения уравнений неустойчивости Рэлея-Тейлора	107
2.3.5. Тестирование моделей	131
Глава 3. Неустойчивость Рэлея-Тейлора в экваториальной ионосфере	138
3.1. Неустойчивость Рэлея-Тейлора и ее инициализация	139
3.2. Тепловые процессы в условиях неустойчивости Рэлея-Тейлора	150
3.3. Динамика системы множественных Рэлей-Тейлоровских	
ионосферных пузырей	162
Глава 4. Исследование динамики развития неустойчивости Рэлея-Тейлора	
в условиях внешних воздействий	175
4.1. Численная модель резонансной генерации ионосферных пузырей	
внутренними гравитационными волнами	175
4.2. Численное моделирование модификации экваториальной F-области путем	
инжекции плазмогасящих соединений	191
4.3. Неустойчивость Рэлея-Тейлора в условиях переменного электрического поля	202
Глава 5. Моделирование трехмерных эффектов в процессах развития	
неустойчивости Рэлея-Тейлора экваториальной F-области	214

5.1. Исследование нелинейной стадии развития неустойчивости Рэлея-Тейлора в	
экваториальной F-области с учетом продольной диффузии	
и педерсеновской проводимости Е-области	214
5.2. Зависимость параметров Рэлей-Тейлоровских пузырей от структуры	
термосферного ветра	226
Заключение	235
Список использованной литературы	238
Приложение А. Константы химических реакций	253
Приложение Б. Частоты столкновений	255
Приложение В. Модели разлета инжектируемых нейтральных частиц	259

#### введение

#### Актуальность темы исследования.

Математические модели воздействий на ионосферные процессы в различных условиях и их численные реализации имеют важное теоретическое и прикладное значение, поскольку ионосфера – среда распространения радиоволн и среда работы космических аппаратов. Изучение процессов в магнитосферно-ионосферной системе, инициированных активными воздействиями, относится к числу интенсивно развивающихся направлений физики околоземного космического пространства. Активные методы исследований широко используются в изучении электродинамического взаимодействия между ионосферой и магнитосферой, неустойчивостей в околоземной плазме, искусственных ионосферных возмущений и их влияния на распространение радиоволн. Активные воздействия на ионосферу и магнитосферу осуществляются посредством выбросов химически активных веществ, инжекции электронных и плазменных пучков с ракет и ИСЗ, мощных КВ радиоволн направленных с поверхности Земли в ионосферную плазму, исследовательских взрывов и др. Важность и значимость подобного рода исследований подтверждается проведением таких широко известных международных программ как TRIGGER, AMPTE, CRRES, HAARP. Кроме того исследования в данном направлении являются составной частью многих международных программ, включая STEP, CEDAR, SPACE WEATHER и др. Одним из таких воздействий является модификация ионосферы мощными КВ радиоволнами. Возрастание интереса к проблеме модификации подтверждается строительством первой очереди нового супермощного КВ нагревного комплекса в Гаконе на Аляске, США, (HAARP (High Frequency Active Auroral Research Program – американский научноисследовательский проект по изучению ионосферы и полярных сияний. Проект запущен весной 1997 года, в Гаконе, штат Аляска, мощность генератора системы до 3600 кВт), интенсификацией исследований на супермощном КВ нагревном комплексе Европейской ионосферной Ассоциации EISCAT в Тромсе, Норвегия и рядом других станций – HIPAS (Аляска, г. Фэрбанкс), SPEAR (Шпицберген), СУРА (Васильсурск) и т.д.

Исследование физической природы, морфологии и динамических характеристик неоднородностей электронной концентрации является одной из ключевых задач физики ионосферы. Это вызвано не только чисто научным интересом к проблеме изучения атмосферы Земли как единой динамической системы, но и необходимостью решения ряда прикладных задач радиосвязи, радиолокации, навигации и т. п., поскольку такие неоднородности оказывают заметное влияние на характеристики распространяющихся

радиосигналов. Среднемасштабные ионосферные неоднородности (ИН) с периодами примерно от 1 мин. до 20 мин. вызывают диффузные отражения (F-рассеяние) в КВ диапазоне, приводят к фазовым и амплитудным мерцаниям в метровом и дециметровом существенно эффективность функционирования диапазонах. снижая спутниковых радиотехнических систем, в частности, навигационных систем GPS, GALILEO и ГЛОНАСС. Ряд данных об искажениях сигналов GPS на средних и низких широтах во время геомагнитных возмущений не укладываются в существующие модели ионосферных мерцаний и классические представления о спектре ионосферных неоднородностей. Известно, что основной вклад в мерцания регистрируемых на земле сигналов ИСЗ вносят мелкомасштабные ионосферные неоднородности с размерами порядка радиуса первой зоны Френеля dF. Согласно теории слабого однократного рассеяния, для диапазона частот GPS на таких неоднородностях предполагаются очень слабые мерцания с индексом S<sub>4</sub> в диапазоне 0.01-0.1, что не может привести к заметным изменениям амплитуды сигналов GPS. В то же время при длительной регистрации сигнала геостационарного ИСЗ MARISAT (73<sup>0</sup>E) на частоте 1.5 ГГц и в других подобных измерениях были зарегистрированы аномально глубокие вариации амплитуды типа одиночных импульсов длительностью от десятков до сотен секунд и с амплитудой более 5 dB, что показано на рис. 1.



Рис. 1. Вариации амплитуды по данным [168]

Данный тип мерцаний (мерцания S-типа) связывают с дифракцией или интерференцией на изолированных ионосферных неоднородностях (ИИН) размером порядка 10-100 км, расположенных чаще всего в области F и, реже, в E-слое. Однако существующая экспериментальная база не позволяет построить адекватную модель изолированных ионосферных неоднородностей, поскольку такие события случайно распределены в пространстве и редки во времени. К настоящему времени остается открытой и проблема генерации среднеширотных ИН. В авроральных и экваториальных широтах высока вероятность образования сильных естественных градиентов электронной концентрации и возбуждения ионосферных токов, что может привести к развитию различных видов неустойчивостей ионосферной плазмы. На средних широтах увеличение плотности и градиентов плазмы наблюдается во время сильных магнитных бурь вследствие усиления авроральной активности. Однако выявление прямой связи между увеличением градиента электронной концентрации и ростом интенсивности ионосферных неоднородностей в эксперименте до последнего времени было затруднено.

Приход в ионосферу крупномасштабных акустико-гравитационных волн (КМ АГВ), проявляющихся в виде перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ), может сопровождаться одновременным возникновением или усилением мелкомасштабных неоднородностей. При этом механизм генерации неоднородностей подобен градиентнодрейфовой неустойчивости, роль внешнего электрического поля выполняет горизонтальная компонента скорости движения нейтральных молекул. Возникновение мелкомасштабных неоднородностей при реализации данного механизма зависит от относительной амплитуды крупномасштабных волн - для более интенсивных АГВ наличие мелкомасштабной структуры более вероятно.

Среди известных механизмов генерации ионосферных неоднородностей следует выделить образование ИН в сейсмически активных регионах в периоды подготовки сильных землетрясений, приводящих к активной генерации АГВ. Эти волны, распространяясь до ионосферы с возрастающей амплитудой, создают возмущения плазмы, достаточные для возбуждения плазменных неустойчивостей, приводящих к возникновению ионосферных неоднородностей различных масштабов, что может использоваться для мониторинга сейсмоопасных районов с целью предсказания землетрясений. Точная природа возмущений и их последствий представляет собой одно из основных направлений экспериментов SpreadFEx.

В работе [138] предоставлен обзор и резюме результатов обширных экспериментов SpreadFEx, выполнявшихся с сентября по ноябрь 2005 г. в Бразилии. Мотивация этих экспериментов – определить потенциальную роль динамики нейтральной атмосферы, в частности волновых движений, распространяющихся вверх от нижних слоев атмосферы, в генерации пузырей Рэлея-Тейлора. Измерения включали наземные оптические и радарные измерения и измерения GPS. Было установлено, что внутренние гравитационные волны с амплитудой в несколько метров в секунду, горизонтальной длиной волны несколько сотен

6

километров и вертикальными размерами несколько десятков километров являются весьма эффективным механизмом генерации.

Геомагнитная буря является наиболее важным источником возмущения электронной концентрации. В анализе данных, полученных с помощью метеорологической спутниковой программы DMSP (Defence Meteorological Satellite Program – программа долговременного мониторинга Земли, поставляющая оперативную глобальную метеорологическую, океанографическую и солнечно-геофизическую информацию. Космические аппараты серии DMSP летают на высоте 833 км; имеют почти круговую полярную орбиту, наклонение 98,8°, и период 102 мин.) в 2005 году показано, что появление плазменных пузырей происходило регулярно во время геомагнитных бурь, особенно в начальной и основной фазы. Это связано с проникновением электрических полей в экваториальную зону, создавая тем самым благоприятные условия для возбуждения и развития неустойчивости Рэлея-Тейлора.

В связи с этим представляются актуальными задачи проектирования натурных экспериментов на основе предварительного проведения вычислительных экспериментов с использованием математических моделей среды, учитывающих различные типы антропогенных воздействий. Современные требования, предъявляемые к исследованию ионосферы, предполагают применение численных моделей позволяющих рассчитывать изменения во времени глобальных распределений ионосферных параметров в широком диапазоне гелиогеомагнитных условий. Математические модели околоземной космической плазмы обычно основаны на уравнениях квазигидродинамики максвелловских частиц, дополненных необходимым набором начальных и граничных условий. Математическое моделирование околоземного космического пространства (ионосфера, плазмосфера, магнитосфера) обладает своей спецификой, поскольку во многом определяется энергетикой и концентрациями присутствующих в нём электронов и ионов различных сортов. Ионосферная плазма является низкотемпературной с близким к максвелловскому распределением скоростей электронов и ионов со средней энергией, лежащей обычно в диапазоне 0,03 - 0,5 эВ и концентрацией электронов и ионов, лежащих в диапазоне значений  $10^2 - 3 \cdot 10^6 \,\mathrm{cm}^{-3}$ .

Теоретическое исследование низкоширотной системы ионосфера-термосфера в условиях активных воздействий затруднено следующими обстоятельствами:

a) сильным, на несколько порядков, изменением физических характеристик околоземной анизотропной плазмы по пространственным переменным;

б) наличием режимов с обострением, когда характерные времена процессов существенно (10–1000 раз) отличаются на разных этапах развития;

в) нелинейностью описываемых процессов;

г) сложностью химического состава среды и его изменчивостью по высоте;

д) проблемой корректного задания начальных и граничных условий.

В связи с этим задача моделирования среды, построение математических моделей, описывающих ионосферные процессы с учетом ионосферно-термосферных взаимодействий, требует для своего решения разработки новых и адаптации уже имеющихся численных методов и алгоритмов, учета обширного цикла ионосферных процессов и использования высокопроизводительных вычислительных ресурсов. Таким образом, работа актуальна в связи с потребностью исследования процессов в околоземной космической плазме в приложении к проблемам науки и решению многих прикладных задач.

#### Цель работы

основной целью работы является исследование посредством численных экспериментов процессов развития в экваториальной ионосфере неустойчивостей типа Рэлея-Тейлора при разных условиях и разных видах воздействий и явлений, создающих условия для развития неустойчивостей указанного типа и создание математических и численных моделей среднемасштабных явлений в низкоширотной ионосфере Земли, ориентированных на исследование этих процессов. Для выполнения поставленной цели были сформулированы и решены следующие **задачи**:

Исследование механизмов инициализации и процессов развития неустойчивости
Рэлея-Тейлора с помощью комплекса нестационарных математических моделей
низкоширотной ионосферы, описывающих вариации параметров ионосферы с разным
уровнем приближений в условиях различного типа воздействий как естественного, так и
техногенного характера.

 Исследование эффектов естественных и техногенных воздействий на низкоширотную ионосферу в условиях благоприятных для развития неустойчивости Рэлея-Тейлора.

#### Научная новизна работы

Научная новизна диссертационной работы определяется проведенными комплексными исследованиями, в результате которых вместо применения отдельных математических моделей, разработанных для индивидуальных вариантов расчетов параметров исследуемых ионосферных процессов, применены комплексы математических и численных моделей, учитывающие особенности вычислительного характера, возникающие при моделировании процессов в низкоширотной ионосфере в условиях сильных и слабых воздействий разного характера, приводящих к возникновению и развитию плазменных пузырей. Наиболее важными, определяющими научную новизну, результатами работы является следующее: разработан комплекс нестационарных гидродинамических моделей низкоширотной ионосферы с различным уровнем приближений и разным разрешением, позволяющий численно исследовать процессы развития неустойчивости Рэлея-Тейлора с возможностью учета как положительных так и отрицательных ионов, позволяющий корректно описывать низкоширотную околоземную плазму в интервале высот от нижней границы Е-области до высот плазмосферы в различных ситуациях воздействий; показано, что процессы развития неустойчивости Рэлея-Тейлора приводят к выносу молекулярных ионов, прежде всего NO<sup>+</sup> на высоты внешней ионосферы; посредством численного эксперимента показано, что процессы развития неустойчивости Рэлея-Тейлора приводят к температурным режимам с обострением; посредством численного моделирования показано, геометрическая форма плазменных пузырей, развивающихся что В результате неустойчивости Рэлея-Тейлора является инвариантом явления для одиночных и слабо взаимодействующих пузырей; посредством численного моделирования показано, что эффекты воздействия на ионосферу антропогенных выбросов водорода, воды и других веществ могут приводить к эффектам генерации пузырей; показано, что при выполнении условий пространственного резонанса внутренние гравитационные волны могут приводить к развитию ионосферных пузырей; посредством численного эксперимента было показано, что нестационарные внешние условия, такие как изменяющиеся фоновые электрические поля и изменяющаяся меридиональная составляющая нейтрального ветра, существенно влияют на динамику развития ионосферных пузырей как количественно, так и качественно, вплоть до подавления плазменных пузырей.

#### Методы исследования, используемые для решения поставленных задач

Свойства процессов в низкоширотной ионосфере определяются воздействием значительного числа внешних факторов, как регулярного, так и случайного типа; достаточно

9

сильными линейными и нелинейными связями низкоширотной области ионосферы со средне и высокоширотными областями ионосферы, термосферой и магнитосферой. Поэтому теоретическое исследование физических закономерностей осуществимо только методами математического моделирования. В данной работе использован следующий подход при решении поставленных задач:

на основе гидродинамических приближений сформулированы уравнения модели,
методы получения начальных и граничных условий с соответствующим поставленным
задачам пространственным и временным разрешением;

- для решения разных классов задач в рамках поставленной проблемы на основе разного уровня приближений получен комплекс математических моделей;

- для этих моделей выбраны и адаптированы к решаемым задачам численные методы решения уравнений на основе разностных схем;

на основе созданного комплекса моделей проведены вычислительные эксперименты
с контролем качества получаемых результатов на основе тестирования, сравнения с
результатами других работ и экспериментальных данных.

#### Достоверность полученных результатов определяется:

– физическим обоснованием механизмов возникновения и развития неустойчивости
Рэлея-Тейлора;

 сопоставительным анализом между уже существующими и разработанными математическими моделями и методами, а также итогами практического использования построенных семейств численных моделей;

- результатами многочисленных численных экспериментов по расчету параметров указанных геофизических систем фрагментарно и в целом;

- тестированием всех разработанных алгоритмов численного решения дифференциальных уравнений на соответствующих тестовых задачах;

- сравнением результатов расчетов с данными спутниковых и наземных измерений.

#### Теоретическая и практическая значимость (полезность)

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в результате комплексных исследований на практике реализован математический аппарат исследования процессов неустойчивости Рэлея-Тейлора в иносферной плазме, позволяющий проводить адекватное математическое описание, учитывать внешние возмущения естественного и антропогенного характера, что важно для развития представлений о физике околоземной плазмы. В работе исследованы фундаментальные вопросы динамики переноса плазмы и энергии в низкоширотной ионосфере Земли в различных условиях внешних воздействий. Созданные математические модели могут служить базой для проведения вычислительных экспериментов. Комплекс может быть использован также для целей оптимального планирования экспериментальных исследований экваториальной ионосферы.

#### На защиту выносятся следующие положения:

 Результаты численного исследования ионного состава плазменных пузырей, показывающие, что в процессе развития неустойчивости Релея-Тейлора происходит вынос молекулярных ионов, прежде всего NO<sup>+</sup>, на высоты внешней ионосферы.

2. Результаты численного исследования температурных режимов плазменных пузырей, показывающих, что процесс развития плазменных пузырей на развитой стадии приводит большим ионной и электронной температурам, и впервые показано, что эффект нагрева происходит в режиме с обострением, когда ионная температура внутри пузыря за время 10 – 20 с повышается до 9000 К и выше.

3. Результаты численного исследования инициализации пузырей внутренними гравитационными волнами, показывающие, что прохождение ВГВ приводит к возникновению неоднородностей плазмы, развивающихся в результате неустойчивости Рэлея-Тейлора в плазменные пузыри только при выполнении условий резонанса.

4. Результаты численного исследования, показывающие, что грибообразная зональная форма пузыря, вытягивание пузыря вдоль силовых линий геомагнитного поля, зональная асимметрия являются своеобразными инвариантами явления слабо зависимыми от условий генерации пузыря и параметров среды, при этом количественные параметры процесса существенно зависят от фонового зонального электрического поля и меридиональной составляющей термосферного ветра, в частности инверсия знака вертикального дрейфа приводит к подавлению развития пузыря, только если инверсия происходит до подъема переднего фронта пузыря выше максимума F-слоя ионосферы.

5. Результаты численного исследования инжекции плазмогасящих соединений, показывающие, что инжекция в нижнюю часть экваториальной F-области умеренных количеств плазмогасящих соединений может приводить к генерации плазменных пузырей и впервые были получены количественные характеристики этого явления для различных плазмогасящих соединений.

#### Личный вклад автора

Все представленные в диссертации результаты получены автором самостоятельно или при его непосредственном участии. Во всех проведенных исследованиях автор принимал участие в постановке задач, разработке методов их решения и анализе результатов. Модель ионосферно-термосферных процессов в виде шарового слоя и исследования с использованием этой модели проведены совместно с М.А. Никитиным В.Е. Захаровым. Совместно с С.В. Мациевским и М.А. Никитиным построены модели среднемасштабных процессов и проведены исследования неустойчивости Рэлея-Тейлора. Построение 3-х мерных математических моделей, численных методов решения уравнений для всех моделей, а также основная часть расчетов, результаты которых представлены в диссертации, выполнено автором лично.

#### Апробация работы.

Основные результаты диссертационной работы на различных этапах ее выполнения докладывались и обсуждались на международных и межведомственных конференциях и совещаниях:

Новосибирский Институт геологии и геофизики СО АН СССР: Применение ЭВМ в исследованиях физических процессов в атмосфере и ионосфере, 1987

Математическое моделирование в естествознании и технологии: Всесоюзная школасеминар молодых ученых и специалистов. Калининград. 1988.

Взаимодействие электромагнитных излучений с плазмой, V конференция, Ташкент, 1989

12

Nonlinear World: Proceedings of the IV International Workshop on Nonlinear Processes in Physics, Kiev, 1989

10-м Международном семинаре по математическому моделированию ионосферы (г. Казань, 1990)

Cospar Colloquium on Ionospheric Physics. Taipet, Nov. 9-12, 1993. Institute of Space Science, National Central University

XXV научная конференция профессорско-преподавательского состава, научных сотрудников, аспирантов и студентов, Калининград, КГУ, 1993

XXIX научная конференция профессорско-преподавательского состава, научных сотрудников, аспирантов и студентов, Калининград, КГУ, 1998

Proceedings of the 2nd International Workshop held at St. Petersburg, Russia, June 29 - July 3, 1998

XXX научная конференция профессорско-преподавательского состава, научных сотрудников, аспирантов и студентов, Калининград, КГУ, 1999

Доклады международного математического семинара к 140-летию со дня рождения Давида Гильберта из Кенигсберга и 25-летию математического факультета. (Секция "Математические методы в информатике"), Калининград, 2002

Proceedings of the 27th Annual Seminar Physics of Auroral Phenomena. Apatity, 2-5 March 2004

28<sup>th</sup> Annual Seminar Physics of Auroral Phenomena. Apatity, 1-4 March 2005

Международная конференция Избранные вопросы современной математики. Калининград. 2005

6th International conference "Problems of Geocosmos" 23-26 Мая 2006г, С-Петербург

Модели в современной науке: единство и многообразие. РГУ им. И. Канта. Калининград, 2010 II Международная конференция «Высокопроизводительные вычисления – математические модели и алгоритмы», посвященная Карлу Якоби. Калининград, 3-5 октября 2013

VIII международная научная конференция «Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМТУКТ-2015), Воронеж, 21-26 сентября 2015.

#### Основные публикации

Основное содержание диссертационной работы опубликовано в 46 работах, включая 17 статей в журналах, рекомендованных ВАК для опубликования научных результатов докторских диссертаций.

#### Внедрение результатов работы

Результаты исследований использованы при выполнении НИР по научным программам ГК НТ СССР, АН СССР и Минвуза РСФСР (номера госрегистрации 810884476, 018400456630, 01860079536, 1976-1985гг.). Разработанные модели неустойчивости в различных модификациях и результаты вычислительных экспериментов внедрены и используются в Институте прикладной геофизики им. академика Федорова Е.К. (г. Москва).

Отдельные результаты включены в спецкурсы по математическому моделированию.

#### Структура и объем диссертации

Объем и структура диссертационной работы определяется общим замыслом и логикой проведения исследований. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложений. Работа содержит 253 страницы основного текста, включая 75 рисунков и 5 таблиц.

**Во введении** обоснована актуальность диссертационной работы, научная новизна и практическая значимость результатов исследований. Здесь же указывается на необходимость изучения исследуемых геофизических объектов как единых систем – и обращается особое внимание на роль внешних воздействий как естественного, так и антропогенного происхождения на процессы, протекающие в этих системах. Особое внимание уделяется изучению этих процессов в экстремальных условиях. Анализируются трудности, связанные с теоретическим исследованием системы ионосфера-термосфера.

**В первой главе** приведен обзор литературы по экспериментальным и теоретическим исследованиям экваториальных ионосферных неоднородностей, рассмотрены принципы и основные методы построения математических моделей ионосферы Земли и приближения.

Исследование морфологии, физической природы и динамических характеристик неоднородностей электронной концентрации является одной из ключевых задач физики ионосферы. Это вызвано не только чисто научным интересом к проблеме изучения атмосферы Земли как единой динамической системы, но и необходимостью решения ряда прикладных задач радиосвязи, радиолокации, навигации и т.п., поскольку такие неоднородности оказывают заметное влияние на характеристики распространяющихся радиосигналов. Среднемасштабные ионосферные неоднородности приводят к фазовым и амплитудным мерцаниям в метровом и дециметровом диапазонах, существенно снижая эффективность функционирования спутниковых радиотехнических систем, в частности, навигационных систем GPS, GALILEO и ГЛОНАСС. Появление в ионосфере крупномасштабных акустико-гравитационных волн (АГВ), проявляющихся в виде перемещающихся ионосферных возмущений, может сопровождаться одновременным возникновением или усилением мелкомасштабных неоднородностей.

Во второй главе описывается комплекс математических и численных моделей, для моделирования низкоширотной области ионосферы с учетом параметров указанных в цели исследования. Влияние на интересующую нас область ионосферы внешних по отношению к ней областей околоземного космического пространства приближенно учитывается использованием модели ионосферно-термосферных процессов типа шарового слоя рассчитывающей параметры ионосферы и термосферы в диапазоне высот 100 - 1500 км с граничными условиями, задаваемыми на нижней и верхней сферических поверхностях. Эта модель описывает шаровой слой ионосферы глобально, что позволяет задавать корректные начальные и граничные условия для задач исследования неустойчивостей. Наибольшие трудности при построении глобальной модели связаны, прежде всего, с необходимостью учета многомерности и нелинейности уравнений модели.

Одним из физических механизмов, отвечающих за формирование неоднородностей, являются плазменные неустойчивости. Одним из основных видов неустойчивостей в экваториальном F-слое ионосферы являются неустойчивость Рэлея-Тейлора. Формируемые при этом неоднородности (пузыри) усиливаются и перемещаются вверх выше максимума F-слоя ионосферы. При этом они вытягиваются вдоль силовых линий магнитного поля Земли вследствие процессов продольной диффузии. Для исследования этих явлений построен

15

комплекс многомерных электродинамически согласованных математических моделей экваториального F-слоя ионосферы с разным уровнем приближений. Специфические особенности модельных уравнений такие как нелинейность, сильные изменения коэффициентов уравнений по пространственной координате, большие пространственновременные характерные масштабы, наличие сложных фотохимических процессов и ряд других не позволяют непосредственно применить хорошо известные в практике численные алгоритмы. Одной из фундаментальных проблем при численной реализации моделей неустойчивости является возможность усиления погрешностей аппроксимации механизмами неустойчивости. Для решения этих проблем необходим тщательный подбор и адаптация к решаемым задачам используемых численных методов.

В третьей главе приведен обзор результатов теоретических исследований различных сценариев развития неустойчивости Рэлея-Тейлора в низкоширотной ионосферной плазме. Разработанный комплекс многомерных электродинамически согласованных численных моделей позволяет воспроизводить следующие явления: суточный ход и трехмерную пространственную структуру таких плазменных характеристик F-области, как концентрация заряженных частиц, их скорости дрейфа, температуры, динамические характеристики нейтральной составляющей; искусственную или естественную генерацию среднемасштабных неоднородностей в Е и F-областях экваториальной ионосферы Земли с дальнейшим их морфогенезом в трехмерные плазменные неоднородности. Были реализованы следующие численные эксперименты:

подтверждение классического сценария развития ионосферных пузырей, принимающих зональную грибообразную форму и поднимающихся во внешнюю ионосферу с нарастающей скоростью;

изучение температурного режима трехмерных плазменных дыр экваториальной Fобласти ионосферы и влияния на них аэрономии на основе трехмерной модели;

исследование свойств системы множественных взаимодействующих пузырей.

**В четвертой главе** приведен обзор результатов теоретических исследований динамики развития ионосферных пузырей в условиях внешних воздействий. Исследованы следующие явления:

генерация неоднородностей экваториального F-слоя механизмом увлечения плазменных компонент внутренними гравитационными волнами;

16

изучение эффектов инжекции веществ, приводящих к возникновению молекулярных ионов и сильной перестройке экваториальной ионосферы;

исследование динамики развития ионосферных пузырей в условиях меняющегося фонового электрического поля;

**Пятая глава** посвящена исследованию эффектов трехмерности, не укладывающихся в двухмерное описание. Исследовано влияние таких трехмерных факторов, как продольная амбиполярная диффузия экваториального F-слоя и педерсеновская проводимость E-области ионосферы. Влияние меридиональной составляющей термосферного ветра на процессы развития пузырей является существенно трехмерным эффектом и не может быть исследовано на основе двумерных моделей. Меридиональный ветер заметно влияет на процессы развития ионосферных пузырей как в количественном, так и в качественном аспектах, изменяя параметры ионосферного пузыря, и даже полностью подавляя его развитие.

## ГЛАВА 1. СРЕДНЕМАСШТАБНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭКВАТОРИАЛЬНОЙ ИОНОСФЕРЕ

# 1.1. Пространственные характеристики и морфология плазменных неоднородностей в низкоширотной ионосфере

Исследование физической природы, морфологии и динамических характеристик неоднородностей электронной концентрации является одной из ключевых задач физики ионосферы. Это вызвано не только чисто научным интересом к проблеме изучения атмосферы Земли как единой динамической системы, но и необходимостью решения ряда прикладных задач радиосвязи, радиолокации, навигации и т.п., поскольку такие неоднородности оказывают заметное влияние на характеристики распространяющихся радиосигналов. Среднемасштабные ионосферные неоднородности (ИН) с периодами ~ 1–20 мин вызывают диффузные отражения (F-рассеяние) в КВ диапазоне, приводят к фазовым и амплитудным мерцаниям в метровом и дециметровом диапазонах [14; 124; 126], существенно снижая эффективность функционирования спутниковых радиотехнических систем, в частности, навигационных систем GPS, GALILEO и ГЛОНАСС.

Одна из существенных причин экваториального F рассеяния (ESF) – образование, рост и движение вверх плазменных пузырей в низких широтах ионосферы [213]. ESF является важной составляющей космической погоды, поскольку оно может нарушить глобальные системы связи и навигации [127] и является предметом многочисленных текущих исследовательских программ во всем мире. Иногда в период северного зимнего солнцестояния, ESF свечения превращаются в яркие структуры, примером которых являются изображения на 630,0 нм, зарегистрированые в Бостонском университете (ASI) в Аресибо (18,3° с.ш., 66,7° з.д., 28° N Mag) 26 декабря 2003,  $02^{02}$ - $05^{14}$  UT ( $22^{02}$ - $01^{14}$  LT). В ASI изображениях наблюдается сильное свечение, движущееся на север по широте и медленно на восток, и в результате зона наблюдения заполняется этим свечением полностью, становится ярче и плотнее с медленным продвижением фронта свечения на запад. Нейтральные ветры могут существенно влиять на эти явления. В частности комбинация меридионального ветра и сходящегося зонального ветра, (модель SAMI3/ESF [161]) может воспроизводить ESF свечения параметрами, определяющими этот результат являются:

устойчивый, слабый, меридиональный ветер (порядка 20 м/с) в сочетании с
эффектом фонтана [159; 161] может приводить к повышению плотности в направлении ветра
и созданию характерной структуры в виде «ступни» в диапазоне высот 400–1000 км

- сходящийся зональный ветер может повлиять на шлейф ESF вследствие того, что вертикальный дрейф будет подавлен [147].

В работе [186] исследуется период 2001-2004 года на основе наблюдений, полученных наземными приемниками GPS, которые расположены в экваториальных и низких широтах в регионе в Восточной Азии. В этой работе показано, что большинство событий, связанных с экваториальными плазменными пузырями начинается примерно в LT 20:00, и может длиться в течение более 60 мин. Причиной этого является следующее. После захода солнца экваториальный F-слой быстро поднимается на большую высоту за счет восточного электрического поля. Когда F-слой достигает высоты, где частота ион-нейтральных столкновений достаточно мала, возникают условия для развития локальной неустойчивости Рэлея-Тейлора.

Для эмпирического исследования указанных выше явлений требуется получение статистически значимых наборов экспериментальных данных с хорошим пространственновременным разрешением, которые позволили бы проследить кроме морфологических и динамические характеристики ИН: направление и скорость распространения, положение возможного источника возмущения. Еще одно важное требование заключается в глобальности и непрерывности наблюдений. Информация о вариациях электронной концентрации и ее распределении в ионосфере имеет важное значение для прогнозирования характеристик ионосферы как среды распространение радиоволн, так и для других приложений, таких как спутниковое слежение, навигация и прочее.

Ряд данных об искажениях сигналов GPS на средних широтах во время геомагнитных возмущений не укладываются в существующие модели ионосферных мерцаний и классические представления о спектре ионосферных неоднородностей. Известно, что основной вклад в мерцания регистрируемых на земле сигналов ИСЗ вносят мелкомасштабные ионосферные неоднородности с размерами порядка радиуса первой зоны Френеля dF (корая для сигналов GPS составляет примерно 150–250 м). Согласно теории слабого однократного рассеяния, для диапазона частот GPS (1.5 ГГц) предполагаются очень слабые мерцания с индексом S<sub>4</sub> в диапазоне 0.01–0.1, что не может привести к заметным изменениям амплитуды сигналов GPS.

В то же время при длительной регистрации сигнала геостационарного ИСЗ MARIS АТ на частоте 1.5 ГГц были зарегистрированы аномальные глубокие вариации амплитуды типа одиночных импульсов длительностью от десятков до сотен секунд. Данный тип

мерцаний обозначен термином "мерцания spikes-type" (мерцания S-типа). Появление колебаний S-типа связывают с дифракцией или/и интерференцией на изолированных ионосферных неоднородностях (ИИН) размером порядка 10-100 км ("пузыри" и "глобулы"), расположенных чаще всего в области F и, реже, в Е-слое [152; 153]. Подобные явление F-рассеяния в KB неоднородности могут вызывать диапазоне. Однако существующая экспериментальная база не позволяет построить адекватную модель изолированных ионосферных неоднородностей, поскольку такие события случайно распределены в пространстве и редки во времени. К настоящему времени остается открытой и проблема генерации среднеширотных ИН. Известно, что в авроральных и экваториальных широтах высока вероятность образования сильных естественных градиентов электронной концентрации и возбуждения ионосферных токов, что может привести к развитию различных видов неустойчивостей ионосферной плазмы. На средних широтах увеличение плотности и градиентов плазмы наблюдается во время сильных магнитных бурь вследствие усиления авроральной активности. Однако выявление прямой связи между увеличением градиента электронной концентрации И ростом интенсивности ионосферных неоднородностей в эксперименте затруднено.

Геомагнитная буря является одним из наиболее важных источникв возмущения электронной концентрации [113]. Исследования  $F_1$ -области показали систематические сезонные и широтные различия распределения электронной плотности в  $F_1$ -слое в условиях геомагнитных бурь. В европейском регионе на высоких и средних широтах на высотах 160-190 км летом и весной существенного влияния не наблюдается, в то время как зимой и поздней осенью на этих высотах появляется хорошо выраженная депрессия. В [120] дано краткое толкование этого эффекта. С другой стороны, характер отклика ионосферы на высотах  $F_1$ -слоя, слабо зависит от типа реакции  $F_2$ -слоя или от солнечной активности. Что касается основных типов ионосферных неоднородностей, в случае распространения радиоволн в F-слое, было установлено, что нарушения вызывают в основном неустойчивости плазмы, хотя роль перемещающихся ионосферных возмущений не может быть полностью пренебрегаемой [114].

Для изучения характеристик плазменных пузырей в верхней ионосфере во время солнечного минимума, в работе [200] была проанализирована большая база измерений по послезакатной плотности плазмы, полученных с помощью метеорологической спутниковой программы (DMSP) F14 в 2005 году. В 675 случаях экваториальные плазменные пузыри наблюдались как интервалы нерегулярных изменений плотности плазмы, ухудшающие связь

и навигационные сигналы. Сравнивалось распределение для одного года по данным для индекса K<sub>p</sub> во время экваториальных положений спутников DMSP. Показано, что появление плазменных пузырей происходило регулярно во время геомагнитных бурь, особенно в начальной и основной фазе, но иногда могло исчезать во время фазы восстановления [200].

Важным вопросом теории низкоширотных ионосферных явлений является влияние магнитных бурь на генерацию экваториальных пузырей плазмы. В [157] представлены измерения плотности ионов и их скорости в экваториальной ионосфере в вечернее время по метеорологической спутниковой программе (DMSP) в течение 22 сильных магнитных бурь. DMSP измерения показали, что сильное истощение концентрации ионов (т.е. появление плазменных пузырей) создается в фазе южного направления межпланетного магнитного поля (ММП). Время задержки между поворотом ММП на юг и первым обнаружением DMSP истощения плазмы уменьшается с минимальным значением В<sub>z</sub> ММП. Результаты этого исследования доказывают, что проникновение электрического поля в низкие широты, связанного с ММП во время главной фазы магнитных бурь, увеличивает в экваториальной области эффекты генерации экваториальных пузырей плазмы в вечернем секторе.

Межпланетное электрическое поле, связанное с ММП проникает в экваториальную ионосферу, создавая восточное электрическое поле на дневной стороне и западное на ночной. Просачивание электрического поля в ионосферу было изучено в ряде измерений [134; 135; 169; 171; 174; 179; 180; 181; 194], и методом численного моделирования на глобальных ионосферных моделях [136; 160; 189]. Ниапд и соавторы [97, 98, 158] и Ниапд [149] обнаружили, что проникновение электрического поля в ионосфере может длиться в течение нескольких часов без ослабления при южном направлении ММП. В [156] указано, что отношение изменения экваториального ионосферного электрического поля к изменению IEF, составляет ~ 10% на дневной стороне. Плазменные пузыри зарождаются в нижней части области F, а затем проникают в максимум F-области и затем в области выше максимума F-слоя [152; 153; 159; 162; 177; 183; 184; 196; 205; 206; 209; 219; 224]. Тем не менее, явления, связанные с экваториальными пузырями плазмы во время магнитных бурь не полностью изучены. Отдельные эффекты таких явлений исследованы в [199; 204; 212; 218].

В ряде исследований показано, что магнитная активность может увеличить вероятность появления экваториальных пузырей плазмы. В [133] предположено, что проникновение электрических полей, связанных с южным МЭП, в начале основной фазы магнитных бурь в вечернем секторе будет усиливать в экваториальной области F вертикальный дрейф, создавая благоприятные условия для возбуждения неустойчивости

Рэлея-Тейлора. Huang и соавторы [150; 151] показали, что плазменные пузыри развиваются в вечернем секторе на ранних стадиях периодов с высокой магнитной активностью, что свидетельствует о проникновении электрического поля в низкие широты на этой стадии и как следствие – генерации плазменных пузырей. В [110; 111] выдвинуто предположение, что проникновение электрического поля в вечернем секторе во время главной фазы магнитной экваториальной ионосферы бури вызывает быстрый подъем И возникновение неустойчивости плазмы с образованием плазменных пузырей. Huang [149] и Huang и соавторы [158] исследовали измерения метеорологической спутниковой программы (DMSP) и обнаружили, что проникновение электрического поля в сумерках длится в течение нескольких часов во время главной фазы магнитной бури, и вызывает большой вертикальный дрейф ионов в экваториальной ионосфере. Численное моделирование, проведенное в работе Keskinen и соавторы [176] показывает, что быстрое проникновение восточной компоненты электрического поля в экваториальную зону во время магнитных бурь может увеличить вертикальный дрейф вечером в экваториальной области F и как результат привести к генерации плазменных пузырей. Эти исследования привели к улучшению понимания влияния геомагнитной активности на генерацию экваториальных пузырей плазмы. Однако, необходимы дальнейшие исследования, чтобы определить характеристики этих явлений. Некоторые закономерности распространения нестационарных процессов, возникающих вследствие магнитных бурь, в низкие широты исследованы в работах автора [33; 98; 221; 222].

Появление в ионосфере крупномасштабных акустико-гравитационных волн (КМ АГВ), проявляющихся в виде перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ), может сопровождаться одновременным возникновением или усилением мелкомасштабных неоднородностей. При этом механизм генерации неоднородностей подобен градиентнодрейфовой неустойчивости, роль внешнего электрического поля выполняет горизонтальная компонента скорости движения нейтральных молекул. Возникновение мелкомасштабных неоднородностей при реализации данного механизма зависит от относительной амплитуды крупномасштабных волн - для более интенсивных АГВ наличие мелкомасштабной структуры более вероятно. Кроме экваториальной области, генерация мелкомасштабных неоднородностей в условиях прохождения интенсивных АГВ может реализовываться и в среднеширотной ионосфере по сходным механизмам, однако до сих пор не получено достоверного экспериментального подтверждения эффективности такого механизма для средних широт.

Среди известных механизмов генерации ионосферных неоднородностей следует выделить образование ИН в сейсмически активных регионах вследствие усиления литосферно-ионосферных взаимодействий в периоды подготовки сильных землетрясений, приводящих к активной генерации АГВ. Эти волны, распространяясь до ионосферы с возрастанием амплитуды, в силу экспоненциального уменьшения плотности атмосферы, создают возмущения плазмы, достаточные для возбуждения плазменных неустойчивостей, приводящих к возникновению ионосферных неоднородностей различных масштабов. Подтверждение этой гипотезы создавало бы основу для разработки метода мониторинга сейсмоопасных районов в приэкваториальной зоне с целью предсказания землетрясений. В связи с необходимостью в данном случае выделения ионосферных неоднородностей атмосферного происхождения становится актуальным вопрос о генерации ионосферного возмущения (ИВ) этими механизмами. Оптимальными «модельными» источниками являются акустические импульсы, распространяющиеся в атмосфере. Согласно модельным представлениям, такое волновое акустические возмущение распространяется вверх с нарастанием амплитуды в узком секторе зенитных углов (меньше 5°) [24; 107]. Достигнув возмущение ионосферных высот, акустическое посредством столкновительного взаимодействия нейтральных и заряженных частиц приводит в движение плазму ионосферы. Источником ионосферного возмущения, таким образом, является не сам эпицентр, а область в ионосфере над эпицентром. Однако, несмотря на многочисленные теоретические исследования в данной области, до сих пор нет удовлетворительной количественной модели преобразования акустического возмущения от подземного источника в ионосферное возмущение. В значительной степени это обусловлено тем, что для построения такой модели необходимы сведения не только о временных характеристиках возмущений, но и о форме волнового фронта и скорости перемещения в ближней и дальней зоне источника, но в литературе такие данные имеются только фрагментарно.

Другой механизм – прямое просачивание электрических полей в нижнюю ионосферу. Часто перед землетрясениями наблюдается появление спорадических Е-слоев [214]. Причина их появления состоит в том, что вертикальные электрические поля проходят в ионосферу, где из-за анизотропии электропроводности они преобразуются в горизонтальные электрические поля [203]. Происходит электрический нагрев, при котором температура электронов в Е-слое увеличивается, в результате чего в Е-слое образуются существенные неоднородности. Подтверждено, что процесс образования землетрясения сопровождается инжекцией подземных газов, таких как радон, и аэрозолей металлов в атмосферу [201; 202], что может усиливать электрическое поле, просачивающееся в ионосферу.

В работе [178] исследована нелинейная стадия эволюции экваториальных плазменных пузырей в условиях прохождения внутренних гравитационных волн. Для этого внутренние гравитационные волны в нижних слоях термосферы моделируется с помощью модели сжимаемой атмосферы. Результаты этого моделирования показывают, что внутренние гравитационные волны могут играть ключевую роль в генерации пузырей плазмы, но они также не являются необходимым и не являются достаточными для этого. Точная природа возмущений является одним из вопросов, который остается открытым и, следовательно, представляет собой одно из основных направлений экспериментальных и теоретических исследований. Röttger [208], Келли и др. [173] и Booker [119] были одними из первых исследователей, отметившими потенциальную важность внутренних гравитационных волн (ВГВ) в качестве источника возмущений в F-области. После этого, многие исследователи экспериментально подтвердили, что ВГВ, распространяющиеся в экваториальной термосфере играют важную роль в генерации ионосферных неоднородностей [166; 175]. Доказательства, основанные на измерениях о роли ВГВ, были предоставлены Singh и др. [211] и McClure [192]. Более поздние наблюдения на Kototabang, Индонезия также свидетельствуют о существовании значимых корреляций между мерцаниями ионосферных параметров и гравитационными волнами, генерируемыми тропосферной конвекцией [195]. Теоретически Huang и др. [155] и Huahg и Kelley [154] изучили роль ВГВ в генерации плазменных пузырей с использованием численных моделей. Было установлено, что гравитационные волны с амплитудой в несколько метров в секунду, горизонтальным размером в несколько сотен километров и вертикальным размером в несколько десятков километров являются весьма эффективным механизмом генерации пузырей. Эти исследования четко указывают на потенциальную важность ВГВ в процессе генерации ионосферных пузырей. Условия реализации указанного механизма генерации неоднородностей и их дальнейшего усиления были исследованы в работах автора [9; 30; 31; 50; 71; 98; 130; 221; 222].

Приведем некоторые экспериментальные данные демонстрирующие эффекты, связанные с экваториальными пузырями. На рис. 1.1. приведены данные спутниковых измерений электронной концентрации вдоль траектории спутника ROCSAT-1 2 марта 2000г [121].

24



Рис. 1.1. Плазменные плотности, измеренные ROCSAT-1 вдоль траектории движения [121].

В работе [121] сравнивались наблюдения за экваториальными плазменными пузырями (ЕРВ) полярно орбитальными спутниками Defense Meteorological Satellite Program (DMSP) с плазменной плотностью, измеренной спутником КНР (ROCSAT-1). Данные DMSP были получены для вечернего сектора в низких магнитных широтах в период между 1989г. и 2002г. Концентрация электронов измеренная спутником ROCSAT-1 относится к марту и апрелю 2000г. и 2002г. Наблюдения за отдельным EPBs, обнаруженным и спутником ROCSAT-1 и спутником DMSP, хорошо коррелировали, когда спутниковые орбитальные пути пересекали одну и ту же долготу в пределах приблизительно ±15 минут. Интенсивность появления EPB быстро повышалась после 19:30 MLT и достигала максимума между 20:00 и 22:00 MLT, что близко к спутниковым данным DMSP. При этом EPB имеют гауссовские распределения на магнитном экваторе с половиной ширины 8'. Продольные распределения, наблюдаемые спутником ROCSAT-1 и спутником ROCSAT-1 и спутником ROCSAT-1 и спутником ROCSAT-1 и спутниковым данным DMSP. При этом EPB имеют гауссовские распределения на магнитном экваторе с половиной ширины 8'. Продольные распределения, наблюдаемые спутником ROCSAT-1 и спутником DMSP качественно подобны. Величина провала электронной концентрации в этом примере оценивается величиной 1.39 в логарифмическом масштабе, что соответствует отношению концентраций фона и провала равному примерно 24.5.

На рис. 1.2. приведены широтные структуры концентрации ионов и скорости вертикального дрейфа ионов в области экваториальных плазменных пузырей по данным работы [157]. Заштрихованные зоны показывают области истощения электронной концентрации – плазменные пузыри.



Рис. 1.2. Широтные структуры концентрации ионов и вертикального дрейфа ионов в области экваториальных плазменных пузырей. Заштрихованные зоны показывают области истощения электронной концентрации – плазменные пузыри [157].

На рис. 1.2. (с) и 1.2. (d), плотность ионов и скорость измерялась на спутнике DMSP F14 в период времени вблизи 21:37 UT 30 октября 2003 г. Вертикальная скорость ионов внутри области истощения концентрации электронов вблизи магнитного экватора увеличена, по сравнению с плазменными дрейфами за пределами области истощения и превышает величину 2000 м/с. При этом отношение концентрации вне зоны истощения к концентрации в зоне истощения достигает на рис. 1.2 (а) величины примерно 1000 раз, а на рис 1.2 (b) примерно 300 раз. В противоположность этому, скорость ионов в области магнитной широты  $-25^0$  направлена вниз. Это объясняется тем, что линии магнитного поля здесь имеют большой угол наклонения и в вертикальный перенос существенный вклад вносит продольная скорость ионов [157]. Сильное различие ионных вертикальных скоростей в зонах  $14^0$  магнитной широты и  $-25^0$  магнитной широты на рис. 1.2. (d) вызвано двумя факторами: различием в углах наклона силовых линий магнитного поля Земли ( $15^0$  и  $36^0$  соответственно) и тем, что орбита спутника DMSP направлена не вдоль силовых линий магнитного поля [157].

На рис. 1.3. приведены данные спутниковых измерений, приведенные в работе [164] и содержащие карты свечения на длине волны 135.6 нм. Как известно, интенсивность свечения на этой частоте примерно пропорциональна квадрату электронной концентрации. Здесь хорошо видны структуры, вытянутые вдоль силовых линий магнитного поля Земли,

пересекающие магнитный экватор и имеющие поперечные размеры менее 100км, на рисунке они показаны стрелочками.



Рис. 1.3. Карта свечения на 135.6 нм в окрестности 23:23 LT 23 марта 2002 г. Белые вертикальные пунктирные кривые показывают геомагнитные силовые линии, и горизонтальный белый пунктир указывает на геомагнитный экватор. Узкие полосы плазменного истощения показаны стрелками [164].

Наряду со спутниковыми данными имеются и многочисленные измерения с помощью наземных станций. Одна из таких станций – станция некогерентного рассеяния радиоволн в Джикамарке (Перу). На рис. 1.4 – 1.7 приведены результаты экспериментов РЛС обратного рассеяния по обнаружению плазменных неоднородностей. Отметим, что радар станции Джикамарка сканирует фиксированную область в пространстве методом обратного рассеяния как функцию времени [165; 224]. Рис. 1.4 – 1.7 демонстрируют эффекты F-рассеяния, полученные с помощью радара некогерентного рассеяния [165; 224]. На этих рисунках по горизонтали отложено местное время.



Рис. 1.4. Радиоотражения от плазменных пузырей, полученные с помощью радара некогерентного рассеяния в Джикамарке (Перу) 11 декабря 1975г [224].



Рис. 1.5. Радиоотражения от плазменных пузырей, полученные с помощью радара некогерентного рассеяния (длина волны 3 м) в Джикамарке 21 марта 1979г [224].



Рис. 1.6. Радиоотражения от плазменных пузырей, полученные с помощью радара некогерентного рассеяния в Джикамарке 23 февраля 2004г [165].

Эти рисунки демонстрируют эффекты проникновения более разреженной и холодной плазмы нижней ионосферы наверх в более плотную и горячую плазму области F, образуя «пузыри» пониженной плотности (plasma bubbles), что приводит к резкому усилению интенсивности формирования неоднородностей в результате развития плазменной неустойчивости Рэлея-Тейлора [165] и проявляется в виде эффектов F-рассеяния.

На рис. 1.7. приведены результаты наблюдений F-рассеяния на радаре станции Sa<sup>o</sup> Luis описанные в работе [138].



Рис. 1.7. F-рассеяние и плазменные пузыри, наблюдавшиеся в зените 24/25 (вверху) и 25/26 октября 2005 г. (внизу) на радаре Sa<sup>°</sup>o Luis во время измерений по программе SpreadFEx [138].

На рис. 1.8-1.12 приведены некоторые данные по вертикальным дрейфам в экваториальной ионосфере, характеризующие вариабельность этого параметра и характерные особенности временного распределения.

На рис. 1.8 приведены некоторые результаты измерения вертикальных скоростей дрейфа и распределения F рассеяния во время равноденствия для максимума солнечной активности [133]. Максимальная высота исследования с помощью радара на станции Джикамарка оценивается в 650 км.



Рис. 1.8. Примеры вертикальных скоростей дрейфа и распределения F-рассеяния над Джикамаркой в период высокой солнечной активности [133].

На рис. 1.9 – 1.11 приведены усредненные данные по сезонным колебаниям скоростей вертикального дрейфа для малой и средней геомагнитной активности и для периодов низкой и высокой солнечной активности, полученные на станции Джикамарка в период 1968-1992гг. [133].



Рис. 1.9. Сезонные колебания скоростей вертикального дрейфа для малой и средней геомагнитной активности и для периодов низкой и высокой солнечной активности, Джикамарка, 1968-1992 [133].



Рис. 1.10. Вариации вертикального дрейфа плазмы над станцией Джикамарка (Перу) за 1968-1992гг. Индекс геомагнитной активности К<sub>р</sub> ≤ 3. [132]



Рис. 1.11. Средние значения вертикального дрейфа для станции Джикамарка для разных сезонов и разных уровней активности [132].

Рис. 1.8 – 1.11 демонстрируют сильную вариабельность скоростей вертикального дрейфа в зависимости от условий, что приводит в свою очередь к сильной вариабельности процессов генерации и развития экваториальных ионосферных пузырей.

На рис. 1.12 приведены трендовые значения зонального дрейфа для максимума солнечной активности, период 1970 – 1971 гг. и минимума солнечной активности, период 1974 – 1977 гг. по работе [137]. Эти данные показывают наличие достаточно большой скорости зонального дрейфа восточного направления в послезаходный период как в условиях высокой солнечной активности, так и в период низкой солнечной активности. В частности в период местного времени от LT 20.00 до LT 23.00 наблюдается максимум скорости дрейфа, превышающий 100 м/с (125 м/с в точке максимума) для высокой солнечной активности значения 100 м/с для условий низкой солнечной активности в активности. Эти данные важны при исследовании эффектов прохождения ВГВ.



Рис. 1.12. Суточные вариации скорости зонального дрейфа для максимума (1970 – 1971 гг., кривая 1) и минимума (1974 – 1977 гг., кривая 2) солнечной активности по работе [137].

#### 1.2. Приближения и упрощения уравнений ионосферной плазмы

Дадим краткую характеристику параметров ионосферной плазмы в области исследования. Выделим в силу исследуемой проблемы характерные параметры исследуемых явлений. Во-первых, ограничимся рассмотрением областей E и F экваториальной ионосферы и нижней части плазмосферы, которым соответствуют высоты z примерно от 90 до 1000  $\kappa m$ . Во-вторых, характерные размеры исследуемых неоднородностей лежат в диапазоне примерно 1 – 50 км. В-третьих, характерные времена процессов лежат в диапазоне приблизительно 10 с – 3000 с. В связи с этим, при исследовании распределения и динамики плазменной компоненты, и при учете взаимодействия плазмы и нейтральных частиц, выделим следующие особенности [15]. При исследовании указанных выше явлений почти всегда можно считать, что газ слабо ионизирован, т. к. степень ионизации в рассматриваемой области достаточно мала в силу справедливости неравенства:

$$\frac{n_e}{n_n} << 1$$

где *n<sub>e</sub>* и *n<sub>n</sub>* – концентрации электронов и нейтральных молекул соответственно. Действительно, в Е-области характерные значения концентраций оцениваются величинами:

$$n_e \approx 10^4 - 10^5 \ cm^{-3}$$
,  $n_n \approx 10^{13} \ cm^{-3}$ 

таким образом,  $\frac{n_e}{n_n} \approx 10^{-9} \div 10^{-8}$ . В области *F* характерные значения концентраций оцениваются величинами:

$$n_e \approx 10^6 \text{ cm}^{-3}, \quad n_n \approx 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

т. о.  $\frac{n_e}{n_n} \approx 10^{-4}$  даже в районе максимума  $n_e$ . Значения отношения  $n_e/n_n$  порядка единицы достигаются во внешней ионосфере на высотах порядка 1000 км, то есть в области, которая находится вне рассматриваемых задач.

Далее температура заряженных частиц в исследуемых процессах, даже в режимах с обострением, не превышает 10000 К – 20000 К, что соответствует кинетической энергии частиц примерно 1 – 2 эВ, однако для термической ионизации требуется значительно большая энергия, например для ионизации атомов водорода требуется 13,60 эВ, для

однократной ионизации атомов кислорода требуется 13,62 эВ. Кроме этого за указанные выше времена процессов нейтральные частицы не успевают нагреться до таких высоких температур и остаются существенно холоднее (обычно не более 3000 К). Поэтому (в Caxa) соответствии с уравнением можно считать, что ионосферная плазма низкотемпературная, поскольку термическая ионизация в ионосфере не играет решающей роли и в области исследования в ионосфере Земли преобладают фотохимические процессы. В частности, в F-области основным процессом образования заряженных частиц является реакция ионизации атомарного кислорода О и в гораздо меньшей степени молекул O<sub>2</sub> и N<sub>2</sub> квантами ультрафиолетового и рентгеновского излучения Солнца и в небольшой степени общего космического фона. Реакция ионизации атомарного кислорода О проходит согласно уравнению:

$$0 + hv \rightarrow 0^+ + e^-$$
,

под действием способного вызвать ионизацию кванта hv. Нейтрализация электронов и ионов  $O^+$  проходит в области F ионосферы в основном по двухэтапной схеме. Первый этап – реакция перезарядки с молекулами, обычно двухатомными, обозначенными здесь в общем виде как  $M_2$ , сопровождающаяся образованием молекулярных ионов:

$$O^+ + M_2 \rightarrow MO^+ + M.$$

Второй этап нейтрализации – реакция диссоциативной рекомбинации, проходящая в соответствии с уравнением, схематически записанным в виде:

$$MO^+ + e^- \rightarrow M + O_-$$

Скорости реакций этого типа приведены, например, в работах [2; 12; 27; 36; 69; 90], и значения использованные в численных экспериментах приведены в приложении А.

Для электронной и ионной температур ионосферной плазмы наблюдаются характерные высотные и суточные зависимости: изменения с высотой составляют примерно от 200 К в нижней части ионосферы на высоте примерно 90 км, где они почти совпадают с температурой нейтральных частиц, до 3000 – 4000 К в F-области ионосферы при высоте 400км. Кроме того, для электронной и ионной температур характерны вариации, составляющие на высоте 400 км диапазон 1000 – 4000 К, при этом электронная и ионная температуры изменяются в течении суток по разным закономерностям, в частности отношение  $T_{e'}T_i$  днем на высотах области F составляет примерно 2 – 3, а в ночное время эти

температуры примерно равны. Температуры различных сортов ионов, в свою очередь, остаются примерно равными между собой из-за достаточно высокой скорости теплообмена между ними, поэтому во всех исследуемых в диссертации задачах различия в них не учитываются.

Важный параметр плазмы – дебаевский радиус  $r_0$  [19], значения которого на высотах от 100 км до 400 км изменяются в диапазоне от 0.001 м до 0.05 м, что значительно меньше размеров исследуемых ионосферных неоднородностей и других ионосферных масштабов, поэтому можно считать, что достаточно точно выполнено условие квазинейтральности ионосферной плазмы.

Еще одним важным параметром, определяющим вид уравнений движения, является длина свободного пробега. В ионосфере различаются длины свободного пробега нейтральных молекул  $l_n$ , ионов  $l_i$  и электронов  $l_e$ . Длина свободного пробега нейтральных молекул  $l_n$  меняется в среднем от 0.1 *м* до 5000 *м* при изменении высот от 100 до 400 *км*. Длины свободного пробега  $l_n l_i$  и  $l_e$  до высоты около 200 *км* примерно одинаковы. На высотах более 200 *км* выполнено соотношение  $l_i < l_n$ , что связано с влиянием столкновений между заряженными частицами, в частности на высотах порядка 400 *км* длина свободного пробега ионов  $l_i \approx 200 \, m$ . Поэтому будем считать исследуемую плазму столкновительной.

Для динамики ионосферной плазмы следует учитывать магнитное поле Земли. При этом влияние ионосферных токовых систем экваториальной области на параметры магнитного поля Земли в *E* и *F* областях даже в зонах, занимаемых токовыми струями или непосредственно прилегающих к ним незначительно и в работе не будет учитываться. Хорошим приближением при этом будем считать дипольный вид магнитного поля Земли, что справедливо до высот примерно 6000 км. При этом следует учесть, что при использовании дипольного приближения, его параметры несколько отличаются для разных регионов Земли.

Воздействие магнитного поля на процессы в плазме характеризуется величинами гирорадиусов электронов  $r_e$  и ионов  $r_i$ . Оценки показывают, что гирорадиусы электронов  $r_e$  для рассматриваемых высот равны нескольким сантиметрам, а гирорадиусы ионов  $r_i$  значительно больше и равны нескольким метрам, что тоже существенно меньше масштабов исследуемых ионосферных неоднородностей.

Итак, сделанные оценки показывают, что плазма во всех рассматриваемых в работе задачах случаях является классической (квантовые масштабы существенно меньше плазменных), низкотемпературной, идеальной (поскольку в дебаевской сфере достаточно много частиц).

В общем случае, для наиболее полного и подробного описания плазменных процессов рассматриваются кинетические уравнения ионосферной плазмы. Ионосферная плазма, даже в простейшей постановке трехкомпонентная (электроны, ионы и нейтральные частицы), а в ряде решаемых задач существенным оказывается учет различных сортов ионов (как положительных, так и отрицательных, как одноатомных, так и молекулярных) и наличие разных нейтральных компонент.

В неравновесной смеси поведение каждой из компонент сорта  $\alpha$  описывается с помощью функции распределения  $f_{\alpha}(\vec{V}_{\alpha}, \vec{r}, t)$ , зависящей от вектора скорости  $\vec{V}_{\alpha}$ , координат  $\vec{r}$  и времени *t*. В рассматриваемых условиях взаимодействие частиц обусловлено короткодействующими центральными силами и применимо приближение парных соударений в силу малой вероятности тройных соударений. Кроме этого исследуемые процессы не являются быстропеременными, поэтому функция  $f_{\alpha}$  удовлетворяет кинетическому уравнению Больцмана [19; 58; 96; 99]:

$$\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \vec{V}_{\alpha} \nabla_r f_{\alpha} + \frac{\vec{F}_{\alpha}}{m_{\alpha}} \nabla_V f_{\alpha} = \sum_{\beta} (S_{\beta}^{\alpha} + S_{\alpha}^{\beta})$$

где  $\vec{F}_{\alpha}$  – сила, действующая на частицы сорта  $\alpha$ ,  $m_{\alpha}$  – масса частиц сорта  $\alpha$ . В правой части кинетического уравнения стоит интеграл столкновений. Суммирование проводится по всем имеющимся в смеси сортам частиц, включая и сорт  $\alpha$ . В интеграле столкновений выделены части, соответствующие появлению частиц  $\alpha$  (слагаемые с  $S^{\alpha}_{\beta}$ ) и выходу частиц из него (слагаемые с  $S^{\beta}_{\alpha}$ ) [58; 5; 37; 97; 104]. В так записанном кинетическом уравнении учтены не все возможные причины, приводящие к изменению функции распределения  $f_{\alpha}$ , в частности фотохимические процессы [2; 27; 36; 67]. При учете такого рода процессов правую часть уравнения следует дополнить соответствующими слагаемыми:

$$\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \vec{V}_{\alpha} \nabla_{r} f_{\alpha} + \frac{\vec{F}_{\alpha}}{m_{\alpha}} \nabla_{V} f_{\alpha} = \sum_{\beta} (S^{\alpha}_{\beta} + S^{\beta}_{\alpha}) + \sum_{\gamma} (\Gamma^{\alpha}_{\gamma} + \Gamma^{\gamma}_{\alpha}), \qquad (1.1)$$

здесь  $\sum_{\gamma} \Gamma_{\gamma}^{\alpha}$  и  $\sum_{\gamma} \Gamma_{\alpha}^{\gamma}$  – операторы химических процессов, приводящих к возникновению или исчезновению частиц (сорта  $\alpha$ ) в элементе объема [37], в частности, в случае реакций, записанных схематически в виде:

$$\mu + \delta \to \alpha + \beta. \tag{1.2}$$

Методика вычисления этих операторов указана в [37].

Для интегралов столкновений  $S^{\alpha}_{\beta} + S^{\beta}_{\alpha}$  в ионосферных задачах обычно применяется линейное приближение в виде [58]:

$$S^{\alpha}_{\beta} + S^{\beta}_{\alpha} \approx \frac{f_{\alpha 0} - f_{\alpha}}{\tau_{\alpha \beta}} \equiv v_{\alpha \beta} (f_{\alpha 0} - f_{\alpha})$$
(1.3)

где  $f_{\alpha 0}$  – равновесная часть функции распределения  $f_{\alpha}$ ,  $\tau_{\alpha\beta}$  – характерное время между столкновениями частиц и  $\frac{1}{\tau_{\alpha\beta}} = v_{\alpha\beta}$  – эффективная частота столкновений частиц сорта  $\alpha$  и

частиц сорта β. Более точное приближение, для которого выполняется закон сохранения, предложено Батнагаром, Гроссом и Круком [118; 140]:

$$S^{\alpha}_{\beta} + S^{\beta}_{\alpha} = -\nu_{\alpha\beta} \left( f_{\alpha} - \frac{f_{\alpha0}}{n_{\alpha0}} \int f_{\alpha} dV_{\alpha} \right)$$
(1.4)

где  $n_{\alpha 0}$  – равновесная концентрация частиц сорта  $\alpha$ . Это соотношение описывает случай столкновений различных частиц, и частота столкновений  $v_{\alpha\beta}$  не зависит от концентрации частиц сорта  $\alpha$ , то есть эта зависимость линейная. Различные упрощения интеграла столкновений с учетом специфики кулоновского взаимодействия приведены в [96; 99; 185]. В таких приближениях должны учитываться эффекты экранировки, которые могут быть оценены использованием безразмерной величины – кулоновского логарифма  $\lambda_{\kappa}$ , определяемого формулой:

$$\lambda_{\kappa} = \ln(\rho_{\text{max}}/\rho_{\perp}),$$

где  $\rho_{\perp}$  – прицельное расстояние, на котором угол рассеяния равен  $\pi/2$ ,  $\rho_{max}$  – расстояние, на котором поле данного заряда заэкранировано. Обычно считается, что расстояние  $\rho_{max}$  равно
дебаевскому радиусу  $r_{d}$ . Если прицельное расстояние  $\rho_{\perp}$  значительно меньше чем  $r_{d}$ , то экранировка называется слабой. Именно с такой экранировкой приходится иметь дело в ионосферной плазме, где  $r_{d} > \rho_{\perp}$  и  $\lambda_{K} \approx 10$  [19]. Вследствие слабой ионизации в ионосфере, кулоновскими столкновениями электронов и ионов можно пренебречь до высот 200–250 *км*, а соударениями между ионами – во всем интересующем нас интервале высот.

Численный анализ динамических процессов на основе прямого применения кинетического уравнения к смеси типа ионосферы довольно сложен, так как приводит к уравнениям семи измерений. Вместе с тем в рассматриваемом в диссертации круге задач можно ограничиться более простым квазигидродинамическим подходом, основанным на использовании вытекающей из кинетического уравнения совокупности уравнений переноса. Для перехода к уравнениям типа гидродинамических применяется операция усреднения по скоростям [58; 19; 37; 97; 104] и перехода к уравнениям для моментов [15]:

$$M_{jkl...}^{n}(r,t) = \int (V_{j}V_{k}V_{l}...) f dV$$
(1.5)

При этом нулевой момент  $M^{(0)}$  и первые моменты  $M_j^{(1)}$  равны соответственно концентрации частиц *n* и компонентам потока частиц  $n\vec{U}$ , где вектор  $\vec{U}$  – скорость, которая получается в результате операции усреднения. Моменты более высоких порядков соответствуют другим гидродинамическим параметрам. В результате такой операции усреднения [58; 15; 19; 34; 37; 139] уравнения (1.1) получаем 13-моментное приближение Грэда. В этом приближении тензор потока тепла считается диагональным и заменяется вектором. Тогда число независимых переменных для газа с частицами одного вида уменьшается до 13 (плотность, давление, три компоненты скорости, пять компонент тензора вязких напряжений и три составляющие вектора теплового потока). Дальнейшая конкретизация уравнений использует аппроксимацию функции распределения *f* полиномами Эрмита (в пространстве скоростей), начинающуюся с локально равновесной, максвелловской функции. Обычно в таком разложении фигурируют моменты не выше 3-го порядка [58; 37; 139].

Остановимся на основных критериях применимости квазигидродинамических уравнений. Эти уравнения можно представить в замкнутой форме, если считать несильным нарушение локального максвелловского распределения, что отражено в выборе приближения для функции распределения. Максвелловское распределение удовлетворяет кинетическому уравнению, если градиенты и производные по времени равны нулю. Слабые отклонения от максвелловского распределения возникнут тогда, когда эти градиенты и производные достаточно малы [15].

Для обеспечения малости таких отклонений время релаксации к распределению  $f_{\alpha 0}$ , определяемое интервалом между столкновениями  $\tau$ , должно быть достаточно малым по сравнению со временем  $T_0$ , в течение которого происходят характерные изменения основных величин, т.е. должно выполняться неравенство:

 $T_0 >> \tau$ 

которое в условиях ионосферы (в областях E и F) выполняется с большим запасом ( $\tau < 10^{-3} c$ ,  $T_0 > 1 c$ ). Кроме этого требования, нужно ввести аналогичное ограничение на характерные пространственные масштабы L. При релаксации к максвелловскому распределению их следует сравнивать с длинами свободного пробега l. Критерий применимости гидродинамического описания приобретает вид

$$l/L = K_n << 1$$

и сводится к требованию малости этого отношения (числа Кнудсена, K<sub>n</sub>). По данным [37; 133] гидродинамическое описание справедливо, если  $K_n < 0.2$ . Этот критерий является главным условием, определяющим область справедливости гидродинамического описания при дозвуковых движениях газа. Возможность перехода к гидродинамическому приближению при выполнении этого условия подтверждается не только физическими соображениями, но и прямыми разложениями по малому параметру  $\sqrt{K_n}$  [10]. Процессы, рассматриваемые в работе удовлетворяют условию l < L тоже с большим запасом, так как  $l \approx L$  наблюдается на высотах более 1000 км.

Опишем переход к квазигидродинамическим уравнениям ионосферной, а следовательно, слабо ионизированной плазмы [15]. Пусть (для простоты) среда состоит из электронов, ионов одного сорта и нейтральных частиц, что оправдано для решаемых в работе задач динамики плазмы, а обобщения на случай нескольких компонент очевидны. Сложный ионный и молекулярный состав нужно учитывать при рассмотрении химических процессов в ионосфере, как это описано в [2; 27; 36; 67; 90]. Кроме специально оговоренных случаев, целесообразно не учитывать процессы с участием отрицательных ионов, так как относительное их число в областях E и F невелико [27; 36; 90]. Что касается плазмы в области D, то эта область рассматривается в задачах моделирования неустойчивости Рэлея-

Тейлора только в качестве нижней границы, отдаленной от интересующих нас процессов примерно на 50 км и более, и вследствие значительной диссипации в этой зоне может описываться достаточно приближенно. Получаем для молекул с концентрацией  $n_n$  и скоростью  $\vec{u}_n$  (где n – индексы нейтральных частиц) уравнение непрерывности вида:

$$\frac{\partial n_n}{\partial t} + div(n_n \vec{u}_n) = \alpha_r n_e n_i - J$$
(1.3)

Слагаемые в правой части описывают химические реакции и фактор ионообразования *J*. Ионизация в ионосфере в основном связана с ультрафиолетовым и рентгеновским излучением Солнца. Методика расчета фактора ионообразования *J* описана в [27; 36; 90]. Заметим, что величина *J* пропорциональна  $n_n$  и слабо зависит от концентраций заряженных частиц. Поэтому учет фотоионизации в случае динамических процессов можно произвести достаточно простым образом. В правой части имеется слагаемое, которое отражает процесс рекомбинации ( $\alpha_r$  – коэффициент рекомбинации). Этот процесс здесь рассматривается упрощенно без явного учета его специфики (фоторекомбинация, диссоциативная рекомбинация). Так как рассматриваемая плазма слабо ионизирована, то процессы фотоионизации и рекомбинации нейтральных частиц в не играют определяющей роли и относительные изменения концентрации  $n_n$  и плотности  $\rho_n$  оказываются небольшими. Для заряженных частиц уравнения непрерывности записываются следующим образом [15]:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + div(n_e \vec{u}_e) = J - \alpha_r n_e n_i$$
(1.4)

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + div(n_i \vec{u}_i) = J - \alpha_r n_e n_i$$
(1.5)

В уравнениях движения можно выделить базовый набор частот, а остальные выразить через них. Если в качестве основных частот столкновений выбрать  $v_{en}$ ,  $v_{ei}$ ,  $v_{in}$ , а из коэффициентов  $\delta$  выбрать  $\delta_{en}$ ,  $\delta_{ei}$  и  $\delta_{in}$ , то остальные выражаются через них с помощью соотношений типа  $m_e \delta_{ne} = m_n \delta_{en}$  [37]. Таким образом, получим систему уравнений [15]:

$$\rho_{n} \frac{\partial \vec{u}_{n}}{\partial t} + \rho_{n} (\vec{u}_{n} \nabla) \vec{u}_{n} = -\nabla p_{n} - \vec{\Gamma}_{n} + \frac{\rho_{n} \vec{F}_{n}}{m_{n}} - m_{e} v_{en} n_{e} (\vec{u}_{n} - \vec{u}_{e}) - m_{i} v_{in} n_{i} (\vec{u}_{n} - \vec{u}_{i}) + \delta_{en} n_{n} \vec{Q}_{e} + \delta_{in} n_{n} \vec{Q}_{i} - \left(\frac{m_{e}}{m_{n}} \delta_{en} n_{e} + \frac{m_{i}}{m_{n}} \delta_{in} n_{i}\right) \vec{Q}_{n}$$

$$(1.6)$$

$$\rho_{e} \frac{\partial \vec{u}_{e}}{\partial t} + \rho_{e} (\vec{u}_{e} \nabla) \vec{u}_{e} = -\nabla p_{e} - \vec{\Gamma}_{e} + \frac{\rho_{e} \vec{F}_{e}}{m_{e}} - en_{e} (\vec{E} + \vec{u}_{e} \times \vec{B}) - m_{e} v_{ei} n_{e} (\vec{u}_{e} - \vec{u}_{i}) - m_{e} v_{en} n_{e} (\vec{u}_{e} - \vec{u}_{n}) + \frac{m_{e}}{m_{n}} \delta_{en} n_{e} \vec{Q}_{n} + \frac{m_{e}}{m_{i}} \delta_{ei} n_{e} \vec{Q}_{i} - (\delta_{en} n_{n} + \delta_{ei} n_{i}) \vec{Q}_{e}$$

$$(1.7)$$

$$\rho_{i}\frac{\partial\vec{u}_{i}}{\partial t} + \rho_{i}(\vec{u}_{i}\nabla)\vec{u}_{i} = -\nabla p_{i} - \vec{\Gamma}_{i} + \frac{\rho_{i}F_{i}}{m_{i}} + en_{i}(\vec{E} + u_{i}\times\vec{B}) - m_{e}v_{ei}n_{e}(\vec{u}_{i} - \vec{u}_{e}) - m_{i}v_{in}n_{i}(\vec{u}_{i} - \vec{u}_{n}) + \frac{m_{i}}{m_{n}}\delta_{in}n_{i}\vec{Q}_{n} + \delta_{ei}n_{i}\vec{Q}_{e} - (\delta_{in}n_{n} + \frac{m_{e}}{m_{i}}\delta_{ei}n_{e})\vec{Q}_{i}$$

$$(1.8)$$

Здесь  $\rho$ ,  $\vec{u}$ , p,  $\vec{\Gamma}$ , m,  $\vec{Q}$  – плотность, скорость, давление, внутреннее трение, масса, тепловой поток для частиц, тип которых указан индексом соответствующей величины. Для частот столкновений можно написать следующие выражения [15]:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v}_{en} &= \frac{2}{3} \, \widetilde{q}_{en} \overline{w}_e \boldsymbol{n}_n \\ \boldsymbol{v}_{ei} &= \frac{2}{3} \, \widetilde{q}_{ei} \overline{w}_e \boldsymbol{n}_i \\ \boldsymbol{v}_{en} &= \frac{2}{3} \, \widetilde{q}_{in} \overline{w}_i \boldsymbol{n}_n \end{aligned}$$

где

$$\overline{w}_i = \sqrt{\frac{8kT_i}{\pi m_i}} \frac{m_n}{m_i + m_n}$$

Вследствие некоторых особенностей кулоновского взаимодействия уточним формулу для частоты v<sub>ei</sub>. Для столкновений с однозарядными ионами в соответствии с [99]:

$$v_{ei} = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi} \frac{e^4 n_i}{m_e^{1/2} (kT_e)^{3/2}} \lambda_K$$

Многозарядные ионы в ионосфере практически отсутствуют. В соответствии с [37] приведем приближенные значения коэффициентов  $\delta_{en}$ ,  $\delta_{ei}$  и  $\delta_{in}$ . Для простоты будем считать, что температуры ионов  $T_i$ , и молекул  $T_n$  одинаковы. Тогда с учетом неравенств  $m_e \ll m_i$  и  $m_e \ll m_n$  имеем [15]:

$$\begin{split} \delta_{en} &= \frac{2}{15} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \widetilde{q}_{en} \left(\frac{kT_e}{m_e}\right)^{-1/2} \\ \delta_{ei} &= \frac{2}{15} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \widetilde{q}_{ei} \left(\frac{kT_e}{m_e}\right)^{-1/2} \\ \delta_{in} &= \frac{2}{15} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \widetilde{q}_{in} \left(\frac{kT_e(m_i + m_n)}{m_i m_n}\right)^{-1/2} \end{split}$$

Приведем теперь окончательный вид системы уравнений гидродинамического приближения, полученного с учетом всех приближений, допустимых при моделировании динамических процессов в Е- и F-областях ионосферы в условиях решаемых задач [15]:

$$\rho_e \frac{\partial \vec{u}_e}{\partial t} + \rho_e (\vec{u}_e \nabla) \vec{u}_e = -\nabla p_e + \frac{\rho_e \vec{F}_e}{m_e} + \eta_e \Delta \vec{u}_e + \frac{1}{3} \eta_e \nabla (\nabla \vec{u}_e) - en_e (\vec{E} + \vec{u}_e \times \vec{B}) - m_e v_{ei} n_e (\vec{u}_e - \vec{u}_i) - m_e v_{en} n_e (\vec{u}_e - \vec{u}_n)$$

$$(1.9)$$

$$\rho_i \frac{\partial \vec{u}_i}{\partial t} + \rho_i (\vec{u}_i \nabla) \vec{u}_i = -\nabla p_i + \frac{\rho_i \vec{F}_i}{m_i} + \eta_i \Delta \vec{u}_i + \frac{1}{3} \eta_i \nabla (\nabla \vec{u}_i) + e n_i (\vec{E} + \vec{u}_i \times \vec{B}) - m_e v_{ei} n_e (\vec{u}_i - \vec{u}_e) - m_i v_{in} n_i (u_i - \vec{u}_n)$$

$$(1.10)$$

$$\rho_n \frac{\partial \vec{u}_n}{\partial t} + \rho_n (\vec{u}_n \nabla) \vec{u}_n = -\nabla p_n + \frac{\rho_n \vec{F}_n}{m_n} + \eta_n \Delta \vec{u}_n + \frac{1}{3} \eta_n \nabla (\nabla \vec{u}_n) - m_e v_{en} n_e (\vec{u}_n - \vec{u}_e) - m_i v_{in} n_i (\vec{u}_n - \vec{u}_i)$$

$$(1.11)$$

$$\frac{3}{2}kn_{n}\left(\frac{\partial T_{n}}{\partial t}+\vec{u}_{n}\nabla T_{n}\right)+p_{n}\nabla(\vec{u}_{n})+1/2\nabla(\vec{Q}_{n})=m_{i}v_{in}n_{i}\vec{u}_{n}(\vec{u}_{n}-\vec{u}_{i})+1/2n_{i}v_{in}k(T_{i}-T_{n})$$
(1.12)

$$\frac{3}{2}kn_{e}\left(\frac{\partial T_{e}}{\partial t} + \vec{u}_{e}\nabla T_{e}\right) + p_{e}\nabla(\vec{u}_{e}) + 1/2\nabla(\vec{Q}_{e}) = m_{e}v_{en}n_{e}\vec{u}_{e}(\vec{u}_{e} - \vec{u}_{n}) + 1/2n_{e}v_{en}k\frac{m_{e}}{m_{n}}(T_{n} - T_{e}) \quad (1.13)$$

$$\frac{3}{2}kn_{i}\left(\frac{\partial T_{i}}{\partial t}+\vec{u}_{i}\nabla T_{i}\right)+p_{i}\nabla(\vec{u}_{i})+1/2\nabla(\vec{Q}_{i})=m_{i}v_{in}n_{i}\vec{u}_{i}(\vec{u}_{i}-\vec{u}_{n})+1/2n_{i}v_{in}k(T_{n}-T_{i})$$
(1.14)

В уравнениях (1.6-1.8) и соответственно (1.9-1.11) η<sub>е</sub> η<sub>i</sub> η<sub>n</sub> – динамические вязкости могут быть вычислены по формулам:

$$\eta_n = \frac{p_n}{v_{nn}} = \rho_n \frac{kT_n}{m_n v_{nn}}$$
$$\eta_e = \frac{5}{4} \frac{p_e}{v_{en}} = \frac{5}{4} \rho_e \frac{kT_e}{m_e v_{en}}$$
$$\eta_i = \frac{5}{2\sqrt{2}} \frac{p_i}{v_{in}} = \frac{5}{2\sqrt{2}} \rho_i \frac{kT_i}{m_i v_{in}}$$

Эта исходная система уравнений (1.3–1.5, 1.9–1.14), описывающая в квазигидродинамическом приближении среднемасштабные процессы в Е и F-слоях ионосферы в последующих разделах будет конкретизироваться и упрощаться, поэтому в дальнейшем эти конкретизированные уравнения также будем выписывать.

### 1.3. Системы координат

В этом разделе приведем координатные системы, используемые в применяемых математических и численных моделях. В силу особенностей ионосферных процессов удобными являются несколько систем координат – сферическая географическая система координат, сферическая геомагнитная система координат, дипольная система координат и локально декартовые системы координат. Первая из таких систем – сферическая система координат. Она удобна в силу того, что такие параметры как концентрации нейтральных частиц и в некоторой степени концентрации заряженных частиц имеют выраженные высотные зависимости и характерные долготно-широтные зависимости. При этом удобно использовать геомагнитную сферическую систему координат ( $r, \theta, \phi$ ), т.е. сферическую систему, полюса которой определяются положением магнитных полюсов Земли [6], где г – радиальное расстояние,  $\theta$  – магнитная коширота,  $\phi$  – геомагнитная долгота, при этом:

$$\begin{split} 0 &\leq r \quad (u \text{ dasce } r_{_3} < r), \\ 0 &\leq \theta \leq \pi, \\ 0 &\leq \varphi \leq 2\pi. \end{split}$$

Здесь r<sub>3</sub> – радиус Земли. Коэффициенты Ламэ для этой координатной системы имеют вид:

$$h_r = 1,$$
  

$$h_{\theta} = r,$$
  

$$h_{\varphi} = r \sin \theta,$$
  

$$h^2 = h_r h_{\theta} h_{\varphi} = r^2 \sin \theta$$

Дивергенция произвольного вектора  $\overline{A}$  в этой системе координат записывается так:

$$div(\overline{A}) = \frac{1}{h^2} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{h^2}{h_r} A_r \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{h^2}{h_{\theta}} A_{\theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{h^2}{h_{\phi}} A_{\phi} \right) \right)$$

Вторая удобная система координат – дипольная  $(\alpha, \beta, \phi)$  [6], связанная с силовыми линиями магнитного поля Земли и соответствующая геометрии дипольного приближения магнитного поля. Выражения дипольных координат через сферические геомагнитные имеют вид:

$$\alpha = \frac{r}{\sin^2 \theta}$$

$$\beta = -\frac{\cos \theta}{r^2}$$

$$\varphi = \varphi$$
(1.12)

Здесь записана модифицированная система, которая для нумерации координатных переменных ( $\alpha, \beta, \phi$ ) является правой. Коэффициенты Ламэ для этой системы имеют вид:

$$h_{\alpha} = \frac{\sin^{3} \theta}{\sqrt{\delta}},$$

$$h_{\beta} = \frac{r^{3}}{\sqrt{\delta}},$$

$$h_{\varphi} = r \sin \theta,$$

$$\delta = 1 + 3 \cos^{2} \theta.$$
(1.13)

При этом:

$$\frac{D(\alpha,\beta,\varphi)}{D(r,\theta,\varphi)} = \begin{pmatrix} 1/\sin^2\theta & -2r\cos\theta/\sin^3\theta & 0\\ 2\cos\theta/r^3 & 2\sin\theta/r^2 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Выпишем некоторые часто используемые в описываемых моделях выражения и свойства координат дипольной системы:

$$h^{2} = \frac{r^{4} \sin^{4} \theta}{\delta} = \frac{h_{\beta}^{2}}{\alpha^{2}},$$
$$\frac{1}{h^{2}} \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{h^{2}}{h_{\beta}} A \right) = \frac{1}{h_{\beta}^{2}} \frac{\partial}{\partial \beta} \left( h_{\beta} A \right)$$

В этой системе координат вектор магнитной индукции в дипольном приближении магнитного поля Земли имеет вид:

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ -B \\ 0 \end{pmatrix}$$

При этом справедливо равенство:

$$\vec{V}\times\vec{B}=B \begin{pmatrix} V_{\varphi} \\ 0 \\ -V_{\alpha} \end{pmatrix}$$

Уравнения перевода из дипольной системы координат ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\phi$ ) в геомагнитную сферическую систему (r,  $\theta$ ,  $\phi$ ) основаны на решении относительно r уравнения четвертой степени:

$$\alpha\beta^2 r^4 + r = \alpha.$$

После замены  $r = \alpha r^*$  и  $p = \alpha^4 \beta^2$  получаем уравнение  $p(r^*)^4 + r^* = 1$ , которое легко решить приближенно аналитически (с погрешностью меньше 1% при p < 1.0):

$$r^* \approx \left(\frac{1+p}{1+5p+p^2}\right)^{1/4}$$
.

А численное уточнение решения дают несколько итераций Ньютона:

$$r^* \leftarrow r^* - \frac{p(r^*)^4 + r^* - 1}{4p(r^*)^3 + 1}.$$

После вычисления *r* находим  $\theta$  из равенства:  $\cos \theta = -\beta r^2$ .

Матрица перевода векторов из геомагнитной сферической системы координат в дипольную систему координат имеет вид [6]:

$$\begin{pmatrix} V_{\alpha} \\ V_{\beta} \\ V_{\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s & -c & 0 \\ c & s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{r} \\ V_{\theta} \\ V_{\varphi} \end{pmatrix}$$

где  $s = \sin \theta / \delta^{1/2}$ ,  $c = 2\cos \theta / \delta^{1/2}$ ,  $V_{\alpha}$ ,  $V_{\beta}$ ,  $V_{\phi}$  – координаты вектора в дипольной системе координат,  $V_r$ ,  $V_{\theta}$ ,  $V_{\phi}$  – координаты вектора в геомагнитной сферической системе координат.

Переход от геомагнитной к географической системе координат выполняется по следующим формулам:

$$\begin{cases} \cos\theta = \cos\theta_{m}\cos\theta_{o} - \sin\theta_{m}\sin\theta_{o}\cos\varphi_{m} \\ \sin\theta\sin(\varphi - \varphi_{o}) = \sin\theta_{m}\sin\varphi_{m} \\ \sin\theta\cos(\varphi - \varphi_{o}) = \cos\theta_{m}\sin\theta_{o} + \sin\theta_{m}\cos\theta_{o}\cos\varphi_{m} \end{cases}$$

где (θ<sub>0</sub>, φ<sub>0</sub>) = (8<sup>0</sup>,72'; -69<sup>0</sup>,42') – географические координаты северного магнитного полюса Земли (на 2001 г.). На некоторые другие даты координаты северного и южного магнитных полюсов (географическая широта и долгота) даны таблицей 1.1.

Год	2001	2004	2005	2010	2012
Северный магнитный	81°18′ с. ш.	82°18′ с. ш.	82°42′ с. ш.	85°00′ с. ш.	85°54′ с. ш.
полюс	110°48′ з. д.	113°24′ з. д.	114°24′ з. д.	132°36′ з. д.	147°00′ з. д.
Год	1998	2004	2007	2010	2012
Южный магнитный	64°36′ ю. ш.	63°30′ ю. ш.	64°29′ ю. ш.	64°24′ ю. ш.	64°24′ ю. ш.
полюс	138°30′ в. д.	138°00′ в. д.	137°41′ в. д.	137°18′ в. д.	137°06′ в. д.

Таблица 1.1. Координаты магнитных полюсов Земли [125].

Обратный переход от географической к геомагнитной системе координат выполняется по формулам:

$$\begin{cases} \cos \theta_m = \cos \theta \cos \theta_o + \sin \theta \sin \theta_o \cos(\varphi - \varphi_o) \\ \sin \theta_m \sin \varphi_m = \sin \theta \sin(\varphi - \varphi_o) \\ \sin \theta_m \cos \varphi_m = -\cos \theta \sin \theta_o + \sin \theta \cos \theta_o \cos(\varphi - \varphi_o) \end{cases}$$

В области экватора в большинстве решаемых в диссертации задач приемлемую точность имеют приближённые формулы перехода от географической к геомагнитной системе координат, получающиеся разложением координат  $\theta_m$ ,  $\varphi_m$  по степеням малых величин  $\theta_0$  и  $\theta - \pi/2$ :

$$\theta_m \approx \theta - \theta_o \cos(\varphi - \varphi_o) + \frac{\theta_o^2}{2} \cos \theta \sin^2(\varphi - \varphi_o)$$
$$\varphi_m \approx \varphi - \varphi_o + \theta_o \cos \theta \sin(\varphi - \varphi_o) + \frac{\theta_o^2}{4} \sin 2(\varphi - \varphi_o)$$

Перевод горизонтальных векторов из геомагнитной системы координат в географическую систему координат получается из соотношения:

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} d\theta \\ \sin \theta d\lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} A_m \\ B_m \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} d\theta_m \\ \sin \theta_m d\varphi_m \end{pmatrix},$$

приводящего к равенствам:

$$\sin\theta \begin{pmatrix} A_m \\ B_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\theta_o \cos\theta_m \cos\varphi_m + \cos\theta_o \sin\theta_m & \sin\theta_o \sin\varphi_m \\ -\sin\theta_o \sin\varphi_m & \sin\theta_o \cos\theta_m \cos\varphi_m + \cos\theta_o \sin\theta_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$$

Приведем формулы для некоторых дифференциальных операторов, использованные в моделях. Как известно, в любой ортогональной системе координат выражения для операции  $(\vec{V} \cdot \nabla)\vec{E}$  имеют вид:

$$(\vec{V}\cdot\nabla)\vec{E}\mid_{j} = \sum_{i} \frac{\widehat{V_{i}}}{h_{i}} \frac{\partial\widehat{E}_{j}}{\partial x^{i}} + \sum_{i\neq j} \left(\widehat{V_{j}} \frac{\partial h_{j}}{\partial x^{i}} - \widehat{V_{i}} \frac{\partial h_{i}}{\partial x^{j}}\right) \frac{\widehat{E}_{i}}{h_{j}h_{i}},$$

в частности, при  $\vec{E} = \vec{V}$  получаем выражения:

$$(\vec{V}\cdot\nabla)\vec{V}|_{j} = \sum_{i} \frac{\widehat{V}_{i}}{h_{i}} \frac{\partial \widehat{V}_{j}}{\partial x^{i}} + \sum_{i\neq j} (\widehat{V}_{j} \frac{\partial h_{j}}{\partial x^{i}} - \widehat{V}_{i} \frac{\partial h_{i}}{\partial x^{j}}) \frac{\widehat{V}_{i}}{h_{j}h_{i}}$$

Отсюда для сферической системы получаем выражения для операции  $(\vec{V}\cdot 
abla)\vec{E}$  :

$$\begin{split} (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{E} \mid_{r} &= \dots - (E_{\theta} V_{\theta} + E_{\varphi} V_{\varphi}) / r, \\ (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{E} \mid_{\theta} &= \dots + (E_{r} V_{\theta} - E_{\varphi} V_{\varphi} ctg \theta) / r, \\ (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{E} \mid_{\varphi} &= \dots + (E_{r} V_{\varphi} + E_{\theta} V_{\varphi} ctg \theta) / r \end{split}$$

где точками обозначена очевидная дифференциальная часть, а при  $\vec{E} = \vec{V}$  эти выражения принимают вид:

$$\begin{aligned} (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \mid_{r} &= \dots - (V_{\theta}^{2} + V_{\varphi}^{2}) / r, \\ (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \mid_{\theta} &= \dots + (V_{r} V_{\theta} - V_{\varphi}^{2} ctg \theta) / r, \\ (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \mid_{\varphi} &= \dots + (V_{r} V_{\varphi} + V_{\theta} V_{\varphi} ctg \theta) / r \end{aligned}$$

Таким образом, выражение для полной производной скорости в геомагнитной системе координат  $(r, \theta, \phi)$  имеет вид:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_r}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla V_r - (V_\theta^2 + V_\varphi^2)/r \\ \frac{\partial V_\theta}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla V_\theta + (V_r V_\theta - V_\varphi^2 ctg \theta)/r \\ \frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla V_\varphi + (V_r V_\varphi + V_\theta V_\varphi ctg \theta)/r \end{pmatrix},$$

а слагаемые, зависящие от вектора угловой скорости вращения Земли  $\overline{\Omega}$ , имеют вид:

$$2\vec{\Omega} \times \vec{V} = 2 \begin{pmatrix} \Omega_{\theta} V_{\varphi} - \Omega_{\varphi} V_{\theta} \\ \Omega_{\varphi} V_r - \Omega_r V_{\varphi} \\ \Omega_r V_{\theta} - \Omega_{\theta} V_r \end{pmatrix},$$
$$\left(\vec{r} \times \vec{\Omega}\right) \times \vec{\Omega} = r \begin{pmatrix} -\left(\Omega_{\theta}^2 + \Omega_{\varphi}^2\right) \\ \Omega_r \Omega_{\theta} \\ \Omega_r \Omega_{\varphi} \end{pmatrix},$$

где вектор угловой скорости вращения Земли в геомагнитной системе вычисляется по формулам:

$$\vec{\Omega} = \Omega \begin{pmatrix} \cos\theta_m \cos\theta_o - \sin\theta_m \sin\theta_o \cos\varphi_m \\ -\sin\theta_m \cos\theta_o - \cos\theta_m \sin\theta_o \cos\varphi_m \\ \sin\theta_o \sin\varphi_m \end{pmatrix}$$

Часто бывает удобно в географической и геомагнитной системе координат вместо радиального расстояния *r* от центра Земли использовать высоту точки, тогда она будет обозначаться как z.

Декартовые прямолинейные системы координат удобны для исследований в малых областях, в частности в двумерном приближении модели неустойчивости Рэлея-Тейлора. При этом принято обычно использовать обозначения (x, y, z), для которых будем считать, что координатная ось Ох направлена на юг, координатная ось Оу направлена на восток, а ось Оz направлена вверх.

Следует отметить, что в случае искажений магнитного поля солнечным ветром, как показано в работе [44], невозможно построить систему координат так, чтобы она была ортогональной и координатные линии совпадали с силовыми линиями возмущенного магнитного поля Земли. Неортогональность координатной системы усложняет координатную запись уравнений модели и соответственно их численные реализации, однако там же сделаны оценки, в силу которых в области исследования эти искажения очень малы и ими в этих исследованиях можно пренебречь.

# ГЛАВА 2. КОМПЛЕКС МОДЕЛЕЙ НИЗКОШИРОТНОЙ ИОНОСФЕРЫ С ВОЗМОЖНОСТЬЮ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ-ТЕЙЛОРА

### 2.1 Особенности математического моделирования неустойчивости Рэлея-Тейлора

Как следует из предыдущей главы, одним из физических механизмов, отвечающих за формирование мелкомасштабных неоднородностей, являются плазменные неустойчивости. Основными видами неустойчивостей в F-слое ионосферы являются двухпотоковая и градиентно-дрейфовая, эти неустойчивости приводят к неоднородностям ионосферы вытянутым вдоль магнитного поля Земли [83; 142].

На структуру плотности плазмы может влиять и примесная градиентно-дрейфовая плазменная неустойчивость. Это неустойчивость возникает на градиенте средней массы ионов и обусловлена возникающей нестабильностью композиционного равновесия плазмы внешней ионосферы из-за неоднородности массового состава термодиффузионных потоков и присутствия в них компонентов с взаимно противоположно направленными, близкими по величине градиентами концентраций лёгких и тяжёлых ионов.

В [109] проведено сравнение различных описаний линейной теории экваториальных плазменных неустойчивостей типа Рэлея-Тейлора. Для сравнения представлены три теоретических описания экваториальной плазменной неустойчивости, а именно, локальное описание, описание интегральной трубкой потока и описание типа баллонной моды. На основе физических рассмотрений сделан вывод, что описание типа баллонной моды является сравнительно более точным и полным описанием неустойчивости плазмы в экваториальной ионосфере. Скорости роста НРТ, полученные из описания типа баллонной моды тем самым представляются наиболее точными. По сравнению с этим, локальное описание переоценивает скорости роста до определенной высоты и затем недооценивает их, в то время как интегральное описание трубкой потока недооценивает скорости роста для почти всех высот, где скорости роста существенны. Таким образом, создание математических и численных моделей описывающих явления, связанные с неустойчивостью Рэлея-Тейлора, позволит наиболее адекватно исследовать весь комплекс этих явлений. В работах [1; 9–11; 13; 18; 30–32; 41–43; 45; 59; 69; 71–74; 77; 78; 82; 84; 101; 103; 129–131; 209; 224] описаны результаты аналитических вычислений и численных экспериментов по динамике ионосферных пузырей экваториальной F-области, обсуждены основные механизмы генерации ионосферных пузырей:

генерация пузырей внутренними гравитационными волнами;

генерация пузырей инжекцией пламогасящих соединений;

триггерный механизм генерации пузырей в F-слое облаками в E-слое;

и связанные с ними особенности:

влияние проводимости Е-слоя на динамику пузырей;

механизмы выноса молекулярных ионов NO+ на большие высоты;

возможность изоляции пузырей на высотах выше максимума F-слоя;

параметры теплового режима трехмерных пузырей;

динамика системы пузырей.

Основным механизмом генерации пузырей обеднения плазмы в экваториальной Fобласти ионосферы Земли, как это следует из обсуждения главы 1, является неустойчивость Рэлея-Тейлора (HPT). В этой главе описан комплекс математических моделей развития HPT и результаты их тестирования.

Важным элементом комплекса моделей является решение проблемы задания начальных и граничных условий. Ионосфера является достаточно сложным объектом, состоящим из ряда сильно связанных компонент. В силу специфики рассматриваемых в диссертации задач, к этим компонентам следует отнести:

- термосферу Земли, как среду, в которой находятся заряженные частицы;

- полярные области, как источники возмущений и генераторы электрических полей;

- различные возмущения, такие как ВГВ и другие волновые процессы.

При этом разные области термосферы сильно связаны между собой гидродинамически, электрические поля могут просачиваться в низкие широты [33; 221; 222], а ионы дрейфуют на достаточно большие расстояния, что не позволяет рассматривать экваториальную F-область ионосферы изолированно. С другой стороны, характерные масштабы исследуемых процессов требуют для численных моделей разрешения порядка 1 км по пространству и несколько секунд по времени. Это не позволяет единообразно моделировать все указанные процессы. Поэтому в работе использован комплекс численных моделей. В частности для решения проблем с заданием граничных и начальных условий и внешних по отношению к экваториальной ионосфере параметров в работе используется глобальная модель ионосферы в виде шарового слоя, созданная автором или при его непосредственном участии и опубликованная в работах [6; 46; 55; 80; 83; 85–89].

После преобразований и/или упрощений модели НРТ ее уравнения образуют конфигурацию:

- уравнения непрерывности частиц,

- уравнения движения частиц,

- уравнения теплопроводности,

- уравнение для потенциала электрического поля, имеющее эллиптический тип.

При численном моделировании процессов развития неустойчивости Рэлея-Тейлора в экваториальной F-области возникает ряд проблем, связанных с тем, что погрешности аппроксимации могут усиливаться механизмами неустойчивости и приводить к нефизическим результатам. В качестве примера рассмотрим результаты численного моделирования теплового режим, представленные в работе [128] и показанные на рис 2.1.



Рис. 2.1. Результаты численного моделирования теплового режима внутри пузырей приведенные в работе [128].

На этом рисунке видна явная стохастичность поля температур, что иногда наблюдается при измерениях, но не следует из использованной модели. На наш взгляд, причиной может быть погрешность численного решения, которая усиливается механизмом усиления неоднородностей плазмы. Поэтому при моделировании таких процессов должен выполняться тщательный анализ используемых численных методов.

Для предварительной тестовой оценки эффектов возникновения и параметров развития плазменных пузырей будем использовать линейные оценки, одна из которых – оценка скорости вертикального дрейфа плазмы V<sub>ez</sub> внутри пузыря, которая для условий обеднения плазмы в области экватора имеет вид [197]:

$$V_{ez} = \frac{E_{0y}}{B} + \frac{n_{e0} - n_e}{n_e} \left( \frac{g}{v_{in}} + \frac{E_{0y}}{B} \right)$$
(2.1)

где  $E_{0y}$  – восточная компонента электрического фонового поля, B – индукция магнитного поля Земли,  $n_{e0}$  – фоновая концентрация электронов,  $n_e$  – концентрация электронов в зоне обеднения, g – ускорение земного тяготения,  $v_{in}$  – частота столкновений между ионами и нейтралами. В частности для характерных условий в вечерней зоне экваториальной F-области, приняв для величин в формуле (2.1) следующие значения:

$$E_{0y} = 0.5 \frac{M\theta}{M},$$
$$\frac{g}{V_{in}} = 10 \frac{M}{c},$$
$$N_e = 0.1 N_{e0},$$

получаем оценку  $V_{ez} \approx 300 \frac{M}{c}$ , а при подъёме пузыря на высоту максимума электронной концентрации отношение  $n_e$  к  $n_{e0}$  может упасть до значений 0.01 и меньше, следовательно скорость дрейфа внутри пузыря может достигать значений  $3000 \frac{M}{c}$  и более, что согласуется как с численными экспериментами так и с данными измерений (см., например рис. 1.2). Вторая тестовая оценка, применяемая в исследованиях, – линейный инкремент нарастания неустойчивости Рэлея-Тейлора имеет вид [197]:

$$\gamma = \left(\frac{g}{v_{in}} + \frac{E_{0y}}{B}\right) \frac{\partial \ln n_e}{\partial z} - v_R \tag{2.2}$$

где *v<sub>R</sub>*-частота рекомбинации

В частности при учете только ионов  $O^+$  и нейтралов  $N_2$  и  $O_2$  получаем:

$$v_R = \{k(O^+, N_2)[N_2] + k(O^+, O_2)[O_2]\},\$$

где  $k(O^+,N_2)$ ,  $k(O^+,O_2)$  – скорости реакций рекомбинации. Наличие положительных значений  $\gamma$  приводит на линейной стадии к экспоненциальному росту обеднения плазмы с характерным временем  $\gamma^{-1}$ , при этом характерные времена в благоприятных условиях лежат в диапазоне 300–3000с.

В работе [101] представлены расчеты линейного инкремента неустойчивости Рэлея-Тейлора для различных геофизических условий. Показано, что пространственно-временные характеристики инкремента сильно зависят от условий солнечной активности и сезонов. Результаты расчетов находятся в хорошем согласии со статистическими закономерностями наблюдения F-рассеяния и экваториальной F-области, что указывает на Рэлей-Тейлоровскую природу этого явления. Явление F-рассеяния в экваториальной F-области обычно связывают с развитием в неосвещенное послезаходное время неустойчивости Рэлея-Тейлора в ионосферной плазме. Инкремент развития этой неустойчивости зависит от ряда причин: формы слоя, значений фоновых электрических полей, аэрономии, проводимости Е-области, факторов возмущения и т. д. Этими причинами, по-видимому, определяются также внешние признаки F-рассеяния: циклические, сезонные, суточные и долготные зависимости. В данном разделе приведены результаты теоретического изучения циклических, сезонных и временных зависимостей линейного инкремента нарастания неустойчивости Рэлея-Тейлора в экваториальной F-области [101]. С этой целью на основе численных моделей экваториальной F-области, нейтральной термосферы MSIS [146], а также использования данных некогерентного рассеяния в Джикамарке по вертикальным дрейфам [137] проведены расчеты высотных профилей электронной концентрации и соответствующие им высотные профили линейного инкремента нарастании неустойчивости Рэлея–Тейлора для различных геофизических условий американского сектора. Результаты расчетов дают возможность выделить вклад вариаций долготной компоненты фонового электрического поля в циклические, сезонные и временные зависимости линейного инкремента нарастания

неустойчивости Рэлея–Тейлора и связать его с реально наблюдаемыми зависимостями Fрассеяния на магнитном экваторе.

Для желобковых волновых возмущений, распространяющихся в поперечном к магнитному полю Земли направлении и связанных с развитием неустойчивости Рэлея– Тейлора, линейный инкремент нарастания может быть записан в виде (2.2), отметим при этом, что выражение (2.2) справедливо при следующих ограничениях:

1) для поперечного размера  $\lambda$  должны быть выполнены условия:

$$\lambda \ll L_1, L_2,$$

где  $L_1$  – характерный масштаб изменения электронной концентрации фоновой плазмы в зональном направлении,  $L_2$  – характерный масштаб неоднородности вдоль силовой линии магнитного поля;

2) для частот ионно-нейтральных столкновений должно выполняться ограничение:

$$v_{in} >> g/L$$
,

где *L* – характерный масштаб неоднородностей, т. е. рассматривается только столкновительный режим неустойчивости Рэлея–Тейлора;

3) эффекты ветрового увлечения не учитываются.

Для учета ветрового увлечения вместо формулы (2.2) следует воспользоваться формулой [197]:

$$\gamma = \left(\frac{g}{v_{in}} + \frac{E_{0y}}{B} - \frac{v_{in}}{\omega_i}V_{ny} - V_{nz}\right)\frac{\partial \ln n_e}{\partial z} - v_R,$$

где  $\omega_i$ ,  $V_{ny}$ ,  $V_{nz}$  – гирочастота ионов, долготная и вертикальная составляющие нейтрального ветра соответственно.

Как показывает выражение (2.2), для чисто поперечного движения линейный инкремент неустойчивости Рэлея–Тейлора (НРТ) не зависит от поперечных размеров, что является отражением специфики задачи. При учете педерсеновской проводимости Е-области

выражение для инкремента несколько трансформируется и инкремент начинает зависеть от отношения интегральных педерсеновских проводимостей *E*- и F-областей  $\Sigma_P^E$ ,  $\Sigma_P^F$  [224].

$$\gamma = \frac{\sum_{p}^{F}}{\sum_{p}^{F} + \sum_{p}^{E}} \left(\frac{g}{v_{in}} + \frac{E_{0y}}{B}\right) \frac{\partial \ln N_{e}}{\partial z} - v_{R}$$
(2.3)

При условии  $\frac{\sum_{p}^{E}}{\sum_{p}^{P}} <<1$ , означающем малую проводимость Е-слоя ионосферы, выражение (2.3) переходит в соотношение (2.2), а при сравнимых значениях  $\sum_{p}^{E}$  и  $\sum_{p}^{F}$  необходим учет проводимости Е-области. Важным параметром, определяющим величину линейного инкремента НРТ, является напряженность долготной компоненты фонового электрического поля  $E_{0y}$ . От этой компоненты зависит вертикальный дрейф ионосферной плазмы (со скоростью  $\frac{E_{0y}}{B}$ ), который определяет в значительной мере форму высотного профиля электронной концентрации, особенно ниже максимума F-слоя, т.е. в области положительных градиентов. Кроме того, значения долготной компоненты фонового электрического поля непосредственно входят в выражение линейного инкремента НРТ. Таким образом, долготная компонента фонового электрического поля и прямо и косвенно влияет на инкремент HPT. Данные наблюдений за вертикальными дрейфами [137] выявляют специфичные зависимости от цикла солнечной активности и сезонных условий. Отметим наиболее характерные зависимости временных вариаций дрейфов, имеющих важное значение для представленных далее результатов расчета инкремента HPT:

 в период высокой солнечной активности в вариациях вертикального дрейфа имеет место вечерний максимум, наиболее выраженный для летнего сезона (относительно южного полушария),

- в период высокой солнечной активности в неосвещенное время величина направленного вниз дрейфа больше, чем в период низкой активности.

И первая, и вторая особенности (см. ниже) проявляются в высотных профилях электронной концентрации и инкремента НРТ. Для величины линейного инкремента НРТ решающее значение имеет высотный ход электронной концентрации. Неустойчивость развивается только в области положительных градиентов электронной концентрации, находящейся в нижней части *F*-слоя. Достоверность результатов расчетов инкремента НРТ, таким образом, определяется корректностью задания высотных профилей *n*<sub>e</sub>, для которых в

данном исследовании использовалась эмпирическая модель, описанная в [87]. Делалось это по следующим причинам:

- модель [87] реалистично передает высотную структуру экваториальной F-области,

- необходим согласованный учет поведения долготной компоненты электрического поля и высотных профилей электронов.

На рис. 2.2 представлены высотные профили электронной концентрации, рассчитанные на основе моделей [87] для неосвещенных периодов времени в условиях повышенной (F<sub>10.7</sub> = 150) и низкой (F<sub>10.7</sub> = 75) солнечной активности.



Рис. 2.2. Высотные профили логарифма электронной концентрации для различных геофизических условий и моментов времени (цифры у кривых - местное время в часах). Крестики – данные измерений для 18.00 LT 18.02.1969 г. и 18.00 LT 16.08.1967 г, кружки - для 20.30-21.00 LT 18.02.1969 г. и 22.00 LT 17.08.1967 г.

На рис. 2.2 для двух временных периодов (18.02.1969 г.) и (16.08.1967 г.) приведены данные измерений, полученные на установке некогерентного рассеянии в Джикамарке. Несмотря на неполноту доступных данных некогерентного рассеяния, представленные на рис. 2.2 данные наблюдений показывают, что рассчитанные профили передают основные закономерности высотного хода электронной концентрации, следовательно, и высотных градиентов концентрации. В динамике высотных профилей электронной концентрации легко прослеживаются закономерности поведения вертикального дрейфа, особенно в условиях повышенной солнечной активности. Нарастание направленного вверх дрейфа (см. рис. 2.2)

приводит к резкому подъему F-слоя, в результате чего область положительных градиентов охватывает значительно больший диапазон высот, чем ранее. При смене направления дрейфа происходит резкое проседание F-слоя и сужение зоны положительных градиентов. Так как положительные градиенты электронной концентрации в значительной степени определяют величину линейного инкремента неустойчивости Рэлея-Тейлора, естественно, что отмеченные особенности поведения высотных профилей электронной концентрации находят свое отражение в высотных профилях инкремента нарастания HPT γ.

На рис. 2.3 приведены рассчитанные по профилям *n<sub>e</sub>* рис. 2.2 изолинии постоянных значений инкремента НРТ в зависимости от высоты и местного времени.



Рис. 2.3. Изолинии линейного инкремента НРТ для различных геофизических условий:  $1 - \gamma = 10^{-4} \text{ c}^{-1}$ ,  $2 - \gamma = 3 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$ ,  $3 - \gamma = 5 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$ ,  $4 - \gamma = 7 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$ ,  $5 - \gamma = 10^{-3} \text{ c}^{-1}$ ,  $6 - \gamma = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$ ,  $7 - \gamma = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$ ,  $8 - \gamma = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$ . Крестик – положение максимума  $\gamma$  и его значения в единицах  $10^{-3} \text{ c}^{-1}$ 

Внешняя изолиния, проведенная сплошной линией, отвечает значению инкремента нарастания HPT  $\gamma = 10^{-4}$  с<sup>-1</sup> и окантуривает область, внутри которой развитие HPT идет с характерным периодом времени, меньшим 2,8 часа. Анализ изолиний  $\gamma$  на рис. 2.3 показывает, что в поведении  $\gamma$  для условий повышенной и низкой солнечной активности имеется принципиальное различие. Для условий высокой солнечной активности характерны следующие особенности:

- значительно бо́льшая высотная протяженность зоны  $\gamma > 10^{-4} \text{ c}^{-1}$ ,

- в 1,5 и более раз более высокие максимальные значения у,

- меньшая длительность временного интервала, на котором  $\gamma > 10^{\text{-4}} \text{ c}^{\text{-1}}.$ 

Из сопоставления данных рис. 2.3 с данными по дрейфам [137] можно сделать вывод, что отмеченные особенности поведения связаны с различием временных вариаций вертикального дрейфа в условиях повышенной и низкой солнечной активности. Более глубокое изучение данных расчетов позволяет выявить зависимость  $\gamma$  от  $v_{in}$ , и от  $v_R$ , но эти зависимости менее значительны, чем от вертикального дрейфа. Как показывают данные рис. 2.3, внутри заданного цикла активности инкремент нарастания выявляет специфичные сезонные зависимости, также порожденные сезонными различиями вариации вертикального дрейфа. Так, для условий повышенной активности максимальные значения  $\gamma$  отмечаются летом ( $\gamma$ max = 5,3·10<sup>-3</sup> c<sup>-1</sup>, T = 0,05 ч), минимальные значения – зимой ( $\gamma_{max} = 8,4\cdot10^{-4}$  c<sup>-1</sup>, T = 0,33 ч). При низкой активности минимальные значения  $\gamma_{max}$  получены для осеннего периода ( $\gamma_{max} = 2,6\cdot10^{-4}$  c<sup>-1</sup>, T = 1 ч); для других сезонов  $\gamma_{max} = (5,0 \div 8,4)\cdot10^{-4}$  c<sup>-1</sup>, T = 0,5 ÷ 0,3 ч.

При обсуждении результатов расчета линейного инкремента НРТ будем исходить из допущения, что F-рассеяние есть реальное проявление развитой стадии этой неустойчивости. В этом случае наиболее характерные особенности F-рассеяния должны быть объяснены на языке особенностей поведения линейного инкремента НРТ. Речь прежде всего идет о циклических, сезонных и временных закономерностях проявления F-рассеяния. Согласуются ли основные данные наблюдений F-рассеяния с результатами, описанными в предыдущем разделе? Начнем с циклических закономерностей. Многочисленные данные наблюдений [219] показывают, что вероятность появления F-рассеяния повышается с ростом солнечной активности. Данные рис. 2.3 в целом согласуются с этим фактом. И значения инкремента нарастания, и пространственная протяженность по высоте, в которой  $\gamma > 0$ , для высокой активности выше, чем для низкой активности. Таким образом, для этого периода имеются более благоприятные условия развития НРТ. Другой статистической особенностью Fрассеяния является наибольшая вероятность развития для летнего периода [170]. Как отмечалось в предыдущем разделе, для лета инкремент нарастания НРТ имеет и наибольшие значения и наибольшую протяженность по времени. Следовательно, данная статистическая закономерность F-рассеяния может быть объяснена регулярным сезонным ходом инкремента у, а та в свою очередь – циклическими и сезонными особенностями поведения вариаций долготной компоненты напряженности электрического поля или вертикального дрейфа. Таким образом, налицо жесткая и сильная связь в статистических закономерностях Fрассеяния и временных вариациях дрейфа. Результаты расчетов линейного инкремента НРТ показывают также, что с ростом солнечной активности значительно расширяется высотная

зона, в которой возможно появление плазменных «пузырей». Как показывают расчеты по развитию нелинейной стадии НРТ [197], область пониженной электронной концентрации может на 100 км и более лежать выше областей, где  $\gamma > 0$ . В результате этого пузыри могут подниматься выше главного максимума F-области. Так как в годы повышенной активности  $\gamma > 0$  на высотах 500÷550 км, то вполне реален выход Рэлей-Тейлоровских пузырей на высоты 700 ÷ 800. км.

Таким образом, результаты расчетов высотной зависимости инкремента нарастания НРТ согласуются с данными спутниковых наблюдений высотных пузырей [198]. Данные наблюдений на ИСЗ «Хинотори» в 1981-1982 гг. также показывают, что существуют три типа «пузырей», один из которых, названный авторами «множественным», характеризуется наибольшей величиной падения электронной концентрации и наибольшей частотой появления в период 18.00–24.00 LT (максимум вероятности при этом приходится на 20.00 LT). Эти результаты хорошо согласуются с данными численных экспериментов по вычислению инкремента нарастания, представленными на рис. 2.3. Таким образом, можно утверждать, что множественные пузыри, выявленные на ИСЗ «Хинотори», имеют Рэлей-Тейлоровское происхождение.

Ранее отмечалось, что инкремент нарастания НРТ зависит от соотношения педерсеновских проводимостей Е-области и F-области.

На рис. 2.4 приведены временные вариации на высоте максимума интегральной по силовым линиям проводимости F-области, полученные с использованием результатов расчетов пространственного распределения концентрации на модели [87] и дополнительном условии о том, что в нижней ионосфере концентрация стабилизирована на уровне 10<sup>3</sup> см<sup>3</sup>. Там же приведены временные вариации для вечернего периода местного времени интегральной проводимости E-области, рассчитанные на основе модели ионосферы IRI-79.



Рис. 2.4. Временные вариации интегральной педерсеновской проводимости со временем: 1 - лето,  $F_{10.7} = 150$ ; 2 – зима,  $F_{10.7} = 150$ ; 3 – лето,  $F_{10.7} = 75$ ; 4 – зима,  $F_{10.7} = 75$ . Точки – вариации  $\Sigma_P^E$ , рассчитанные по модели IRI-79.

Характерной особенностью расчетных временных вариации для высокой солнечной активности является резкий провал в послезаходный период, наиболее выраженный для летних условий. Причина резкого падения в этот период - вечерний максимум направленного вверх дрейфа, который приводит к подъему слоя и падению n<sub>e</sub> и v<sub>in</sub>. Как показывают данные рис. 2.4, в результате появления провала в интегральной педерсеновской проводимости  $\Sigma_P$ <sup>F</sup> может реализоваться ситуация, когда интегральная проводимость Еобласти  $\Sigma_{P}^{E}$  становится соизмеримой или даже больше  $\Sigma_{P}^{F}$  (для летних условий), т. е. возможны педерсеновская проводимость Е-области становится условия, когда существенным фактором развития HPT. В частности,  $\Sigma_{P}^{E}$  может заметно уменьшить величину инкремента (до двух и даже более раз) в это время. Данные рис. 2.4 показывают, что для условий высокой солнечной активности необходим учет электросвязи между Е- и Fобластями при моделировании динамики Рэлей-Тейлоровских пузырей. В условиях низкой солнечной активности отношение интегральной проводимости Е-области к интегральной проводимости F-области уменьшается, поэтому этой связью, по-видимому, можно пренебречь.

Представленные выше результаты теоретических расчетов линейного инкремента НРТ хорошо согласуются с общими циклическими и сезонными закономерностями появления экваториального F-рассеяния. Это позволяет утверждать, что явление F-рассеяния в экваториальной F-области в дополуночном секторе обусловлено развитием РэлейТейлоровской неустойчивости, одним из проявлений которой являются «множественные пузыри». Результаты работы указывают также на важность зональной компоненты фонового электрического поля, которая в значительной степени определяет характер циклических, сезонных и временных зависимостей инкремента НРТ.

#### 2.2. Крупномасштабные модели термосферно-ионосферных процессов

В этом разделе описана фоновая модель термосферно-иносферных процессов, использующаяся для получения начальных, граничных условий и исследования влияния процессов генерации ионосферных пузырей на ионосферные процессы. При моделировании крупномасштабных процессов для корректного описания параметров ионосферы и термосферы требуется использовать шаровой слой. Для уменьшения вычислительных затрат при численном решении используются квазиравномерные сетки с шагом возрастающим к полюсам.

## 2.2.1. Модель ионосферных процессов

$$\begin{cases} \frac{\partial n_i}{\partial t} + div(n_i \vec{V}_i) = Q_i - L_i \\ m_i \left( \frac{\partial \vec{V}_i}{\partial t} + (\vec{V}_i \nabla) \vec{V} \right) \frac{\partial \vec{V}_j}{\partial t} + (\vec{V}_j \nabla) \vec{V} = e\left(\overline{E} + \overline{V}_i \times \overline{B}\right) - \frac{\nabla p_i}{n_i} - \\ -R_{in} \left(\overline{V}_i - \overline{V}_n\right) - \sum_{j \neq i} R_{ij} \left(\overline{V}_i - \overline{V}_j\right) - k\beta_i \nabla T_i + m_i (\overline{g} - \overline{\Omega} \times (\overline{\Omega} \times \overline{r}) - 2\overline{\Omega} \times \overline{V}_i) \\ -e\left(\overline{E} + \overline{V}_e \times \overline{B}\right) - \frac{\nabla p_e}{n_e} = 0 \end{cases}$$

$$(2.4)$$

Здесь  $n_i$  – концентрации ионов,  $n_e$  – концентрация электронов,  $\vec{V_i}$  – скорость ионов,  $\vec{V_e}$  – скорость электронов, остальные величины будут описаны ниже. Столкновения электронов с ионами и нейтральными частицами здесь не учитываются, поскольку их влияние на крупномасштабные процессы несущественно [91].

Уравнения теплопроводности ионов и электронов имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{3}{2}n_ik\frac{dT_i}{dt} + kT_in_i\nabla\overline{V_i} + \nabla\left(-\chi_i\nabla T_i\right) = P_i^y + J_i \\ \frac{3}{2}n_ek\frac{dT_e}{dt} + kT_en_e\nabla\overline{V_e} + \nabla\left(-\chi_e\nabla T_e\right) = P_e^y + J_e + P_e + P_e^{\phi_3} + P_e^{\kappa_{opn}} \end{cases}$$
(2.5)

Здесь  $T_i$  – температура ионов,  $T_e$  – температура электронов, k – постоянная Больцмана, остальные величины будут описаны ниже. При этом в уравнениях (2.4), (2.5) использовано диффузионное приближение, справедливое в области ионосферных высот при моделировании крупномасштабных процессов [6; 15; 91]:

$$\frac{d\vec{V_i}}{dt} = \frac{\partial \vec{V_i}}{\partial t} + (\vec{V_i}\nabla)\vec{V} = 0$$

В модели крупномасштабных ионосферных процессов использована нумерация частиц, указанная в таблице 2.1.

Таблица 2.1. Соответствие частиц и их обозначений.

Номер частицы і	1	2	3	4	5	6	7
Вид иона n <sub>i</sub>	$O_2^+$	$NO^+$	$N_2^+$	$O^{\scriptscriptstyle +}$	$H^+$		
Вид нейтральной частицы	<i>O</i> <sub>2</sub>	NO	$N_2$	0	Н	Не	Ar

Распределение по высоте концентраций таких составляющих, как  $O^+$ ,  $N_2^+$ ,  $O_2^+$ , образующихся благодаря процессам фотоионизации и фотодиссоциации, зависит от последующих реакций с другими составляющими атмосферы, а также от динамических процессов, приводящих к переносу этих продуктов. При этом скорость образования  $N_2^+$  велика, однако молекулы  $N_2^+$  быстро удаляются из ионосферы в результате диссоциативных, а также других реакций, основные из которых имеют вид:

 $N_2^+ + O \rightarrow NO^+ + N,$   $N_2^+ + O_2 \rightarrow O_2^+ + N_2,$  $N_2^+ + e^- \rightarrow N + N.$ 

Масс-спектрометры, поднятые на ракетах, зафиксировали, что NO<sup>+</sup> и O<sub>2</sub><sup>+</sup> являются основными ионизованными составляющими до высот 160 км; выше этого уровня

преобладают ионы атомарного кислорода O<sup>+</sup>. На рис. 2.5. приведены скорости ионообразования для средних значений солнечной активности по работе [6].



Рис. 2.5. Скорости ионообразования для трех основных составляющих атмосферы, а также общая скорость ионообразования [6].

Опишем теперь величины, входящие в уравнения (2.4), (2.5) и взятые из работ [6; 15; 60], при этом будем использовать обозначения:

$$R_{ij} = \mu_{ij} \widetilde{V}_{ij}$$
 – коэффициенты трения,

$$\mu_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$$
 – приведенные массы.

Здесь  $\tilde{v}_{ij}$  – приведенные частоты столкновений, определяемые из равенства:

$$\mu_{ij}\widetilde{V}_{ij}=m_iV_{ij}$$

Коэффициенты  $\beta$  для ионов O<sup>+</sup> и H<sup>+</sup> определяются из эмпирических соотношений:

$$\beta(O^{+}) \approx -0.91 \cdot 3n_{H^{+}} / (n_{O^{+}} + 3n_{H^{+}})$$
$$\beta(H^{+}) \approx -0.91 \cdot 3n_{O^{+}} / (n_{H^{+}} + 3n_{O^{+}})$$

и на высотах F-области значимы только для ионов H<sup>+</sup>, а для ионов O<sup>+</sup> становятся значимыми только во внешней ионосфере (протоносфере). Коэффициенты продольной теплопроводности задаются формулами [6; 15]:

$$\chi_{i\parallel} = 4.8 \cdot 10^4 \left( \frac{1}{4} n_{O^+} + \frac{1}{2} n_{He^+} + \frac{1}{1} n_{H^+} \right) \frac{T_i^{5/2}}{n_e} \quad \beta B / cM / c / {}^{o}K$$
$$\chi_{e\parallel} = 7.7 \cdot 10^5 T_e^{5/2} / \left( 1 + 3.22 \cdot 10^4 \left( T_e^2 / n_e \right) \sum n_n \sigma_{en} \right) \quad \beta B / cM / c / {}^{o}K$$

Коэффициенты поперечной теплопроводности незначительны во всей рассматриваемой области и в моделях не учитываются. Скорости теплообмена заданы соотношениями:

$$\begin{split} P_i^y &= \sum_n n_i \frac{m_i m_n}{(m_i + m_n)^2} \widetilde{\nu}_{in} \cdot 3k (T_n - T_i) + n_i \frac{m_e}{m_i} \widetilde{\nu}_{ie} \cdot 3k (T_e - T_i), \\ P_e^y &= \sum_n n_e \frac{m_e}{m_n} \widetilde{\nu}_{en} \cdot 3k (T_n - T_e) + \sum_i n_e \frac{m_e}{m_i} \widetilde{\nu}_{ei} \cdot 3k (T_i - T_e), \end{split}$$

Скорости нагрева электронов и ионов вследствие трения с частицами других типов заданы соотношениями:

$$J_{e} = \rho_{e} \Big( \widetilde{\nu}_{en} \big( \overline{V_{n}} - \overline{V_{e}} \big)^{2} + \widetilde{\nu}_{ei} \big( \overline{V_{i}} - \overline{V_{e}} \big)^{2} \Big)$$
$$J_{i} = \sum_{k=n,i} n_{i} \frac{\mu_{ik}^{2}}{m_{i}} \widetilde{\nu}_{ik} \big( \overline{V_{k}} - \overline{V_{i}} \big)^{2} + n_{i} \frac{m_{e}^{2}}{m_{i}} \widetilde{\nu}_{ie} \big( \overline{V_{e}} - \overline{V_{i}} \big)^{2} \Big)$$

Скорость нагрева вследствие процессов ионозации имеет вид:

$$P_e^{\phi_{\mathfrak{I}}} = \varepsilon \sum q_i + P^*$$

где  $\varepsilon = \exp(-6.354 - x(4.193 + x(0.7226 + x(0.04938 + x \cdot 0.001203)))))$  эВ,

здесь  $x = \ln(n_e / (n_{O_2} + n_{N_2} + 0.1n_0)),$ 

$$P^* = a_0 n_e \frac{B}{B_0} \frac{\sin I}{\sin I_0},$$

а величина  $\frac{B}{B_0} \frac{\sin I}{\sin I_0}$  вычисляется по формулам:

$$\frac{B}{B_0} \frac{\sin I}{\sin I_0} = \delta^{\frac{1}{2}} \left(\frac{r_3}{r}\right)^3 \sqrt{\frac{4R_s}{1+4R_s}} ,$$

 $a_0 = \begin{cases} 10^{-3} \exists B/c, \partial ehb \\ 0, & HO4b \end{cases}$  – эмпирический параметр,

где 
$$R_s = \max\left(\frac{r}{r_{200}\sin^2\theta} - 1, 0\right).$$

Коэффициенты уравнений теплопроводности для электронной температуры *T<sub>e</sub>* имеют вид [15; 27]:

$$\widetilde{P}_{en}(O) = n_e n_0 \cdot 3.4 \cdot 10^{-12} \left(1 - 7 \cdot 10^{-5} T_e\right) (T_n - T_e) \quad \Im B \ c M^{-3} c^{-1},$$
  
$$\widetilde{P}_{en}(O) = n_e n_0 \cdot 1.57 \cdot 10^{-12} \exp\left(f \ \frac{T_e - 3000}{3000 T_e}\right) \left(\exp\left(-22713 \frac{T_e - T_n}{T_e T_n}\right) - 1\right),$$

где f=2.4 · 10<sup>4</sup> + (0.3 – 1.947 · 10<sup>-5</sup> ( $T_e$  – 4000))( $T_e$  – 1500);

$$\widetilde{P}_{en}^{vib}(O_2) = n_e n_{O_2} \cdot 7.45 \cdot 10^{-13} \exp\left(f \frac{T_e - 700}{700T_e}\right) \left(\exp\left(-3000 \frac{T_e - T_V(O_2)}{T_e T_V(O_2)}\right) - 1\right),$$

здесь f=3902+438*th*(4.56·10<sup>-4</sup>( $T_e$  - 2400));

$$\widetilde{P}_{en}^{vib}(N_2) = n_e n_{N_2} \cdot 2.99 \cdot 10^{-12} \exp(f/2000 - f/T_e) (\exp(g/T_e - g/T_V(N_2)) - 1),$$

где f=10600 + 7510*th*(0.0011( $T_e$  - 1800));

$$g = 3300 + (T_e - 1000)(1.233 - 2.056 \cdot 10^{-4}(T_e - 4000)),$$
$$P_{en}^{rot}(O_2) + P_{en}^{rot}(N_2) = n_e (7.0n_{O_2} + 2.8n_{N_2})10^{-14}\sqrt{T_e}(T_n - T_e)$$
$$\widetilde{P}_{ei} = -n_e k T_e \sum \alpha_i n_i, \text{ где } \alpha_i - \text{скорость } M_i^+ + e^- \to M_i.$$

Нагрев высыпаниями частиц описывается эмпирическими формулами:

$$P_e = \varepsilon q,$$

$$\varepsilon = 0.16 \left( 1 + \ln \frac{n_e}{\sum n_n} \right) \Rightarrow B.$$

Ионизация высыпаниями электронов на высоких широтах задаются совокупностью формул:

$$\widetilde{q}(E,R) = AE^{-0.854}R \exp(-B_1(E)(\rho H)^3),$$

$$R = n(N_2) + \frac{\sigma_e(O_2)}{\sigma_e(N_2)}n(O_2) + \frac{\sigma_e(O)}{\sigma_e(N_2)}n(O) \approx n(N_2) + n(O_2) + 0.8n(O),$$

$$\rho H = \frac{kTn}{g} = \frac{p_n}{g};$$

$$B_1(E) = 10^{30} \left(E^{-4.62} + 7.5 \cdot 10^5 E^{-6.555}\right);$$

$$A = 1.277 \cdot 10^{-13}.$$

Ионизация высыпаниями протонов в высоких широтах (с энергиями 0.2 ÷ 60 кэВ) задается по формулам:

$$q = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \frac{E\rho_R(E)}{\overline{E}R(E)} \lambda\left(\frac{z}{R}\right) \frac{n(M)_z}{n(M)_R} f_i \Phi(E) dE,$$

здесь  $f_i$  определяются таблично,

$$R(E) = \int_{h_p(E)}^{\infty} \rho(h) dh,$$
$$\rho_R = \rho(h_p),$$
$$\overline{E} = 369B,$$
$$z = \int_{h}^{\infty} \rho(h) dh,$$

$$n(M) = n(N_2) + n(O_2) + 0.8n(O).$$

Для пересчёта вариаций  $R_{21}$  по вариациям  $A_E$  индекса  $A_E(t)$  применена следующая схема:

$$R_{12} = \frac{I_2(t)}{I_1(t)}$$

$$I_1(t) = A_E(t) - I_2(t)$$

$$I_2(t) = I_1(0)h(t) + \int_0^t I_1'(\tau)h(t-\tau)d\tau,$$

где  $h(t) = \frac{1}{2} \left( 1 - e^{-t/\tau_0} \right)$ ,  $\tau_0 = 10'$  в ночное время и  $\tau_0 = 60'$  в дневное время.

Решив интегральное уравнение получаем:

$$I_{2}(t) = \frac{1}{3}e^{-\frac{3t}{2\tau_{0}}}A_{E}(0) + \frac{e^{-\frac{3t}{2\tau_{0}}}}{2\tau_{0}}\int_{0}^{t}A_{E}(\tau)e^{\frac{3\tau}{2\tau_{0}}}d\tau$$

Численная схема решения имеет вид:

$$A_{E}(t_{k}) = A_{Ek}$$

$$I_{2}(t_{k}) = \frac{1}{3}A_{E}(t_{1})e^{-\frac{3(t_{k}-t_{1})}{2\tau_{0}}} + \frac{1}{2\tau_{0}}e^{-\frac{3(t_{k}-t_{1})}{2\tau_{0}}}\int_{t_{1}}^{t_{k}}A_{E}(\tau)e^{\frac{3(\tau-t_{1})}{2\tau_{0}}}d\tau$$

$$I_{1}(t_{k}) = A_{E}(t_{k}) - I_{2}(t_{k})$$

Пусть  $e_k = e^{\frac{3(t_k - t_1)}{2\tau_0}}$ , тогда

$$I_{2}(t_{k}) = \frac{1}{3}A_{E_{1}}e_{k}^{-1} + e_{k}^{-1}\sum_{i=2}^{k}\frac{t_{i}-t_{i-1}}{2\tau_{0}}\frac{A_{E_{i-1}}e_{i-1}+A_{E_{i}}e_{i}}{2}$$

Получаем  $A_E = I = I_1 + I_2 = I_1(1 + R_{12})$ , заметим, что  $R_{12} = \frac{1}{2}$  в спокойных условиях.

Модель проводимости в Е-области и F-области имеет вид [26]:

$$A = \left(v_{en} + v_{ei}\right)^{2} + \omega^{2} \left(1 + 2\frac{mv_{ei}}{Mv_{in}} + \frac{\Omega^{2}}{v_{in}^{2}}\right),$$
(2.7)

$$\sigma_p = \frac{e^2 n_e}{mA} \left( v_{en} + v_{ei} + \frac{\Omega \omega}{v_{in}} \right), \tag{2.8}$$

$$\sigma_h = \frac{e^2 n_e}{mA} \,\omega\,,\tag{2.9}$$

$$\sigma_{\parallel} = \frac{e^2 n_e}{m(\nu_{en} + \nu_{ei})}.$$
(2.10)

Здесь  $\omega$  гирочастота электронов,  $\Omega$  – гирочастота ионов, для них справедливы соотношения:

$$\omega = \omega_{eo} \left(\frac{r_3}{r}\right)^3 \delta^{\frac{1}{2}},$$
  
$$\Omega = \Omega_{H_0} \left(\frac{r_3}{r}\right)^3 \delta^{\frac{1}{2}} \frac{n_{O_2} + n_{N_2} + n_0 + n_H}{32n_{O_2} + 28n_{N_2} + 16n_0 + n_H},$$

где  $\omega_{eo}$  и  $\Omega_{H_0}$  гирочастоты электронов и ионов H<sup>+</sup>, отнесенные к экватору и радиальному расстоянию от центра Земли  $r_3$ . В дипольной системе координат в диффузионном приближении поперечные скорости переноса ионов могут быть выражены из уравнений (2.4) и имеют вид:

$$\begin{cases} V_{i\alpha} = \frac{E_{\lambda}}{B} + \xi_i \left(\frac{E_{\alpha}}{B} + V_{n\lambda}\right) \\ V_{i\lambda} = -\frac{E_{\alpha}}{B} + \xi_i \left(\frac{E_{\lambda}}{B} - V_{n\alpha}\right) \end{cases}$$
(2.11)

В этих выражениях:

$$\begin{cases} \frac{E_{\lambda}}{B} = -\frac{h_{\beta}}{B_0 h_{\beta_0} h_{\lambda}} \frac{\partial U}{\partial \lambda} \\ \frac{E_{\alpha}}{B} = -\frac{h_{\beta}}{B_0 h_{\beta_0} h_{\alpha}} \frac{\partial U}{\partial \alpha} \end{cases}$$
(2.12)

а  $\xi_i = \frac{R_{in}}{eB}$  – величина обратная коэффициенту замагниченности,

U – потенциал электрического поля,

*B* – индукция магнитного поля Земли, 
$$B = B_0 \delta^{\frac{1}{2}} \left(\frac{r_3}{r}\right)^3$$
,

 $B_0$  – индукция магнитного поля Земли на экваторе при радиальном расстоянии от центра Земли равном  $r_3$ .

Далее в этом параграфе при вычислении продольных величин в этом пункте будем придерживаться следующих обозначений:  $V_i, V_n, F_i$  будут обозначать продольные координаты соответствующих величин, а знак  $\nabla_{\parallel}$  будет обозначать продольную компоненту оператора градиента в дипольной системе координат. Тогда в дипольной системе координат продольные скорости переноса в диффузионном приближении вычисляются из системы уравнений:

$$-R_{in}(V_i - V_n) - \sum_{j \neq i} R_{ij}(V_i - V_j) = \frac{\nabla_{\parallel} P_i}{n_i} + \frac{\nabla_{\parallel} P_e}{n_e} + k\beta_i \nabla_{\parallel} T_i - kF_i, \qquad (2.13)$$

где индекс і принимает множество значений, соответствующих использованным сортам ионов. Если принять приближение  $V_i - V_n \approx 0$ , справедливое в низкоширотной ионосфере вследствие эффективного столкновительного взаимодействия ионов и нейтральных частиц [91], последовательно получаем:

$$T_i \frac{\nabla_{\parallel} n_i}{n_i} + T_e \frac{\nabla_{\parallel} n_e}{n_e} = F_i - \nabla_{\parallel} T_i - \nabla_{\parallel} T_e - \beta_i \nabla_{\parallel} T_i,$$

обозначив  $\widetilde{F} = F_i - \nabla_{\parallel} T_i - \nabla_{\parallel} T_e - \beta_i \nabla_{\parallel} T_i$ , получаем далее:

$$\begin{split} \nabla_{\parallel} T_{e} + T_{e} \frac{\nabla_{\parallel} n_{e}}{n_{e}} &= \frac{T_{e}}{T_{i} + T_{e}} \frac{1}{n_{e}} \sum_{j} n_{j} \widetilde{F}_{j} + \nabla_{\parallel} T_{e} \,, \\ \\ \frac{\nabla_{\parallel} P_{e}}{n_{e}} &= \frac{T_{e}}{T_{i} + T_{e}} \frac{1}{n_{e}} \sum_{j} n_{j} F_{j} + \frac{T_{i} \nabla_{\parallel} T_{e} - T_{e} \nabla_{\parallel} T_{i}}{T_{i} + T_{e}} - \frac{T_{e} \nabla_{\parallel} T_{i}}{(T_{i} + T_{e}) n_{e}} \sum_{j} \beta_{j} n_{j}, \\ P_{e} &= n_{e} T_{e} \,, \\ \\ T_{i} \frac{\nabla_{\parallel} n_{i}}{n_{i}} &= F_{i} - \frac{T_{e}}{T_{i} + T_{e}} \frac{1}{n_{e}} \sum_{j} n_{j} F_{j} - \frac{T_{i}}{T_{i} + T_{e}} \nabla_{\parallel} (T_{i} + T_{e}) + \left( \frac{T_{e}}{T_{i} + T_{e}} \frac{1}{n_{e}} \sum_{j} \beta_{j} n_{j} - \beta_{i} \right) \nabla_{\parallel} T_{i} \,. \end{split}$$

В эти выкладках суммирование выполняется по всем ионом. Для получения выражения продольных скоростей для много-ионной (конкретно пяти-ионной) модели используем матричную запись, в которой использованы следующие обозначения:

$$M = \begin{pmatrix} R_1 + R_{12} + \dots + R_{15} & -R_{12} & \dots & -R_{15} \\ -R_{21} & R_2 + R_{21} + \dots + R_{25} & \dots & -R_{25} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$
$$\frac{\nabla_{\parallel} p}{p} = \begin{pmatrix} \nabla_{\parallel} p_1 / p_1 \\ \nabla_{\parallel} p_2 / p_2 \\ \dots \end{pmatrix},$$
$$F = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \dots \end{pmatrix}.$$

Тогда можно записать:

$$V - V_n = kM^{-1} \left( F - \beta \nabla_{\parallel} T_i - \nabla_{\parallel} (T_i + T_e) - T_i \frac{\nabla_{\parallel} n}{n} - T_e \frac{\nabla_{\parallel} n_e}{n_e} \right).$$

Пусть обозначено  $D = kM^{-1}$ , тогда в покомпонентной записи:

$$V_{j}-V_{n}=\sum_{m}D_{jm}\left(F_{m}-\beta_{m}\nabla_{\parallel}T_{i}-\nabla_{\parallel}\left(T_{i}+T_{e}\right)-T_{i}\frac{\nabla_{\parallel}n_{m}}{n_{m}}-T_{e}\frac{\nabla_{\parallel}n_{e}}{n_{e}}\right),$$
$$n_e(V_e - V_n) = \sum_j n_j (V_j - V_n) =$$

$$= \sum_{j,m} D_{jm} F_m n_j - \nabla_{\parallel} T_i \sum_{j,m} D_{jm} \beta_m n_j - \nabla_{\parallel} (T_i + T_e) \sum_{j,m} D_{jm} n_j - T_e \frac{\nabla_{\parallel} n_e}{n_e} \sum_{j,m} D_{jm} n_j - T_i \sum_{j,m} D_{jm} \frac{\nabla_{\parallel} n_m}{n_m} n_j$$

Обозначим 
$$\sum_{j} n_{j} (V_{j} - V_{n}) = -D_{e} \nabla_{\parallel} n_{e} - W_{e} n_{e}$$
.

Тогда 
$$D_e \approx \frac{T_i + T_e}{n_e} \sum_{j,m} D_{jm} n_j$$
,

$$W_e \approx \sum_{j,m} D_{jm} (n_j \nabla_{\parallel} T_e + n_j (1 + \beta_m) \nabla_{\parallel} T_i - F_m n_j)$$

Так как  $\frac{\omega_i}{|\vec{\Omega}|} << 1$  ( $\approx 10^{-6}$ ), то членом  $\vec{\Omega} \times \vec{V_i}$ , связанным с эффектами сил кориолиса, можно пренебречь. А при условии  $|R_{ij}| << R_i$  справедливом для высот максимума F-слоя, пренебрегая слагаемыми вида  $\left(\frac{R_{ij}}{R_i}\right)^2$  получаем:

$$M^{-1} \approx \begin{pmatrix} (R_1 + R_{12} + \dots + R_{15})^{-1} & \frac{R_{12}}{R_1 R_2} & \dots & \frac{R_{15}}{R_1 R_5} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{R_{51}}{R_5 R_1} & \frac{R_{52}}{R_5 R_2} & \dots & (R_5 + R_{51} + \dots + R_{54})^{-1} \end{pmatrix}$$

И, наконец, следующее приближение, справедливое в нижней части ионосферы для высот Еобласти, приводит к диагональной матрице:

$$M^{-1} \approx \begin{pmatrix} (R_1 + R_{12} + \dots + R_{15})^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & & \dots & \dots & \dots \\ 0 & & 0 & \dots & (R_5 + R_{51} + \dots + R_{54})^{-1} \end{pmatrix}$$

При указанных приближениях:

$$W_e D_e^{-1} \approx \frac{1}{T_i + T_e} \left( \nabla_{\parallel} T_e + (1 + \beta) \nabla_{\parallel} T_i - \frac{m}{k} \left( \vec{g} - \vec{\Omega} \times \left( \vec{\Omega} \times \vec{r} \right) \right) \right)$$

и:

$$n_e (V - V_n) = -D_e \left( \nabla n_e + n_e \left( \frac{\nabla T_e}{T_i + T_e} + \frac{(1 + \beta)\nabla T_i}{T_i + T_e} - \frac{m}{k(T_i + T_e)} \left( \vec{g} - \vec{\Omega} \times \left( \vec{\Omega} \times \vec{r} \right) \right) \right) \right)$$
(2.14)

Поперечный перенос для величин  $n_i, T_i, T_e$ , записанный в геомагнитной системе координат с учетом большой замагниченности, а следовательно малости коэффициентов  $\xi_i$  имеет вид:

$$\vec{V}_{\perp} = \begin{pmatrix} V_z \\ V_{\theta} \\ V_{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} sE_{\lambda}B^{-1} \\ -cE_{\lambda}B^{-1} \\ -E_{\alpha}B^{-1} \end{pmatrix}$$
(2.15)

Рассмотрим построение численного метода интегрирования полученных выше уравнений непрерывности ионов на основе факторизации дифференциального оператора этих уравнений. Полученные выше уравнения диффузии ионов после очевидных переобозначений можно записать в следующей форме [54]:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + div_{\parallel}(-D_i \nabla_{\parallel} n_i + n_i V_{\parallel i}) + \vec{V}_{\perp i} \nabla_{\perp} n_i = q_i - L_i n_i , \qquad (2.15)$$

где  $n_i$  – концентрация ионов сорта i,

- $q_i$  источники ионов сорта i,
- $L_i$  скорость потерь ионов сорта i,
- *D<sub>i</sub>* коэффициентя диффузии ионов сорта *i*,
- $V_{\parallel i}$  скорость продольного переноса,
- $\vec{V}_{\!\perp i}$  скорость поперечного переноса.

Аналогичный вид имеют уравнения теплопроводности.

Для крупномасштабной модели в виде сферического слоя удобно решать уравнения непрерывности таких моделей конечно-разностным методом на прямоугольных сетках в сферической системе координат. После аппроксимации временной производной и членов поперечного переноса уравнений (2.15) по схеме первого порядка точности по времени получим для *n<sub>i</sub>* уравнения вида:

$$\frac{n_i - \widetilde{n}_i}{\tau} + div_{\parallel}(-D_i \nabla_{\parallel} n_i + n_i V_{\parallel i}) = q_i^* - L_i n_i, \qquad (2.16)$$

где  $\tilde{n}_i$  – значение  $n_i$  на предыдущем временном слое. Таким образом, для, величин  $n_i$  получаем уравнения с вырожденным эллиптическим оператором, приводящие при записи в сферической системе координат к получению слагаемых со смешанными производными. Разностная аппроксимация таких уравнений приводит к разностным схемам для которых не выполнено условие монотонности даже при аппроксимации в терминах потоков. Для решения этой проблемы в работе применена следующая методика [54]. Записав уравнение (2.16) в дипольной системе координат, после переобозначений получим уравнение типа:

$$\frac{\partial}{\partial\beta}(-A\frac{\partial}{\partial\beta}n_i + Bn_i) + Cn_i = Q,$$

$$A > 0, \quad C \ge 0, \quad Q \ge 0$$
(2.17)

Здесь *A*, *B*, *C*, *Q* – коэффициенты, выражающиеся очевидным образом через коэффициенты исходного уравнения, а дифференцирование проводится только по продольной координате  $\beta$ . Для решения таких уравнений предлагается факторизовать дифференциальный оператор (дифференциальная прогонка, прямой ход), затем факторизованную запись преобразовать в сферическую систему координат и решать факторизованные уравнения в так полученной системе уравнений первого порядка по схеме бегущего счёта (обратный ход дифференциальной прогонки). После факторизации уравнения (2.17) получаем следующую систему уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial\beta}e + \frac{e^2 + Be}{A} = C\\ \frac{\partial}{\partial\beta}f + \frac{e}{A}f = Q\\ -A\frac{\partial}{\partial\beta}n_i + (B+e)n_i = f \end{cases}$$
(2.18)

В этой системе дифференциальных уравнений величины e и f являются вспомогательными функциями (аналоги прогоночных коэффициентов в дискретной прогонке). Первое и второе уравнения системы (2.18) интегрируются в направлении возрастания  $\beta$ , а третье

интегрируется в направлении убывания  $\beta$ . Систему (2.18) можно решать на прямоугольной сетке исходной сферической системы координат, используя соответствующие разностные аппроксимации и схемы бегущего счёта в плоскости магнитных силовых линий. Пусть здесь  $(r, \theta, \phi)$  – сферическая геомагнитная система координат а  $(\alpha, \beta, \phi)$  – дипольная система координат и пусть для формул перехода справедливо соотношение:

$$\frac{D(r,\theta)}{D(\alpha,\beta)} = \begin{pmatrix} \mu & \nu \\ -\nu & \mu \end{pmatrix}$$

Тогда выполнено равенство  $\frac{\partial}{\partial \beta} = v \frac{\partial}{\partial r} + \mu \frac{\partial}{\partial \theta}$ , поэтому производные  $\frac{\partial e}{\partial r}$  и  $\frac{\partial f}{\partial r}$ аппроксимируются разностями назад при v>0 и разностями вперёд при v<0, а производная  $\frac{\partial u}{\partial r}$  – разностями в обратном направлении. Аналогичные аппроксимации применяются и для производных по переменной  $\theta$ . Тогда суммарная погрешность аппроксимации имеет вид:

$$\delta f + \frac{\partial}{\partial \beta} (A \, \delta u) - u \, \delta e - e \, \delta u$$

где  $\delta f, \delta u, \delta e$  – погрешности аппроксимаций в уравнениях для неизвестных *f, u и e* соответственно. В зависимости от аппроксимации недифференциальных членов системы (2.18) получается семейство разностных схем с разными величинами суммарной погрешности аппроксимации. Параметры семейства подбирались для получения нужного свойства разностной схемы, в частности в описанных в диссертации результатах для получения аппроксимации второго порядка точности по пространственным переменным. В ионосферных моделях для дополнительного уменьшения погрешностей аппроксимации область интегрирования делится пополам экваториальной плоскостью и применяется встречная дифференциальная прогонка с условиями гладкости решения на границе деления [54]. Описанная схема второго порядка точности реализована в рамках численной модели курпномасштабных процессов ионосферы в виде сферического слоя. Метод верификации численных методов, имеющий название «метод фиктивных источников» предложен для ионосферных задач в работе [87], отдельные численные методы рассмотрены в [223].

#### 2.2.2. Модель термосферных процессов

Исходные уравнения термосферных процессов в соответствии с уравнениями (1.3–1.5, 1.9–1.14) состоят из уравнений непрерывности, уравнений движения и уравнений теплопроводности нейтральных частиц и имеют вид [48; 55]:

$$\begin{cases} \frac{\partial n_n}{\partial t} + div(n_n \vec{V}_n) = Q_n - L_n \\ n_n m_n \left( \frac{d\vec{V}_n}{dt} + \vec{\Omega} \times \left( \vec{\Omega} \times \vec{r} \right) + 2\vec{\Omega} \times \vec{V}_n \right) = -\nabla(kT_n n_n) + n_n m_n \vec{g} + \vec{R}_n^e + \vec{R}_n^i - n_n k\beta_n \nabla T_n - \nabla \widehat{\Pi}^n \quad (2.19) \\ \frac{i_n}{2} n_n k \frac{dT_n}{dt} + kn_n T_n \nabla \vec{V}_n + \left( \Pi_{jk}^n \frac{\partial V_{nj}}{\partial x_k} \right) + \nabla \vec{q}_n = P_n^{ynp} + J_n + \widetilde{P}_n - L_n \end{cases}$$

Здесь *n<sub>n</sub>* – концентрация нейтральных частиц,

 $\vec{V_n}$  – вектор скорости нейтральных частиц,

*Т*<sub>*n*</sub> температура нейтральных части,

$$-\nabla \widehat{\Pi}_{n} = \eta_{n} \bigg( \nabla^{2} \vec{V_{n}} + \frac{1}{3} \nabla \bigg( \nabla \vec{V_{n}} \bigg) \bigg),$$
$$-\Pi_{jk}^{n} = \eta_{n} \bigg( \frac{\partial V_{nj}}{\partial x_{k}} + \frac{\partial V_{nk}}{\partial x_{j}} - \frac{2}{3} \delta_{jk} \nabla \vec{V_{n}} \bigg),$$

поэтому:

$$-\prod_{jk}^{n} \frac{\partial V_{nj}}{\partial x_{k}} = \eta_{n} \bigg( \frac{4}{3} \big( \nabla \vec{V}_{n} \big)^{2} - \big( \nabla \times \vec{V}_{n} \big)^{2} \bigg).$$

При этом использованы эмпирические формулы [6; 15]:

$$ec{q}_n = -\chi_n 
abla T_n$$
  
 $\eta_n = a_n T_n^{0,69}$ ,  
 $\chi_n = b_n T_n^{0,69}$ 

 $\beta_n$  – коэффициент термодиффузии,

$$\vec{R}_n^i = -\sum_i n_n \mu_{ni} \widetilde{v}_{ni} \left( \vec{V}_n - \vec{V}_i \right) -$$
 силы трения между ионами и нейтралами,

 $\mu_{ni} = \frac{m_n m_i}{m_n + m_i}$  – приведенные массы.

Силы трения с ионами и электронами можно записать в виде, использующем локальные проводимости:

$$\vec{R}_n^i + \vec{R}_n^e \approx \sigma_p \left( \vec{E} + \vec{V}_n \times \vec{B} \right) \times \vec{B} + \sigma_h \left( \vec{E} + \vec{V}_n \times \vec{B} \right) B = \vec{j} \times \vec{B},$$
$$\vec{j} = \sigma_p \left( \vec{E} + \vec{V}_n \times \vec{B} \right) + \sigma_h \left( (\vec{B} \cdot B^{-1}) \times \left( \vec{E} + \vec{V}_n \times \vec{B} \right) \right).$$

Обозначим:

$$\widetilde{V}_{ab} = V_{ab}(m_a + m_b)/m_b,$$

Тогда справедливы соотношения:

$$\widetilde{v}_{ab}/n_b = \widetilde{v}_{ba}/n_a \; ,$$
  
 $\mu_{ab}\widetilde{v}_{ab} = m_a v_{ab} \; .$ 

На высотах Е-области ионосферы при моделировании динамических термосферных процессов важен учет турбулентности [15], при этом следует учитывать только вертикальную составляющую. Турбулентность в модели может быть описана слагаемыми, которые должны быть добавлены в уравнения непрерывности, движения и теплопроводности [6; 15]. В уравнения непрерывности для учета турбулентности добавлено слагаемое, описывающее турбулентную диффузию с коэффициентом диффузии *K<sub>z</sub>*:

$$\nabla_z \left( -K_z \frac{n^2}{n_n} \nabla_z \frac{n_n}{n} \right)$$
(2.20)

В уравнении теплопроводности добавлено слагаемое, связанное с турбулентным переносом:

$$q_{Tz} = -\frac{i_n + 2}{2} k n_n K_z \left( \frac{\partial T_n}{\partial z} + \frac{2m_n g}{k(i_n + 2)} \right)$$
(2.21)

и турбулентным нагревом:

$$P_{z} = n_{n}m_{n} \cdot 3K_{z} \left(\frac{\partial \vec{V}_{zop}}{\partial z}\right)^{2}.$$
(2.22)

При этом для коэффициента турбулентной диффузии в формулах (2.20) – (2.21) использованы эмпирические зависимости, трехпараметрическая:

$$K_{z}(z) = K_{m} \exp\left(-s_{1}(z-z_{m})^{2}\right), \quad z \ge z_{m},$$

и более точная пятипараметрическая:

$$K_{z}(z) = (K_{m} - K_{0})exp(-s_{2}(z - z_{m})^{2}) + K_{0}exp(s_{3}(z - z_{m})), \quad z < z_{m}.$$

Здесь приняты следующие экспериментальные значения для параметров этих зависимостей:

$$z_{m} \approx 105 \,\kappa M$$

$$K_{m} \approx 10^{-3} \,\frac{\kappa M^{2}}{c}$$

$$K_{0} = 2 \cdot 10^{-4} \,\frac{\kappa M^{2}}{c}$$

$$s_{1} = s_{2} = 0.05 \,\kappa M^{-2}$$

$$s_{3} = 0.07 \,\kappa M^{-1}$$

Коэффициенты нагрева описываются так [88; 90]:

$$\begin{split} P_n^{ynp} &= \sum_i n_n \frac{m_n m_i}{\left(m_n + m_i\right)^2} \widetilde{\nu}_{ni} \cdot 3k \left(T_i - T_n\right), \\ \widetilde{P}_n &= \varepsilon^i \sum q_i + \varepsilon^g \sum q_g + n_e \sum \alpha_i n_i Q_i \,, \\ J_n &= \vec{j} \vec{E} = \sigma_p \left(E_\lambda^{|2} + E_\alpha^{|2}\right), \end{split}$$

где:  $\vec{E}^{|} = \vec{E} + \vec{V_n} \times \vec{B}$ .

Для слагаемого  $J_n$  может быть использовано следующее приближение:

$$J_n \approx \rho_n \left( \left( \frac{m_i}{m_i + m_n} \right)^2 \widetilde{v}_{ni} \left( \vec{V}_i - \vec{V}_n \right)^2 + \left( \frac{m_e}{m_n} \right)^2 \widetilde{v}_{ne} \left( \vec{V}_e - \vec{V}_n \right)^2 \right),$$

При этом справедливо приближенное равенство  $m_i J_i \approx m_n J_n$ . Коэффициенты  $Q_i$  для основных составляющих заданы таблицей 2.2.

Таблица 2.2. Коэффициенты  $Q_i$ .

n <sub>i</sub>	$O_2^+$	$NO^+$	$N_2^+$
<i>Q</i> <sub>i</sub> , эВ	3,69	1,31	3,14
$Q_i / (1.5k), K$	28500	10100	24300

Скорость охлаждения имеет вид:

$$L_n = L(O) + L(NO),$$

где 
$$L(NO) = 1.34 \cdot 10^{-23} e^{-5400/T_n} n(O) n(NO) \operatorname{spc}/cm^3/c$$
,

$$L(O) \approx \frac{1.67 \cdot 10^{-18} n(O)}{1.8 (1 + x + 1.89 x^2 + 0.71 x^3)} \frac{3pz}{c m^3 \cdot c},$$

а через х здесь обозначена величина  $x = 116T_n^{-1}$ . При этом для концентрации молекул NO может использоваться приближение [145; 146]:

$$n(NO) \approx 0.4e^{-3700/T_n} n(O_2) + 5 \cdot 10^{-7} n(O).$$

Нижние граничные условия для концентраций нейтральных частиц могут быть заданы таблицей 2.3 [145; 146].

# Таблица 2.3. Характерные значения концентрации нейтральных частиц на высотах 120 км и 500 км

Высота задания	120 км				500 км
Наименование частиц	<b>O</b> <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	0	He	Н
Концентрация частиц	$7.5 \cdot 10^{10}$	$4 \cdot 10^{11}$	$7.6 \cdot 10^{10}$	$3.4 \cdot 10^7$	$1.5 \cdot 10^7 \exp(-(T-700)/178)$
(cm <sup>-3</sup> )					

В большинстве случаев при моделировании крупномасштабных процессов в низкоширотной ионосфере допустимо использование приближений для вертикальной скорости нейтральной составляющей. Упрощенный учет вертикальной скорости нейтральных частиц выполнен по следующим приближениям. Первый вариант приближения учитывает распределение температуры по высоте:

$$V_z = T \int_{z_o}^{z} \frac{1}{T^2} \frac{\partial T}{\partial z} dz$$
(2.23)

Второй вариант приближения учитывает временные зависимости температуры:

$$V_z = -T \int_{z_0}^{z} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{T}\right) dz$$
(2.24)

Область решения задана в виде шарового слоя и в координатах (z, θ, λ) задана так:

$$90\kappa M \le z \le 6000\kappa M,$$
$$0 \le \theta \le 180^{\circ},$$
$$0 \le \lambda \le 360^{\circ}.$$

Граничные условия внизу задаются с использованием гармоник, при этом величины T,  $\rho$ ,  $\vec{V_{\Gamma}}$  заданы в виде суммы мод (2,2)+(2,4) [98], а вертикальная компонента скорости нейтралов  $V_z$  на нижней границе выражается в виде разложения по сферических гармоникам с использованием шести первых гармоник:

$$V_{z_{o}} = P_{00}f_{00} + P_{10}f_{10} + P_{20}f_{20} + P_{11}f_{11} + P_{21}f_{21} + P_{22}f_{22},$$

где  $P_{im}$  – амплитуды, при этом справедливо равенство:

$$V_z^2 = P_{00}^2 + P_{10}^2 + P_{20}^2 + P_{11}^2 + P_{21}^2 + P_{22}^2$$

В силу нормированности используемых сферических гармоник, они имеют вид:

$$f_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}; \quad f_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta; \quad f_{20} = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3\cos^2\theta - 1);$$

$$f_{11} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \sin \theta \cos(\lambda - \lambda_{11}); \quad f_{21} = \sqrt{\frac{15}{4\pi}} \sin \theta \cos \theta \cos(\lambda - \lambda_{21}); .$$
$$f_{22} = \sqrt{\frac{15}{16\pi}} \sin^2 \theta \cos 2(\lambda - \lambda_{22}).$$

Для долготной координаты λ справедливы соотношения, полученные из условий взаимосвязи координаты, местного и мирового времени:

$$\lambda \rightarrow \lambda - \lambda_t, \quad \lambda_t = 2\pi \frac{t}{t_{cym}}$$

Граничные условия вверху задаются так:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = -\frac{\rho}{h_{\rho}}$$

$$\frac{\partial \vec{V}_{zopusohma, bhoe}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} = 0$$

То есть градиенты температуры и горизонтальной составляющей скорости считаются нулевыми, градиент плотности определяется масштабом высот, вертикальная компонента скорости линейна по переменной z.

Описанная система уравнений решалась на разнесенных разностных сетках, структура которых вблизи северного полюса показана на рис. 2.6.



Рис. 2.6. Структура разностной сетки вблизи северного полюса.

Координаты (z,  $\theta$ ,  $\lambda$ ) – геомагнитные сферические, разностная сетка построена таким образом, что для компоненты V<sub> $\theta$ </sub> сетка имеет по координате  $\theta$  на одну точку больше, при этом по координате  $\lambda$  сетка равномерная и имеет чётное число узлов.

В модели численно решается усредненная система уравнений, полученная суммированием уравнений для отдельных нейтральных частиц. Общий вид уравнений (2.5) после суммирования имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div \left( \rho \, \vec{V} \right) = 0 \tag{2.25}$$

$$\rho\left(d\vec{V}/dt + \vec{\Omega} \times \left(\vec{\Omega} \times \vec{r}\right) + 2\vec{\Omega} \times \vec{V}\right) =$$

$$= -\nabla(kTn) + \rho \vec{g} - k\beta n \nabla T + \eta \left(\nabla^{2} \vec{V} + 1/3 \nabla \left(\nabla \vec{V}\right)\right) +$$

$$+ \sigma_{p} \left(\vec{E} \times \vec{B} + \vec{B} \left(\vec{V} \cdot \vec{B}\right) - \vec{V} B^{2}\right) + \sigma_{h} \left(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}\right) B$$
(2.26)

$$i/2 \cdot nk(dT/dt) + knT\nabla \vec{V} - \eta \left( \frac{4}{3} \cdot \left( \nabla \vec{V} \right)^2 - \left( \nabla \times \vec{V} \right)^2 \right) - \nabla \left( \chi \nabla T \right) =$$

$$= A(T_i - T) + \sigma_p \left( \vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} \right)^2 + \varepsilon^i q_i + \varepsilon^g q_g + n_e \sum \alpha_i n_i Q_i - L(O) - L(NO)$$
(2.27)

Здесь  $\rho$  – плотность,  $\vec{V}$  – среднемассовая скорость,  $i = \frac{\sum i_n n_n m_n}{\sum n_n m_n}$  – усредненное число

степеней свободы.

Разделив уравнение (2.26) на *р*, уравнение (2.27) на *nk* и переобозначив коэффициенты, получим запись уравнений (2.25) - (2.27) виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \left( \rho \, \vec{V} \right) = 0 \\ \frac{d\vec{V}}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla \left( kTn \right) + \beta \, \frac{kn}{\rho} \nabla T = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial z^2} - \hat{R} \vec{V} + \vec{F} , \\ \frac{i}{2} \frac{dT}{dt} + T \nabla \vec{V} = \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi \, \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q - fT \end{cases}$$
(2.28)

Уравнения (2.28) решаем методом расщепления по пространственным и физическим компонентам. В исследовании сравнивались два способа расщепления.

Первый способ расщепления выполнен по физическим процессам. Первый шаг расщепления по этому способу – «горизонтальная волна»:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \vec{V} = 0\\ \frac{d\vec{V}}{dt} + \frac{k}{m\rho} \nabla (\rho T) + \beta \frac{kn}{\rho} \nabla T = \frac{kT}{m^2} \nabla m\\ \frac{i}{2} \frac{\partial T}{\partial t} + T \nabla \vec{V} = 0 \end{cases}$$
(2.29)

где  $m = \frac{\sum n_n m_n}{\sum n_n}$  – средняя масса частиц. Уравнения (2.29) можно переписать так:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + V_c^2 \left( \frac{\nabla(\rho \tau)}{\rho T} + \beta \frac{\nabla T}{T} \right) = V_c^2 \frac{\nabla m}{m} \\ \frac{\partial(\rho T^{1+\beta})}{\partial t} + \frac{2 + i + 2\beta}{i} \rho T^{1+\beta} \nabla \vec{V} = 0 \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{i}{2} \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \end{cases}$$
(2.30)

где 
$$V_c^2 = \frac{kT}{m}$$
,  $\gamma = \frac{2+i+2\beta}{i}$ .

Для удобства сделаем переобозначения  $P = \ln(\rho T^{1+\beta})$ ,  $V = V_{\theta}$ ,  $W = V_{\lambda}$ , тогда система уравнений (2.30) примет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\gamma}{r\sin\theta} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin\theta V) + \frac{\partial W}{\partial \lambda} \right) = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V_c^2}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} = V_c^2 \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \ln m}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial \beta}{\partial \theta} \right) = \frac{V_c^2}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\ln m + \beta) \\ \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{V_c^2}{r\sin\theta} \frac{\partial P}{\partial \lambda} = V_c^2 \left( \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial \ln m}{\partial \lambda} + \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \right) = \frac{V_c^2}{r\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} (\ln m + \beta) \\ \frac{\partial (\rho T^{-i/2})}{\partial t} = 0 \end{cases}$$
(2.31)

На описанной выше сетке разностная схема для уравнений (2.31) этого шага расщепления отнесенная к узлу с индексами (*i*, *j*) имеет вид:

$$\begin{cases} P_{ij} + A_{ij}V_{i+1j}^{*} - B_{ij}V_{ij}^{*} + C_{ij}(W_{ij}^{*} - W_{ij-1}^{*}) = \widetilde{P}_{ij} \\ V_{ij} + D_{ij}(P_{ij}^{*} - P_{i-1j}^{*}) = \widetilde{V}_{ij} + F_{\theta ij} \\ W_{ij} + E_{ij}(P_{ij+1}^{*} - P_{ij}^{*}) = \widetilde{W}_{ij} + F_{\lambda ij} \end{cases}$$
(2.32)

где P,V,W – верхний временной слой;  $\tilde{P},\tilde{V},\tilde{W}$  – нижний временной слой;  $P^*$ ,  $V^*$ ,  $W^*$  – промежуточный временной слой. В (2.32) применены следующие обозначения:

$$A_{ij} = \frac{\gamma_{ij}\tau}{r\sin\theta_i} \frac{\sin\theta_{i+1/2}}{\theta_{i+1/2} - \theta_{i-1/2}}$$
$$B_{ij} = \frac{\gamma_{ij}\tau}{r\sin\theta_i} \frac{\sin\theta_{i-1/2}}{\theta_{i+1/2} - \theta_{i-1/2}}$$

$$C_{ij} = \frac{\gamma_{ij}\tau}{r\sin\theta_i} \frac{1}{\lambda_{j+1/2} - \lambda_{j-1/2}}$$
$$D_{ij} = \frac{\tau V_{c\,i-1\,j} V_{cij}}{r(\theta_i - \theta_{i-1})}$$

$$E_{ij} = \frac{\tau V_{cij} V_{cij+1}}{r \sin \theta_i (\lambda_{j+1} - \lambda_j)}$$

$$F_{\theta i j} = \tau V_{c \, i - 1 \, j} V_{c i j} \left( \ln \left( m_{i j} / m_{i - 1 \, j} \right) + \beta_{i \, j} - \beta_{i - 1 \, j} \right) / \left( r \left( \theta_{i} - \theta_{i - 1} \right) \right)$$

$$F_{\lambda i j} = \tau V_{c i j} V_{c i \, j + 1} \left( \ln \left( m_{i \, j + 1} / m_{i j} \right) + \beta_{i \, j + 1} - \beta_{i j} \right) / \left( r \sin \theta_{i} \left( \lambda_{j + 1} - \lambda_{j} \right) \right)$$

Были рассмотрены 4 варианта схемы расщепления для уравнений (2.32), отличающиеся выбором  $P^*$ ,  $V^*$ ,  $W^*$ , которые при упрощающем условии A = B имеют в символической форме записи вид:

1) явная схема

$$\begin{cases} P + A\Delta_{\theta}\tilde{V} + C\Delta_{\lambda}\tilde{W} = \tilde{P} \\ V + D\Delta_{\theta}P = \tilde{V} + F_{\theta} \\ W + E\Delta_{\lambda}P = \tilde{W} + F_{\lambda} \end{cases}$$
(2.33)

2) явная схема

$$\begin{cases} P + A\Delta_{\theta}V + C\Delta_{\lambda}W = \widetilde{P} \\ V + D\Delta_{\theta}\widetilde{P} = \widetilde{V} + F_{\theta} \\ W + E\Delta_{\lambda}\widetilde{P} = \widetilde{W} + F_{\lambda} \end{cases}$$
(2.34)

#### 3) явно-неявная схема

$$\begin{cases} P + A\Delta_{\theta}V + C\left(x\Delta_{\lambda}W + (1-x)\Delta_{\lambda}\widetilde{W}\right) = \widetilde{P} \\ V + D\Delta_{\theta}\widetilde{P} = \widetilde{V} + F_{\theta} \\ W + E\left(y\Delta_{\lambda}P + (1-y)\Delta_{\lambda}\widetilde{P}\right) = \widetilde{W} + F_{\lambda} \end{cases}$$
(2.35)

4) неявная схема

$$\begin{cases} P + A\left(z\Delta_{\theta}V + (1-z)\Delta_{\theta}\widetilde{V}\right) + C\left(x\Delta_{\lambda}W + (1-x)\Delta_{\lambda}\widetilde{W}\right) = \widetilde{P} \\ V + D\left(t\Delta_{\theta}P + (1-t)\Delta_{\theta}\widetilde{P}\right) = \widetilde{V} + F_{\theta} \\ W + E\left(y\Delta_{\lambda}P + (1-y)\Delta_{\lambda}\widetilde{P}\right) = \widetilde{W} + F_{\lambda} \end{cases}$$
(2.36)

Здесь индексы опущены, а через  $\Delta$  с индексами обозначены соответствующие разности. Лучшей оказалась схема варианта 3). Анализ устойчивости варианта 3) приводит к условиям  $x + y \ge 1$ . Для описания алгоритма решения варианта 3 заметим, что для фиксированного значения индекса узла *i*:

$$\begin{cases} P_{j} + C_{j} x(W_{j} - W_{j-1}) = X_{pj} \\ W_{j} + E_{j} y(P_{j+1} - P_{j}) = X_{wj} \end{cases}$$

Отсюда, переобозначая, получаем трехдиагональную систему уравнений:

$$-\overline{A}_{j}P_{j-1} + (1+\overline{A}_{j}+\overline{C}_{j})P_{j} - \overline{C}_{j}P_{j+1} = \overline{B}_{j}$$

где для коэффициентов полученной системы разностных уравнений применены обозначения:

$$\overline{A}_{j} = xyC_{j}E_{j-1} \ge 0,$$
  

$$\overline{C}_{j} = xyC_{j}E_{j} \ge 0,$$
  

$$\overline{B}_{j} = X_{pj} + xC_{j}(X_{wj-1} - X_{wj})$$

Эту систему разностных уравнений решаем циклической прогонкой без разностей.

Второй шаг расщепления – горизонтальный перенос. Алгоритмы решения уравнений переноса рассмотрены ниже.

Третий шаг расщепления – нелинейные локальные члены в уравнениях движения. В дифференциальной форме этот шаг может быть записан так:

$$\partial \vec{V} / \partial t = (-\vec{\Omega} \times \left(\vec{\Omega} \times \vec{r}\right) - 2\vec{\Omega} \times \vec{V}) + \frac{\sigma_p}{\rho} \left(\vec{E} \times \vec{B} + \vec{B} \left(\vec{V} \cdot \vec{B}\right) - \vec{V} \vec{B}^2\right) + \frac{\sigma_h}{\rho} \left(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}\right) \vec{B}$$

Здесь первые скобки соответствуют линейным локальным членам, связанным с вектором скорости вращения Земли, вторая и третья части соответствуют силам взаимодействия с заряженными частицами.

В матричных обозначениях связанная с вектором скорости вращения Земли часть уравнений имеет вид:

$$M_{\Omega}(\vec{V}-\vec{V}_{\Omega})\,,$$

где

$$M_{\Omega} = \begin{pmatrix} 0 & 2\Omega_{\lambda} & -2\Omega_{\theta} \\ -2\Omega_{\lambda} & 0 & 2\Omega_{z} \\ 2\Omega_{\theta} & -2\Omega_{z} & 0 \end{pmatrix},$$
$$\vec{V}_{\Omega} = \frac{1}{2}\vec{r} \times \vec{\Omega} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -r\Omega_{\lambda} \\ r\Omega_{\theta} \end{pmatrix}$$

Часть уравнений, связанная с силами трения с заряженными частицами имеет вид:

$$\frac{\sigma_p}{\rho} \left( \vec{E} \times \vec{B} + \vec{B} \left( \vec{V} \cdot \vec{B} \right) - \vec{V} B^2 \right) + \frac{\sigma_h}{\rho} \left( \vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} \right) B$$

В дипольной системе координат справедливы соотношения:

$$\vec{V} \times \vec{B} = B \begin{pmatrix} V_{\lambda} \\ 0 \\ -V_{\alpha} \end{pmatrix}, \qquad \vec{E} \times \vec{B} = B \begin{pmatrix} E_{\lambda} \\ 0 \\ -E_{\alpha} \end{pmatrix}, \qquad \vec{B} (\vec{V} \cdot \vec{B}) - \vec{V} B^{2} = -B^{2} \begin{pmatrix} V_{\alpha} \\ 0 \\ V_{\lambda} \end{pmatrix}$$

Переходя к сферической геомагнитной системе с учетом обозначений  $c = 2\delta^{-1/2}\cos\theta$ ,  $s = \delta^{-1/2}\sin\theta$  получим:

$$\vec{V} \times \vec{B} = B \begin{pmatrix} sV_{\lambda} \\ -cV_{\lambda} \\ -sV_{z} + cV_{\theta} \end{pmatrix}, \qquad \vec{B} (\vec{V} \cdot \vec{B}) - \vec{V}B^{2} = B^{2} \begin{pmatrix} -s(sV_{z} - cV_{\theta}) \\ c(sV_{z} - CV_{\theta}) \\ -V_{\lambda} \end{pmatrix},$$
$$\vec{E} = \begin{pmatrix} sE_{\alpha} \\ -cE_{\alpha} \\ E_{\lambda} \end{pmatrix}, \qquad \vec{E} \times \vec{B} = B \begin{pmatrix} sE_{\lambda} \\ -cE_{\lambda} \\ -E_{\alpha} \end{pmatrix}$$

Обозначим

$$M_{E} = \frac{B^{2}}{\rho} \begin{pmatrix} -s^{2}\sigma_{p} & cs\sigma_{p} & s\sigma_{h} \\ cs\sigma_{p} & -c^{2}\sigma_{p} & -c\sigma_{h} \\ -s\sigma_{h} & c\sigma_{h} & -\sigma_{p} \end{pmatrix}, \qquad \vec{V_{E}} = \begin{pmatrix} sB^{-1}E_{\lambda} \\ -cB^{-1}E_{\lambda} \\ -B^{-1}E_{\alpha} \end{pmatrix}$$

Таким образом, получаем систему уравнений этого шага расщепления в матричном виде:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = M_{\Omega}(\vec{V} - \vec{V}_{\Omega}) + M_E(\vec{V} - \vec{V}_E)$$
(2.37)

Решая эти уравнения в предположении, что коэффициенты постоянны на шаге интегрирования, получаем при отнесении коэффициентов к моменту  $(t + \tau/2)$  схему 2-го порядка точности:

$$\vec{V}(t+\tau) = \vec{V}(t) + (e^{\tau M} - 1)(\vec{V}(t) + M^{-1}\vec{V}_0)$$

Здесь обозначено  $M = M_{\Omega} + M_E$ ,  $\vec{V_0} = -M_{\Omega}\vec{V_{\Omega}} - M_E\vec{V_E}$ , а вычисление матричной экспоненты  $e^A - 1$  проводим стандартным методом бинарного деления, используя алгоритм:

из условий требуемой точности выбираем р,

находим значение матричной экспоненты  $e^{A \cdot 2^{-p}} - 1 \approx A \cdot 2^{-p}$ ,

последовательно для q = p-1, p-2, ..., 0 находим  $e^{A \cdot 2^{-q}} - 1 \approx (e^{A \cdot 2^{-q+1}} - 1)(e^{A \cdot 2^{-q+1}} + 1)$ .

#### 2.2.3. Модель электрического поля

Крупномасштабная модель электрического поля основана на следующих двумерных уравнениях для потенциала электрического поля *U* [33; 2221; 222; 223]:

$$\begin{cases} \vec{j} = \hat{\sigma} \left( \vec{E} + (\vec{V}_n + \vec{g} \, V_{in}^{-1}) \times \vec{B} \right) \\ \vec{E} = -\nabla U \\ div \, \vec{j} = Q \end{cases}$$
(2.38)

где 
$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_p & 0 & \sigma_h \\ 0 & \sigma_{\parallel} & 0 \\ -\sigma_h & 0 & \sigma_p \end{pmatrix}$$
 – тензор проводимости,

Q – источники тока в общем случае не равные нулю для разомкнутых силовых линий магнитного поля,

#### *v<sub>in</sub>* – частота ион-нейтральных столкновений.

В этом разделе будем использовать модифицированную систему координат ( $\varphi$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$ ), полученную из дипольной системы обезразмериванием с помощью радиуса Земли  $r_3$ . Для модифицированной дипольной системы третья координата  $\lambda$  остается без изменений, а первая и вторая определяются формулами:

$$\sin \varphi = \sqrt{\frac{r_3}{r}} \sin \theta,$$
$$\beta = -\frac{r_3^2}{r^2} \cos \theta$$

Коэффициенты Ламе для этого варианта координатной системы получаются из коэффициентов Ламе дипольной координатной системы умножением на соответствующие обезразмеривающие множители:

$$\delta = 4 - 3\frac{r}{r_{s}}\sin^{2}\varphi, \quad H_{\varphi} = 2r_{s}\left(\frac{r}{r_{s}}\right)^{\frac{3}{2}}\delta^{-\frac{1}{2}}|\cos\varphi|, \quad H_{\beta} = r_{s}\left(\frac{r}{r_{s}}\right)^{3}\delta^{-\frac{1}{2}}, \quad H_{\lambda} = r_{s}\left(\frac{r}{r_{s}}\right)^{\frac{3}{2}}\sin\varphi$$

В этих формулах коэффициенты Ламе обозначены заглавными буквами в отличие от исходной дипольной системы координат. Тогда третье уравнение системы (2.38) имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left( H_{\beta} H_{\lambda} j_{\varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial \beta} \left( H_{\varphi} H_{\lambda} j_{\beta} \right) + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( H_{\varphi} H_{\beta} j_{\lambda} \right) = 0$$
(2.39)

Проинтегрируем (2.39) по координате β от точки координатной линии находящейся на нижней границе области решения уравнений (β<sub>min</sub>) до вершины линии (β<sub>max</sub>):

$$\begin{split} &\frac{\partial}{\partial \varphi} \Biggl( \int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} H_{\beta} H_{\lambda} \Biggl( -\frac{\sigma_{p}}{H_{\varphi}} \frac{\partial U}{\partial \varphi} - \frac{\sigma_{h}}{H_{\lambda}} \frac{\partial U}{\partial \lambda} + B \Bigl( \sigma_{p} V_{n\lambda} - \sigma_{h} V_{n\varphi} \Bigr) \Biggr) d\beta \Biggr) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial \lambda} \Biggl( \int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} H_{\varphi} H_{\beta} \Biggl( \frac{\sigma_{h}}{H_{\varphi}} \frac{\partial U}{\partial \varphi} - \frac{\sigma_{p}}{H_{\lambda}} \frac{\partial U}{\partial \lambda} + B \Bigl( -\sigma_{h} V_{n\lambda} - \sigma_{p} V_{n\varphi} \Bigr) \Biggr) d\beta \Biggr) + H_{\varphi} H_{\lambda} j_{\beta} \Bigr|_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} = 0 \end{split}$$

Обозначим:

$$\begin{split} D_{1} &= \int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} \frac{H_{\beta}H_{\lambda}}{H_{\varphi}} \sigma_{p} d\beta \quad D_{2} = \int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} \frac{H_{\beta}H_{\varphi}}{H_{\lambda}} \sigma_{p} d\beta \quad D_{3} = \int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} H_{\beta} \sigma_{h} d\beta \\ D_{4} &= -\int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} H_{\beta}H_{\lambda}B \Big( -\sigma_{p}V_{n\lambda} + \sigma_{h}V_{n\varphi} \Big) d\beta \quad D_{5} = -\int_{\beta_{\min}}^{\beta_{\max}} H_{\beta}H_{\varphi}B \Big( \sigma_{h}V_{n\lambda} + \sigma_{p}V_{n\varphi} \Big) d\beta \\ Q &= -H_{\beta}H_{\lambda}j_{\beta}(\beta_{\max}), \text{ при этом } H_{\beta}B = B_{0}r_{3} \end{split}$$

Тогда получим уравнение потенциала для северного полушария, т.е. для  $\phi \in [0, \pi/2]$ :

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left( D_1 \frac{\partial U}{\partial \varphi} + D_3 \frac{\partial U}{\partial \lambda} - D_4 \right) + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( D_2 \frac{\partial U}{\partial \lambda} - D_3 \frac{\partial U}{\partial \varphi} - D_5 \right) + Q = 0$$
(2.40)

Для южного полушария вычисляем так же, но с заменой области интегрирования по схеме:

$$-\beta_{\min}$$
  
 $\int$   
 $-\beta_{\max}$ 

При этом источник тока для южного полушария, обозначенный здесь как  $\overline{Q}$ , вычисляется по формуле:

$$\overline{Q} = H_{\beta}H_{\lambda}j_{\beta}(\beta_{\max})$$

При этом учитываются координатные и метрические соотношения:

$$V_{\alpha} = -cV_{\theta} + sV_{z}$$
$$H_{\beta}d\beta = ds$$
$$ds = \frac{dz}{\sin I} = \frac{dz}{c}$$

На замкнутых силовых линиях магнитного поля Земли справедливо соотношение:

$$Q + \overline{Q} = 0$$

Таким образом, модель электрических полей описана системой уравнений [33]:

$$\begin{cases}
\frac{\partial}{\partial \varphi} \left( D_1 \frac{\partial U}{\partial \varphi} + D_3 \frac{\partial U}{\partial \lambda} - D_4 \right) + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( D_2 \frac{\partial U}{\partial \lambda} - D_3 \frac{\partial U}{\partial \varphi} - D_5 \right) = -Q + D_0 \left( U - \overline{U} \right) \\
\frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \overline{D}_1 \frac{\partial \overline{U}}{\partial \varphi} + \overline{D}_3 \frac{\partial \overline{U}}{\partial \lambda} - \overline{D}_4 \right) + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \overline{D}_2 \frac{\partial \overline{U}}{\partial \lambda} - \overline{D}_3 \frac{\partial \overline{U}}{\partial \varphi} - \overline{D}_5 \right) = -\overline{Q} + D_0 \left( \overline{U} - U \right)
\end{cases}$$
(2.41)

Здесь черта обозначает параметры для южного полушария. Эмпирический коэффициент  $D_0$  служит для описания геометрии замкнутых и разомкнутых силовых линий магнитного поля, для замкнутых линий он должен быть настолько большим, чтобы граничные значения потенциала для полушарий совпадали с необходимой точностью, а на разомкнутых линиях должен быть достаточно малым [33; 221; 223]. В силу овальной формы зоны разомкнутых силовых линий геомагнитного поля хорошим приближением к этим требованиям является следующее распределение  $D_0$ :

$$D_{0} = \sqrt{D_{1}D_{2} + \overline{D}_{1}\overline{D}_{2}} \cdot \Psi(\varphi, \lambda)$$
$$\Psi(\varphi, \lambda) = \exp\left(\frac{\varphi - \varphi_{0}}{\Delta\varphi}\right)$$
$$\varphi_{0} = a_{0} + b_{0}\cos(\lambda - \lambda_{0})$$

Здесь функция  $\varphi_0$  моделирует форму овала, в котором находятся разомкнутые линии магнитного поля Земли,  $\Delta \varphi$  является малой величиной, соответствующей ширине переходной зоны от замкнутых силовых линий к разомкнутым силовым линиям магнитного поля Земли,  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $\lambda_0$  определяют форму овала. Граничное условие на экваторе примет вид

непротекания токов, поскольку экватор соответствует нижним граничным значениям высот, на которых проводимости являются малыми величинами:

$$j_{\omega} = 0$$

что равносильно условиям:

$$\begin{cases} D_1 \frac{\partial U}{\partial \varphi} + D_3 \frac{\partial U}{\partial \lambda} - D_4 = 0\\ \overline{D_1} \frac{\partial \overline{U}}{\partial \varphi} + \overline{D_3} \frac{\partial \overline{U}}{\partial \lambda} - \overline{D_4} = 0 \end{cases}$$
(2.42)

К этим граничным условиям следует дополнительно задать условия равенства нулю среднего значения потенциала для получения однозначности решения, иначе возникает неопределённая система уравнений.

Рассмотрим разностную схему решения уравнений (2.41)–(2.42). Для северного полушария аппроксимация части дифференциального оператора по координатной переменной ф имеет вид:

$$\frac{1}{\Delta\varphi_{j-\frac{1}{2}}} \left( D_{1i+\frac{1}{2}j} \frac{U_{ij+1} - U_{ij}}{\Delta\varphi_{j}} - D_{1i+\frac{1}{2}j-1} \frac{U_{ij} - U_{ij-1}}{\Delta\varphi_{j-1}} \right) - \frac{D_{3i+1j-\frac{1}{2}} - D_{3ij-\frac{1}{2}}}{\Delta\lambda_{i+\frac{1}{2}}} \frac{U_{ij+1} - U_{ij-1}}{2\Delta\varphi_{j-\frac{1}{2}}}$$
(2.43)

Разностная аппроксимация части дифференциального оператора по координатной переменной λ имеет вид:

$$\frac{1}{\Delta\lambda_{j+1/2}} \left( D_{2i+1j-1/2} \frac{U_{i+1j} - U_{ij}}{\Delta\lambda_{i+1}} - D_{2ij-1/2} \frac{U_{ij} - U_{i-1j}}{\Delta\lambda_i} \right) + \frac{D_{3i+1/2j} - D_{3i+1/2j-1}}{\Delta\varphi_{j-1/2}} \frac{U_{i+1j} - U_{i-1j}}{2\Delta\lambda_{i+1/2}} \quad (2.44)$$

Аппроксимация граничных условий (2.42) на экваторе имеет вид:

$$D_{1k-\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}}\frac{U_{kj}-U_{k-1j}}{\Delta U_{k-1}} + D_{3k-\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}}\frac{U_{kj}-U_{kj-1}}{\Delta \lambda_{j}} - D_{4k-\frac{1}{2}j+\frac{1}{2}} = 0$$
(2.45)

Особо надо рассмотреть условия на полюсах, так как полюса – особенности системы координат. Плоское уравнение в районе полюса имеет вид:

div 
$$\overline{j} = -Q^*$$

Интегральная запись оператора дивергенции для полюсов имеет вид:

$$div \ \vec{j} = \lim_{\partial ua \text{Memp}(S) \to 0} \frac{\oint \vec{j} \cdot d\vec{l}}{\int \int dS},$$

и следовательно, для малой области аппроксимируется так:

$$div \ \vec{j} \approx \frac{\oint j_{\varphi} dl \Big|_{\varphi = \Delta \varphi}}{\pi (\Delta \varphi)^2}$$

Поскольку  $dl = \Delta \varphi \, d\lambda$ ,  $j_{\varphi} = \frac{1}{\Delta \varphi} \left( D_1 \frac{\partial U}{\partial \varphi} + D_3 \frac{\partial U}{\partial \lambda} - D_4 \right)$ , то получаем равенство:

$$\int_{0}^{2\pi} \left( D_1 \frac{\partial U}{\partial \varphi} + D_3 \frac{\partial U}{\partial \lambda} - D_4 \right) d\lambda = -\pi \Delta U Q^*$$

Преобразуя по формуле интегрирования по частям, получим:

$$\int_{0}^{2\pi} \left( D_1 \frac{\partial U}{\partial \varphi} - \frac{\partial D_3}{\partial \lambda} U - D_4 \right) d\lambda = -\pi \Delta U Q^*$$

В разностном виде для равномерной сетки получим  $\Delta \lambda = \frac{2\pi}{k_{\lambda}}$ , где  $k_{\lambda}$  – число узлов вычислительной сетки по координате  $\lambda$ . Тогда разностное уравнение на полюсе примет вид:

$$\sum_{i_{\lambda}=1}^{k_{\lambda}} \left( D_{1i_{\lambda}+\frac{1}{2},1} \frac{U_{i_{\lambda}2} - U_{i_{\lambda}1}}{2\Delta\varphi} \Delta\lambda - \frac{U_{i_{\lambda}2} + U_{i_{\lambda}1}}{2} \frac{D_{3i_{\lambda}+11} - D_{3i_{\lambda}1}}{\Delta\lambda} \Delta\lambda - D_{4i_{\lambda}1} \Delta\lambda \right) = -\pi \Delta\varphi \frac{\sum Q_{i_{\lambda}1}}{k_{\lambda}}$$

Умножив на  $\frac{k_{\lambda}}{\pi} = \frac{2}{\Delta \lambda}$ , получим:

$$\sum_{i_{\lambda}=1}^{k_{\lambda}} U_{i_{\lambda}2} \left( \frac{D_{1i_{\lambda}+1} + D_{1i_{\lambda}1}}{2\Delta\varphi} - \frac{D_{3i_{\lambda}+11} - D_{3i_{\lambda}1}}{\Delta\lambda} \right) - U_{*1} \frac{\sum_{i_{\lambda}=1}^{k_{\lambda}} D_{1i_{\lambda}1}}{\Delta\varphi} = \sum_{i_{\lambda}=1}^{k_{\lambda}} \left( 2D_{4i_{\lambda}1} - \Delta\varphi Q_{i_{\lambda}1} \right)$$
(2.46)

1.

Уравнения для потенциала удобно решать, используя вспомогательные величины  $W_y$  и  $W_z$ , определяемые равенствами:

$$V_{y} = W_{y} + \frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial z}$$
$$V_{z} = W_{z} - \frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial y}$$

Тогда:

$$div(\vec{V}) = div(\vec{W}) + \frac{3}{r_3 BR} \left(-\frac{\partial U}{\partial y}\right) \approx div(\vec{W}) + \frac{3V_z}{r_3}$$

Проекция электрического поля  $\overline{E} = -\nabla U$  на вертикальное направление с учетом этих обозначений имеет вид (рис. 2.7):

$$\begin{cases} E_{\alpha} = -\nabla_{\alpha}U = -\frac{\Delta U}{h_{\alpha}\Delta\alpha} = -\frac{\Delta U}{h_{\theta}\Delta\theta\sin I} = -\frac{\Delta U}{r_{s}\sin I\Delta\theta} \\ E_{\lambda} = -\nabla_{\lambda}U = -\frac{\Delta U}{h_{\lambda}\Delta\lambda} = -\frac{\Delta U}{r_{s}\sin\theta\Delta\lambda} \end{cases}$$

где использованы соотношения  $\frac{h_{\alpha}\Delta\alpha}{h_{\theta}\Delta\theta} = -\sin I = -\frac{2\cos\theta}{\sqrt{1+3\cos^2\theta}}$ 



Рис. 2.7. Проекция горизонтального отображения поля на дипольную систему

В разностных схемах используется методика разнесения сеточных функций, значения потенциала при этом отнесем к целым узлам сетки, а концентрации и коэффициенты уравнения для потенциала к полуцелым узлам, что демонстрирует рис. 2.8 на котором показано используемое разнесение для приполярной области.



Рис. 2.8. Способ расположения элементов сеточной функции U и сеточной функции *n*<sub>e</sub>, С.П. – положение северного магнитного полюса Земли.

#### 2.3. Модели среднемасштабных процессов экваториального F-слоя ионосферы

Для моделирования НРТ в экваториальной ионосфере построен комплекс многомерных электродинамически согласованных нелинейных математических моделей экваториального F-слоя ионосферы с разной степенью приближений и допущений. Разные варианты этих моделей рассмотрены в работах автора [1; 45]. Частные случаи этих моделей использовались в численном моделировании среднемасштабных неоднородностей F-области. Для предварительной тестовой оценки эффектов возникновения и развития плазменных пузырей будем использовать линейную оценку скорости вертикального дрейфа и инкремента нарастания HPT, см. формулы (2.1), (2.2).

Наиболее точное описание движения многокомпонентного газа состоит в определении пространственно-временных описаний мгновенных положений и скоростей всех молекул моделируемой среды [5; 15]. Как указано в главе 1, при реализации этого подхода вводится функция распределения молекул среды, удовлетворяющая интегродифференциальному уравнению Больцмана, которое однозначно определяет эту функцию по ее заданным начальному и граничным значениям. Однако, как сказано в первой главе, для поставленных задач это описание излишне подробно и трудоемко при численной реализации. При моделировании НРТ характерные масштабы процессов обычно превышают 1км, а характерные времена превышают 1 - 10 сек. Поэтому на ионосферных высотах для моделирования среднемасштабных процессов процессов, как было указано в главе 1, применимо квазигидродинамическое приближение, в общем виде описываемое уравнениями (1.3-1.5) и (1.9-1.14).

Как сказано в главе 1, основным механизмом, приводящим к явлениям, связанным с HPT, является усиление вертикального дрейфа в зоне развития пузырей. Поэтому любая модель HTP должна содержать многомерные электродинамически согласованные уравнения ионосферных процессов, позволяющие корректно описывать исследуемые явления с масштабами от 1км. Описанные в разделе 2.1 и ниже модели позволяют воспроизводить следующие типы явлений:

 суточный ход и трехмерную пространственную структуру таких плазменных характеристик F-области, как концентрация заряженных частиц, их скорости дрейфа, температуры;  описывать на фоне ионосферной среды естественную, техногенную или искусственную генерацию среднемасштабных неоднородностей низкоширотной ионосферы и дальнейший ход их развития вплоть до выхода во внешнюю ионосферу.

#### 2.3.1. Трехмерная модель среднемасштабных процессов

Образующаяся на ионосферных высотах плазма в том числе и при развитии НРТ является тепловой, длина свободного пробега частиц плазмы существенно меньше указанных выше характерных пространственных масштабов изменения ее параметров. Проблемы построения трехмерных моделей НРТ рассмотрены в работах [49; 53; 70; 75; 76]. Поэтому в соответствии с главой 1 систему уравнений Максвелла и гидродинамических уравнений для п заряженных частиц с учетом электромагнитных сил (1.3–1.5) и (1.9–1.14) можно записать в виде, включающем п уравнений непрерывности, 3п уравнений движения ионов и электронов, п уравнений теплопроводности ионов и электронов, уравнение непрерывности электронов, п три уравнения потенциальности электрического поля:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla (n_i \vec{V}_i) = Q_i - L_i \tag{2.47}$$

$$\frac{\partial \vec{V}_i}{\partial t} + (\vec{V}_i \nabla) \vec{V}_i = -\frac{\nabla p_i}{n_i m_i} + \frac{e}{m_i} (\vec{E} + \vec{V}_i \times \vec{B}) - v_{in} (\vec{V}_i - \vec{V}_n) - \sum_{p \neq i} v_{ip} (\vec{V}_i - \vec{V}_p) + \vec{g}$$
(2.48)

$$\frac{3}{2}n_i k \left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + (\vec{V}_i \nabla) T_i\right) + p_i \nabla \vec{V}_i + \nabla \vec{q}_i = G_i - P_i$$
(2.49)

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \tag{2.50}$$

$$\nabla \vec{j} \equiv \nabla \left(\sum_{i} e_{i} n_{i} \vec{V}_{i}\right) = 0 \tag{2.51}$$

где *n<sub>i</sub>* – концентрация частиц сорта *i*,

## $\vec{V_i}$ – скорости частиц сорта *i*,

#### $Q_i$ – скорости образования частиц сорта i,

 $L_i$  – скорость потерь,

- $m_i$ , масса частиц сорта i,
- $e_i$ , заряд частиц сорта i,
- *p*<sub>*i*</sub>, давление частиц сорта *i*,
- *v*<sub>in</sub>, частоты соударений с нейтралами частиц сорта *i*,
- *v*<sub>*ip*</sub>, частоты соударений между заряженными частицами сорта *i* и сорта *p*,
- *Т*<sub>*i*</sub>, температура частиц сорта *i*,
- $\vec{q}_i$  плотность теплового потока,
- $G_i$ , скорость нагрева частиц сорта i,
- $P_i$  скорость охлаждения частиц сорта i,
- *k* постоянная Больцмана;
- $\vec{j}$  плотность электрического тока;
- $\vec{E}$  напряженность электрического поля.

Итого получаем 5n + 4 уравнений и 5n + 4 скалярных неизвестных, отвечающих параметрам состояния плазмы  $n_i$ ,  $\vec{V_i}$ ,  $T_i$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{E}$ . Причем для частот столкновений будем применять следующие обозначения:

$$\mu_{ij} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$$
$$\mu_{ij} \widetilde{\nu}_{ij} = m_i \nu_{ij}$$
$$n_i \widetilde{\nu}_{ij} = n_j \widetilde{\nu}_{ji}$$

В этих обозначениях  $\mu_{ij}$  называется приведенной массой при столкновениях частиц сортов *i* и *j*, а  $\tilde{v}_{ij}$  – приведенная частота столкновений частиц этих сортов.

Ионосферная плазма F-области является замагниченной, поэтому процессы переноса вдоль магнитного поля будут определяться столкновениями, а поперек поля – дрейфовым движением. Из-за сильной анизотропии, обусловленной магнитным полем Земли, процессы диффузии и теплопроводности в верхней части E-области, F-области и во внешней ионосфере происходят в основном образом вдоль силовых линий геомагнитного поля. Поэтому при удачном выборе системы координат запись как самих уравнений, так и граничных условий упростится. Как сказано в первой главе хорошим является выбор дипольной системы координат, поскольку магнитное поле Земли хорошо аппроксимируется дипольным приближением [100]. В соответствии с разделом 1.3 координатные составляющие (α, β, φ) криволинейной ортогональной дипольной системы определяются через сферические геомагнитные координаты следующим образом:

$$\alpha = \frac{r}{\sin^2 \theta},$$
$$\beta = -\frac{\cos \theta}{r^2}$$
$$\varphi = \varphi$$

где г – расстояние до центра Земли;  $\theta$  – магнитная коширота;  $\varphi$  – магнитная долгота (см. рис. 2.9). Пусть теперь  $\vec{e}_{\alpha}$ ,  $\vec{e}_{\beta}$ ,  $\vec{e}_{\varphi}$  – координатные орты в дипольной системе, причем орт  $\vec{e}_{\alpha}$ выбран так, что он на магнитном экваторе направлен вверх, орт  $\vec{e}_{\beta}$  совпадает с направлением, противоположным геомагнитному полю, то есть направлен на юг, орт  $\vec{e}_{\varphi}$ направлен с запада на восток. Тогда получаем правую систему координат с произведениями орт:  $\vec{e}_{\alpha} \times \vec{e}_{\beta} = \vec{e}_{\varphi}$ ,  $\vec{e}_{\varphi} \times \vec{e}_{\alpha} = \vec{e}_{\beta}$ ,  $\vec{e}_{\beta} \times \vec{e}_{\varphi} = \vec{e}_{\alpha}$ .



Рис. 2.9. Область интегрирования трехмерной модели.

В соответствии с разделом 1.3. коэффициентами Ламэ этой системы являются:

$$h_{\alpha} = \frac{\sin^3 \theta}{\sqrt{\delta}}, \quad h_{\beta} = \frac{r^3}{\sqrt{\delta}}, \quad h_{\varphi} = r \sin \varphi, \quad h^2 = h_{\alpha} h_{\beta} h_{\varphi}$$

где  $\delta = 1 + 3\cos^2 \theta = 1 + 3\beta^2 r^4$ .

Система уравнений (2.51–2.57) является достаточно сложной, однако в силу описанных в главе 1 особенностей исследуемых процессов может быть существенно упрощена. Первое из приближений – диффузионное. Правомерность использования такого упрощения обоснована в работах [6; 15; 58; 90; 91]. Это упрощение справедливо при достаточно больших частотах столкновений, что выполняется на ионосферных широтах. Использование этого упрощения позволяет уменьшить количество дифференциальных уравнений и, соответственно, количество неизвестных функций и выполняется с использование приближенного равенства:

$$\frac{d\vec{V_i}}{dt} = 0$$

Тогда вектор скорости может быть найден алгебраически:

$$\vec{V_i} = \hat{v}_i \left( \vec{E} + \frac{B}{a_i} \vec{A}_i \right),$$

где  $\hat{v}_i$  – аналог тензора подвижности, имеющий в дипольной системе координат вид:

$$\hat{v}_{i} = \begin{pmatrix} v_{ip} & -v_{ih} & 0 \\ v_{ih} & v_{ip} & 0 \\ 0 & 0 & v_{i0} \end{pmatrix}$$

Здесь  $v_{i0} = \frac{a'_i}{B}$ ,  $v_{ip} = \frac{a'_i}{B(1+{a'_i}^2)}$ ,  $v_{ih} = \frac{{a'_i}^2}{B(1+{a'_i}^2)}$  – соответственно продольная,

педерсеновская и холловская компоненты,

 $B = \mid \vec{B} \mid,$ 

$$a_{i} = e_{i} \frac{B}{m_{i} V_{in}},$$

$$a_{i}' = a_{i} \frac{V_{in}}{V_{in}'},$$

$$v_{in}' = v_{in} + v_{i}$$

$$\vec{A}_{i} = -\frac{\nabla p_{i}}{n_{i} m_{i} V_{in}} + \frac{\vec{g}}{V_{in}} + \vec{V}_{n}$$

Также, используя выражения для скоростей ионов и электронов получаем выражение для плотности электрического тока, которое можно записать в терминах проводимостей:

$$\vec{j} = \sum_{i} e_{i} n_{i} \vec{V}_{i} = \hat{\sigma} \vec{E} + \vec{A},$$

где

$$\hat{\sigma} = \sum_{i} e_{i} n_{i} \hat{v}_{i} = \begin{pmatrix} \sigma_{p} & -\sigma_{h} & 0 \\ \sigma_{h} & \sigma_{p} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{0} \end{pmatrix}$$
 – тензор проводимости,

$$\vec{A} = B \sum_{i} e_i n_i \hat{v}_i \frac{\vec{A}_i}{a_i}$$
 – вектор, описывающий источники электрического тока

Следующее существенное упрощение основано на свойстве плазмы, связанном с перестройкой электронной концентрации в ионосфере. Как показывают оценки [91], нейтральность ионосферной плазмы выполняется с очень высокой точностью. Этого достаточно для того, чтобы в уравнениях движения и непрерывности заряженных частиц использовать условие нейтральности, считая, что выполнено равенство:

$$\sum_i e_i n_i = 0$$

без исследования процесса установления нейтрального состояния плазмы.

Кроме того, будем считать магнитное поле постоянным по времени ( $\vec{B} = const(t)$ ) и дипольным по геометрии. Это возможно потому, что вариации геомагнитного поля,

создаваемые электрическими токами в ионосфере и ее неоднородностях в целом пренебрежимо малы по сравнению с геомагнитным полем [91] даже в условиях развитых ионосферных пузырей.

Наконец, используя условие электростатики:

$$\nabla \times E = 0$$

электрическое поле можно считать потенциальным:

$$\vec{E} = -\nabla U ,$$

где U – электрический потенциал. Поэтому и плотность электрического тока, и скорости заряженных частиц, можно вычислить исходя из алгебраических выражений.

Таким образом, получаем систему из 2n трехмерных нестационарных нелинейных уравнений с 2n неизвестными величинами – (n – 1) концентрацией ионов, n концентрациями заряженных частиц и потенциалом электрического поля:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla(n_i \vec{V_i}) = Q_i - L_i \tag{2.52}$$

$$\frac{3}{2}n_i k \left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + (\vec{V}_i \nabla) T_i\right) + p_i \nabla \vec{V}_i + \nabla \vec{q}_i = G_i - P_i$$
(2.53)

$$\nabla(\hat{\sigma}\nabla U) = \nabla \vec{A} \tag{2.54}$$

Подчеркнем, что в уравнениях модели (2.52) – (2.54) продольные скорости заряженных частиц задаются в диффузионном приближении, а поперечные скорости выражены через градиенты потенциала электрического поля. Поскольку в нижней части рассматриваемой области нейтральная составляющая является сильно турбулизированной [145; 146], это должно сказываться на процессах диффузии ионов вследствие столкновительного взаимодействия ионов и нейтральных частиц. Поэтому в нижней части диффузия отклоняется от классического закона, и может переходить в аномальный режим. Для учета этого в модели может быть предусмотрено использование математического аппарата аномальной диффузии и соответствующих численных методов, один из которых изложен в работе [47].

### 2.3.2. Двухмерные приближения в условиях моделирования неустойчивости Рэлея-Тейлора

Для дальнейшего упрощения модели используем геометрические особенности процессов [53]. Полученная система уравнений (2.52)–(2.54) является системой трехмерных нелинейных сильно связанных многокомпонентных уравнений гидродинамики, обладающих нелокальными свойствами из-за наличия трехмерного уравнения потенциала электрического поля (2.54). Наибольшие сложности возникают при решении этого трехмерного неоднородного несимметричного эллиптического уравнения. Для упрощения этого уравнения воспользуемся тем, что в ионосферной плазме направление геомагнитного поля является выделенным, ввиду больших коэффициентов диффузии и высокой продольной проводимости  $\sigma_0$ , которая на высотах экваториальной F-области на несколько порядков превышает поперечные проводимости, что демонстрируется следующей оценкой (в соответствии с формулами (2.7)–(2.10)):

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_p} \approx \frac{\omega \Omega}{v_{in} v_{en}}$$

в которой частоты столкновений экспоненциально падают с ростом высоты. Поэтому хорошим приближением является предположение об эквипотенциальности силовых линий геомагнитного поля. В результате получим независимость электрического потенциала от положения на силовой линии геомагнитного поля, то есть:

 $U = U(\alpha, \phi).$ 

Используя эту особенность, можно понизить размерность уравнения для потенциала с трех до двух, проинтегрировав его вдоль силовых линий. При этом область интегрирования должна учитывать параметры Е-области, поскольку плазма Е-области имеет достаточно высокие продольную и поперечную проводимости. Поэтому используемая часть силовых линий должна начинаться под областью Е в северном полушарии, проходить через геомагнитный экватор и заканчиваться под областью Е в южном полушарии (см. рис. 2.9). При этом на концах силовых линий можно задать естественные граничные условия, заключающиеся в непротекании электрического тока через нижнюю границу Е-области. Поэтому интеграл от производной по направлению геомагнитного поля Земли обратится в нуль и остается интеграл:

$$\int_{E+F} h_{\beta} \nabla_{\perp} \vec{j} d\beta = 0$$

где символ E+F обозначает интегрирование по областям и E и F, а  $\nabla_{\perp}$  – поперечная к силовым линиям магнитного поля часть дифференциального оператора  $\nabla$ . В результате получаем трехмерную многоионную модель, состоящую из трехмерных уравнений непрерывности и теплопроводности ионов и двухмерного уравнения для потенциала электрического поля, удобную для численного решения:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla(n_i \vec{V}_i) = Q_i - L_i \tag{2.55}$$

$$\frac{3}{2}n_i k \left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + (\vec{V}_i \nabla) T_i\right) + p_i \nabla \vec{V}_i + \nabla \vec{q}_i = G_i - P_i$$
(2.56)

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \int_{E+F} \sigma_p \frac{h^2}{h_{\alpha}^2} d\beta \cdot \frac{\partial U}{\partial \alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \int_{E+F} \sigma_p \frac{h^2}{h_{\varphi}^2} d\beta \cdot \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right) 
+ \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \int_{E+F} \sigma_h h_{\beta} d\beta \right) \frac{\partial U}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \int_{E+F} \sigma_h h_{\beta} d\beta \right) \frac{\partial U}{\partial \alpha} = \int_{E+F} \nabla_{\perp} \vec{A} h_{\beta} d\beta$$
(2.57)

Следует отметить, что неэквипотенциальность силовых линий магнитного поля Земли можно учитывать приближенно, как это предложено в работе [49], где предлагается описывать трехмерное распределения потенциала электрического поля по поперечным координатам сеточным методом, а по продольной координате в виде разложения по специально подобранным базисным функциям. Применение этого подхода приводит к системе двумерных эллиптических уравнений. В качестве базисных функций здесь предлагается использовать набор, учитывающий распределение проводимостей:

$$U_0 = 1, \quad U_1 = \int \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} h_{\beta} d\beta, \quad U_k = (U_1)^k, \quad k = 2, 3, ...,$$

где  $\sigma_{\perp}$ ,  $\sigma_{\parallel}$  – поперечная и продольная проводимости. Для улучшения сходимости при итеративном решении полученной системы эллиптических уравнений указанный набор базисных функций ортогонализируется.

Следующее упрощение, приводящее к получению двумерной модели, основано на том, что для большинства достаточно развитых среднемасштабных экваториальных

неоднородностей, которые, согласно данным наблюдений и численных трехмерных экспериментов на предыдущей трехмерной модели, сильно вытянуты вдоль силовых линий и остаются такими при своем движении, что подтверждается, в частности спутниковыми данными (см. рис. 1.3). Поэтому можно считать эти неоднородности двумерными и, следовательно, описывать их динамику в плоскости геомагнитного экватора двумерными уравнениями непрерывности и теплопроводности. Формально такой переход получим, отбрасывая в уравнениях трехмерной модели (2.52) – (2.53) слагаемые с продольными компонентами и считая, что все переменные в этих уравнениях зависят только от координат α и φ. Таким образом приходим к двумерной модели развитых неоднородностей, удобной для численного решения:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla_{\perp}(n_i \vec{V}_i) = Q_i - L_i \tag{2.58}$$

$$\frac{3}{2}n_i k \left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + (\vec{V}_i \nabla_\perp) T_i\right) + p_i \nabla_\perp \vec{V}_i + \nabla_\perp q_i = G_i - P_i$$
(2.59)

$$\nabla_{\perp}(\hat{\sigma}\nabla_{\perp}U) = \nabla_{\perp}\vec{A} \tag{2.60}$$

#### 2.3.3. Экспресс модель неустойчивости Рэлея-Тейлора

Последнее существенное упрощение, описанное в работах [77; 78] основано на данных наблюдений и численных экспериментов на описанных выше моделях, которые показывают, что достаточно развитые неоднородности сильно вытянуты не только вдоль силовых линий магнитного поля Земли, но и по высоте. Это свойство используем только в уравнении для потенциала, в котором учтем только зональный градиент:

$$\frac{\partial j_{\varphi}}{\partial \varphi} = 0 \tag{2.61}$$

Поскольку полученная модель достаточно приближенная, наряду с этим условием будем рассматривать только один положительный ион, а именно  $O^+$ , что обычно не приводит в динамике неоднородностей к неправильным выводам, поскольку в F-области ионы  $O^+$  являются основными [15]. Кроме этого используя свойство сильной замагниченности плазмы F-слоя получим следующие выражения:

$$\begin{split} &\frac{\partial j_{\varphi}}{\partial \varphi} = 0, \\ &\frac{\partial (\sigma_{p} E_{\varphi} + A_{\varphi})}{\partial \varphi} = 0, \\ &\sigma_{p} E_{\varphi} + A_{\varphi} = const(\alpha) = j_{0\varphi} \varphi(\alpha), \end{split}$$

и, наконец, конечное выражение для компоненты поля Е<sub>φ</sub>:

$$E_{\varphi} = \frac{j_{0\varphi}(\alpha) - A_{\varphi}}{\sigma_{p}},$$

где  $j_{0\varphi}(\alpha)$  – долготная компонента фонового электрического тока  $j_0 = \vec{A}$ , обязанная в этом приближении зависеть только от высоты. В простейшем случае можем записать:

$$j_{0\varphi} = A_{\varphi} \cong n_{10}m_1\frac{g}{B}$$

где  $n_{10}(\alpha)$  – фоновый высотный профиль ионной концентрации. Таким образом, зональную компоненту электрического поля  $E_{\phi}$  можно найти из алгебраического выражения. В результате получаем модель, имеющую четыре неизвестных  $n_1$ ,  $T_1$ ,  $T_e$  и  $E_{\alpha}$ , которая в работах [77; 78] названа экспресс-моделью развитых неоднородностей:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \nabla_{\perp}(n_1 \vec{V_1}) = Q_1 - L_1 \tag{2.62}$$

$$\frac{3}{2}n_i k \left( \frac{\partial T_i}{\partial t} + (\vec{V}_i \nabla_\perp) T_i \right) + p_i \nabla_\perp \vec{V}_i + \nabla_\perp q_i = G_i - P_i$$
(2.63)

$$\frac{\partial E_{\alpha}}{\partial \varphi} = \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial \alpha} \tag{2.64}$$

Отметим, что уравнения этой модели при дополнительных предположениях на параметры этих уравнений могут быть решены аналитически, что позволяет проводить тестирование численных моделей.

#### 2.3.4. Алгоритмы решения уравнений неустойчивости Рэлея-Тейлора

Описанные в 2.2.1 и 2.2.2 уравнения математических моделей решались численно, конечно-разностными методами [40]. В этих моделях параметры внешней среды, содержащиеся в коэффициентах этих моделей, и определяющие свойства внешней среды, на фоне которой развиваются ионосферные процессы в зависимости от решаемых задач, задавались несколькими способами:

- применение авторских моделей, описанных в разделе 2.1 и моделирующих параметры термосферы и ионосферы в шаровом слое [46; 80; 83; 85; 86; 98];
- применение глобальных эмпирических моделей, таких как термосферные модели MSIS [145; 146];
- использование простейших модельных формул, таких как слой Чепмена [6].

Некоторые эмпирические формулы и константы, использованные в этих моделях, описаны в приложениях к работе. Общую структуру комплекса используемых в работе моделей можно представить в виде схемы на рис. 2.10, здесь автором разработаны группа моделей «Модели шарового слоя» и группа моделей «Модели НРТ». Эмпирические модели и формулы взяты из различных литературных источников, ссылки на которые указаны в местах их обсуждения.



Рис. 2.10. Состав комплекса моделей, используемых в численных экспериментах.

Коэффициенты моделей, зависящие от времени, пересчитываются при численном решении уравнений по этим моделям на каждом дискретном временном шаге. В силу разных временных и пространственных масштабов моделей шарового слоя и моделей неустойчивости Рэлея-Тейлора (НРТ) для согласования сеток проводится интерполяция передаваемых параметров интерполяционными формулами 2-го и 3-го порядка точности, либо для некоторых задач кубическими сплайнами. Для решения простейших задач, связанных с исследованием механизмов генерации и/или процессов развития пузырей, в случае, когда не требовалась привязка к конкретным гелио-геофизическим условиям, использовались менее трудоемкие способы вычисления коэффициентов с использованием эмпирических моделей и/или соотношений, таких как слой Чепмена, либо менее трудоемких стационарных моделей.

Для решения нестационарных уравнений моделей требуется задание начальных условий. Начальные условия задавались тоже либо с использованием решений уравнений моделей шарового слоя, либо, если допускала постановка конкретной задачи, с использованием эмпирических моделей или эмпирических формул. В ряде задач начальные возмущения параметров ионосферы необходимые для запуска механизмов низкоширотных ионосферных неустойчивостей задавались в виде простейших профилей, соответствующих например [108; 117]. Когда задача требовала согласованного с конкретными гелиогеофизическими условиями задания параметров, для начальных значений концентраций ионов и температур ионов и электронов принималось состояние фоновой плазмы, полученное в результате численных расчетов на основании решения модельных уравнений непрерывности концентраций и теплопроводности либо при эмпирически заданных на основе экспериментальных данных значениях электрического поля либо при использовании описанных выше моделей электрического поля. В этих случаях предварительно решалась задача на установление с получением периодического решения, что обычно требовало расчетов в течение от 3-х до 5-ти модельных суток.

Граничные условия для моделей НРТ также в зависимости от решаемых задач задавались аналогичным образом: применением глобальных эмпирических моделей, применением авторских моделей шарового слоя, использованием простейших модельных формул.

Общая типовая схема решения конечно-разностных аналогов исходных уравнений описанных выше моделей НРТ содержит следующие два основных шага, выполняемых на каждом временном слое.
1. Решались уравнения конечно-разностной аппроксимации двумерного эллиптического уравнения, требующие задания только пространственного распределения параметров и граничных условий ввиду их стационарности. В результате решения этого уравнения, значения потенциала электрического поля и само это поле оказывались на текущем временном слое полностью известными.

2. Совместно решалась система уравнений непрерывности концентраций ионов и теплопроводности ионов и электронов, если последние были включены в модель. Сначала решались уравнения непрерывности, и, следовательно, находились концентрации ионов, а затем решались уравнения теплопроводности ионов и электронов. Поскольку эта система уравнений нелинейная и сильно связана, то для улучшения качества совместного решения этих уравнений, для обеспечения монотонности конечно-разностных схем и для обеспечения устойчивости использовались следующие итерации:

а) по нелинейности в отдельности для каждого уравнения теплопроводности;

б) по связям между уравнениями теплопроводности для ионов и электронов;

в) по связям между уравнениями непрерывности концентраций частиц и уравнениями теплопроводности компонент.

Опишем численные методы решения отдельных уравнений модели.

# Первый тип решаемых уравнений – уравнения переноса концентраций и температур.

Для решения уравнений переноса были исследованы следующие методы: схема первого порядка с противопотоковыми разностями; схема «кабаре» (схема Айзелиса) для решения двухмерного уравнения переноса; схемы типа TVD.

Разностные схемы, аппроксимирующие уравнение переноса, как правило, искажают точное решение. Устойчивые схемы первого порядка аппроксимации дают диссипирующий со временем пространственный профиль. Схемы повышенного порядка аппроксимации могут приводить к существенным искажениям решения в виде дисперсии и нарушения монотонности. В результате численное решение по прошествии некоторого времени перестает даже качественно соответствовать точному (см., например, [3; 8; 20; 35]).

В работах [21; 22; 23; 61] для модельного уравнения конвективного переноса с постоянными коэффициентами предложена трехслойная явная разностная схема – «кабаре» (схема Айзелиса), имеющая второй порядок аппроксимации и точная при числах Куранта 0.5

и 1, поэтому обладающая хорошими дисперсионными свойствами, рассмотрены некоторые способы управления ее дисперсионными и диссипативными свойствами и предложен консервативный алгоритм нелинейной коррекции этой схемы.

В настоящее время большое внимание в прикладных исследованиях по механике сплошной среды уделяется разностным схемам типа TVD. Монотонность в этих и им подобных схемах достигается за счет нелинейного ограничения потоков в исходной схеме с направленными разностями второго порядка [62; 63; 144; 215; 217].

Схемы первого порядка с противопотоковыми разностями применялись в ранних работах автора. Их применение было оправдано тем, что временной шаг выбирался по условию устойчивости Куранта так, что максимальное значения числа Куранта было равно 1, это приводило к малым погрешностям в области пузырей, а вдали от них значения числа Куранта были близки к нулю, что тоже приводило к малым погрешностям. Кроме классической явной схемы 1-го порядка была применена также модифицированная схема 1-го порядка, основанная на том, что вектор скорости на расчетной прямоугольной сетке может быть разложен по четырем направлениям: двум координатным и двум диагональным. Такая модификация позволяет получить более компактный шаблон а, следовательно, и несколько меньшую (примерно в полтора раза) погрешность аппроксимации и более правильный учет зоны влияния.

Опишем вариант схемы кабаре (Upwind Leapfrog, схема Айзелиса) [23; 21; 22; 61; 167], применяемый в моделях сферического слоя. Двухмерные уравнения поперечного переноса запишем здесь формально с использованием абстрактного обозначения *U* для неизвестной функции в локально декартовой системе координат, тогда без учета источников и потерь они примут вид:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = 0$$
(2.65)

Особенностью этих уравнений в рассматриваемых задачах является приближенно выполняемое условие несжимаемости:

$$\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \approx 0$$

Обозначим  $\sigma_y = \frac{\tau V}{h_y}, \sigma_z = \frac{\tau W}{h_z}$ , тогда двумерная схема выглядит так[61]:

$$\frac{1}{2} \left( \tau \dot{U}_{m,k}^{n-1/2} + \tau \dot{U}_{m-1,k-1}^{n-3/2} \right) + \frac{1}{2} (\sigma_y + \sigma_z) h(U'_h)_{m-1/2,k-1/2}^{n-1} + \frac{1}{2} (\sigma_y - \sigma_z) h_y(U'_y)_{m-1/2,k}^{n-1} + \frac{1}{2} (\sigma_z - \sigma_y) h_z(U'_z)_{m,k-1/2}^{n-1} = 0$$
(2.66)

Здесь  $h = \sqrt{h_y^2 + h_z^2}$  – диагональный шаг, компоненты скоростей V и W считаем в серединах ячеек.



Рис. 2.11. Шаблон схемы «кабаре» для V > 0, W > 0 [61].

Оценим устойчивость записанной в виде (2.66) двумерной схемы кабаре спектральным методом при постоянных  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ . Пусть:

$$U_m^n = \lambda^n e^{im\varphi} e^{ik\psi}$$

Тогда получим:

$$\lambda^{2} - \lambda(1 - e^{-i\varphi}e^{-i\psi}) + e^{-i\varphi}e^{-i\psi} + \lambda\sigma_{y}(1 - e^{-i\varphi})(1 + e^{-i\psi}) + \lambda\sigma_{z}(1 - e^{-i\psi})(1 + e^{-i\varphi}) = 0$$

Умножив на  $e^{i\varphi}e^{i\psi}$ , и обозначив  $\mu = e^{i(\varphi+\psi+\pi)/2}\lambda$ 

Получим:

$$\mu^{2} + 2\mu\sin((\phi + \psi)/2) - 4\mu\sigma_{y}\sin(\phi/2)\cos(\psi/2) - 4\mu\sigma_{z}\sin(\psi/2)\cos(\phi/2) + 1 = 0$$

Тогда |µ|≤1, если дискриминант записанного квадратного уравнения не положительный любых φ и ψ.

Дискриминант этого уравнения неположителен при выполнении условия:

$$|\sin((\varphi+\psi)/2) - 2\sigma_y \sin(\varphi/2)\cos(\psi/2) - 2\sigma_z \sin(\psi/2)\cos(\varphi/2)| \le 1$$

Это условие выполняется при любых  $\varphi$  и  $\psi$ , если выполнено неравенство:

$$(\cos(\psi/2)(1-2\sigma_y))^2 + (\sin(\psi/2)(1-2\sigma_z))^2 \le 1$$

Выражение  $(\cos(\psi/2)(1-2\sigma_y))^2 + (\sin(\psi/2)(1-2\sigma_z))^2$  лежит между числами:

$$(1-2\sigma_y)^2$$
 и  $(1-2\sigma_z)^2$ 

Поэтому для выполнения требуемого неравенства должно быть выполнено следующее неравенство:

$$(1-2\sigma_y)^2 \le 1$$
 и  $(1-2\sigma_z)^2 \le 1$ 

Отсюда получаем, что при  $\sigma_v, \sigma_z \in [0;1]$  схема спектрально устойчива.

Описанная схема имеет второй порядок точности, но очевидно, немонотонна. Для получения монотонности использовался ограничитель, а для получения консервативности использовалась схема управления запасами [12; 22]. В отличие от работ [21; 22] применен непрерывный ограничитель, вид которого для одномерного случая показан на рис. 2.12. Использование такого ограничителя уменьшает погрешности типа ступеньки.



Рис. 2.12. Вид ограничителя для уравнений переноса.

В численных экспериментах нижняя кривая задавалась гладкой линией (в обозначениях рис. 2.12):

$$\underline{y}(x) = \begin{cases} y_{\min} + (y_{\max} - y_{\min}) \left(\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\right)^p, & y_{\min} = y_1 \\ y_{\min} + (y_{\max} - y_{\min}) \left(\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1}\right)^p, & y_{\min} = y_2 \end{cases}$$

Аналогично верхняя кривая была задана формулой (в обозначениях рис. 2.12):

$$\overline{y}(x) = \begin{cases} y_{\max} + (y_{\min} - y_{\max}) \left(\frac{x - x_1}{x_2 - x_1}\right)^p, & y_{\min} = y_1 \\ y_{\max} + (y_{\min} - y_{\max}) \left(\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1}\right)^p, & y_{\min} = y_2 \end{cases}$$

Параметр *p* должен выбираться достаточно большим. При численном тестировании использованы варианты с *p* = 16, 32 и 64. Кроме показанной на рис. 2.21 гладкой формы ограничителей были протестированы и кусочно-линейные непрерывные ограничители. Для уравнений типа шарового слоя они показали примерно такие же качественные параметры, как и гладкие ограничители.

Численные эксперименты показали высокие качественные характеристики схемы «кабаре» для решения уравнений модели шарового слоя. Для моделей неустойчивости лучшей оказалась схема с TVD-ограничителями [62; 63; 144; 215; 217; 95] при соответствующем выборе вида ограничителей. Было рассмотрено семейство функций, регулирующих ограничение потоков, расположенных в зоне соответствующей второму порядку точности. Более предпочтительными оказались ограничители, лежащие ближе к «minmod». Опишем используемые схемы для одномерного уравнения, формально записанного в виде:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + V \frac{\partial U}{\partial y} = 0$$

Для решения этого уравнения применяется схема со свойством TVD, которая для V>0 строится следующим образом:

$$\frac{\partial U_{j}}{\partial t} + V_{j} \left( \frac{U_{j} - U_{j-1}}{\Delta y_{j-1/2}} + \frac{1}{2} \left( R_{j+1/2} \frac{U_{j+1} - U_{j}}{\Delta y_{j+1/2}} - R_{j-1/2} \frac{U_{j} - U_{j-1}}{\Delta y_{j-1/2}} \right) \right) = 0$$

В соответствии с работами [62; 63; 144; 215; 217; 95] для получения схемы второго порядка точности на гладких решениях и TVD свойства схемы величины R можно выбирать в виде функций:

$$R_{j+1/2} = f\left(\left(\frac{U_{j+1} - U_j}{\Delta y_{j+1/2}}\right)^{-1} \left(\frac{U_j - U_{j-1}}{\Delta y_{j-1/2}}\right)\right) = 0$$

Где функция f (ограничитель потоков) удовлетворяет условиям:

 $\max(0, \min(s, 1)) \le f(s) \le \max(0, \min(2s, 1), \min(s, 2))$ 

Левая граница этого неравенства для f(s) соответствует ограничителю «minmod», а правая граница соответствует ограничителю «superbee». Были проведены численные эксперименты для семейства ограничителей, заданных по формуле:

$$f(s) = \max\left(0, s \cdot \sqrt{\frac{1+\beta}{1+\beta s^2}}\right)$$

где  $\beta$  – параметр «лимитера»,  $\frac{1}{3} \le \beta \le 3$ , и для семейства, заданного формулами:

$$f(s) = \max(0, (1 - \beta)\min(s, 1) + \beta \max(\min(2s, 1), \min(s, 2))),$$

где  $\beta$  – параметр,  $0 \le \beta \le 1$ .

По времени была использована схема Рунге-Кутта 4-го порядка точности. Для двумерных уравнений переноса применены покоординатные схемы расщепления [94; 7; 68; 69; 106]. Для описания схем расщепления уравнение (2.65) перепишем в операторном виде так:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + L_y(U) + L_z(U) = 0$$

Поскольку операторы  $L_y$ ,  $L_z$  для решаемых задач некоммутативны, то двухшаговая схема расщепления вида:

(I) 
$$\frac{\partial U^a}{\partial t} + L_y(U^a) = 0, \quad U^a(t-\tau) = U(t-\tau)$$
  
(II)  $\frac{\partial U}{\partial t} + L_z(U) = 0, \quad U(t-\tau) = U^a(t)$ 

имеет первый по *t* порядок точности, поэтому для решения этого уравнения были протестированы четыре схемы расщепления [7; 106], позволяющие получить второй порядок точности, а именно:

1) первая схема расщепления для интервала  $[t - \tau, t]$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U^{a}}{\partial t} + L_{y}(U^{a}) &= 0, \quad U^{a}(t-\tau) = U(t-\tau) \\ \frac{\partial U^{1}}{\partial t} + L_{z}(U^{1}) &= 0, \quad U^{1}(t-\tau) = U^{a}(t) \\ \frac{\partial U^{b}}{\partial t} + L_{z}(U^{b}) &= 0, \quad U^{b}(t-\tau) = U(t-\tau) \\ \frac{\partial U^{2}}{\partial t} + L_{y}(U^{2}) &= 0, \quad U^{2}(t-\tau) = U^{b}(t) \\ U &= \frac{1}{2}(U^{1}(t) + U^{2}(t)) \end{aligned}$$

2) вторая схема расщепления для интервала  $[t - \tau, t]$ :

$$\begin{split} &\frac{\partial U^{1}}{\partial t} + L_{y}(U^{1}) = 0, \quad U^{1}(t-\tau) = U(t-\tau) \\ &\frac{\partial U^{2}}{\partial t} + L_{z}(U^{2}) = 0, \quad U^{2}(t-\tau) = U^{1}(t-0.5\tau) \\ &\frac{\partial U^{3}}{\partial t} + L_{z}(U^{3}) = 0, \quad U^{3}(t-0.5\tau) = U^{2}(t-0.5\tau) \\ &\frac{\partial U}{\partial t} + L_{y}(U) = 0, \quad U(t-0.5\tau) = U^{3}(t) \end{split}$$

3) третья схема расщепления для интервала  $[t - \tau, t]$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U^1}{\partial t} + L_y(U^1) &= 0, \quad U^1(t-\tau) = U(t-\tau) \\ \frac{\partial U^2}{\partial t} + L_z(U^2) &= 0, \quad U^2(t-\tau) = U^1(t-0.5\tau) \\ \frac{\partial U}{\partial t} + L_y(U) &= 0, \quad U(t-0.5\tau) = U^2(t) \end{aligned}$$

4) четвертая схема расщепления для интервала  $[t - \tau, t]$ :

$$\begin{split} &\frac{\partial U^1}{\partial t} + L_z(U^1) = 0, \quad U^1(t-\tau) = U(t-\tau) \\ &\frac{\partial U^2}{\partial t} + L_y(U^2) = 0, \quad U^2(t-\tau) = U^1(t-0.5\tau) \\ &\frac{\partial U}{\partial t} + L_z(U) = 0, \quad U(t-0.5\tau) = U^2(t) \end{split}$$

Если при получении решения на каждом шаге использованы схемы 2-го порядка точности, а операторы задачи отнести к полуцелому узлу  $(t - 0.5\tau)$ , то описанные схемы расщепления также имеют 2-ой порядок точности. Сравнение схем расщепления было проведено в условиях случайного начального возмущения при фоновом значении восточного электрического поля 0.1 мВ/м для разностной сетки размером  $512 \times 1024$  узла и показано на рис. 2.13 для момента развитой неустойчивости. В этих численных экспериментах для решения одномерных задач были использованы TVD-схемы с «лимитером» вида:  $f(s) = \max(0, \min(s, 1))$ , т.е. «minmod». Область решения по горизонтали 800 км, по вертикали диапазон высот от 100км до 1700 км.



Рис. 2.13. Распределение электронной концентрации для разных схем расщепления, а) – первая схема расщепления, б) – вторая схема расщепления, в) – третья схема расщепления, г) – четвертая схема расщепления, д) – схема первого порядка точности без расщепления.

В этих расчетах временная длительность решения от момента инициализации неоднородностей составляет 10000 с. При этом максимум электронной концентрации  $Ne_{max}$  равен соответственно 1170806 для первого варианта, 1170804 для второго варианта, 1170773 для третьего варианта, 1170783 для четвертого варианта расщепления и 1169410 для схемы

первого порядка точности, не использующей расщепление. Таким образом, по этому параметру, в относительных единицах разные варианты схем расщепления различаются на величину менее  $3 \cdot 10^{-5}$ , а результаты расчетов по схеме первого порядка точности отличаются от результатов расчетов по схемам второго порядка на величину  $1.2 \cdot 10^{-3}$ .

Для центрального наиболее развитого пузыря местоположение его вершины для разных вариантов расчетов отличается по горизонтали на величину менее 1 км, а по вертикали для схем расщепления второго порядка отличие также менее 1 км, при этом схема первого порядка дает отличие от схем 2-го порядка на 9 км.

#### Второй тип уравнений моделей – эллиптические уравнения.

Аппроксимации уравнений потенциала по поперечным к силовым линиям магнитного поля Земли направлениям построены с использованием разнесенных сеток для достижения наименьшего суммарного шаблона разностных схем. Были исследованы три варианта разнесения величин в координатных поверхностях, перпендикулярных силовым линиям геомагнитного поля, указанные на рис. 2.14. Наиболее предпочтительным оказался вариант III, поскольку он приводит к наименьшему суммарному шаблону разностной схемы. На рис. 2.14 через *n*<sub>e</sub> показано положение узлов, в которых содержится электронная и ионная концентрации и температуры ионов и электронов, U – потенциал электрического поля, V, W – компоненты поперечной скорости переноса электронов и ионов.



Рис. 2.14. Схемы разнесения сеточных величин.

Рассмотрим разностные аппроксимации эллиптических уравнений. Эллиптические уравнения моделей неустойчивостей как для двумерного, так и для трехмерного приближения являются двумерными и имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( D_1 \frac{\partial U}{\partial y} + D_3 \frac{\partial U}{\partial z} - F_y \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_2 \frac{\partial U}{\partial z} - D_3 \frac{\partial U}{\partial y} - F_z \right) = -Q$$
(2.67)

Для удобства решения уравнение (2.67) перепишем так:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( D_1 \frac{\partial U}{\partial y} - F_y \right) + \frac{\partial D_3}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_2 \frac{\partial U}{\partial z} - F_z \right) - \frac{\partial D_3}{\partial z} \frac{\partial U}{\partial y} = -Q$$
(2.68)

Уравнения (2.68) являются двумерными и содержат производные первого порядка, что приводит к несамосопряженности дифференциального оператора. Для слагаемых первого порядка применяется аппроксимация с направленными разностями, а для получения второго порядка аппроксимации корректирующие множители. Такое построение позволяет единообразным образом получать монотонные схемы второго порядка точности при любых соотношениях коэффициентов и шагов разностной сетки. Опишем теперь разностную аппроксимацию слагаемых, соответствующих операции дифференцирования по координате *у* вида:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( D_1 \frac{\partial U}{\partial y} \right) - \frac{\partial D_3}{\partial z} \frac{\partial U}{\partial y} \,.$$

Разностная аппроксимация этого выражения в точке разностной сетки с индексами (*j*, *k*) имеет вид:

$$\frac{1}{\Delta y_{j}} \left( D_{1\,j+1/2,k} \frac{U_{j+1,k} - U_{j,k}}{\Delta y_{j+1/2}} - D_{1\,j-1/2,k} \frac{U_{j,k} - U_{j-1,k}}{\Delta y_{j-1/2}} \right) - \frac{D_{3\,j,k+1/2} - D_{3\,j,k-1/2}}{\Delta z_{k}} \frac{U_{j+1,k} - U_{j,k}}{\Delta y_{j+1/2}}, \\
\frac{D_{3\,j,k+1/2} - D_{3\,j,k-1/2}}{\Delta z_{k}} < 0 \\
\frac{1}{\Delta y_{j}} \left( D_{1\,j+1/2,k} \frac{U_{j+1,k} - U_{j,k}}{\Delta y_{j+1/2}} - D_{1\,j-1/2,k} \frac{U_{jk} - U_{j-1,k}}{\Delta y_{j-1/2}} \right) - \frac{D_{3\,j,k+1/2} - D_{3\,j,k-1/2}}{\Delta z_{k}} \frac{U_{j,k} - U_{j-1,k}}{\Delta y_{j-1/2}}, \quad (2.69) \\
\frac{D_{3\,j,k+1/2} - D_{3\,j,k-1/2}}{\Delta z_{k}} > 0$$

Такая схема монотонна при любых соотношениях коэффициентов и шагов разностной сетки, но имеет первый порядок аппроксимации. Для получения аппроксимации второго порядка применены корректирующие коэффициенты, обозначенные здесь через μ и χ:

$$\mu \frac{1}{\Delta y_{j}} \left( D_{1\,j+1/2,k} \frac{U_{j+1,k} - U_{j,k}}{\Delta y_{j+1/2}} - D_{1\,j-1/2,k} \frac{U_{j,k} - U_{j-1,k}}{\Delta y_{j-1/2}} \right) - \chi \frac{D_{3\,j,k+1/2} - D_{3\,j,k-1/2}}{\Delta z_{k}} \frac{U_{j+1,k} - U_{j,k}}{\Delta y_{j+1/2}}, \\ \frac{D_{3\,j,k+1/2} - D_{3\,j,k-1/2}}{\Delta z_{k}} < 0 \\ \mu \frac{1}{\Delta y_{j}} \left( D_{1\,j+1/2,k} \frac{U_{j+1,k} - U_{j,k}}{\Delta y_{j+1/2}} - D_{1\,j-1/2,k} \frac{U_{jk} - U_{j-1,k}}{\Delta y_{j-1/2}} \right) - \chi \frac{D_{3\,j,k+1/2} - D_{3\,j,k-1/2}}{\Delta z_{k}} \frac{U_{j,k} - U_{j-1,k}}{\Delta y_{j-1/2}},$$

$$\frac{D_{3\,j,k+1/2} - D_{3\,j,k-1/2}}{\Delta z_{k}} > 0$$

$$(2.70)$$

Для достижения второго порядка точности корректирующие коэффициенты имеют вид:

$$\mu = \frac{D_{1\,j,k}}{D_{1\,j,k} + \frac{\Delta y_j}{2} \left| \frac{D_{3\,j,k+1/2} - D_{3\,j,k-1/2}}{\Delta z_k} \right|}$$
(2.71)

$$\chi = \begin{cases} 1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta(D_1)_{j,k}}{D_{1,j,k}} \cdot sign(D_{3,j,k+1/2} - D_{3,j,k-1/2}), & \Delta(D_1)_{j,k} < 0 \\ \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta(D_1)_{j,k}}{D_{1,j,k}} \cdot sign(D_{3,j,k+1/2} - D_{3,j,k-1/2})\right)^{-1}, & \Delta(D_1)_{j,k} > 0 \end{cases}$$

$$(2.72)$$

Здесь  $\Delta(D_1)_{j,k}$  – разность величины D<sub>1</sub> по переменной *у*, отнесенная к узлу (j, k), т.е:

$$\Delta(D_1)_{j,k} = (D_1)_{j+1/2,k} - (D_1)_{j-1/2,k}.$$

Так откорректированная схема имеет второй порядок аппроксимации поскольку μ корректирует погрешность, выражающуюся через производные второго порядка, а χ корректирует погрешность, выражающуюся через производные первого порядка. Кроме этого для откорректированной схемы выполняются условия монотонности.

Численные эксперименты показали, что даже на грубых сетках (пространственный шаг 5км) в условиях развитой неустойчивости, корректирующие множители отличались от 1 не более чем в полтора раза, что сохраняло аппроксимацию и на таких сетках. Аналогичным образом строится разностная аппроксимация для слагаемых вида:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( D_2 \frac{\partial U}{\partial z} \right) + \frac{\partial D_3}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial z}$$

Граничные условия разностной схемы имеют вид. Слева и справа заданы разностные аналоги

условий 
$$\frac{\partial U}{\partial y} = -E_{0y}$$
, то есть:  
 $\frac{U_{2,k} - U_{1,k}}{\Delta y_{1+1/2}} = -E_{0y}$   
 $\frac{U_{n,k} - U_{n-1,k}}{\Delta y_{1+1/2}} = -E_{0y}$ 
(2.73)

Снизу и сверху задан потенциал, соответствующий фоновому электрическому полю с учетом того, что для вычисления электрических полей потенциал может быть задан с точностью до произвольной константы и поэтому может быть задан, например, так:

$$U_{j,1} = -y_j E_{0y} - z_1 E_{0z}$$

$$U_{j,m} = -y_j E_{0y} - z_m E_{0z}$$
(2.73)

Для выбора метода решения разностных эллиптических уравнений модели были проведены численные эксперименты по сравнению различных существующих методов для выбора наиболее эффективного метода, при этом учитывалось, что специфика решаемых задач требует получения относительных погрешностей итераций и округлений порядка 10<sup>-10</sup> и менее.

Как известно, для решения разностных эллиптических уравнений применяются и прямые и итерационные методы. На сегодняшний день разработано большое количество как алгоритмов решения таких СЛАУ, так и программного обеспечения – «решатели» СЛАУ [3; 64; 65; 66; 79; 92; 94; 102; 105; 122]. В соответствии с используемыми методами они подразделяются на прямые и итерационные, с последовательными и параллельными реализациями. Для выбора метода решения разностных эллиптических уравнений модели в работе были проведены численные эксперименты по сравнению различных существующих методов. В частности были исследованы:

- о Прямые методы (матричная прогонка и метод вложенных сечений)
- Meтод BiCGStab
- о Методы неполной факторизации
- о Metog BiCGStab с предобуславливанием операторами неполной факторизации
- о Многосеточные методы.

Исследованные в работе методы неполной факторизации с шаблонами для неполной факторизации разностного оператора L в произведение L<sub>L</sub>L<sub>U</sub> указаны на рис.2.15.



Рис. 2.15. Шаблоны неполной факторизации: А) – шаблон разностной схемы, В) и С) – шаблоны факторов L<sub>L</sub> (слева) и L<sub>U</sub> (справа).

В варианте В) шаблоны факторов не выходят за пределы шаблона исходного оператора, а в варианте С) в шаблон каждого фактора добавлено по одной точке. При этом использованы два варианта построения факторов:

- В операторе разности L L<sub>L</sub>L<sub>U</sub> полагаем равными нулю коэффициенты, находящиеся в шаблоне исходного оператора L.
- Применяем периферийную компенсацию, т.е. в операторе разности L L<sub>L</sub>L<sub>U</sub> коэффициенты, кроме центрального, выбираем так, чтобы схема была точной для многочленов наибольшей возможной степени [92].

В результате численных экспериментов для рассматриваемого класса уравнений были получены следующие результаты:

- Прямой метод матричная прогонка эффективен для малых сеток (менее 50 узлов по одному из направлений);
- Прямой метод метод вложенных сечений эффективен для средних сеток (менее 150 узлов по одному из направлений);
- Метод BiCGStab низкоэффективен, поскольку требует количества итераций сопоставимого с линейными размерами разностных сеток, и в численных экспериментах наблюдается резкое уменьшение скорости сходимости при достижении относительной погрешности 10<sup>-5</sup>–10<sup>-7</sup>;
- о Методы неполной факторизации показали низкую эффективность;
- Метод BiCGStab с предобуславливанием операторами неполной факторизации показал среднюю эффективность;
- о Многосеточные методы показали высокую эффективность.

В ранних реализациях моделей применялись прямые методы – безразностный вариант матричной прогонки и метод вложенных сечений, в современных версиях применяются многосеточные методы.

В современной реализации модели используется нерекурсивная реализация алгоритма  $W(\mu_1, \mu_2)$  цикла. Этот процесс сходится примерно за 10 – 50 итераций до уровня погрешности  $3 \cdot 10^{-10}$  первоначальной. Для уменьшения числа итераций в качестве начальных значений *U* применялся предсказатель. Было протестировано четыре вида предсказателей, которые задавались формулами:

$$\begin{split} I) & U_1 = U_0 \\ II) & U_1 = U_0 + p(U_0 - U_{-1}) \\ III) & U_1 = U_0 + (U_0 - U_{-1}) + p(U_0 - 2U_{-1} + U_{-2}) \\ IV) & U_1 = U_0 + (U_0 - U_{-1}) + (U_0 - 2U_{-1} + U_{-2}) + p(U_0 - 3U_{-1} + 3U_{-2} - U_{-3}) \end{split}$$

Здесь  $U_1$ ,  $U_0$ ,  $U_{-1}$ ,  $U_{-2}$ ,  $U_{-3}$  – значения потенциала на текущем временном шаге и четырех предшествующих, р  $\in$  (0.0; 1.0) – параметр предсказателя. В среднем лучшим оказался вариант (III) со значением параметра р  $\approx$  0.9. Применение этого предсказателя позволило уменьшить число итераций на каждом временном шаге, кроме нескольких первых, в среднем на 2–3 итерации.

При проведении численных экспериментов по тестированию многосеточного метода было обнаружено заметное замедление сходимости при некоторых условиях, в частности для ситуаций: граничные условия второго или третьего типа; сильная несимметричность разностного оператора в отдельных зонах области решения, получающаяся на развитой стадии развития неоднородностей; сильная неоднородность разностного оператора, возникающая в результате экспоненциального убывания частот столкновений заряженных частиц с нейтральными на величину до 10 порядков в проводимости Холла и до нескольких порядков в проводимости Педерсена.

Для устранения этого дефекта были использованы следующие изменения: выполняется дополнительная итерация в блоке сглаживания на границах, что почти не увеличивает арифметические затраты на шаг, но экспериментально обнаружено повышение надежности (робастности) алгоритма решения; на шаге коррекции:  $U^k = U^k + P^k(e^{k+1})$ , где  $U^k$  – сеточный потенциал на сетке *k*-того уровня,  $P^k$  – оператор интерполяции с сетки *k*+1 уровня на сетку *k*-го уровня, использовать параметрическую коррекцию вида:

$$U^k = U^k + r_k \cdot P^k(e^{k+1})$$

Параметры  $r_k$  были определены экспериментально, значение параметров  $r_k$  заметно отличается от теоретического значения 1, что связано, по-видимому, с применяемой в операторах  $P^k$  линейной интерполяцией и нестандартным набором эллиптических операторов на разных уровнях метода.

Эта модификация сделала алгоритм более робастным: в отличие от первоначальной схемы для всех вариантов расчетов на разных сетках и на всех шагах решения количество итераций не достигало заданной в модели верхней границы (50 итераций) при задании критерия сходимости равного 1·10<sup>-12</sup>, используемого в численных экспериментах, представленных в диссертации. Пример процесса сходимости с описанной схемы решения показан на рис. 2.16, где по горизонтали указан номер итерации, а по вертикали десятичный логарифм оценки точности. Эти данные получены при моделировании развития неустойчивости Рэлея-Тейлора и соответствуют моменту времени 1000с от начала процесса, когда пузырь достаточно развит, т.е. при наличии указанных выше особенностей.



Рис. 2.16. Процесс сходимости для сеток разных размеров. Маркер N соответствует оценке по невязке, а маркер D – оценке по разности соседних приближений.

Погрешность оценивалась с использованием невязки и разности между последовательными итерациями следующим образом. Погрешность с использованием невязки вычислялась по формулам:

$$p_{n} = \sqrt{n_{y}n_{z}} \frac{\|L(U) - b\|}{\|a\| \cdot \|U\|}$$
(2.74)

где  $\| \| -$ сеточный аналог нормы  $L_2$ , a -центральные коэффициенты разностной схемы. Погрешность с использованием разности между последовательными итерациями вычислялась по схеме:

$$p_{*} = \sqrt{2 \frac{\|U^{k} - U^{k-1}\|^{2}}{\|U^{k}\|^{2} + \|U^{k-1}\|^{2}}},$$

$$p_{r} = \frac{p_{*}}{1 - \sqrt[k]{p_{*}}}$$
(2.75)

Здесь k – номер итерации, а вторая формула вычислений учитывает конечную скорость сходимости в предположении линейной сходимости итерационного процесса. Критерием окончания итераций является одновременное выполнение условий:

$$p_n \leq \varepsilon, \quad p_r \leq \varepsilon$$

и дополнительно ограничение на максимальное количество итераций, которое при проведении численных экспериментов задавалось равным 50. Время решения двумерной модели в конфигурации «уравнение переноса + уравнение потенциала» на одном временном шаге в однопотоковом варианте на процессоре Intel Core i3 с тактовой частотой 3,1 ГГц составляет:

на сетке размером 128×192 узла в среднем 0,4 сек на сетке размером 256×384 узла в среднем 1,9 сек на сетке размером 512×768 узла в среднем 9,7 сек на сетке размером 1024×1536 узла в среднем 43 сек

#### Третий тип уравнений – уравнения продольной диффузии.

При решении уравнений диффузии вдоль силовых линий использовались неявные разностные схемы с порядком точности  $O(\tau, h^2)$ . Полученные разностные уравнения решались с использованием прогонок без разностей. Варианты прогонки без разностей применены в силу того, что при использовании обычной прогонки наблюдается сильное накопление погрешностей округления, в некоторых случаях не позволяющее найти решение даже с использованием двойной точности.

Опишем некоторые варианты скалярной прогонки без разностей для решения одномерных разностных уравнений, применявшихся в работе [55]. Решение трехточечных прогонки разностных уравнений методом основано на неявной факторизации соответствующего разностного оператора. В [92] рассмотрены некоторые варианты решения трёхточечных разностных уравнений, но как указано в [38] анализ вычислительной устойчивости проведён не полностью. В работе [38] показано, что классическая запись прогонки даже при диагональном преобладании имеет свойство накопления погрешностей округления порядка O(n<sup>3</sup>) единиц младшего разряда и там же приведены примеры показывающие, что при количестве узлов порядка 300 и использовании обычной точности в этом случае могут получаться большие погрешности (десятки процентов и более). Там же указаны способы уменьшения этих погрешностей, в частности с помощью преобразования прогонки к безразностному виду. Рассмотрим некоторые варианты прогонок без разностей. В этом случае как указано в [38] погрешности округлений накапливаются со скоростью не более чем  $O(n^2)$ , а при некоторых условиях на коэффициенты - O(n). В работе автора использовано несколько вариантов безразностных прогонок в соответствии с видами решаемых дифференциальных и соответствующим им разностных уравнений.

Первый вариант. Этот вариант соответствует случаю наличия только продольной диффузии и отсутствия продольного переноса и рассмотрен в [38]. Разностную схему для одномерного дифференциального оператора 2-го порядка обозначим здесь так:

$$(b_{1} + c_{1})Y_{1} - c_{1}Y_{2} = d_{1},$$
  

$$-a_{i}Y_{i-1} + (b_{i} + a_{i} + c_{i})Y_{i} - c_{i}Y_{i+1} = d_{i}, i = 2,..., n-1$$
  

$$-a_{n}Y_{n-1} + (b_{n} + a_{n})Y_{n} = d_{n}.$$

В этих уравнениях  $Y_i$  – неизвестная сеточная функция,  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$  – коэффициенты, обладающие свойством  $a_i > 0$ ,  $b_i \ge 0$ ,  $c_i > 0$ ,  $d_i \ge 0$ , при этом будем считать, что выполнено условие диагонального преобладания. Тогда прямой ход безразностной прогонки имеет вид:

$$\begin{split} e_{1} &= \frac{b_{1}}{b_{1} + c_{1}}, \ f_{1} = \frac{d_{1}}{b_{1} + c_{1}}, \\ e_{i} &= \frac{b_{i} + a_{i}e_{i-1}}{b_{i} + c_{i} + a_{i}e_{i-1}}, \ f_{i} = \frac{d_{i} + a_{i}f_{i-1}}{b_{i} + c_{i} + a_{i}e_{i-1}}, \ i = 2, \dots, n-1, \\ Y_{n} &= \frac{d_{n} + a_{n}f_{n-1}}{b_{n} + a_{n}e_{n-1}}. \end{split}$$

Здесь  $e_i$ ,  $f_i$  – прогоночные коэффициенты, при этом выполнены условия  $0 < e_i < 1$ . Обратный ход этой прогонки задается в виде:

$$Y_i = (1 - e_i)Y_{i+1} + f_i$$
,  $i = n - 1, \dots, 2$ .

Здесь коэффициент  $1 - e_i$  может быть записан в безразностном виде:

$$1 - e_i = \frac{c_i}{b_i + c_i + a_i e_{i-1}} < 1.$$

А, следовательно, и формулы обратного хода можно записать в безразностном виде:

$$Y_{i} = \frac{c_{i}}{b_{i} + c_{i} + a_{i}e_{i-1}}Y_{i+1} + f_{i}.$$

Кроме уменьшения порядка роста погрешностей этот вариант прогонки доказывает однозначную разрешимость соответствующих разностных уравнений.

Второй вариант. Этот вариант соответствует случаю наличия и диффузии и переноса. В этом случае после аппроксимации уравнения на основе аппроксимации потоков разностная схема имеет вид:

$$(b_1 + a_1)Y_1 - c_1Y_2 = d_1,$$

$$-a_{i-1}Y_{i-1} + (b_i + a_i + c_{i-1})Y_i - c_iY_{i+1} = d_i, \ i = 2,..., n-1,$$
$$-a_{n-1}Y_{n-1} + (b_n + c_{n-1})Y_n = d_n.$$

В этих уравнениях для коэффициентов выполнены свойства  $a_i > 0$ ,  $b_i \ge 0$ ,  $c_i > 0$ ,  $d_i \ge 0$ , а условие диагонального преобладания в общем случае не выполнено. Прямой ход прогонки запишем так:

$$e_{1} = \frac{b_{1}}{b_{1} + a_{1}}, f_{1} = \frac{d_{1}}{b_{1} + a_{1}},$$

$$e_{i} = \frac{b_{i} + c_{i-1}e_{i-1}}{a_{i} + b_{i} + c_{i-1}e_{i-1}}, f_{i} = \frac{d_{i} + a_{i-1}f_{i-1}}{a_{i} + b_{i} + c_{i-1}e_{i-1}}, i = 2,...,n-1,$$

$$Y_{n} = \frac{d_{n} + a_{n-1}f_{n-1}}{b_{n} + c_{n-1}e_{n-1}}.$$

При этом выполнены неравенства  $0 < e_i < 1$ .

Обратный ход прогонки для этих уравнений имеет вид:

$$Y_i = \frac{c_i}{a_i} (1 - e_i) Y_{i+1} + f_i, \ i = n - 1, \dots, 2.$$

Здесь имеет место  $1 - e_i = \frac{a_i}{a_i + b_i + c_{i-1}e_{i-1}} < 1$ . Следовательно, формулы обратного хода можно

записать в безразностном виде:

$$Y_i = \frac{c_i}{a_i + b_i + c_{i-1}e_{i-1}} Y_{i+1} + f_i \,.$$

Также как и в предыдущем случае кроме уменьшения порядка роста погрешностей этот вариант прогонки доказывает однозначную разрешимость соответствующих разностных уравнений.

*Третий вариант.* Циклический случай при отсутствии переноса. В этом случае разностные уравнения имеют вид:

$$\begin{split} Y_0 &= Y_n, \quad Y_{n+1} = Y_1, \\ &-a_i Y_{i-1} + (b_i + a_i + c_i) Y_i - c_i Y_{i+1} = d_i, \ i = 1, \dots, n, \\ &a_i > 0, \quad b_i \ge 0, \quad c_i > 0, \quad d_i \ge 0. \end{split}$$

Прямой ход прогонки задается формулами:

$$\begin{split} e_{1} &= \frac{c_{1}}{b_{1} + a_{1} + c_{1}}, \quad f_{1} = \frac{d_{1}}{b_{1} + a_{1} + c_{1}}, \quad g_{1} = \frac{a_{1}}{b_{1} + a_{1} + c_{1}}, \quad z_{1} = \frac{b_{1}}{b_{1} + a_{1} + c_{1}}, \\ q_{i} &= b_{i} + c_{i} + a_{i}(g_{i-1} + z_{i-1}), \quad e_{i} = \frac{c_{i}}{q_{i}}, \quad f_{i} = \frac{d_{i} + a_{i}f_{i-1}}{q_{i}}, \quad g_{i} = \frac{a_{i}g_{i-1}}{q_{i}}, \\ z_{i} &= \frac{b_{i} + a_{i}z_{i-1}}{q_{i}}, \quad i = 2, \dots, n-1. \end{split}$$

Вспомогательный ход прогонки имеет вид:

$$r_{1} = a_{n} + b_{n} + c_{n}, \quad s_{1} = c_{n}, \quad u_{1} = d_{n}, \quad z_{n} = b_{n},$$
  
$$s_{i} = s_{i-1}e_{i-1}, \quad u_{i} = u_{i-1} + s_{i-1}f_{i-1}, \quad z_{n} = z_{n} + s_{i-1}z_{i-1}, \quad r_{i} = s_{i} + a_{n} + z_{n}, \quad i = 2, n-1.$$

Вычисление  $Y_n$ :

$$Y_n(z_n + (a_n + s_{n-1})z_{n-1}) = u_{n-1} + (a_n + s_{n-1})f_{n-1}$$

В этих формулах величины  $r_i$ ,  $s_i$ ,  $u_i$  соответствуют уравнениям  $-a_nY_{n-1} + r_iY_n - s_iY_i = u_i$ 

Обратный ход прогонки имеет вид:

$$Y_i = e_i Y_{i+1} + f_i + g_i Y_n, \ i = n - 1, \dots, 1$$

В этом варианте прогонки также отсутствуют разности, что, как и в предыдущих случаях, кроме уменьшения порядка роста погрешностей доказывает однозначную разрешимость соответствующих разностных уравнений.

Оценим ресурсы, необходимые для решения поставленных в работе задач. Для исследования трехмерных среднемасштабных сильно нестационарных процессов будем ограничивать область решения уравнений модели снизу высотой 90 км, сверху высотой 3000 км, а в горизонтальном направлении протяженность области интегрирования будем выбирать из диапазона от 50 км до 500 км. Характерные масштабы процессов, связанных с развитием неустойчивости Рэлея-Тейлора в экваториальной F-области ионосферы составляют от 0,1 км до 50 км по пространству и от 1 с до 1000 с по времени. В силу сказанного, минимальное число узлов по долготе составляет, в зависимости от поставленных задач, примерно от 100 до 1000 узлов по высоте, примерно от 200 до 2000 узлов по долготе, вдоль силовых линий магнитного поля примерно от 200 до 2000 узлов и по времени число шагов составляет от 1000 до 10000. Тогда получаем для нижней границы объема разностной сетки с учетом криволинейности нижней границы значение 2 млн. узлов и 1000 временных шагов. При такой степени детализации решение в однопоточном режиме требует порядка нескольких часов процессорного времени. Для верхней границы объема разностной сетки получаем значение 2 млд. узлов и до 10000 временных шагов. При такой степени детализации решение в однопоточном режиме невозможно и требуется использование высокопроизводительных систем.

Для вычислительных экспериментов по трехмерной модели использовался вычислительный кластер БФУ им. И. Канта производства IBM, который обладает следующими характеристиками: операционная система: RedHat Enterprise Linux 5.1; 68 вычислительных узлов: 2x Intel Xeon QuadCore 2.33GHz, 8GB ОЗУ; суммарный объем оперативной памяти: 576 Gb; дисковая подсистема:7,2 Tb; коммуникационная сеть: InfiniBand 10Gbit/s; транспортная И сервисная сети: Gigabit Ethernet; пиковая производительность: 5070 Gflops.

Высокопроизводительная реализация описанных моделей использует открытый стандарт распараллеливания OpenMP и стандарт MPI на языке программирования C++. При этом поперечная магнитным силовым линиям экваториальная плоскость в области решения разбивается на прямоугольные части таким образом, чтобы при разбиении трехмерной области интегрирования суммарная площадь границ этих частей была минимальна.

129



Рис. 2.17. Разбиение области интегрирования на подобласти.

Трехмерная область решения уравнений модели использует разбиение этой плоскости, указанное на рис. 2.17, следующим образом: в каждую подобласть входят все линии β координатной сетки, пересекающие одну из прямоугольных частей на рис 2.17 слева. Такой способ применяется по причине больших значений скоростей переноса концентраций и температур заряженных частиц вдоль силовых линий магнитного поля Земли. При этом наиболее оптимальным является комбинированное использование формализмов распараллеливания OpenMP и MPI. Использование формализма OpenMP позволяет получить ускорение почти пропорциональное числу использованных ядер, но при этом число ядер ограничено размерами узла кластера (8 ядер на доступном кластере). Этот формализм используется внутри каждой подобласти решения. Для обмена информацией между подобластями, происходящем на каждом временном шаге, используется формализм передачи сообщений МРІ. При таком подходе количество подобластей, изображенных на рис. 2.17 слева должно совпадать с количеством используемых в расчёте узлов вычислительной системы. Такой подход позволяет решать на имеющемся кластере уравнения трехмерной модели на сетке размером примерно до  $400 \times 800 \times 800 \times 0.75 \approx 200$  млн. узлов.

Описанный подход к распараллеливанию является ограниченно масштабируемым, поскольку при большом числе вычислительных узлов увеличиваются объемы граничной информации, которую необходимо передавать на каждом шаге и как следствие уменьшается эффективность распараллеливания.

### 2.3.5. Тестирование моделей

Для тестирования алгоритмов использовались как сравнительные расчеты на разных сетках и разных приближениях, так и сравнение с аналитическими решениями уравнений для вариантов моделей, для которых удавалось построить такие решения. В частности для моделей шарового слоя применялся метод «фиктивных источников», впервые описанный для ионосферных задач в работе [87], в котором по заданным аналитическим решениям, приближенно соответствующих моделируемым физическим процессам, находились источники для уравнений этих моделей, тем самым получались уравнения близкие к модельным, но с известными аналитическими решениями, на которых затем проводилось тестирование численных методов решения уравнений модели.

Результаты тестирования алгоритмов решения уравнений модели, представленные в этом параграфе диссертации, соответствовали, в основном следующим условиям.

- Индексы солнечной активности соответствующие повышенному уровню:  $F_{107} = 150, \quad \overline{F}_{107} = 150,$ 

такие значения выбирались вследствие большей вероятности появления исследуемых явлений при повышенной солнечной активности.

- Индекс геомагнитной активности:  $k_p \in [1; 5]$ .

- Условия равноденствия, номер дня 80 или 270.

- Высота начальной неоднородности: 250 – 300 км (при высоте максимума концентрации электронов в вечернее время ≈ 350 км).

- Депрессия начальной неоднородности от2 до 10 раз.

- Диаметр начальной неоднородности *d* от 5 до 20 км.

Вид профиля начальной изолированной неоднородности обычно задавался формулами:

$$n_e = \frac{n_{e0}}{1 + \mu \exp(-((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2)(0.5d)^{-2})}$$
(2.76)

где  $n_{e0}$  – фоновая концентрация электронов, (*x*, *y*, *z*) – локальные декартовые координаты, (*x*<sub>0</sub>, *y*<sub>0</sub>, *z*<sub>0</sub>) – локальные декартовые координаты центра неоднородности,  $\mu$  – параметр профиля, определяющий степень депрессии.

Характерные высотные профили начальных значений концентраций и проводимостей и некоторые особенности их поведения, важные для построения методов решения, получены решением на установление периодических по времени распределений с помощью фоновой модели и приведены на рис. 2.18 – 2.20.



Рис. 2.18. Вертикальный профиль начального значения электронной концентрации без возмущения (А) и с начальным возмущением на высоте 295 км (Б).



Рис. 2.19. Локальные проводимости Педерсена и Холла без учета начального возмущения (слева) и с учетом начального возмущения на высоте 295 км (справа).



Рис. 2.20 Высотный профиль отношения проводимости Холла к проводимости Педерсена.

На рис. 2.21. приведены модельные расчеты с использованием схемы «кабаре» (Айзерлиса) [21; 22; 61] для электронной концентрации с шагами по у и z 4км (А) и 2км (Б) с одинаковыми числами Куранта, равными единице в своих максимумах. Область решения по горизонтали составляет 1000 км, а по вертикали диапазон диапазон 100–1600 км. Цифрами на рисунке отмечены значения  $lg(n_e)$ . При этом в расчете (А) сделано 632 шага по времени, а в расчете (Б) – 1264 шага.



Рис. 2.21. Модельные расчеты переноса электронной концентрации с шагами по у и *z* 4км (А) и 2км (Б).

В этих расчетах использовано начальное значение полученное в результате решения на установление, а скорости переноса были заданы по формулам:

$$V_{y} = 100 \sin\left(2\pi \frac{z - z_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}}\right)$$
$$V_{z} = 20 + 100(e^{s} - 1)^{6}, \quad s = \ln 8 \frac{(y - y_{\min})(y_{\max} - y)}{(y_{\max} - y_{\min})^{2}}$$

Расчеты показали хорошие точностные характеристики предложенной модели и возможность использования ее при расчетах ионосферных процессов с масштабами в пределах 1 – 50км.

На рис. 2.22 – 2.24 приведены результаты сравнительных тестовых расчетов по двумерной модели НРТ при использовании для уравнений переноса схемы типа TVD с ограничителем «minmod» с разными шагами по пространству и соответственно по времени. Область решения по горизонтали здесь составляет 100км, а по вертикали диапазон 140–700км, моменты времени для кадров рисунка 2.22 (слева – направо и сверху вниз) составляют 0с, 950с, 1220с, 1490с, 1760с, 2025с, 2295с, 2565с, 2700с. Начальные возмущения

задавались модельно с начальной депрессией равной 3, и диаметром неоднородности 10 км, при этом границы начальных неоднородностей были сглажены.



Рис. 2.22. Результаты тестового моделирования НРТ, двумерная модель, шаг по у – 0,3 км, шаг по z – 0.6 км, E<sub>y</sub> = 1мв/м, E<sub>z</sub> = 0мв/м. Цифры показывают десятичный логарифм от концентрации.



Рис. 2.23. Результаты тестового моделирования НРТ, двумерная модель, шаг по у – 0.6 км, шаг по z – 1.2 км, E<sub>y</sub> = 1мв/м, E<sub>z</sub> = 0мв/м. Цифры показывают десятичный логарифм от концентрации.



Рис. 2.24. Результаты тестового моделирования НРТ, двумерная модель, шаг по у – 1.2 км, шаг по z – 2.4 км, E<sub>y</sub> = 1мв/м, E<sub>z</sub> = 0мв/м. Цифры показывают десятичный логарифм от концентрации.

На рис. 2.25-2.27 приведены результаты сравнительных тестовых расчетов по двумерной модели НРТ при использовании для уравнений переноса схемы типа TVD с для лимитера «minmod», полусуммы «minmod» и «superbee» и «superbee» соответственно. Здесь область решения и моменты времени показанных кадров такие же, как на рис. 2.22.



Рис. 2.25. Результаты моделирования НРТ, двумерная модель, лимитер «minmod», E<sub>y</sub> = 1мв/м, E<sub>z</sub> = 0мв/м, шаг по у – 0.3 км, шаг по z – 0.6 км. Справа указана шкала концентраций в логарифмическом масштабе.



Рис. 2.26. Результаты моделирования НРТ, двумерная модель, лимитер 0.5(«minmod»+ «superbee», E<sub>y</sub> = 1мв/м, E<sub>z</sub> = 0мв/м, шаг по у – 0.3 км, шаг по z – 0.6 км. Справа указана шкала концентраций в логарифмическом масштабе.



Рис. 2.27. Результаты моделирования НРТ, двумерная модель, лимитер «superbee», E<sub>y</sub> = 1мв/м, E<sub>z</sub> = 0мв/м, шаг по у – 0.3 км, шаг по z – 0.6 км. Справа указана шкала концентраций в логарифмическом масштабе.

Анализ численных экспериментов, показал, что модели хорошо передают основные качественные и количественные характеристики процессов, связанных с неустойчивостью Рэлея-Тейлора при использовании ограничителя «minmod», а изменение ограничителя в

сторону «superbee» приводит к появлению нефизических осциляций, что связано с усилением погрешностей аппроксимации механизмами НРТ.

#### Основные выводы главы 2

Разработан комплекс нестационарных квазигидродинамических моделей разного уровня приближений, позволяющий без привлечения внешних моделей применяться для моделирования среднемасштабных экстремальных процессов в экваториальной F-области ионосферы, связанных с инициацией и развитием неустойчивости Рэлея-Тейлора с учетом до семи сортов положительных ионов ( $H^+$ ,  $O^+$ ,  $O_2^+$ ,  $NO^+$ ,  $N_2^+$ ,  $H_2O^+$ ,  $Ba^+$ ) и возможностью учета отрицательных ионов ( $Ni(CO)_3^-$ ,  $SF_5^-$ ), что позволяет корректно описывать низкоширотную околоземную плазму в интервале высот от нижней границы E-области до высот плазмосферы в различных ситуациях воздействий.

Среднемасштабная часть этого комплекса позволяет проводить численные эксперименты при следующих приближениях: трехмерное приближение для уравнений непрерывности и теплопередачи с диффузионным приближением для продольного переноса; приближение уравнений непрерывности как с учетом инерционности двумерное поперечного движения, так и без учета этой инерционности; двумерное приближение уравнения потенциала электрического поля в приближении сильной вытянутости двумерное приближение исследуемых неоднородностей; уравнения потенциала электрического поля с учетом интегральных проводимостей; двумерное приближение уравнения потенциала электрического поля с учетом интегральных проводимостей и маломодовым приближением продольного распределения потенциала. Эти приближения могут использоваться в различных допустимых комбинациях.

# ГЛАВА З. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЭЛЕЯ-ТЕЙЛОРА В ЭКВАТОРИАЛЬНОЙ ИОНОСФЕРЕ

В этой главе рассмотрены численные эксперименты с комплексом моделей НРТ, описанных во второй главе, в частности приведены результаты следующих численных экспериментов:

– подтверждение классического сценария развития ионосферных пузырей,
 принимающих зональную грибообразную форму и поднимающихся во внешнюю ионосферу
 с нарастающей скоростью [50; 52], в том числе и возникновение режимов с обострением [49].

 исследование влияния инерционности движения плазмы и зонального внешнего электрического поля на динамику плазменных неоднородностей на основе двумерной модели [51];

 исследование конкуренции среднемасштабных неоднородностей на основе двумерной модели [98];

- исследование динамики ионного состава плазменных пузырей;

Основная схема численных экспериментов, результаты которых приведены в этой главе, имеет следующую структуру:

- задание или расчет начальных условий для фоновых концентраций плазмы;

задание искусственного начального возмущения плазмы с заданными параметрами,
 обычно оно задавалось с помощью одномоментного применения формулы (2.76) и
 аналогичных формул для задания множественных возмущений:

$$n_e = \frac{n_{e0}}{1 + \mu \sum_{k} \exp(-((y - y_k)^2 + (z - z_k)^2)(0.5d)^{-2}))}.$$

Как демонстрируют результаты тестовых расчетов, показанные на рис. 2.21-2.29, и результаты работ [11; 17; 42; 77; 123; 143] при развитии как одиночных, так отчасти и множественных пузырей из некоторого начального возмущения в зональном сечении возникает характерная грибобразная форма, являющаяся в некотором смысле инвариантом явления, а в меридиональном сечении происходит вытягивание пузыря вдоль силовых линий магнитного поля Земли. При этом параметры формы слабо зависят от формы начального

возмущения и определяются, в основном, интегральными характеристиками начального возмущения и параметрами среды, на фоне которой происходит процесс.

## 3.1. Неустойчивость Рэлея-Тейлора и ее инициализация

В этом параграфе описаны результаты численных экспериментов по моделированию динамики ионосферных пузырей экваториальной- F-области [42; 73; 74; 129]. Показано, что в ионосферных пузырях молекулярные ионы, прежде всего NO<sup>+</sup>, эффективно выносятся на большие высоты за счет поляризационных электрических полей, а инерционность движения ионов приводит к замедлению скорости развития пузырей и увеличению их долготной протяженности. Выявлена внутренняя способность плазмы экваториальной F-области формировать долготную асимметрию в пространственной структуре пузырей. Показана возможность образования изолированных пузырей на высотах выше максимума F<sub>2</sub>-слоя.

Вынос ионов на большие высоты подтверждается рядом спутниковых данных, в том числе приведенными на рис. 3.1. из работы [115]. На этом рисунке овалом выделена та часть данных, для которой на высоте 448 км концентрация ионов NO<sup>+</sup> превышает концентрацию основных ионосферных ионов O<sup>+</sup>.



Рис. 3.1. Вынос ионов NO+ большие высоты [115].

В численных исследованиях по динамике экваториальных пузырей [197; 2224] не были учтены эффекты многокомпонентного состава плазмы, ее диамагнетизма и инерционности движения ионов. Эти факторы важны для динамики развития неоднородных Рэлей-Тейлоровских структур. Учет многокомпонентности важен по причине, что неустойчивость Рэлея-Тейлора (НРТ) в экваториальной F-области ионосферы обычно начинает развиваться в зоне ниже максимума F-области, где значительная часть состава – молекулярные ионы, прежде всего NO<sup>+</sup> и O<sub>2</sub><sup>+</sup> и в меньшей степени N<sub>2</sub><sup>+</sup>, а затем неоднородность (пузырь) поднимается на большие высоты, вплоть до высот плазмосферы [115]. В результате реализуется вынос молекулярных ионов ионов NO<sup>+</sup> и O<sub>2</sub><sup>+</sup> на большие высоты за счет поперечного электродинамического дрейфа. В ряде случаев данные спутниковых измерений подтверждают этот сценарий, но не всегда [115]. Таким образом, вопрос об ионном составе Рэлей-Тейлоровских пузырей полностью не решен. При развитии НРТ в зоне обеднения плазмы индуцируется поляризационное электрическое поле с характерной структурой потенциала, для которого зональная компонента напряженности в первом приближении задается соотношением [13] (см. формулу (2.1)):

$$E_{y} = E_{y0} \frac{n_{e0}}{n_{e}} - \frac{n_{e} - n_{e0}}{n_{e}} \frac{gB}{v_{in}}$$
(3.1)

где  $E_y$  – напряженность зональной компоненты электрического поля в области возмущения,

*E*<sub>у0</sub> – напряженность зональной компоненты фонового электрического поля,

*n*<sub>e</sub> – возмущенное значение концентрации электронов,

*n*<sub>e0</sub> – невозмущенное значение электронной концентрации,

- *g* ускорение земного тяготения,
- В индукция магнитного поля Земли,
- *v*<sub>in</sub> частота столкновений ионов с нейтральными частицами.

И может на начальной стадии достигать значений  $E_y \approx 10 \frac{MB}{M}$ , а при подъёме пузыря на высоту максимума электронной концентрации существенно бо́льших значений. Вторая оценка – линейный инкремент неустойчивости Рэлея-Тейлора имеет вид [197] (формула (2.2)):

$$\gamma = \left(\frac{g}{v_{in}} + \frac{E_{0y}}{B}\right) \frac{\partial \ln n_e}{\partial z} - v_R$$

и приближенно описывает скорость увеличения степени обеднения плазменного пузыря на начальной, линейной стадии развития НРТ. При положительных значениях  $\gamma$  приводит к росту обеднения с характерным временем  $\gamma^{-1}$  [101].

Как показывают спутниковые данные (см. рис. 1.1 и рис. 1.2.), перепад электронной концентрации вне и внутри пузыря может достигать двух порядков и более [121; 157; 193]. Отсюда и из соотношения (3.1), следует, что при развитии достаточно интенсивных пузырей, зональная компонента  $E_y$  может достигать значений  $E_y \approx 100 \frac{MB}{M}$  и более, что приводит к дрейфовым движениям плазмы внутри пузырей со скоростями порядка 100 – 5000 м/с. При расчете параметров плазмы с такими скоростями необходим учет инерционности движения, так как на стадии развитой НРТ устанавливаются не только большие градиенты электронной концентрации, но и большие градиенты скоростей движения плазмы. Учет инерционности важен также и той причине, что на больших высотах частота столкновений ионов с нейтралами мала и с ростом высоты  $v_{in} \rightarrow 0$ , поэтому на этих высотах плазма переходит в бесстолкновительный режим, поэтому расчеты с использованием бесстолкновительного приближения могут заметно отличаться от расчетов в столкновительном приближении. Таким образом, естественным шагом в развитии подхода, описанного в работах [197; 224] и основанного на численном моделировании НРТ в экваториальной F-области, является учет инерционности движения и многокомпонентного состава ионов. Опишем теперь конкретизацию и модификацию общих уравнений двумерной модели НРТ (2.58) – (2.60), записанную с учетом указанных факторов – фактора диамагнетизма плазмы, многокомпонентности и инерционности плазмы. Данная модель, так же как и двумерные модели [197; 224] справедлива только для сильно вытянутых вдоль магнитного поля неоднородностей.

В силу сказанных особенностей исходная система уравнений рассматриваемой здесь модели имеет вид:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + div_{\perp}(n_1 \vec{V}_{\perp}) = -k_1 [N_2] n_1$$
(3.2)

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} + div_{\perp}(n_2 \vec{V}_{\perp}) = k_1 [N_2] n_1 - \alpha n_e n_2$$
(3.3)

$$\frac{\partial \vec{V}_{\perp}}{\partial t} + (\vec{V}_{\perp}\nabla)\vec{V}_{\perp} = -\frac{\nabla p_i}{mn_e} + \frac{e}{m}(\vec{E} + \vec{V}_{\perp} \times \vec{B}) - \nu_{in}(\vec{V}_{\perp} - \vec{V}_{\perp n}) + \vec{g}$$
(3.4)

$$\vec{E} + \vec{V}_{e\perp} \times \vec{B} + \frac{1}{en_e} \nabla_\perp p_e = 0$$
(3.5)

$$div_{\perp}[en_e(\vec{V}_{\perp} - \vec{V}_{\perp e})] = 0 \tag{3.6}$$

где  $n_1$  – концентрация ионов O<sup>+</sup>,  $n_2$  – концентрация молекулярных ионов  $NO^+$ ,  $n_e = n_1 + n_2 -$ концентрация электронов,  $[N_2]$  – концентрация молекулярного азота,

 $\vec{V}_{\perp}$ ,  $\vec{V}_{e\perp}$  – скорости движения ионов и электронов поперек магнитного поля,

 $k_1$  – скорость зарядно-обменной реакции ионов  $O^+$  с нейтралами  $N_2$ ,

 $\alpha$  – скорость рекомбинационно-диссоциативной реакции с участием NO<sup>+</sup>,

*p<sub>i</sub>*, *p<sub>e</sub>* – давление ионного и электронного газа,

 $m = \frac{m_1 n_1 + m_2 n_2}{n_1 + n_2}$  – средняя масса ионов,

 $v_{in} = \frac{v_{1n}m_1n_1 + v_{2n}m_2n_2}{m_1n_1 + m_2n_2}$  – средняя частота столкновений ионов с нейтралами,

 $\vec{E} = -\nabla U$  – электрическое поле, U – потенциал электрического поля, e – элементарный заряд,  $\vec{B}$  – индукция магнитного поля Земли. Скорости химических реакций, используемые в модели, частиц представлены в приложении А.

Как видно из записи уравнений (3.2) – (3.4), они получены из общих уравнений в предположении, что поперечные скорости ионов различной массы равны друг другу. Данное ограничение не являемся очень важным, так как в первом приближении скорости ионов определяются дрейфовыми составляющими. Система (3.2) – (3.6) решается в локальной декартовой системе координат (x, y, z): ось x направлена на юг, ось y – на восток (аналог долготы), ось z – вверх, в координатной плоскости уz, совпадающей с частью экваториальной плоскости. Область решения охватывает диапазон долгот [-a, a] и диапазон высот [ $h_{min}$ ,  $h_{max}$ ], конкретные значения параметров a,  $h_{min}$ ,  $h_{max}$  определяются видом задачи. Система (3.2) – (3.6) дополняется следующими граничными условиями. На боковых границах при y = a и y = -a заданы соотношения:

$$\begin{split} &\frac{\partial n_1}{\partial y} = 0, \\ &\frac{\partial n_2}{\partial y} = 0, \\ &\frac{\partial \vec{V_\perp}}{\partial y} = 0, \\ &E_y = E_0 \end{split} \tag{3.7}$$

Эти соотношения соответствуют постоянству фона по долготе. На нижней границе заданы соотношения:

$$\frac{\partial \vec{V}_{\perp}}{\partial z} = 0,$$

$$n_{1,2} = const,$$

$$\Phi = -yE_{0}$$
(3.8)

где постоянные определяются условиями конкретной задачи. На верхней границе заданы соотношения:

$$\frac{\partial n_1}{\partial z} = -\frac{n_1}{H_1},$$

$$\frac{\partial n_2}{\partial z} = -\frac{n_2}{H_2},$$

$$\frac{\partial \vec{V}_{\perp}}{\partial z} = 0,$$

$$\Phi = -yE_0$$
(3.9)

где  $H_1$ , и  $H_2$  - характерные шкалы высот ионов  $O^+$  и  $NO^+$ . Начальные профили для переменных  $n_1$  и  $n_2$  в представленных расчетах задаются в виде чепменовских профилей:

$$n_{1} = n_{1\max} \exp\left(-\frac{z - z_{1\max}}{H_{1}} - \left(\exp\left(-\frac{z - z_{1\max}}{H_{1}}\right) - 1\right)\right)$$

$$n_{2} = n_{2\max} \exp\left(-\frac{z - z_{2\max}}{H_{2}} - \left(\exp\left(-\frac{z - z_{2\max}}{H_{2}}\right) - 1\right)\right)$$
(3.10)

Здесь  $n_{1\max}$ ,  $n_{2\max}$  – максимальные значения концентраций ионов,  $z_{1\max}$ ,  $z_{2\max}$  – высоты этих максимумов,  $H_1$ ,  $H_2$  – масштабы высот рассматриваемых ионов. Для поперечной

скорости  $\vec{V_{\perp}}$  в качестве начального условия выбираются однородные по высоте дрейфовые профили, согласованные с граничными условиями для потенциала электрического поля.

В качестве краевых условий на боковых границах могут быть также использованы условия периодичности решений по переменной у как это сделано в [197; 224]. Однако условия (3.7), (3.8), как нам представляется, обеспечивают большую естественность и свободу конвективного движения плазмы.

Система (3.2) – (3.6) решается численно методом конечных разностей, описанным в главе 2. В представленных результатах для реализации метода использована равномерная пространственная сетка с шагами по горизонтали  $\Delta y = 4$  км и по вертикали  $\Delta z = 10$  км. Следует отметить, что система уравнений (3.2) – (3.6) описывает только сильно вытянутые вдоль силовых линий, магнитного поля неоднородности [16]. Это обстоятельство является наиболее сильным ограничением используемой здесь модели.

В работах [77; 197; 224] было показано, что такие динамические характеристики пузырей, как характерное время развития  $T_0$  зависят от таких параметров фоновой плазмы и начальных возмущений, как градиенты электронной концентрации ниже максимума F-слоя, степень депрессии начального возмущения и геометрические размеры начального возмущения. Поэтому величина  $T_0$  является функцией начального состояния исследуемой системы. Кроме этого функцией начальных условий является зональная протяженность развивающегося пузыря, определяемая, прежде всего, первоначальной долготной протяженностью возмущения электронной концентрации. Форма же пузырей с характерной грибообразной структурой при отсутствии сильного ветрового увлечения восточной компонентой термосферного ветра является, в некоторой степени, инвариантом явления. С учетом сказанного рассмотрение результатов численных экспериментов в этом разделе будет проводиться для условий развитой Рэлей-Тейлоровской неоднородности без жесткой привязки к физическим временам развития процессов.

На рис. 3.2 приведены изолинии концентрации электронов и ионов  $NO^+$  для двух моментов времени развитой стадии неустойчивости, а именно, для  $t = T_0$  на рис. 3.2а, в и для  $t = T_0+50$ с на рис. 3.2б, г. Параметры фоновой плазмы, заданные формулами (3.10), соответствуют послезаходным условиям равноденствия, т.е. местному времени 19 LT, номеру дня 80 и повышенной солнечной активности с  $F_{10,7} = 150$ . Фоновое зональное электрическое поле задано значением  $E_0 = 0,3$  мВ/м. Как видно из рис. 3.2, на развитой стадии пузыря, для которой имеет место значительное падение электронной концентрации
внутри пузыря, ионы NO<sup>+</sup> эффективно выносятся на большие высоты, выше максимума Fслоя ионосферы: в момент времени  $T_0$  концентрация ионов  $NO^+$  на высоте 550 км равна  $10^3$  см<sup>-3</sup> (рис. 3.2в). В центре пузыря при значении координаты у равном нулю в этот момент времени относительное содержание ионов  $NO^+$  составляет 50% и более в значительном высотном интервале от 300 до 550 км. Характерной особенностью динамики ионосферной неоднородности, генерируемой механизмами HPT, является образование изолированного пузыря на высотах выше максимума F-слоя.



Рис. 3.2. Распределение концентрации электронов а) и б) и ионов  $NO^+$  в) и г). Кривая  $1 - n_e = 10^4$  см<sup>-3</sup>;  $2 - n_e = 10^5$  см<sup>-3</sup>;  $3 - [NO^+] = 10^3$  см<sup>-3</sup>;  $4 - [NO^+] = 10^2$  см<sup>-3</sup>.

Эта особенность частично отражена на рис. 3.26 и 3.2г, но более полно она представлена на рис. 3.3, где показаны последовательные стадии процесса для моментов времени равных  $T_0$  + 16c (рис. 3.3a),  $T_0$  + 32c (3.36) и  $T_0$  + 42c (3.3B). В связи с тем, что в численных экспериментах, описанных в работах [197; 224] образования изолированного пузыря не наблюдалось, перечислим основные особенности этого процесса. На развитой стадии НРТ в результате особенностей структуры потенциала электрического поля происходит пережатие ножки пузыря, в результате в верхней части F-области ионосферы формируется изолированный пузырь, уходящий затем во внешнюю ионосферу. Остальная область ионосферы, после ухода пузыря вверх постепенно восстанавливается до значений электронной концентрации окружающей плазмы. В ходе всплытия изолированного пузыря наблюдается вынос ионов  $NO^+$  до высот плазмосферы, однако вследствие реакции диссоциативной рекомбинации содержание этих ионов быстро падает, что затрудняет получение экспериментальных данных.

Еще одной характерной особенностью развития Рэлей-Тейлоровской неоднородности в экваториальной F-области, демонстрируемой на рис. 3.3, является формирование долготной асимметрии пространственной структуры пузыря. Эта асимметрия вначале незначительная возрастает с развитием процесса и становится существенной на стадии пережатия ножки пузыря и последующего распада грибообразной структуры неоднородности.



Рис. 3.3. Распределение концентрации электронов. Кривая  $1 - n_e = 10^4$  см<sup>-3</sup>;  $2 - n_e = 3 \cdot 10^4$  см<sup>-3</sup>;  $3 - n_e = 5 \cdot 10^4$  см<sup>-3</sup>;  $4 - n_e = 10^5$  см<sup>-3</sup>.

Как отмечалось во вводной части главы и в соответствии с формулами (3.1) и (2.1), для пузырей с сильно выраженной депрессией электронной концентрации должны быть характерны большие значения скорости дрейфа плазмы вследствие больших значений напряженности электрического поля внутри и в окрестности пузыря. Данные рис. 3.4а, где приведена структура поля векторов дрейфовой скорости плазмы в момент времени T<sub>0</sub>, подтверждает это. В центре пузыря, как видно из этого рисунка, вертикальные скорости движения плазмы принимают значения, достигающие 3000-5000 м/с. Столь высокие значения вертикальной скорости переноса наблюдаются только в очень узкой по долготе зоне внутри пузыря. Вне этой зоны вертикальная скорость равна 100-400 м/с, что хорошо согласуется с данными спутниковых и радарных наблюдений [143] и рис. 1.2. Характерной особенностью течения плазмы в области пузыря является формирование конвективной ячейки. В этой ячейке потоки плазмы в нижней части неоднородности сходятся от границы к центру, а в центре поднимаются вверх и уходят к верхним границам области. Такая картина конвекции является естественным следствием граничных условий (3.7), допускающих существование в области интегрирования незамкнутых конвективных ячеек, тогда как в работах [197; 224] в силу условий периодичности эти ячейки замкнуты.

Численный алгоритм решения системы уравнений (3.2) – (3.6), использованный для получения результатов этого раздела, допускает проведение вычислительных экспериментов

как с учетом, так и без учета инерционности. Сравнение результатов расчетов с учетом и без учета инерционности показывает, что справедливы выводы:

1) учет инерционности замедляет скорость развития неустойчивости Рэлея-Тейлора;

2) учет инерционности увеличивает толщину шляпки грибообразной структуры;

3) учет инерционности усиливает развитие зональной асимметрии пузыря;

4) учет инерционности в 3-4 раза ограничивает скорости движения плазмы внутри неоднородности.

Однако следует отметить, что эффекты инерционности движения ионов, в силу их физической природы, становятся заметными лишь на стадии значительной депрессии электронной концентрации пузыря, когда достигаются большие скорости. В условиях умеренной депрессии плазмы вклад инерционности мал и динамика и структура инерционных и безинерционных пузырей практически одинакова.

Сильное влияние на динамику развития Рэлей-Тейлоровской неоднородности оказывает фоновое зональное электрическое поле  $E_y$  (что соответствует и выводам из формул 3.1 и 2.2). Зональное электрическое поле ускоряет развитие НРТ при восточном направлении и замедляет в случае западного направления. Эта зависимость характерного времени развития неустойчивости Рэлея-Тейлора от напряженности  $E_y$  представлена на рис. 3.46, на котором показано время выхода верхней части пузыря на высоту 450км.



Рис. 3.4. Структура поля скоростей и вертикального профиля электронной концентрации. Кривая  $1 - (T_0 - 500c); 2 - (T_0 - 64c); 3 - T_0; 4 - (T_0 + 34c); 5 - (T_0 + 62c); 6 - (T_0 + 112c).$ (Здесь  $T_0$  – время выхода верхней части пузыря при  $E_y = 0.3$  мв/м на высоту порядка 450 км.)

Отметим существование критического по величине западного фонового электрического поля, которое подавляет развитие НРТ. В данных расчетах это поле соответствует значению  $E_v = -0.2$  мВ/м.

Как показывают результаты обсуждаемых численных экспериментов, в динамике развития НРТ можно выделить стадию, на которой центральная часть пузыря в процессе развития НРТ напоминает прохождение уединенной волны разрежения. На рис. Зв этот процесс показан в виде высотных профилей электронной концентрации в центре пузыря для различных моментов времени. Здесь видно, как фронт волны разрежения с нарастающей скоростью поднимается вверх, вплоть до момента пережатия ножки гриба и образования изолированного пузыря.

Описанные выше численные эксперименты показывают, что в исследуемых процессах имеют место следующие особенности: молекулярные ионы NO<sup>+</sup> эффективно выносятся на большие высоты внутри пузыря за счет электрических полей поляризации; скорости ионов внутри пузыря могут принимать сверхзвуковые значения; выше максимума F-области может формироваться изолированный пузырь, уходящий затем во внешнюю ионосферу; на стадии сильной депрессии электронной концентрации в верхней части пузыря формируется значительная зональная асимметрия пространственной структуры.

В отличие от работ [197; 224] эти результаты стали возможными благодаря более полной постановке задачи моделирования динамики Рэлей-Тейлоровских неоднородностей в экваториальной F-области, а именно включением в расчетную схему многокомпонентности состава, учетом фоновых электрических полей, учетом инерционности движения ионов и постановкой более естественных граничных условий. Указанных факторы заметно влияют на динамику и структуру Рэлей-Тейлоровских неоднородностей. Так, инерция ионов приводит к замедлению развития пузырей и формированию зональной асимметрии, в силу инерционного дрейфа ионов, роль которого становится заметной на стадии сильно опустошенных пузырей. Следует отметить, что пространственная структура неоднородностей на стадии развитой асимметрии похожа на картину экваториального Fрассеяния, наблюдаемую в [216]. Следует отметить, что хотя учет инерционности уменьшает скорости ионов в центральной части пузыря, они принимают очень большие значения. Это получается в результате очень сильной депрессии электронной концентрации внутри пузыря, составляющей по величине два в более порядков. В связи с этим следует заметить, что учет

продольных процессов, интегрального электронного содержания в силовых трубках и учет интегральной педерсеновской проводимости Е-области должны привести, как будет показано в главе 5, к снижению скоростей движения и ослаблению степени депрессии электронной концентрации внутри пузыря.

Обсудим теперь эффективность выноса молекулярных ионов NO<sup>+</sup> на большие высоты. Содержание ионов NO<sup>+</sup> внутри развитого пузыря определяется, в основном, двумя факторами – концентрацией ионов NO<sup>+</sup> в нижней части F-слоя и уровня депрессии электронной концентрации внутри пузыря. В расчетах, представленных в этом разделе, геофизические условия были выбраны так, чтобы концентрация ионов NO<sup>+</sup> на высоте 200 км составляла  $2 \cdot 10^3$  см<sup>-3</sup>, а степень депрессии внутри развитого пузыря превышала два порядка, что и привело к большой эффективности выноса ионов NO<sup>+</sup> во внешнюю ионосферу. Ослабление любого из двух указанных факторов приведет к уменьшению концентрации NO<sup>+</sup> на больших высотах. Отсюда следует, что в ночное время процесс выноса ионов NO<sup>+</sup> на большие высоты будет ослаблен, так как в это время существенно уменьшается концентрация NO<sup>+</sup> у основания F-слоя ионосферы и падает степень депрессии пузырей.

В модели экваториальных пузырей (3.2)–(3.6), использованной в описанных численных экспериментах, учтены эффекты диамагнетизма плазмы. Результаты этих численных экспериментов показывают слабое влияние градиентного дрейфа плазмы и диамагнитных токов, связанных с ним на динамику и структуру сильно вытянутых вдоль силовых линий Рэлей-Тейлоровских пузырей как на линейной, так и нелинейной стадиях развития. Градиентный дрейф проявляется только в формировании структуры токовых ячеек. Для граничных условий (3.7) и (3.8) соответствующих зональной непериодичности решений системы уравнений модели (3.2) – (3.6), диамагнитный ток в области решения формирует  $\Omega$ -образную структуру. Он втекает в область, занятую неоднородностью с западной стороны, огибает ее по часовой стрелке и вытекает в восточной стороне. Если не учитывать диамагнетизм, то линии тока будут практически параллельны оси у.

#### 3.2. Тепловые процессы в условиях неустойчивости Рэлея-Тейлора

В этом разделе диссертации рассмотрены результаты численных экспериментов по моделированию теплового режима внутри экваториальных ионосферных пузырей. Основные особенности тепловых процессов в условиях развития НРТ рассмотрены в работах автора [32; 88]. Показано, что внутри пузырей тепловой режим сильно зависит от степени депрессии электронной концентрации плазмы, при этом для экваториальных пузырей с сильной депрессией ионная температура может значительно превосходить электронную температуру и достигать значений 10000 К и выше. В результате численных экспериментов обнаружена возможность развития внутри пузырей режима с обострением, при котором температура ионов внутри пузыря возрастает в несколько раз за время, которое существенно меньше характерного времени развития пузыря и может составлять всего несколько десятков секунд.

Некоторые экспериментальные данные, полученные в результате спутниковых измерений показывают, что внутри ионосферных пузырей тепловой режим сильно отличается от теплового режима в окружающей плазме [28; 183; 193]. На рис 3.5 показаны результаты измерений на спутнике ROCSAT-1/IPEI [183].



Рис. 3.5. Результаты спутниковых измерений вертикальной скорости и температуры [183]. Овалами выделены зоны высокой температуры.

Следует отметить, что данные спутниковых измерений носят разрозненный характер, что затрудняет восстановление полной картины теплового режима внутри ионосферных пузырей, в частности не удается однозначно связать температуру ионов и электронов внутри пузыря со степенью обеднения электронной концентрации. Одна из попыток обобщения результатов эксперимента на базе теоретического подхода была предпринята в работе [13], где было показано, что тепловой режим внутри пузырей коррелирует с депрессией концентрации электронов внутри пузырей И вследствие зависимости констант аэрономических реакций и частот столкновений ионов и электронов от температуры плазмы заметно влияет на динамику ионосферных пузырей. Одним из выводов работы [13] – вывод о том, что внутри сильно опустошенных пузырей температура ионов может подниматься до 9000 К, что во много раз превосходит температуру окружающей пузырь плазмы. Теоретический анализ теплового режима ионосферных пузырей, выполненный в [13], проведен в приближении локального теплообмена между ионами, электронами и нейтральными частицами. Это приближение является достаточно сильным ограничением, так как продольный и поперечный переносы тепла в реальной ионосферной плазме имеют значительную интенсивность из-за высокой электронной теплопроводности и конвективного движения. Поэтому тепловая структура экваториальных пузырей в результате действия названных факторов должна испытывать значительную перестройку в сравнении со следующей из локального приближения теплообмена.

В данном разделе приведены результаты численных экспериментов по тепловому режиму внутри экваториальных пузырей. Эти результаты получены при согласованном учете основных физических факторов формирования ионосферных неоднородностей:

механизма неустойчивости Рэлея-Тейлора,

поляризационных электрических полей,

амбиполярной продольной диффузии,

продольного и поперечного теплопереноса,

локальных процессов реальной аэрономии и теплообмена.

Основу численной модели пузырей в этом разделе составляют уравнения двухкомпонентной гидродинамики, полученные из уравнений (2.47) – (2.51) при следующих ограничениях:

- учет одного иона  $O^+$ ;

- использование условия квазинейтральности;

- использование условия эквипотенциальности силовых линий магнитного поля.

Таким образом, уравнения модели, применяемой в этом разделе, имеют вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + div(n\vec{V_i}) = Q - L \tag{3.11}$$

$$\frac{\partial \vec{V}_i}{\partial t} + (\vec{V}_i \nabla) \vec{V}_i = -\frac{\nabla p}{m_i n} - \frac{e}{m_i} (\vec{E} + \vec{V}_i \times \vec{B}) - v_{in} (\vec{V}_i - \vec{V}_n) + \vec{g}$$
(3.12)

$$\vec{E} + \vec{V}_e \times \vec{B} + \frac{1}{eN} \nabla p_e = 0 \tag{3.13}$$

$$\frac{3}{2}nk\left(\frac{\partial T_e}{\partial t} + (\vec{V}_e\nabla)T_e\right) + p_e div(\vec{V}_e) = div(\vec{q}_e) + G_e - G_{ei} - P_e$$
(3.14)

$$\frac{3}{2}nk\left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + (\vec{V}_i\nabla)T_i\right) + p_i div(\vec{V}_i) = div(\vec{q}_i) + G_{ei} - P_i + \sigma_p E_{\perp}^2$$
(3.15)

$$\nabla \vec{j} = 0 \tag{3.16}$$

где  $n = n_i = n_e$  — концентрация электронов,

 $\vec{V_i}$ ,  $\vec{V_e}$  – скорости электронов и ионов,

Q и L – скорости образования и потерь ионов O<sup>+</sup>, включающие в себя скорости химических реакций частиц и процессы ионообразования,

 $p_i = nkT_i$ ,  $p_e = nkT_e$ ,  $T_i$  и  $T_e$  – давление и температура ионов и электронов соответственно,

- $m_i$  масса ионов O<sup>+</sup>,
- е заряд электрона,
- $\vec{E}$  напряженность электрического поля,
- $\vec{B}$  индукция магнитного поля,
- $\vec{g}$  –ускорение свободного падения,

v<sub>in</sub>, v<sub>en</sub> и v<sub>ei</sub> – частоты столкновений ионов и электронов с нейтралами и частоты столкновений электронов с ионами,

 $\vec{V_n}$  – скорость нейтральных частиц,

*k* – постоянная Больцмана,

*G<sub>e</sub>* и *P<sub>e</sub>* – скорости нагрева и охлаждения электронов,

*G<sub>ei</sub>* — скорость обмена теплом между ионами и электронами,

 $P_i$  – скорость охлаждения ионов,

σ<sub>р</sub> — локальная проводимость плазмы,

 $\vec{j}$  – плотность тока,

 $E_{\perp}$  — поперечный компонент напряженности электрического поля,

 $\vec{q}_{e}, \ \vec{q}_{i}$  – плотности тепловых потоков электронов и ионов.

Скорости использованных в модели химических реакций частиц представлены в приложении А.

Отметим, что на высотах F-области ионосферы выполняются условия замагниченности электронов и ионов:

$$\frac{V_e}{\omega_e} = \frac{V_{en} + V_{ei}}{\omega_e} <<1, \quad \frac{V_i}{\omega_i} = \frac{V_{in} + V_{ie}}{\omega_i} <<1$$

где  $\omega_e$ ,  $\omega_i$  – гирочастоты электронов и ионов соответственно. Поэтому, как было указано в главе 2, рассмотрение наиболее удобно проводить в дипольной системе координат ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\phi$ ) [100], связанной с дипольными силовыми линиями магнитного поля, поскольку она естественным образом учитывает существенные отличия в продольных и поперечных по отношению к магнитному полю движениях электронов и ионов. Далее будем использовать приближения:

приближение малости инерционных членов в уравнении (3.12), это оправдано тем, что данные измерений скоростей ионов внутри пузырей [220] показывают что  $|\vec{V_n}| < V_0$ , где  $V_0$  – локальная скорость звука плазмы;

приближение постоянства поперечных компонент электрического поля E<sub>1</sub> вдоль силовых линий геомагнитного поля, что выполняется достаточно хорошо для сильно вытянутых вдоль магнитного поля пузырей при выполнении условия [17]:

$$\frac{l_{\parallel}}{l_{\perp}} \approx \sqrt{\frac{\omega_e \omega_i}{\nu_e \nu_i}} \tag{3.17}$$

где  $l_{\parallel}$  и  $l_{\perp}$  – характерные продольный и поперечный масштабы неоднородности. При выполнении условия (3.17) продольный перенос плазмы носит амбиполярный характер и с хорошим приближением распределение потенциала электрического *U* поля вдоль силовых линий является больцмановским:

$$U(\alpha, \beta, \varphi) = U_0(\alpha, \varphi) + \frac{kT_e}{e} \ln \frac{n}{n_0}$$
(3.18)

где  $U_0$  и  $n_0$  – потенциал и концентрация электронов у основания F-области (в верхней части E-слоя). Для неоднородных структур типа вытянутых экваториальных пузырей численные оценки показывают, что поперечные производные от второго слагаемого значительно меньше, чем от первого, что подтверждает правомерность использования условия слабой зависимости  $E_{\perp}$  от положения на силовой линии магнитного поля. Используя эти предположения, как это было сделано в главе 2, выразим в явном виде скорости  $\vec{V_i}$ ,  $\vec{V_e}$  из уравнений (3.12), (3.13), подставим полученные выражения в (3.16) и проинтегрируем это уравнение вдоль силовых линий геомагнитного поля. В результате получим следующее для электрического потенциала U в дипольной системе координат, справедливое для случая замкнутых силовых линий магнитного поля:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left( D_1 \frac{\partial U}{\partial \alpha} + D_3 \frac{\partial U}{\partial \varphi} - D_4 \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( D_2 \frac{\partial U}{\partial \varphi} - D_3 \frac{\partial U}{\partial \alpha} - D_5 \right) = 0, \qquad (3.19)$$

где

$$D_{1} = \int_{E+F} \frac{h_{\beta}h_{\varphi}}{h_{\alpha}} \sigma_{p} d\beta$$

$$D_{2} = \int_{E+F} \frac{h_{\beta}h_{\alpha}}{h_{\varphi}} \sigma_{p} d\beta$$

$$D_{3} = \int_{E+F} h_{\beta}\sigma_{h} d\beta$$

$$D_{4} = -\int_{E+F} h_{\beta}h_{\varphi}B(-\sigma_{p}V_{*\varphi} + \sigma_{h}V_{*\alpha})d\beta$$

$$D_{5} = -\int_{E+F} h_{\beta}h_{\alpha}B(\sigma_{h}V_{*\varphi} + \sigma_{p}V_{*\alpha})d\beta$$
(3.21)

где  $\int_{E+F}$  означает интегрирование вдоль силовых линий суммарно в Е-слое и F-слое,  $\sigma_h$  –

холловская проводимость,  $\vec{V_*} = \vec{V_n} + \frac{\vec{g}}{V_{in}}$ .

Уравнение непрерывности (3.11) в дипольной системе координат при учете сильной замагниченности плазмы примет вид уравнения диффузии с коэффициентом диффузии

$$D = \frac{k(T_i + T_e)}{m_i v_{in}}$$
, и скоростью продольного переноса  $H = \frac{k(T_i + T_e)}{m_i g} \sin I$ , где  $I$  – магнитное

наклонение.

Уравнения теплопроводности для электронов и ионов (3.14), (3.15) в диполярной системе координат с учетом указанных упрощений примут вид:

$$\frac{3}{2}nk\left(\frac{\partial T_e}{\partial t} + (\vec{V}_{i\perp}\nabla_{\perp})T_e\right) = div_{\parallel}(q_{e\parallel}) + G_e - G_{ei} - P_e$$
(3.22)

$$\frac{3}{2}nk\left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + (\vec{V}_{i\perp}\nabla_{\perp})T_i\right) = div_{\parallel}(q_{i\parallel}) + G_{ei} - P_i + \sigma_p E_{\perp}^2$$
(3.23)

где величины  $q_{e/|}$  и  $q_{i/|}$  а также слагаемые в правых частях (3.22) и (3.23):  $G_e \ G_{ei} \ P_e$ ,  $P_i$  записаны в соответствии с данными [163]. Система уравнений (3.19), (3.22), (3.23) и (3.11) в диффузионном приближении описывает в самосогласованном виде динамику ионосферных пузырей в дипольной системе координат ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\varphi$ ). Область решения ограничена по долготе плоскостями:

а в каждой долготной плоскости область решения ограничена сверху координатной линией:

 $\alpha = \alpha_{max}$ 

а снизу линией:

 $r = r_{\min}$ 

где  $r_{\min}$  — расстояние от центра Земли, соответствующее нижней высоте области интегрирования. Граничные условия для концентрации ионов *n* следующие. При  $r = r_{\min}$  решается уравнение:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -v_R n + Q$$

а на остальных сторонах области интегрирования граничные условия заданы в виде:

$$rac{\partial n}{\partial lpha} = 0$$
 при  $lpha = lpha_{\max}$   
 $rac{\partial n}{\partial \varphi} = 0$  при  $\varphi = \varphi_1, \varphi = \varphi_2$ 

в том случае, когда скорость движения плазмы направлена внутрь области. Граничные условия для потенциала задаются только в экваториальной плоскости. Краевые условия для  $T_e$  и  $T_i$  заданы снизу равными температуре нейтрального газа, а на других границах аналогично условиям для концентрации n.

Состояние фоновой плазмы, использующееся в качестве начальных условий, в численных экспериментах определялось на основании моделей шарового слоя и использовании моделей термосферы MSIS [146] для задания параметров нейтральной атмосферы.

Описанная система уравнений модели решалась численно методом конечных разностей с применением методов, описанных в главе 2. Для улучшения качества схемы используются итерации по нелинейности в каждом из уравнений для  $T_i$  и  $T_e$  по отдельности и итерации по связям как между уравнениями для  $T_i$  и  $T_e$ , так и между ними и уравнением непрерывности ионов.

Для реализации в вычислительном эксперименте динамики ионосферного пузыря в начальные данные по пространственному распределению электронной концентрации в области, где линейный инкремент неустойчивости Рэлея-Тейлора принимает положительные значения, вносится небольшое начальное возмущение с использованием формулы:

$$n_e = \frac{n_{e0}}{1 + \mu \exp(-((h_{\alpha}(\alpha - \alpha_0))^2 + (h_{\beta}(\beta - \beta_0))^2 + (h_{\varphi}(\varphi - \varphi_0))^2)/(0.5d)^2)}$$

где  $n_e$  – концентрация с начальным возмущением,  $n_{e0}$  – невозмущенная концентрация,  $(\alpha_0, \beta_0, \varphi_0)$  – координаты центра возмущения, d – диаметр возмущения.

В результате этого для послезаходных условий в моделируемой ионосферной плазме экваториальной F-области развивается неустойчивость Рэлея-Тейлора, которая на нелинейной стадии формирует неоднородность типа ионосферных пузырей. Рис. 3.6, на котором изображена эволюция рассчитанных на основе уравнений модели (3.11), (3.19), (3.22), (3.23) изолиний постоянной электронной концентрации для различных моментов времени *t* развития пузыря, подтверждает сказанное.



Рис. 3.6. Изолинии электронной концентрации в пузыре для различных моментов времени t. Линия  $1 - n_e = 10^4$  см<sup>-3</sup>; линия  $2 - n_e = 3 \cdot 10^4$  см<sup>-3</sup>; линия  $3 - n_e = 10^5$  см<sup>-3</sup>; линия  $4 - n_e = 3 \cdot 10^5$  см<sup>-3</sup>.

Параметр т на этом рисунке равен  $\tau = \frac{1}{\gamma_{max}}$ , где  $\gamma_{max}$  – максимальный инкремент неустойчивости Рэлея-Тейлора фоновой плазмы в исследуемой области. Как видно из рис. 3.6, в ходе развития нелинейной стадии неустойчивости Рэлея-Тейлора формируется неоднородная пространственная структура с характерными особенностями экваториальных пузырей:

1) сильная депрессия электронной концентрации внутри;

2) грибообразная форма;

3) подъем пузыря во внешнюю ионосферу с большой скоростью.

На рис. 3.7 *а* представлена динамика изменения электронной концентрации и ионной температуры внутри Рэлей-Тейлоровского ионосферного пузыря с сильной депрессией электронной концентрации.



Рис. 3.7. Вариации *T<sub>e</sub>* и *T<sub>i</sub>* внутри пузыря для различных моментов времени (а); зависимость *T<sub>e</sub>* и *T<sub>i</sub>* от степени депрессии электронной концентрации внутри пузыря (б); зависимость степени депрессии электронной концентрации внутри пузыря от времени (в).

Кривые *1* рассчитаны при учете температурной зависимости  $v_{in} = v_{in}(T_i)$ , а кривые 2 – без учета этой зависимости. Параметр  $\tau$  на этом рисунке имеет тот же смысл, что и на рис. 3.6. Как показывает рисунок 3.7 а, при падении концентрации внутри пузыря на порядок по сравнению с фоновой плазмой ( $n_{\phi}$  – концентрация фона) ионная температура возрастает до 7000 К. Этот результат хорошо согласуется с данными расчетов [13] и указывает на то, что

локальный подход внутри пузыря допустим. Условиями, благоприятствующими применимости локального подхода, как показывает анализ результатов расчетов на модели (3.11), (3.19), (3.22), (3.23), являются низкие теплопроводность ионов, эффективность теплообмена между заряженными частицами при падении ne и постоянство E<sub>1</sub> вдоль силовых линий магнитного поля, распространяющее действие омического нагрева на всю силовую линию внутри F-слоя. Для депрессии электронной концентрации, достигающей двух порядков и более, как видно из рис. 3.7 а, разогрев ионов становится еще значительнее и превышает 20000 К. Отметим одну характерную особенность тепловой и плазменной динамики внутри пузыря на стадии максимальной депрессии электронной концентрации n<sub>e</sub> (минимальные значения n<sub>e</sub> внутри пузыря определяются значениями электронной концентрации у основания F-области ионосферы, которое в данных расчетах полагалось равным 10<sup>3</sup> см<sup>-3</sup>) – изменение ионной температуры происходит по сценарию режима с обострением [93]. Так, полная температура на заключительной стадии развития пузыря в соответствии с рис. 3.7 *а* меняется от 5000 до 20000 К за период времени ≈0,03т. В реальной ионосфере этот временной интервал должен занимать несколько десятков секунд.

Зависимость теплового режима внутри пузыря от степени депрессии электронной концентрации дана на рис. 3.7, б. Из рисунка следует, что по мере развития пузыря и увеличения депрессии электронной концентрации внутри него растет различие в электронной и ионной температурах. В результате этого в экстремально опустошенных пузырях имеет место сильное нарушение теплового равновесия с выполнением условия *T<sub>i</sub>>>T<sub>e</sub>*. Сильный разогрев плазмы внутри ионосферных пузырей должен приводить к установлению значительных продольных градиентов ионной и электронной температур в тех частях силовых линий, которые находятся у основания F-слоя. Причиной этого служит контакт областей плазмы с различными тепловыми свойствами: тесный двух термостатированной нейтральной атмосферой и плазмой на высотных уровнях 120-150 км и разогретая плазма на высотах более 200 км.

На рис. 3.8 приведены рассчитанные для четырех моментов времени развития пузыря вариации электронной (3.8, *a*, *e*) и ионной (3.8, б, *c*) температур вдоль силовых линий с вершинами, лежащими на высотах 380 и 500 км. Кривые 1 на этих рисунках относятся к моменту времени  $\tau$ , 2 –  $\kappa$  t = 1,088 $\tau$ , 3 –  $\kappa$  t = 1,148 $\tau$ , 4 –  $\kappa$  t = 1,163 $\tau$ .

159



Рис. 3.8. Распределение  $T_e$  и  $T_i$  вдоль силовых линии с апексами, лежащими на высотах 380 км (*a*, *б*) и 500 км (*в*, *г*) Расстояние *S* отсчитывается от апекса.

Для продольных распределений  $T_e$  и  $T_i$ , приведенных на рис. 3.8, характерно сильно неоднородное распределение с резкими градиентами у основания силовых линий. В продольных распределениях  $T_e$  и  $T_i$  имеется одно принципиальное различие: максимальная электронная температура имеет место у вершины силовых линий геомагнитного поля, для ионных температур максимум  $T_i$  смещается в сторону основания, причем смещение это зависит от номера силовой линии и стадии развития пузыря. По мере увеличения длины силовой линии и усиления депрессии максимум располагается ближе к апексу силовой линии. Отмеченное выше различие в продольном распределении электронных и ионных температур связано с такими физическими факторами, как высокая продольная теплопроводность электронов и высокая неоднородность локальной педерсеновской проводимости. Именно действие последней приводит к тому, что максимум  $T_i$  стремится расположиться поближе к области максимального энерговклада, который совпадает с областью максимума  $\sigma_p$ .

Определенный интерес для физики экваториальных пузырей представляет вопрос о том, влияет или нет аэрономия на динамику развития пузырей. Результаты численных экспериментов на модели (3.11), (3.19), (3.22), (3.23) показывают, что на стадии развития пузыря со значительной депрессией электронной концентрации динамика пузыря слабо зависит от теплового режима внутри него. Характерные времена выхода пузыря во внешнюю ионосферу при учете зависимости константы реакции:

 $O^{+} + N_{2} \rightarrow NO^{+} + N$ 

160

от  $T_{3\phi} = \frac{1}{3}T_n + \frac{2}{3}T_i$  и без учета зависимости ее от ионной температуры ( $T_{3\phi} = T_n$ ) различаются друг от друга на несколько процентов. Это говорит о том, что в динамике пузыря доминируют электродинамические процессы, эффекты которых значительно сильнее аэрономических. Ослабленное влияние аэрономии связано с сильной депрессией электронной концентрации внутри пузыря, которая скрадывает эффекты рекомбинационных процессов при больших значениях  $T_i$ . Влияние же температурной зависимости частот столкновений, как это указывает рисунок 3.7, а, более значительно и, прежде всего, проявляется в замедлении скорости развития.

Полученные выше результаты объясняются возрастанием эффективности омического разогрева ионов при увеличении депрессии электронной концентрации внутри пупырей. Причиной этого служит резкое увеличение напряженности поляризационного электрического поля при падении электронной концентрации. Приведем простые оценки, которые подтверждают сказанное и вместе с тем проливают дополнительный свет на реализацию в расчетах режима с обострением во временном ходе  $T_i$  и  $T_e$ . Как показано в [77; 13], зональный компонент поляризационного электрического поля внутри развитых пузырей может быть приближенно представлен в виде:

$$E_{\varphi} \approx \frac{(n_{e0} - n_e)gB}{v_{in}n_e} \approx \frac{n_{e0}}{n_e} \cdot \frac{gB}{v_{in}}$$
(3.24)

где  $n_{e0}$  – концентрация электронов в фоновой плазме. С учетом того, что внутри пузыря тепловой режим достаточно хорошо описывается локальным приближением, из уравнений (3.22) и (3.23) имеем приближенное (локальное) уравнение:

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} \approx -\frac{2.2 \cdot 10^{-27} [O]}{k} T_i^{3/2} + \frac{2}{3} \frac{m_i}{k} \frac{g^2}{v_{in}} \left(\frac{n_{e0}}{n_e}\right)^2$$
(3.25)

где [O] – концентрация атомарного кислорода и все величины в правой части заданы в системе СГСЕ. При выводе (3.25) пренебрегалось вкладом электронно-ионных взаимодействий, так как в сильно опустошенных пузырях влиянием этого канала теплообмена можно пренебречь. Второе слагаемое в (3.25) обеспечивает существование режима с обострением, так как нелинейно зависит от электронной концентрации внутри пузыря. Для квазистационарных условий, когда временным изменением  $T_i$  можно пренебречь, получаем приближенное решение уравнения (3.25):

$$T_{i} \approx \left(\frac{8\sqrt{2} \cdot 10^{3} g^{2} T_{n}^{1/2}}{v_{in}^{0}[O]} \left(\frac{n_{e0}}{n_{e}}\right)^{2}\right)^{1/2} \approx 106g \frac{\sqrt[4]{T_{n}}}{\sqrt{v_{in}^{0}[O]}} \frac{n_{e0}}{n_{e}}$$
(3.26)

где  $v_{in}^0$  – частоты столкновений при  $T_i = T_n$ .

Выражение (3.26) позволяет оценить ионную температуру внутри стационированных пузырей по температуре нейтральных частиц в фоновой плазме и по степени падения электронной концентрации в пузыре.

Сравним данные модельных расчетов и прямых измерений  $T_i$  и  $T_e$  на спутниках. Как показывают спутниковые данные [28; 193], ионная температура внутри пузыря может достигать 2000 – 5000 К при депрессии электронной концентрации в один порядок или более. Результаты расчетов дают более высокое значение  $T_i$ , особенно в случае сильной депрессии электронной концентрации. Возникает вопрос в причинах этого расхождения экспериментальных и теоретических данных. Как нам представляется причины этого следующие.

Во-первых, как показывают данные представленные на рис. 3.5, *а*, высокие ионные и электронные температуры возникают только на стадии режима с обострением, который длится несколько десятков секунд, после чего пузырь начинает распадаться и температура уменьшается. По этой причине при спутниковых измерениях очень мала вероятность промеров, совпадающих по времени с периодом существования максимальных температур.

Во-вторых, зарядно-обменная реакция ионов кислорода O<sup>+</sup> с более холодными нейтралами атомарного кислорода O:

$$0^+ + 0 \rightarrow 0 + 0^+$$

может приводить к появлению ионов кислорода O<sup>+</sup> с температурами, гораздо меньшими чем температура первичных ионов в пузыре.

В-третьих, при измерении  $T_e$  и  $T_i$  при малых концентрациях могут возникать погрешности наложения на эти параметры более низких температур от более плотных слоев ионов.

### 3.3. Динамика системы множественных Рэлей-Тейлоровских ионосферных пузырей

В этом параграфе приведены результаты численного решения уравнений модели в двумерном приближении с целью исследования свойств системы множественных пузырей в экваториальной ионосфере. Учтена инерционность движения ионных компонент плазмы. Применено 3-х компонентное приближение.

Данные спутниковых измерений [115; 198] выявили существование в ночной экваториальной F-области множественных пузырей и групп пузырей, случайно расположенных друг относительно друга по долготе. Обнаружение таких систем требует теоретического исследования основных закономерностей их развития. Некоторые шаги в этом направлении сделаны в работах [13; 123], где изучалась электродинамика системы стационарных пузырей эллипсоидальной формы. Но полученные в [13; 123] выводы трудно распространить на динамику реальных пузырей из-за сильной нестационарности процессов, происходящих при развитии одиночных и множественных пузырей.

Цель данного исследования – изучение динамики множественных ионосферных пузырей с учетом сильной нестационарности и нелинейности их развития.

#### Описание численной модели

Для теоретического исследования динамики множественных ионосферные пузырей использована двумерная модель многожидкостной гидродинамики, аналогичная модели, задаваемой уравнениями (3.2) – (3.6):

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + div_{\perp}(n_1 \vec{V}_{\perp}) = -k_1 n_{N_2} n_1 \tag{3.27}$$

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} + div_{\perp}(n_2 \vec{V}_{\perp}) = k_1 n_{N_2} n_1 - \alpha n_e n_2$$
(3.28)

$$\frac{\partial \vec{V}_{\perp}}{\partial t} + (\vec{V}_{\perp}\nabla)\vec{V}_{\perp} = -\frac{\nabla p}{mn_e} + \frac{e}{m}(\vec{E} + \vec{V}_{\perp} \times \vec{B}) - \nu_{in}(\vec{V}_{\perp} - \vec{V}_{\perp n}) + \vec{g}$$
(3.29)

$$\vec{E} + \vec{V}_{e\perp} \times \vec{B} + \frac{1}{en_e} \nabla_\perp p_e = 0$$
(3.30)

$$div_{\perp}[en_{e}(\vec{V}_{\perp} - \vec{V}_{\perp e})] = 0$$
(3.31)

где  $n_1$ ,  $n_2$  – концентрации ионов O<sup>+</sup> и NO<sup>+</sup>,  $n_e = n_1 + n_2$  – концентрация электронов,  $n_{N_2}$  – концентрация молекулярного азота,

 $\vec{V}_{\perp}$ ,  $\vec{V}_{e\perp}$  – скорости поперечного движения ионов и электронов,

 $k_1$  – скорость зарядно-обменной реакции ионов  $O^+$  с молекулярным азотом  $N_2$ ,

 $\alpha$  – скорость рекомбинационно-диссоциативной реакции с участием ионов  $NO^+$ ,

*р*, *p*<sub>e</sub> – давление ионного и электронного газа соответственно,

 $m = \frac{m_1 n_1 + m_2 n_2}{n_1 + n_2}$  – средняя масса ионов,  $m_1$ ,  $m_2$  – массы ионов O<sup>+</sup> и NO<sup>+</sup>,

 $v_{in} = \frac{v_{1n}m_1n_1 + v_{2n}m_2n_2}{m_1n_1 + m_2n_2}$  – средняя частота столкновений ионов с нейтралами,  $v_{1n}$ ,  $v_{2n}$  – частоты

столкновений ионов O<sup>+</sup> и NO<sup>+</sup> с нейтралами,

 $\vec{E} = -\nabla U$  – электрическое поле, U – потенциал электрического поля, e – элементарный заряд,

*В* – индукция магнитного поля Земли.

Предполагается, что скорости движения ионов O<sup>+</sup> и NO<sup>+</sup> поперек силовых линий магнитного поля Земли одинаковы, поскольку в первом приближении они определяются дрейфовыми составляющими. Скорости химических реакций частиц, используемых в модели, представлены в приложении A.

Поскольку в этом разделе используется двумерная модель, ее уравнения записываются в локально декартовой системе координат (x, y, z). Неизвестные величины  $n_1$ ,  $n_2$ , U,  $\vec{V}_{\perp}$ ,  $\vec{V}_{e\perp}$  ищутся в прямоугольной области  $-a \le y \le a$ ,  $z_{min} \le z \le z_{max}$ , где ось у направлена на восток. Граничные условия на боковых границах, при  $y = \pm a$  задаются в виде:

$$\begin{split} &\frac{\partial n_1}{\partial y} = 0, \\ &\frac{\partial n_2}{\partial y} = 0, \\ &\frac{\partial \vec{V_\perp}}{\partial y} = 0, \\ &E_y = E_{0y} \end{split}$$
(3.32)

где  $E_{0y}$  -напряженность фонового электрического поля. На нижней границе при  $z = z_{min}$  граничные условия заданы в виде:

$$\frac{\partial \vec{V}_{\perp}}{\partial z} = 0,$$

$$U = -yE_{0y}$$
(3.33)

при этом концентрации  $n_1$  и  $n_2$  считаются равными значениям, получаемым из уравнений, учитывающих только химические процессы. На верхней границе, при  $z = h_{max}$ :

$$\frac{\partial n_1}{\partial z} = -\frac{n_1}{H_1},$$

$$\frac{\partial n_2}{\partial z} = -\frac{n_2}{H_2},$$

$$\frac{\partial \vec{V}_{\perp}}{\partial z} = 0,$$

$$U = -yE_{0y} - (h_{\text{max}} - h_{\text{min}})E_{0z}$$
(3.34)

где  $H_1$ ,  $H_2$  – шкалы высот для ионов. Начальные условия для  $n_1$ ,  $n_2$  задаются в виде профилей Чепмена, а для скоростей поперечного переноса в виде:

$$V_{y} = -\frac{E_{0z}}{B},$$

$$V_{z} = \frac{E_{0y}}{B}$$
(3.35)

Начальное возмущение, запускающее неустойчивость Рэлея-Тейлора, вводится следующим образом. На заданной высоте задается слабое (5%) понижение фоновой электронной концентрации с характерным размером 20 км. Эволюция начального возмущения приводит к развитию ионосферного пузыря, геометрия которого в нижней части F-области [77; 197] определяется геометрией начального возмущения. Для генерации системы множественных пузырей задается несколько начальных, возмущений плазмы на равных расстояниях друг от друга по долготе с одинаковыми или разными, в зависимости от конкретного эксперимента, временами появления. Таким образом, удается воспроизвести динамику системы множественных пузырей для различных условий ее зарождения.

Система уравнений (3.27) – (3.31) с краевыми условиями (3.32) – (3.35) решается численно методом конечных разностей. Технология численного решения описана в главе 2.

Опишем теперь результаты расчетов. Данные численных экспериментов показывают, что динамика развития системы множественных пузырей зависит от следующих факторов:

- расстояния по долготе между центрами начальных возмущений *l*<sub>0</sub>;

- количества начальных возмущений *k*<sub>0</sub>;

- времени появления начальных возмущений.

Для единичного ионосферного пузыря как самоорганизующейся структуры характерны следующие признаки [77; 197]: почти симметричная грибообразная форма; сильная вытянутость по высоте; характерное время роста пузыря на линейной стадии развития неустойчивости Рэлея-Тейлора определяемое формулой  $T_0 = \frac{1}{\gamma_{\text{max}}}$ , где  $\gamma_{\text{max}}$  – максимальное значение инкремента неустойчивости (2.2) фоновой плазмы.

Для системы множественных пузырей характерно искажение пространственной конфигурации компонентов. Расчеты проведены для условий при которых характерное временя  $T_0 = 2300$  с. Время *T*, указанное на рисунках, дано в единицах  $T_0$  с момента возникновения первого начального возмущения.

Проведение численных экспериментов с созданием двух начальных возмущений дало следующие результаты. Если  $l_0 >> a_0$ , где  $a_0$  – характерный долготный масштаб возмущении, то пузыри развиваются практически независимо. В том случае когда  $l_0$  сравнимо с  $a_0$  ситуация меняется на противоположную: взаимное влияние пузырей становится существенным. При  $l_0 < a_0$  система пузырей не существует, присутствует лишь один пузырь. Если же  $l_0 > a_0$ , то пузыри в течение некоторого периода  $T_1$  развиваются отдельно, причем чем больше величина  $\frac{l_0}{a_0}$ , тем больше время вырождения  $T_1$  в один пузырь. До момента  $T_1$  взаимодействие пузырей носит сложный квазипериодический характер, что приводит к образованию пространственно-временной неоднородной структуры электронной концентрации в ограниченной области, занимаемой пузырями. Можно сказать, что при увеличении расстояния между пузырями взаимодействие между ними ослабевает.



Рис. 3.9. Изолинии электронной концентрации для процесса самоорганизации системы двух пузырей. Кривые *1* соответствуют электронной концентрации  $10^4$  см<sup>-3</sup>,  $2 - 3 \cdot 10^4$  см<sup>-3</sup>,  $3 - 10^5$  см<sup>-3</sup>,  $4 - 3 \cdot 10^5$  см<sup>-3</sup>. Числа вверху – время процесса (в единицах  $T_0$ )

На рис. 3.9 приведены последовательные кадры динамики развития двух пузырей с параметром  $l_0 = 36$  км, которые иллюстрируют сказанное выше. Начальные возмущения расположены симметрично по долготе. Первым начинает развиваться восточный пузырь, развитие западного пузыря замедлено. Вскоре, однако, взаимодействие меняет знак. В результате асимметричная шляпка восточного пузыря, неглубокая по сравнению с ножкой, открывается и уходит во внешнюю ионосферу, а западный пузырь обгоняет в росте восточный. Затем взаимодействие снова меняет знак, и во внешнюю ионосферу уходит асимметричная шляпка западного пузыря. Дальнейшее-развитие системы происходит аналогично. Только отсутствуют шляпки, и во внешнюю ионосферу уходят верхние части ножек. Такой процесс переключения взаимодействия продолжается до вырождения системы в один пузырь. Протяженность по долготе получившегося единичного пузыря примерно совпадает с протяженностью каждого из двух пузырей системы начальных возмущений. Итак, до вырождения системы взаимодействие двух пузырей существенно влияет на их развитие, но не приводит к полному подавлению одного из них.

При переходе к системам пузырей с  $k_0 > 2$  возникают специфические эффекты зависимости динамики развития от четности  $k_0$ , если начальные возмущения возникают

практически одновременно. При нечетном  $k_0$  (3, 5 и т. д.) быстро развивается один центральный пузырь, при четном  $k_0$  (2, 4 и т. д.) развивается пара центральных пузырей. Периферийные пузыри в обоих случаях сильно подавлены. Первый случай повторяет динамику развития единичного пузыря, второй – системы двух пузырей.

На рис. 3.10 представлены пространственные структуры первого этапа развития системы пузырей с  $k_0 = 2$ , 3, 4 и 5 соответственно. Дальнейшее поведение пузырей на втором этапе зависит от параметра  $l_0$ . Когда  $l_0$  меньше некоторой критической величины  $l_1$  то взаимодействие пузырей настолько сильное, что периферийные пузыри демпфируются и сохраняются только центральные. Если же  $l_0 > l_1$ , то центральные пузыри деградируют и развиваются периферийные, причем чем больше  $l_0$ , тем раньше наступает этот процесс. Число  $l_1$  зависит от параметра  $k_0$ . Например, при  $k_0 = 1$   $l_0 = 1.5a_0$ . Таким образом, увеличение параметра  $k_0$  приводит к усилению развития центральных: пузырей и подавлению периферийных.



Рис. 3.10. Изолинии электронной концентрации для развитой системы двух, трех, четырех и пяти пузырей (значения *n<sub>e</sub>* те же, что и на рис. 3.9).



Рис. 3.11. Изолинии электронной концентрации в случае эволюции системы пяти разновременных пузырей (значения *n<sub>e</sub>* те же, что и на рис. 3.16)

Если начальные возмущения возникают в разное время, то система множественных пузырей вырождается следующим образом. На каждом временном этапе динамика развития системы определяется доминирующей здесь подсистемой. На рис. 3.11 изображены последовательные кадры жизни системы с  $k_0 = 5$  и  $l_0 = 32$  км, причем начальные возмущения возникали через каждые 35 с с востока на запад. На первом этапе доминировала система из всех пяти пузырей, и первым начал развиваться центральный пузырь. На втором этапе доминировала подсистема трех самых восточных пузырей (возмущения, их инициирующие, появились раньше).

В результате второй справа пузырь сильно развился, а центральный пузырь рассосался. На третьем этапе доминировала система двух пузырей второго справа и пузыря, получившегося от слияния трех самых восточных пузырей. Здесь восточный пузырь деградировал, западный быстро развился. Видно, что доминирующие подсистемы развиваются по сценариям, описанным выше для двух пузырей и для системы одновременно запущенных пузырей.

Результаты численного моделирования, описанные выше, позволяют заключить, что процесс развития системы множественных взаимодействующих пузырей можно охарактеризовать рядом закономерностей: квазипериодичностью пространственновременной структуры, что исключает удовлетворительное описание динамики развития пузырей в рамках стационарного приближения, как это сделано в [13]; опережающим развитием центральных пузырей системы при одновременном запуске всех пузырей, такое преимущество они получают из-за деформации центральных конвективных ячеек, уменьшающей площадь ячеек, что приводит к усилению конвекции, в случае стационарного приближения [13] вывод прямо противоположный: сначала развиваются самые крайние пузыри; одновременным существованием не более двух сильно развитых пузырей. Другими словами, при богатом засеве ионосферы малыми возмущениями при благоприятных для неустойчивости Рэлея-Тейлора условиях в действительности разовьются лишь немногие пузыри. Это происходит благодаря нелинейному механизму взаимодействия между конкурирующими развитыми и неразвитыми пузырями, т. е. путем естественного отбора. Последние соображения согласуются с данными наблюдений ионосферы [115; 198].

Рассмотрим вопрос о возможном влиянии на динамику множественных пузырей конечной вытянутости их вдоль силовых линий геомагнитного поля. В [16] показано, что инкремент неустойчивости Рэлея-Тейлора  $\gamma$  сильно зависит от параметра вытянутости пузырей:

$$L = \left(\frac{\Omega_H \omega_H}{v_{in} v_{en}}\right) \frac{l_\perp^2}{l_\parallel^2}$$
(3.36)

где  $\Omega_H$ ,  $\omega_H$ , – гирочастоты ионов O<sup>+</sup> и электронов,  $v_{en}$  – частота столкновений электронов с нейтралами,  $1_{\perp}$  и  $l_{\parallel}$  – характерные масштабы неоднородности в продольном и поперечном направлениях. Зависимость  $\gamma$  от параметра *L* приводит к тому, что в реальной ионосфере слабо вытянутые неоднородности подавляются, а эффективно развиваются неоднородности, удовлетворяющие критерию:

$$\frac{l_{\parallel}}{l_{\perp}} \approx \left(\frac{\Omega_H \omega_H}{v_{in} v_{en}}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(3.37)

При выполнении этого условия силовые линии являются квазиэквипотенциальными и депрессия электронной концентрации распространяется посредством амбиполярной диффузии на всю силовую линию. При использовании двумерного подхода для моделирования динамики ионосферных пузырей с самого начала закладывается условие сильной вытянутости пузырей вдоль силовых линий магнитного поля. В соответствии с выводами из работы [16] это условие можно рассматривать как естественное следствие критерия (3.37). Таким образом, есть все основания полагать, что пренебрежение конечной

вытянутостью пузырей в данных расчетах обоснованно и выводы, сформулированные выше, остаются в силе и для реальных трехмерных условий [41; 131].

В ряде работ, например в [14, 18, 197], на основе данных вертикального зондирования ионосферы исследованы особенности характеристик случайных возмущений с характерными масштабами от ~ 10 м до ~ 100 км. На основе этого были проведены численные эксперименты по инициализации ионосферных пузырей полем случайных малых начальных возмущений концентрации плазмы. Численные эксперименты для этой ситуации проводились для условий равноденствия, среднего уровня солнечной активности с  $F_{10.7} = 150$ , и среднего уровня геомагнитной активности с  $k_p = 3$ . Н начало моделируемого процесса соответствовало 18.30 местного времени.

Для моделирования этой ситуации были рассмотрены процессы развития системы ионосферных пузырей в условиях, когда в некоторый начальный момент времени на концентрацию нижней части F-области экваториальной ионосферы наложено поле случайных неоднородностей [56; 57]. Такие начальные малые возмущения задавались в виде:

$$n_{j}(y,z) = n_{j0}(y,z) \left( 1 - f_{1}(y) \exp\left( -\left(\frac{z - f_{2}(y)}{f_{3}(y)}\right)^{2} \right) \right),$$
(3.38)

где  $n_{j0}(y, z)$  – невозмущенные ионные концентрации,  $f_1(y)$ ,  $f_2(y)$ ,  $f_3(y)$  – описывающие структуру возмущения функции. Параметры этих функций задавались с помощью генератора псевдослучайных чисел, встроенного в язык программирования C++, на котором реализована модель, и использующего как известно линейный конгруэнтный метод. Плотности вероятности для функций  $f_2$  и  $f_3$  показаны на рис. 3.12, а значения функции  $f_1$  распределены равномерно на отрезке [0; 0.2].



Рис. 3.12. Плотности вероятностей для функций  $f_2$  (слева) и  $f_3$  (справа).

Была проведена серия численных экспериментов на конечноразностных сетках с различными пространственными шагами и с разными последовательностями псевдослучайных чисел для задания начального возмущения [56;57]. На рис. 3.13 показано распределение логарифма электронной концентрации в моменты времени 2200 с, 2600 с, 3000 с, 3400 с, 3800 с и 4000 с считая от начала процесса для одного из численных экспериментов. На этом рисунке по горизонтали отложена долгота в *км* относительно центра области, а по вертикали отложена высота в *км* относительно поверхности Земли. Картинки при этом вытянуты по горизонтали для лучшего отображения.



Рис. 3.13. Распределение логарифма электронной концентрации в различные моменты времени от начала процесса.

Анализ результатов описанных экспериментов показывает, что процесс развития идет по следующему сценарию. На начальной стадии процесса (линейной), имеющей в условиях эксперимента длительность 1400 с, в области интегрирования (протяженность которой по долготе составляет 800 км) формируется около 80 зон пониженной электронной концентрации. На следующей стадии развития неустойчивости Рэлея-Тейлора (нелинейной) из этих 80 зон формируется примерно 40 ионосферных пузырей. На последней стадии процесса, которая соответствует выходу наиболее развитых пузырей во внешнюю ионосферу, остается примерно 20 конкурирующих между собой сильно развитых пузырей.

Оценим плотность наиболее развитых пузырей на разных стадиях процесса. Учитывая размеры области моделирования, получим, что на начальной стадии плотность неоднородностей составляет примерно одна неоднородность на 10 км, на средней стадии процесса плотность пузырей составляет примерно один пузырь на 20 км, и на последней стадии процесса плотность развитых пузырей составляет примерно один пузырь на 40 км.

Кроме описанных количественных особенностей процесса, выделяются и качественные особенности, в частности:

- сильная долготная асимметрия пузырей, заметно бо́льшая, чем при развитии одиночных пузырей;

- изолированные пузыри возникают существенно раньше, чем при развитии одиночных пузырей;

- это, в свою очередь, приводит к быстрому развитию отдельных менее развитых пузырей.

### Основные выводы главы 3

Посредством численных экспериментов подтвержден классический сценарий развития ионосферных пузырей, принимающих зональную грибообразную форму, поднимающихся во внешнюю ионосферу с нарастающей скоростью и сильно вытянутых вдоль геомагнитного поля для развитой фазы. При этом форма одиночных и слабо взаимодействующих пузырей является инвариантом явления. Влияние аэрономии на динамику сильно опустошенных пузырей незначительно, динамика пузыря определяется в первую очередь электродинамическими процессами. Инерционность движения плазмы и зональное внешнее электрическое поле изменяют характерные времена процессов, не влияя существенно на форму пузырей.

Результаты исследования состава плазменных пузырей показали, что в процессе развития неустойчивости Релея-Тейлора происходит вынос молекулярных ионов на высоты внешней ионосферы.

Развитие ионосферного пузыря на нелинейной стадии НРТ может быть охарактеризовано временем нелинейного развития, приблизительно в 2 раза большим характерного времени линейной стадии НРТ, определяемого инкрементом нарастания неустойчивости.

Тепловой режим внутри пузырей сильно отличается от теплового режима фоновой плазмы. Для пузырей со значительной депрессией плазмы ионная температура может

значительно превосходить электронную и превышать 10000 К. На заключительной стадии развития пузыря тепловой режим развивается по сценарию режима обострения, когда температура ионов и электронов возрастает в несколько раз за время, много меньшее характерного времени развития пузыря. Распределение ионной и электронной температур вдоль силовых линий сильно неоднородно, у основания силовых линий имеют место резкие градиенты температур ионов и электронов.

Взаимодействие системы пузырей носит сложный квазипериодический характер. Преимуществом в развитии обладают центральные пузыри системы; один в случае нечетного количества начальных возмущений, два в случае четного, при разновременном возникновении пузырей система вырождается: динамику процесса определяет подсистема пузырей доминирующая на данном этапе. В общем случае при наличии в ионосфере множества малых возмущений при благоприятных для неустойчивости Рэлея-Тейлора условиях в действительности разовьются лишь немногие пузыри, что согласуются с данными ионосферных наблюдений.

# ГЛАВА 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ-ТЕЙЛОРА В УСЛОВИЯХ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

В этой главе описаны численные эксперименты с комплексом моделей НРТ, описанных во второй главе, в частности приведены результаты следующих численных экспериментов, описанные в работах [9; 31; 71; 130]:

– генерация неоднородностей экваториального F-слоя механизмом увлечения
 плазменных компонент внутренними гравитационными волнами и моделирование влияния
 начальной фазы BFB на параметры неоднородностей на основе двумерной модели [45; 46];

 изучение эффектов, возникающих при инжекции в ионосферу веществ, приводящих к возникновению тяжелых молекулярных ионов;

Эти классы явлений важны для исследований низкоширотной области в связи с тем, что внутренние гравитационные волны генерируются различными типами процессов, обычно ниже F-слоя и E-слоя ионосферы и распространяясь на высоты ионосферы в благоприятных условиях могут приводить к генерации плазменных пузырей и других сильно нестационарных процессов [33; 50]. В свою очередь эти процессы могут приводить к хорошо обнаруживаемому экспериментально явлению F-рассеяния. Это, как отмечено в главе 1, может служить индикатором для различных явлений, приводящих к генерации BГВ, например землетрясений, погодных явлений, и т.п.

## 4.1. Численная модель резонансной генерации ионосферных пузырей внутренними гравитационными волнами

Свойства неоднородных структур ионосферной плазмы и проблемы их возникновения – одна из важных проблем физики ионосферы. Для описания и объяснения крупномасштабных и среднемасштабных возмущений ионосферы в первую очередь необходимо рассматривать процессы перераспределения плазмы, определяемые движением нейтральных частиц, вызванным прохождением в верхней атмосфере волн разных типов, и прежде всего внутренних гравитационных волн.

Непременным условием для возникновения таких неоднородностей ионосферной плазмы является достаточно длительное воздействие волны на плазму, а это возможно только при наличии пространственного резонанса, заключающегося выполнении соотношений определенных между волновым вектором ВГВ и вектором скорости

плазменного дрейфа [207]. При реализации условий пространственного резонанса амплитуды слабых ионосферных возмущений быстро возрастают с переходом в нелинейные режимы. В результате развивается каскадный процесс образования и усиления неоднородностей механизмами различного типа неустойчивостей. Таким образом, в зонах экваториального F-рассеяния характерно сочетание плазменных и гидродинамических процессов [173]. Поскольку разного вида среднемасштабные неоднородности экваториальной ионосферы возникающие после захода Солнца имеют тенденцию к растягиванию вдоль силовых линий геомагнитного поля, на их параметры существенно влияние только столкновительной неустойчивости Рэлея-Тейлора (HPT) [18].

В настоящем параграфе представлены результаты численных экспериментов по моделированию взаимосвязи механизма неустойчивости Рэлея-Тейлора с условиями пространственного резонанса и возникновению и последующему развитию каскадного процесса проходящего по типу:

 $B\Gamma B \rightarrow$  слабые неоднородности  $\rightarrow$  HPT  $\rightarrow$  пузыри.

Ранее в работах других авторов переход ВГВ → НРТ не моделировался вообще, а последовательность событий:

слабые неоднородности — НРТ — пузыри

была изучена только в самых общих чертах [1; 77; 197].

В этом параграфе диссертации приведены результаты численных экспериментов по моделированию генерации ионосферных пузырей внутренними гравитационными волнами (ВГВ) посредством пространственного резонанса. Численные эксперименты показали, что ВГВ эффективно генерируют экваториальные ионосферные пузыри в тех случаях, когда на высотном промежутке, определяемом положительными значениями линейного инкремента неустойчивости Рэлея-Тейлора, укладывается не менее одной вертикальной компоненты длины ВГВ, обозначенной здесь через  $\lambda_z$ . Зональная пространственная структура генерируемых ионосферных пузырей связана с длиной горизонтальной компоненты волны  $\lambda_y$  ВГВ соотношением  $L \approx \lambda_y/4$ .

Рэлей-Тейлоровская неустойчивость является физической причиной развития ионосферных пузырей экваториальной *F*-области из начальных малых возмущений. Переход этого процесса при наличии НРТ в режим ионосферных пузырей происходит на нелинейной

стадии, когда возмущения плазмы оказываются большими с их характерными признаками: сильной депрессией электронной концентрации, зональной асимметричной структурой большими вертикальными скоростями движения плазмы внутри пузырей. [77; 82; 148; 197; 224].

Для генерации пузырей посредством НРТ необходимы исходные возмущающие факторы, которые должны приводить к появлению начальных возмущений и, следовательно, формированию условий последующей генерации пузырей. В работах [173; 182] в качестве одного из возможных механизмов генерации таких неоднородностей были предложены внутренние гравитационные волны. Там же указано на то, что эффективность генерации пузырей при условиях выполнения НРТ посредством ВГВ резонансно зависит от условий совпадения скорости дрейфа плазмы в зональном направлении и фазовой скорости ВГВ в этом направлении.

Целью данного раздела диссертации является теоретическое рассмотрение условий резонансной генерации посредством ВГВ неоднородностей ионосферной плазмы с последующим развитием из них ионосферных пузырей. Для этого с помощью аппарата математического моделирования с единых позиций рассматриваются физические процессы, происходящие в ионосферной плазме экваториального F-слоя при прохождении ВГВ, приводящие к развитию происходящих по схеме:

ВГВ → малые неоднородности → усиление механизмами НРТ → ионосферные пузыри

процессов генерации пузырей.

Для изучения условий резонансной генерации ионосферных пузырей по описанной схеме использована двухмерная математическая модель и ее численная реализация, описанные в общем виде в главе 2. Здесь использован вариант этой модели, состоящий из уравнений непрерывности ионов  $O^+$ ,  $H^+$  и  $NO^+$ , уравнений движения ионов и электронов и уравнения непрерывности тока. Ионы  $H^+$  учитываются здесь с целью корректного описания стадии процессов, на которой пузыри поднимаются на высоты внешней ионосферы, где ионы  $H^+$  являются важной составляющей влияющей на проводимость Педерсена, а значит и на параметры поперечного дрейфа на этих высотах. Эти уравнения, записанные в приближении сильно вытянутых вдоль магнитного поля неоднородностей [16], имеют вид:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + div_{\perp}(n_1\vec{V}) = -k_1[N_2]n_1 - k_2[H]n_1 + k_3[O]n_3$$
(4.1)

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} + div_{\perp}(n_2\vec{V}) = k_1[N_2]n_1 - \alpha n_2 n_e$$
(4.2)

$$\frac{\partial n_3}{\partial t} + div_{\perp}(n_3\vec{V}) = -k_3[O]n_3 + k_2[H]n_1$$
(4.3)

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\frac{\nabla_{\perp} p_i}{mn_e} + \frac{e}{m} (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) - \nu_{in} (\vec{V} - \vec{V}_n) + \vec{g}$$
(4.4)

$$\vec{E} + \vec{V}_e \times \vec{B} + \frac{1}{en_e} \nabla_\perp p_e = 0 \tag{4.5}$$

$$div_{\perp}\vec{j} \equiv div_{\perp}[en_e(\vec{V} - \vec{V}_e)] = 0$$
(4.6)

где  $n_1$  – концентрация ионов O<sup>+</sup>,  $n_2$  –концентрация молекулярных ионов NO<sup>+</sup>,  $n_3$  – концентрация ионов H<sup>+</sup>,  $n_e = n_1 + n_2 + n_3$ ,

 $\vec{V}$ ,  $\vec{V_e}$ ,  $\vec{V_n}$  – поперечные скорости движения ионов электронов и нейтралов,

[N<sub>2</sub>], [H], [O] – концентрация молекулярного азота, атомарного водорода и атомарного кислорода,

 $k_1$  – скорость зарядно-обменной реакции ионов O<sup>+</sup> с нейтралами [N<sub>2</sub>],  $k_2$  – скорость заряднообменной реакции ионов O<sup>+</sup> с нейтралами [H],  $k_3$  – скорость зарядно-обменной реакции ионов H<sup>+</sup> с нейтралами [O],  $\alpha$  – скорость рекомбинационно-диссоциативной реакции с участием  $n_2$ , скорости указанных химических реакций представлены в приложении A,

*p<sub>i</sub>*, *p<sub>e</sub>* – давление ионного электронного газа,

 $T = T_e = T_i -$ плазменная температура,

$$m = \frac{m_1 n_1 + m_2 n_2 + m_3 n_3}{n_1 + n_2 + n_3}$$
,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  – массы ионов O<sup>+</sup>, NO<sup>+</sup>, H<sup>+</sup>

 $v_{in} = \frac{v_{1n}m_1n_1 + v_{2n}m_2n_2 + v_{3n}m_3n_3}{m_1n_1 + m_2n_2 + m_3n_3}, v_{1n}, v_{2n}, v_{3n} -$ частоты столкновений ионов O<sup>+</sup>, NO<sup>+</sup> и H<sup>+</sup> с

нейтралами,

 $\vec{B}$  – индукция магнитного поля,

 $\vec{E} = -\nabla U$  – напряженность электрического поля, U – потенциал электрического поля,

е – заряд электрона,

*ğ* –ускорение свободного падения,

 $\vec{j}$  – плотность тока,

∇<sub>⊥</sub> - дифференциальный оператор Гамильтона в поперечных по отношению к магнитному полю направлениях.

Система уравнений (4.1)-(4.6) решается методом конечных разностей [1] в эйлеровой сетке в плоскости (*y*, *z*), где *y* - долгота, *z* - высота. Разностные схемы и алгоритмы решения описаны в главе 2. Для упрощения аппроксимации уравнения потенциала предварительно сделана замена  $U = \Psi - \frac{kT}{e} \ln(n_e)$ . Таким образом для нахождения  $\Psi$  получается эллиптическое уравнение. Граничные условия задаются таким же образом как в разделе диссертации 3.3, т.е. на восточной и западной границах – из условий однородности среды, внизу из уравнений химического равновесия, вверху с учетом масштабов высот. Начальные условия для концентраций ионов  $n_i$  заданы в виде модифицированного слоя Чепмена, содержащего для каждого вида ионов два масштабных параметра:

$$n_i = n_{i\max} \exp\left(-\frac{z - z_{i\max}}{H_i} - \frac{H_i^*}{H_i} \left(\exp\left(-\frac{z - z_{i\max}}{H_i^*}\right) - 1\right)\right),$$

где  $n_{imax}$  – значение максимума концентрации,  $z_{imax}$  – высота максимума концентрации,  $H_i^*$ ,  $H_i$  – масштабы высот для ионов сорта *i*. Параметры в этих формулах подобраны так, чтобы отклонение концентраций ионов, вычисленных по этим формулам, от полученных с помощью модели шарового слоя было наименьшим в смысле сеточного аналога нормы  $L_2$ , а использование двух масштабных параметров для ионов каждого сорта позволяет уменьшить погрешность этого приближения. Такое задание начальных условий допустимо в силу того, что в этом разделе не ставилась цель точной привязки к конкретным гелио-геомагнитным условиям.

Нейтральный ветер задается модельно в виде суммы двух составляющих:

$$\vec{V}_n = \vec{V}_0 + \vec{V}_1$$

где  $\vec{V_0}$  – фоновая скорость,  $\vec{V_B}$  – волновая составляющая. Волновая составляющая задавалась в этих численных экспериментах в соответствии с модовой структурой ВГВ, полученной в [60] с помощью линейного приближения для малых отклонений от гидростатическом приближении равновесия. Приведем без вывода основные формулы, определяющие пространственно-временную структуру ВГВ в данном приближении:

$$\begin{aligned} V_{Bz} &= \sqrt{gH} \beta \sigma V_{\delta}, \quad V_{By} = \sqrt{gH} \sigma U_{\delta}, \quad \rho = \rho_{0} \exp(\rho_{\delta} \sigma), \end{aligned} \tag{4.7} \\ V_{\delta} &= -c \, \theta'(a) \varphi \exp(z_{\delta}/2), \quad U_{\delta} = \theta(a) (A_{I} \varphi + B_{I} \varphi') \exp(z_{\delta}/2), \\ \rho_{\delta} &= \theta(a) (A_{2} \varphi + B_{2} \varphi') \exp(z_{\delta}/2), \\ \varphi &= \sin(k_{z} z_{\delta} - \varphi_{0}), \quad \varphi' = \partial \varphi / \partial z_{\delta}, \quad z_{\delta} = (z - z_{0}) / H, \\ y_{\delta} &= \beta(y - y_{0}) / H, \quad a = y_{\delta} - ct_{\delta}, \quad t_{\delta} = \beta(t - t_{0}) \sqrt{g / H}, \\ c &= \frac{4(\gamma - 1)}{\gamma(1 + 4k_{z}^{2})}, \quad A_{I} = \frac{c(\gamma - 2)}{2(\gamma - c^{2})}, \quad A_{2} = \frac{2\gamma - 2 - c^{2}}{2(\gamma - c^{2})}, \\ B_{I} &= \frac{c\gamma}{\gamma - c^{2}}, \quad B_{2} = \frac{c^{2}}{\gamma - c^{2}}. \end{aligned}$$

Здесь  $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$  – показатель адиабаты, ( $\approx 4/3$  для одноатомных частиц, 3/2 для двухатомных частиц и 5/3 для частиц с числом атомов более двух),

Н-шкала высот термосферы (≈40км),

 $\beta = \pi H/l_y$  – безразмерный параметр длины,  $l_y$  – характерный горизонтальный размер волны,

$$\sigma = \frac{V_{By}^0}{\sqrt{gH}}$$
 – безразмерный параметр амплитуды,

 $V_{By}^0$  – величина  $V_{By}$  на нижней границе при  $z_0 = 80$ ,

*k*<sub>z</sub> – волновое число, определяющее вертикальную структуру ВГВ,

у<sub>0</sub>, z<sub>0</sub> - координаты, определяющие условный центр привязки ВГВ в системе координат, движущейся на восток с фазовой скоростью волны,

*t*<sub>0</sub> – начальный момент времени процесса,
фо – начальная фаза волны,

ρ<sub>0</sub> – плотность фоновой атмосферы,

 $\theta$  – функция, определяющая профиль ВГВ, в случае уединенной одногорбой волны можно взять  $\theta(a) = \exp(-a^2)$ , а в случае уединенной двугорбой волны можно взять  $\theta(a) = a\exp(-a^2)$ . Безразмерные параметры  $\beta$  и  $\sigma$  этой модели волновых движений в численных экспериментах задаются на основе имеющихся данных о характеристиках ВГВ в низкоширотном регионе [173; 182]. В соответствии с этими данными, горизонтальная длина ВГВ может варьироваться в пределах 100–1000 км, а горизонтальная скорость нейтрального газа в волне на высотах 250-300 км достигает значений 10–50 м/с. Отсюда следует, что параметр  $\beta$  может меняться в пределах 0.1 – 0.6, а параметр  $\sigma$  – в пределах 10<sup>-4</sup> – 10<sup>-3</sup>, значения  $\beta$  и  $\sigma$ , использованные в этом разделе, будут определены далее.

Данные на рис. 1.12, на котором приведены трендовые значения зонального дрейфа для двух уровней солнечной активности [137], показывают наличие достаточно большой скорости зонального дрейфа восточного направления в послезаходный период как в условиях высокой солнечной активности, так и в период низкой солнечной активности, достигающей в момент времени LT 18.30 значений в несколько десятков м/с. Эти данные будут учитываться в этом разделе работы ввиду необходимости выполнения условий резонанса для генерации ионосферных пузырей при прохождения ВГВ.

Как следует из описанной выше постановки задачи численного моделирования эффектов резонансной генераций ионосферных пузырей при прохождении ВГВ и используемых моделей, эта задача является многопараметрической. Можно выделить около десяти важных физических параметров, которые могут оказывать сильное влияние на динамику системы термосфера – ионосферная плазма в условиях прохождения ВГВ. Среди этих параметров имеются чисто волновые, к которым относятся  $k_z$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$ ,  $\phi_0$ , фазовая скорость  $V_{\phi}$  и ионосферные, к которым относятся инкремент нарастания неустойчивости Рэлея-Тейлора, фоновые электрические поля и зональные нейтральные ветры. В связи с многопараметричностью задачи, численные эксперименты были проведены для значений управляющих параметров, представляющих конкретный интерес для физики ионосферных пузырей. Так, значение параметра  $\beta = 0.6$  соответствует длине волны 200 км. Параметр  $\sigma$ менялся в диапазоне величин  $10^{-5} - 10^{-3}$ . При  $\sigma = 10^{-3}$  вертикальная компонента скорости ВГВ на высотах 300 км и 400 км составляет 2 м/с и 8 м/с, зональная скорость движения нейтральных частиц в волне составляет соответственно 12 м/с и 52 м/с. Для других значений  $\sigma$  скорости V<sub>y</sub> и V<sub>z</sub> меняются пропорционально значению  $\sigma$ . Фазовая скорость волны в этих численных экспериментах соответствует модели (4.7) и равняется:

$$V_{\phi} = c\sqrt{gH} = 10M/c \tag{4.8}$$

Численные эксперименты на модели (4.1) – (4.6) с использованием модели ВГВ (4.7) показали, что возбуждение и развитие ионосферных пузырей вследствие неустойчивости Рэлея-Тейлора в условиях действия ВГВ происходит при выполнении условия пространственного резонанса, имеющего вид:

$$V_{\phi} = V_{y0},$$

где  $V_{y0} = -E_{z0}/B$  – скорость горизонтального восточного дрейфа плазмы,  $E_{z0}$  – вертикальная компонента фонового электрического поля. При нарушении условия резонанса образование неоднородных структур и дальнейшее развитие их в пузыри не происходит, и в ионосферной плазме формируются лишь нестационарные возмущения, исчезающие после прохождения волны. Эти результаты хорошо согласуется с выводами более ранних работ по резонансному развитию ионосферных неоднородностей описанных в [173; 182], в которых рассматривалась эволюция неоднородных структур без признаков развития в ионосферные пузыри. Последующее рассмотрение результатов расчетов в этом разделе в связи с сильной резонансной зависимостью эффектов генерации пузырей проводится только для условий пространственного резонанса. Из параметров волны в описанных численных экспериментах варьировались только амплитуда  $\sigma$  и начальная фаза  $\phi_0$ .

На рис. 4.1 приведены рассчитанные по описанной модели изолинии вертикальной скорости движения плазмы (а, б, *в*, *г*) и электронной концентрации (д, е, *ж*, *з*) для различных моментов времени *T* от начала действия ВГВ. Время на каждом рисунке указано в единицах  $T_0$ , выраженных через характерный период нелокального развития НРТ в условиях этих расчетов равный 350 с. Физическое содержание этого параметра раскрыто при обсуждении результатов, представленных на рис. 4.3. Результаты расчетов рис. 4.1 получены для условий, когда параметры внутренней гравитационной волны определяются значениями параметров:  $\sigma = 10^{-3}$ ,  $\beta = 0.6$  и  $\phi_0 = 0.3\pi$ . Из рис. 4.1 видно, что развитию неоднородной структуры предшествует цепочка последовательных процессов, идущая по схеме:

ВГВ → слабые неоднородности плазмы → HPT → ионосферный пузырь.



Рис. 4.1 Изолинии вертикальной компоненты скорости плазмы в м/с (*a*, *б*, *в*, *г*) и электронной концентрации в см<sup>-3</sup> (*e*, *ж*, *з*) для различных моментов времени *T*; *д* – изолинии 5%-ных относительных отрицательных (сплошные кривые) и положительных (кривые с точками) возмущений для φ<sub>0</sub> = 0.3*π*.

Наиболее отчетливо эта последовательность явлений проявляется во временных вариациях вертикальной скорости плазмы. На первом этапе описанного процесса пространственная структура циркуляции плазмы в точности повторяет структуру циркуляции нейтрального газа в ВГВ (рис. 4.1а) вследствие процесса столкновительного увлечения ионосферной плазмы движением частиц нейтрального газа и сильной замагниченности ионосферной плазмы. Под действием неоднородного пространственного переноса из-за действия ВГВ в ионосферной плазме образуются слабые неоднородности (рис. 4.1д), приводящие к изменению поляризационных электрических полей, которые в свою очередь, начинают видоизменять структуру циркуляционных ячеек плазмы. Слабые неоднородности плазмы, которые в пространстве попали в зону максимального линейного инкремента НРТ, получают наибольшую скорость для своего роста по сравнению с соседними неоднородностями и, как показывают приведенные расчеты, подавляют последние (рис. 4.16 и в). В результате этого эффекта в области максимального инкремента HPT развиваются пространственные неоднородности с характерными признаками самоорганизующихся структур – ионосферные пузыри (рис. 4.1 в, г, ж, з). Развитие пузырей происходит по известному сценарию, описанному в главе 2, главе 3 и в [77; 197; 224]: сильно вытянутый по высоте и открытый снизу плазменный пузырь поднимается в режиме с

ускорением во внешнюю ионосферу. На заключительной стадии, когда пузырь окончательно сформировался в самоорганизующуюся структуру, он представляет собой достаточно узкое по долготе образование с характерной шириной примерно 40 км. Этот поперечный размер пузыря представляет собой четверть длины волны ВГВ.

Обсудим теперь зависимость процессов развития пузырей от фазы волны. На рис. 4.2 приведена эволюция плазменных неоднородностей при действии ВГВ с фазой  $\varphi_0 = 0.8\pi$ . Обозначения на рис.4.2 использованы те же, что и на рис. 4.1. Такими же взяты и значения параметров волны  $\sigma$  и  $\beta$ .



Рис. 4.2. Изолинии вертикальной компоненты скорости плазмы в м/с (*a*, *б*, *в*, *г*) и электронной концентрации в см<sup>-3</sup> (*e*, *ж*, *з*) для различных моментов времени *T*. На рис *д* приведены изолинии 5%-ных относительных отрицательных (сплошные кривые) и положительных (кривые с точками) возмущений для φ<sub>0</sub> = 0.8π.

Сравнение данных, представленных на рис. 4.1 и 4.2 показывает, что процесс генерации ионосферных пузырей существенно зависит от фазовых характеристик ВГВ. Так, в зависимости от значения фазы  $\varphi_0$  меняются структура развивающихся пузырей и временные параметры их эволюции. В случае значения фазы  $\varphi_0 = 0.3\pi$  формируется один пузырь, а другой при этом подавляется. В случае значения фазы  $\varphi_0 = 0.8\pi$  развиваются параллельно два пузыря, один из которых растет быстрее, и на заключительной стадии эти пузыри сливаются в один, зональная протяженность которого оказывается больше, чем при развитии с фазой волны  $\varphi_0 = 0.3\pi$ .

Зависимость динамики и структуры ионосферных пузырей от фазы возникает вследствие высотного сдвига циркуляционных ячеек ВГВ при изменении фазы волны и соответственно начальных циркуляционных ячеек плазмы (что видно при сравнении рис. 4.1a и 4.2a), в результате которого перестраивается структура зарождающихся в начале процесса неоднородностей плазмы. В последующей динамике эта начальная информация информация сохраняется и усиливается. От фазы волны  $\varphi_0$  зависит и относительная локализация генерируемого ионосферного пузыря и центра ВГВ. На рис 4.3 приведены результаты численного исследования зависимости параметров процесса развития НРТ от фазы волны  $\varphi_0$ . На рис. 4.3a приведена рассчитанная зависимость от начальной фазы волны  $\varphi_0$  смещения *L* пузыря относительно центра ВГВ. Из рис. 4.3a видно, что имеет место гармоническая зависимость *L* от  $\varphi_0$ , в результате которой возможна генерация ионосферных пузырей как на переднем, так и на заднем фронте уединенной волны.



Рис. 4.3. Рассчитанные зависимости зонального смещения L (a) и характерного времени развития пузыря *T* (в) от начальной фазы φ<sub>0</sub>; (б) – зависимость T от σ.

На рис. 4.36 даны рассчитанные зависимости характерного времени развития ионосферного пузыря  $T_2$  от амплитудного параметра  $\sigma$  для четырех случаев задания начальной фазы ВГВ:  $\phi_0 = 0$ ,  $\phi_0 = 0.5\pi$ ,  $\phi_0 = -0.5\pi$ ,  $\phi_0 = \pi$ . Параметром  $T_2$  будем здесь обозначать время от момента начала действия ВГВ, за которое депрессия плазмы внутри пузыря станет достаточно сильной, а сам он поднимется выше максимума F-слоя ионосферы. Для численных оценок будем считать пузырь развитым, когда скорость ионов внутри пузыря достигнет значения 1000 м/с.

Как показано на рис. 4.36, зависимость характерного времени развития пузыря  $T_2$  от амплитудного параметра волны  $\sigma$  логарифмическая, с коэффициентом пропорциональности в рассматриваемых расчетах  $T_0 = 350$  с. Поэтому параметр  $T_0$  можно рассматривать как характерное время нелокального развития НРТ как неоднородной структуры. При сравнении параметра  $T_0$  с инкрементом нарастания НРТ было получено, что значение  $T_0$  приблизительно в 2 раза больше интервала времени определяемого инкрементом нарастания НРТ:

$$T_1 = 1/\gamma_{\rm max} = 170 \, {\rm c},$$

где  $\gamma_{\text{max}}$  – максимальный линейный инкремент НРТ в фоновом *F*-слое. Как видно из расчетов, представленных на рис. 4.36, характерное время развития пузыря  $T_2$  зависит от начальной фазы ВГВ. Эта зависимость отражена на рис. 4.3в, где время развития  $T_2$  представлено в виде зависимости от фазы  $\varphi_0$ . Отметим определенную корреляцию, которая существует между поведением параметров *L* и  $T_2$ : максимальное смещение *L* наблюдается одновременно с минимальным временем  $T_2$  при  $\varphi_0 = -0.7\pi$  и  $\varphi_0 = 0.3\pi$ , а при сдвиге начальной фазы на 0.5 $\pi$  наблюдается обратная картина.

Численные эксперименты показали, что коэффициент пропорциональности  $T_0 = 350$  с в зависимости времени  $T_2$  от амплитуды  $\sigma$  сохраняется как при изменении начальной фазы  $\varphi_0$ так и при выборе другой максимальной вертикальной скорости плазмы для образования параметра  $T_2$ , что отражено на рис. 4.4, где показаны зависимости параметра  $T_2$  от амплитуды  $\sigma$  для двух разных критериев развитого пузыря.

Поэтому время  $T_0$  естественно назвать характерным временем развития нелокальной НРТ в отличие от характерного времени развития локальной НРТ  $T_1$ , которая, как указано выше в два раза меньше чем  $T_0$ . Все эти закономерности говорят о том, что развитие НРТ определяется ВГВ как целым, а не только её частью, находящейся в области максимального линейного инкремента НРТ находящегося для данных расчетов на высоте 320 км. Время  $T_0$ определяет максимальный нелокальный линейный инкремент НРТ  $\gamma_0 = 1/T_0$ , который характеризует линейную стадию НРТ гораздо точнее, чем максимальный локальный линейный инкремент  $\gamma_{max}$ , поскольку учитывает весь процесс развития НРТ в целом.



Рис. 4.4. Зависимость времени развития ионосферного пузыря *T*<sub>2</sub> от параметра σ для значения критерия развитого пузыря 200 м/с – а) и для критерия 1000 м/с – б)

Детали описанных выше процессов демонстрируют рис. 4.5 – 4.7. На рис. 4.5 изображены изолинии вертикальной плазменной скорости в м/с для различных моментов времени и двух значений фазы. Видно, что на самой первой стадии процесса ВГВ порождает слабые неоднородности вертикальной скорости плазмы, соответствующие слабым неоднородностям концентрации плазмы и возникшие в результате увлечения ионосферной атмосферы. плазмы движением частиц нейтральной которое носит по высоте синусоидальный характер. Неоднородности располагаются симметрично по обе стороны вертикальной оси ВГВ строго в шахматном порядке: области повышенной вертикальной скоростью соседствуют по вертикали и горизонтали только с областями пониженной вертикальной скорости. На второй стадии процесса НРТ производит отбор среди этих слабых неоднородностей, при этом в области максимального инкремента возникают новые неоднородности, что является отражением процесса возникновения структуры вертикальных конвективных ячеек.



Рис. 4.5. Изолинии вертикальной плазменной скорости в м/с для различных моментов времени для двух значений фазы.



Рис. 4.6. Изолинии электронной концентрации вверху в см<sup>-3</sup> и вертикальной плазменной скорости внизу в м/с для различных моментов времени для параметров  $\varphi_0 = 0.3\pi$ ,  $\sigma = 10^{-3}$ .

188

На рис. 4.6 и 4.7 изображены изолинии электронной концентрации  $n_e$  в см<sup>-3</sup> и вертикальной плазменной скорости  $V_z$  в м/с для различных моментов времени. Процесс, изображенный на рис. 4.6, отличается от процесса на рис. 4.7 начальной фазой  $\varphi_0$  и как следствие этого, количеством пузырей. Отметим, что один пузырь растет быстрее, чем два. Количество сформировавшихся плазменных пузырей зависит от взаимного расположения области максимального инкремента НРТ и слабых неоднородностей, возникших в результате резонанса плазмы и ВГВ и при изменении начальной фазы  $\varphi_0$  структура слабых неоднородностей сдвигается по высоте.



Рис. 4.7. Изолинии электронной концентрации вверху в см<sup>-3</sup> и вертикальной плазменной скорости внизу в м/с для различных моментов времени для значений  $\varphi_0 = 0.8\pi$ ,  $\sigma = 10^{-3}$ .

Рассмотренные в разделе расчеты представлены для ограниченного набора характеристических параметров ВГВ. В частности, для значений параметров:

$$\lambda = 200$$
 км,  $V_{d} = 100$  м/с,  $V_z \approx 10$  м/с.

Указанные значения параметров волны  $\lambda$ ,  $V_{\phi}$  и  $V_z$  можно рассматривать как характерные для реальной низкоширотной ионосферы средние величины [173; 182]. Вместе с тем в экваториальной ионосфере на высотах F-области наблюдается достаточно широкий спектр ВГВ с различными значениями параметров  $\lambda$ ,  $V_{\phi}$  и  $V_z$  а также с различной формой волны (например, одногорбые и многогорбые, с гауссовым и негауссовым профилем, солитонным и

несолитонным представлением). Результаты представленных выше расчетов однозначно указывают на то, что в зависимости от характеристик проходящей ВГВ будут меняться динамика и структура генерируемых ими ионосферных пузырей. Эти же результаты, а также данные численных экспериментов, не отраженные в разделе и относящиеся к другим значениям параметров волны  $\lambda$ ,  $V_{\phi}$  и  $V_z$  также указывают на общие закономерности, характерные для резонансного механизма генерации ионосферных пузырей ВГВ, наиболее важные и общие из них:

- пространственный резонанс эффективно генерирует ионосферные неоднородности развивающиеся в пузыри в условиях, когда на высотный интервал максимальных значений линейного инкремента НРТ приходится не менее одной вертикальной компоненты длины волны. В этом случае циркуляция нейтрального газа в волне порождает пространственнонеоднородный перенос и генерацию начальных затравочных неоднородностей в плазме, развивающихся затем посредством механизма НРТ в ионосферные пузыри;

- зональная пространственная структура ионосферных пузырей определяется зональной структурой ВГВ и зональная протяженность одиночного ионосферного пузыря  $L_0$  связана с длиной волны  $\lambda$  соотношением  $L_0 \approx 0.25\lambda$ . Это соотношение также соответствует структуре циркуляционных ячеек плазмы, возникающих на начальной стадии резонансного взаимодействия волны с ионосферной плазмой;

- развитие ионосферного пузыря на нелинейной стадии НРТ может быть охарактеризовано временем нелинейного развития, приблизительно в 2 раза большим характерного времени линейной стадии НРТ, определяемого инкрементом нарастания неустойчивости. Время выхода T ионосферного пузыря во внешнюю ионосферу с начала действия резонансного механизма может быть оценено по соотношению  $T \approx 10T_0$ .

# 4.2. Численное моделирование модификации экваториальной F-области путем инжекции плазмогасящих соединений

В этом параграфе представлены результаты численных экспериментов по изучению эффектов модификации экваториальной F-области с помощью инжекции плазмогасящих соединений H<sub>2</sub> и H<sub>2</sub>O. Отдельные результаты этого параграфа получены в работах автора [10; 69; 72; 82; 84]. Показано, что инжекция умеренных количеств водорода H<sub>2</sub>(примерно 100 кг) и воды H<sub>2</sub>O (примерно 1000 кг) на высотах 300 – 500 км может вызвать сильную перестройку экваториальной F-области на расстояниях нескольких сот км как ночью, так и днем. Показано также, что эффекты инжекции на низких широтах значительно более устойчивы, чем на средних широтах. Цель данного раздела – изучение эффектов модификации ионосферной плазмы экваториальной F-области, вызванных инжекцией плазмогасящих соединений H<sub>2</sub>O и H<sub>2</sub>. В силу ограничений численной модели, использованной для моделирования процессов инжекции, основное внимание в данном разделе уделено следующим задачам:

1) изучение ионосферных эффектов инжекции соединений H<sub>2</sub>O и H<sub>2</sub> в зависимости от количества инжектируемого вещества, его вида и геофизических условий;

 изучению связи кинетики инжектируемого вещества и моделируемых ионосферных эффектов;

3) определение эффективности инжекции в зависимости от параметров получаемых искусственных ионосферных неоднородностей;

4) исследованию эффектов генерации плазменных пузырей в послезаходный период.

Поставленная цели и задачи представляют интерес из-за специфики процессов экваториальной F-области ионосферы и важности количественных оценок возможных эффектов.

Полная постановка задачи модификации экваториальной F-области инжекцией плазмогасящих соединений достаточно сложна, поскольку для своего решения требует решения ряда задач, связанных с динамикой расширения инжектируемого вещества в разреженной верхней атмосфере на разных стадиях процесса, кинетикой ионномолекулярных реакций частиц инжектируемых соединении с частицами ионосферной плазмы, термодинамикой и электродинамикой явлений в сильно неравновесной плазме, возникающей в начальной стадии процесса. Поскольку корректное описание любого из названных процессов достаточно сложно и по физическим и математическим причинам, и используем здесь некоторые упрощения.

Первое упрощение состоит в том, что численное исследование эффектов инжекции проводится только на стадии диффузионного расплывания инжектируемых соединений. Это упрощение допустимо, поскольку гидродинамическая стадия разлета инжектируемого вещества в зависимости от массы выброса длится от нескольких секунд до нескольких минут, что значительно меньше длительности исследуемых процессов. По этой же причине не рассматривается процесс образования зоны пониженной концентрации ионов на стадии гидродинамического разлета за счет выноса заряженных частиц движущимися молекулами инжектируемого вещества. Оценки показывают, что размеры такой области пониженной концентрации малы в сравнении с размерами неоднородности, развивающейся вследствие инжекции.

Второе упрощение состоит в том, что на стадии гидродинамического и диффузионного разлетов можно пренебречь эффектами фотоионизации инжектируемых молекул H<sub>2</sub>O и H<sub>2</sub> солнечным коротковолновом излучением в дневное время. Можно не учитывать также потери на конденсацию при инжекции H<sub>2</sub>O, которые сопровождают адиабатическую стадию расширения и по оценкам [116] достигают 40%.

Третье упрощение состоит в том, что моделирование динамических процессов образования искусственной неоднородности можно проводить без учета эффектов поляризации неоднородной плазмы и сопутствующих этому явлений Рэлей-Тейлоровской и градиентно-ветровой неустойчивостей, поскольку времена этих процессов существенно больше, чем время разлета инжектированных соединений.

Основу численной модели модифицированной экваториальной F-области составляет описанная в главе 2 система нестационарных нелинейных уравнений диффузии для четырех компонентов:

 $O^+$ ,  $H^+$  – основные ионы

 $OH^+$ ,  $H_2O^+$  – дополнительные ионы,

записанная здесь в виде:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( -\frac{h^2}{h_r^2} D_r \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{h^2}{h_r h_\theta} D_s \frac{\partial n}{\partial \theta} + V_r n \right) + \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( -\frac{h^2}{h_\theta^2} D_\theta \frac{\partial n}{\partial \theta} - \frac{h^2}{h_r h_\theta} D_s \frac{\partial n}{\partial r} + V_\theta n \right) = Q - L$$
(4.9)

где *n* – 4-вектор, образованный из концентраций указанных выше ионов,

$$n = \begin{pmatrix} ([O^+] \\ [H^+] \\ [OO^+] \\ [H_2O^+] \end{pmatrix}$$

 $h^2$ ,  $h_r$ ,  $h_{\theta}$  – коэффициенты Ламэ для сферической геомагнитной системы координат,

 $D_r$ ,  $D_s$ ,  $D_{\theta} - 4 \times 4$  матрицы коэффициентов диффузии,

 $V_r$  и  $V_{\theta}$  – 4-векторы членов переноса по координатным направлениям,

*Q* и *L* – 4-векторы источников и потерь для ионов:

$$Q - L = \begin{pmatrix} q(O^{+}) - L(O^{+}) + k_{6}[H^{+}][O] \\ -k_{6}[H^{+}][H^{+}] + k_{5}[H][O^{+}] \\ k_{3}[H_{2}][O^{+}] - \alpha_{1}N_{e}[OH^{+}] - k_{7}[OH^{+}][H_{2}] \\ k_{4}[H_{2}O][O^{+}] - \alpha_{2}N_{e}[H_{2}O^{+}] + k_{7}[OH^{+}][H_{2}] \end{pmatrix}$$
(4.10)

где  $L(O^+) = \{k_1[N_2] + k_2[O_2] + k_3[H_2] + k_4[H_2O] + k_5[H]\}[O^+]$  – скорость потери ионов  $O^+$ вследствие ионно-молекулярных реакций,

 $n_e = [O^+] + [H^+] + [OH^+] + [H_2O^+]$  концентрация электронов в квазинейтральном приближении.

В модели модифицированной экваториальной F-области (4.9), как следует из соотношений (4.10), учтены основные процессы образования верхней ионосферы и дополнительно включены ионно-молекулярные и рекомбинационные реакции, протекающие при инжекции H<sub>2</sub>O и H<sub>2</sub> с константами взятыми из [27]:

$$O^+ + H_2 \rightarrow OH^+ + H,$$
  $k_3 = 2.0 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^3/\text{c},$ 

$$O^{+} + H_{2}O \rightarrow H_{2}O^{+} + O, \qquad k_{4} = 2.4 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^{3}/\text{c},$$
  

$$OH^{+} + H_{2} \rightarrow H_{2}O^{+} + H, \qquad k_{7} = 1.5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^{3}/\text{c}$$
  

$$OH^{+} + e \rightarrow O^{*} + H, \qquad \alpha_{1} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^{3}/\text{c},$$
  

$$H_{2}O^{+} + e \rightarrow OH^{*} + H, \qquad \alpha_{2} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^{3}/\text{c},$$

Для проведения расчетов кроме ионосферных параметров требуется модель разлета инжектируемых соединений. В соответствии с перечисленными выше упрощающими предположениями, пространственное и временное распределения инжектируемых компонент H<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O рассчитывались по формулам, взятым из работы [117] и рассмотренным в приложении:

$$n_* = \frac{N_0}{(4\pi D_0 t)^{3/2}} \exp\left(-z\left(\frac{3}{H_{\alpha}} + \frac{1}{H_i}\right) - H_{\alpha}^2 (1 - \exp(-z/(2H_{\alpha}))^2 + A\right)$$
(4.11)

где

$$A = \left(-\alpha t - (x^2 + y^2)\exp(-z/(2H_{\alpha}))/(4D_0 t) - (1/H_{\alpha} - 1/H_i)\exp(z/(2H_{\alpha})/4)\right)$$

где  $N_0$  – начальное количество молекул инжектируемого газа,

*z* – вертикальное расстояние от точки инжекции,

*x*, *y* – горизонтальные координаты локальной декартовой системы координат, также отсчитываемые от точки инжекции,

*Н*<sub>*а*</sub>, *Н*<sub>*i*</sub>, – шкалы высот для нейтральной атмосферы и инжектируемого газа,

*t* – время от начала инжекции,

*D*<sub>0</sub> - коэффициент диффузии инжектируемого газа в термосфере,

α – коэффициент, учитывающий потери газа за счет химических реакций, в случае инжекции
 H<sub>2</sub> α вычисляется так:

 $\alpha = k_3[O^+] + k_7[OH^+] + k_8[O]$  $k_8 = 2.1 \cdot 10^{-11} \exp(-4570/T_n),$ 

*T<sub>n</sub>* – температура термосферы.

194

При пренебрежении высотной неоднородностью нейтральной атмосферы и в приближении высотной однородности инжектируемого образования формула (4.11) в локальной декартовой системе координат переходит в формулу:

$$n_*(x, y, z, t) = \frac{N_0}{\left(4\pi D_0 t\right)^{3/2}} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{4D_0 t} - \alpha t\right),\tag{4.12}$$

которая описывает приближение сферического расплывания инжектируемого вещества. Входящие в уравнения (4.9) и (4.11) константы, связанные со столкновениями и соответственно диффузией инжектируемых нейтральных молекул H<sub>2</sub> и H<sub>2</sub>O и ионов OH<sup>+</sup> и H<sub>2</sub>O<sup>+</sup>, взяты из работы [108]. Параметры термосферы в представленных расчетах заданы на основании модели MSIS [145; 146].

Система уравнений (4.9) решается численно в области, ограниченной снизу высотой 100 км, а сверху – силовой линией, вершина которой лежит на высоте 1600 км. Для решения выбрана регулярная квазиоднородная пространственная сетка с максимальным дроблением в зоне инжекции, где пространственный шаг  $\Delta h = 2$  км. Уравнения системы решаются раздельно с итерациями по нелинейности и перекрестным членам, численный метод решения описан в главе 2 и аналогичен методу, описанному в работе [87].

Условия проведения численных экспериментов. Численные эксперименты по моделированию эффектов модификации экваториальной F-области проводились для дневных и вечерних (послезаходных) периодов для условий повышенной солнечной активности ( $F_{10.7} = 150$ ), низкой геомагнитной активности ( $k_p < 3$ ) и условий равноденствия (номер дня 80). Инжекция нейтральных молекул H<sub>2</sub> и H<sub>2</sub>O задавалась на магнитном экваторе на высотах 300 – 500 км. При моделировании эффектов инжекции учитывался фоновый электрический дрейф заданием соответствующих слагаемых в  $V_r$  и  $V_{\theta_r}$  но при этом не учитывалось ветровое увлечение плазмы.

На рис. 4.8 приведены изолинии логарифма электронной концентрации в плоскости магнитного меридиана, рассчитанные для различных моментов времени после инжекции 100кг молекул  $H_2$  на высоте 400 км на магнитном экваторе в заходный момент времени 18.00LT.



Рис. 4.8. Изолинии логарифма электронной концентрации для различных моментов времени (цифры вверху) после момента инжекции *H*<sub>2</sub>.

Результаты, изображенные на рис. 4.8 позволяют выделить в эволюции вечерней модифицированной экваториальной F-области два последовательно протекающих этапа процесса модификации:

- химический;
- диффузионный.

На первом этапе кинетика явления определяется рекомбинационными и ионномолекулярными реакциями. На втором этапе, диффузионном, основную роль играют процессы продольного переноса плазмы, имеющие диффузионный тип. Первый этап, как показывают представленные результаты расчетов, для данной массы H<sub>2</sub> (100 кг) длится примерно 6 мин., это характерное временя процесса, при котором концентрация молекул H<sub>2</sub> в инжектированном облаке H<sub>2</sub> еще достаточно велика для протекания реакции:

 $O^+ + H_2 \rightarrow OH^+ + O.$ 

Второй этап занимает значительно большее время (для заданных условий примерно 30 мин) и приводит к продольному сглаживанию неоднородности, сформированной на первом этапе. К концу второго этапа в силу вступают продольные эффекты, приводящие к тому, что неоднородности электронной концентрации вследствие большой продольной диффузии

196

вытягиваются вдоль силовых линий геомагнитного поля Земли, при этом поперечные градиенты концентрации уменьшаются. В результате область пространства, которую захватывает процесс модификации, достаточно велика и составляет более 1000 км по широте и более 200 км по высоте. Отметим, что вечерняя экваториальная F-область обладает достаточно высокой восстановительной способностью – через 2 часа после инжекции  $H_2$  концентрация электронов в зоне выброса всего лишь на 0.3 (в логарифмических единицах) меньше, чем вне зоны выброса.

На рис. 4.9 приведена рассчитанная по модели динамика изменения высотных профилей электронной концентрации на магнитном экваторе, описывающая эффекты инжекции при различных условиях модификации. На рис. 4.9а показаны высотные профили при инжекции 100 кг H<sub>2</sub> в 18.00 LT на высоте 400 км, соответствующей максимуму электронной концентрации. На рис. 4.96 показаны профили электронной концентрации при инжекции 1000 кг H<sub>2</sub>O в 18.00 LT на той же высоте 400 км. На рис. 4.9в даны профили электронной концентрации при инжекции 1000 кг H<sub>2</sub>O в 18.00 LT на той же высоте 400 км. На рис. 4.9в даны профили электронной концентрации при инжекции 1000 кг H<sub>2</sub>O в дневное время, 14.00 LT на высоте 400 км. Сравнение результатов расчетов рис. 4.9*a* и 4.9*b* показывает, что инжекция 1000 кг H<sub>2</sub>O вызывает эффекты модификации, практически близкие к тем, что дает инжекция 1000 кг H<sub>2</sub>, что вызвано, очевидно, близким количеством инжектированных молекул и сравнимыми скоростями реакций.



Рис. 4.9. Высотные профили логарифма электронной концентрации для различных моментов времени после инжекции в 18.00 LT 100 кг H<sub>2</sub> (*a*) и 1000 кг H<sub>2</sub>O (б) и инжекции в 14.00 LT 1000 кг H<sub>2</sub>O (*b*)

Следует обратить внимание на результаты, представленные на рис. 4.96, где показана эволюция модифицированной экваториальной F-области в дневное время. При сравнении с модификацией ночной ионосферы можно выделить следующие особенности. Во-первых, следует отметить, что эффекты модификации в дневной F-области ионосферы имеют тот же порядок величины, что и в ночной ионосфере. Во-вторых, области охватываемые модификацией, столь же значительные по пространственным размерам и сохраняются достаточно долгое время. Следует при этом подчеркнуть, что в ночной экваториальной Fобласти ионосферы эффекты модификации наиболее выражены в части ионосферы, находящейся ниже максимума F-слоя, а в дневной ионосфере – выше максимума F-слоя. Эти особенности обусловлены спецификой экваториальной F-области ионосферы, выражающейся прежде всего почти горизонтальным направлением силовых линий магнитного поля, что ограничивает связь между областями с разными высотными уровнями. Следует также отметить такую особенность, как сохраняющуюся долгое время после модификации высотную структуру дневной экваториальной F-области с двумя ярко выраженными максимумами электронной концентрации n<sub>e</sub> и достаточно протяженной впадиной между ними.

На рис. 4.8 и 4.9 приведены результаты лишь по отдельным численным экспериментам по модификации экваториальной F-области посредством инжекции соединений H<sub>2</sub> и H<sub>2</sub>O. На этих рисунках, в частности, показаны результаты численного моделирования инжекции молекул водорода H<sub>2</sub> и воды H<sub>2</sub>O на высоте 400 км, так как максимум *F*-слоя и в дневное и в вечернее время располагается вблизи этой высоты. Это связано с тем, что эффекты модификации ионосферы в этом случае максимально выражены поэтому их важно оценить в первую очередь. С другой стороны, значительный интерес представляют численные эксперименты с F-область ионосферы, выполненные и для других условий: разных высот инжекции, различных масс инжектируемого вещества, с учетом различных геофизических факторов, таких как ветровое увлечение и экстремальные значения электрических полей. В работе [108] представлены результаты моделирования инжекции молекулярного водорода H<sub>2</sub> в экваториальной F-области при высоте выброса 300км. В этом случае, как и следовало ожидать, эффекты модификации оказались слабее, что объясняется величиной эффективных потерь электронов внутри зоны модификации, определяемых выражением:

 $\{\alpha_1[OH^+] + \alpha_2[H_2O^+]\}n_e$ 

и уменьшенной из-за малости концентрации ne. Результаты численных экспериментов выполненных на основе модели (4.9) – (4.10) подтверждают этот вывод: при снижении высоты инжекции эффекты модификации экваториальной F-области уменьшаются. В атмосфере Земли расплывание выброса в соответствии с формулой (4.11) зависит от шкал высот нейтральной атмосферы  $H_{\alpha}$  и ионов возникающих в результате инжекции –  $H_i$ , от неоднородности самой термосферы и от неоднородности облака инжектируемого газа. Эти зависимости становятся существенными на пространственных масштабах, сравниваемых с масштабами высот H<sub>a</sub> и H<sub>i</sub>. Модельные эксперименты на основе модели разлета (4.11) и упрощенной модели разлета (4.12) показывают, что эффекты в электронной концентрации в целом слабо зависят от применяемой модели разлета. Пространственная же структура дополнительных ионов OH<sup>+</sup> и H<sub>2</sub>O<sup>+</sup>, возникающих в результате инжекции, существенно зависит от формы расплывания инжектируемого выброса, и наиболее заметна эта зависимость на стадии химического этапа модификации, т.е. в период времени от нескольких минут до 1 часа после момента выброса. Один из результатов данного раздела состоит в том, что сравнительно небольшой выброс молекулярного водорода (примерно 100 кг) может вызвать модификацию низкоширотной F-области ионосферы, как в дневное так и в ночное время, в достаточно большой зоне, превышающей сто километров по высоте и долготе и несколько сот километров по широте. Важно при этом то, что значительную перестройку по протяженности и градиентам претерпевает высотное распределение концентрации электронов. В результате в послезаходной ионосфере область положительных градиентов n<sub>e</sub> быстро перемещается по высоте вверх на величину примерно 200 км (рис. 4.9а, б), что в случае положительного вертикального дрейфа резко увеличит инкремент нарастания неустойчивости Рэлея-Тейлора тем самым улучшит условия развития плазменных пузырей (см. формулу 2.2 для линейного инкремента НРТ). Следовательно, выброс даже небольшого количества плазмогасящих соединений, таких как H<sub>2</sub> и H<sub>2</sub>O в области вблизи максимума экваториального F-слоя ионосферы в вечернее время может быть эффективным механизмом запуска неоднородностей, приводящих к развитию пузырей и F-рассеяния. явлению Сравним теперь результаты моделирования модификации экваториальной F-области с результатами моделирования модификации среднеширотной Fобласти ионосферы. Как показывают численные эксперименты, на средних широтах эффекты модификации F-области ионосферы в дневное время затухают значительно быстрее, чем в экваториальном F-слое, хотя на начальном этапе, где основную роль играют химическое реакции, эффекты модификации сравнимы. Это различие объясняется тем, что на средних широтах область модификации посредством продольного переноса значительно теснее связана с резервуаром плазмы в ночное время и сильно связана с областью максимального ионообразования в дневное время. В результат продольные диффузионные потоки плазмы в среднеширотной F-области дневной ионосферы достаточно быстро наполняют плазмой области, обедненные в процессе модификации. В вечернее и особенно в ночное время в условиях малой скорости ионизации модификация F-области ионосферы сохраняется значительно дольше как на экваторе, так и на средних широтах.

В описанных выше численных экспериментах не учитывались эффекты усиления неоднородности в случае положительного инкремента нарастания неустойчивости Рэлея-Тейлора. Ниже опишем результаты численных экспериментов проведенных для указанных условий. Для корректного учета проводимости Е-слоя будем теперь кроме названных выше ионов учитывать и ионы NO<sup>+</sup>, N<sub>2</sub><sup>+</sup>, O<sub>2</sub><sup>+</sup> в рамках трехмерной модели. Моделирование проведено для солнечной активности с индексом  $F_{10.7} = 150$ , низкой геомагнитной активности с индексом  $k_p = 2$  для условий равноденствия, Нейтральный ветер не учитывался. Момент инжекции H<sub>2</sub> выбран равным 18.4 LT. На рис. 4.10 показано распределение логарифма электронной концентрации  $lg(n_e)$  в плоскости силовых линий магнитного поля Земли, полученное через 2090 с после момента инжекции 100 кг H<sub>2</sub> на высоте 300 км над магнитным экватором. Это время соответствует моменту достижения передним фронтом пузыря высоты 600 км.



Рис. 4.10. Распределение  $lg(n_e)$  в плоскости силовых линий магнитного поля Земли, полученное через 2090 с после момента инжекции 100 кг H<sub>2</sub> на высоте 300 км над магнитным экватором.

В таблице 4.1 приведено время достижения относительно момента инжекции передним фронтом пузыря высоты 600 км в зависимости от магнитной широты и высоты зоны инжекции 100 кг H<sub>2</sub>.

Таблица 4.1. Время достижения передним фронтом плазменного пузыря высоты 600 км в зависимости от магнитной широты и высоты зоны инжекции 100 кг H<sub>2</sub>

Высота, км.	Магнитная широта, град.			
	0	5	10	15
250 км	2160	2150	2140	2690
300 км	2090	2060	2130	2620
350 км	2090	2020	2110	2600

При моделировании инжекции 10 кг H<sub>2</sub> результаты получаются аналогичными, и отличаются временным сдвигом во всех вариантах примерно на 450 с в большую сторону. При инжекции 1 кг H<sub>2</sub> время развития так же отличается относительно приведенных значений в большую сторону для всех вариантов на одинаковую величину равную примерно 1150 с. Таким образом, при благоприятных для развития неустойчивости Рэлея-Тейлора условиях, инжекция умеренных количеств H<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O и других плазмогасящих соединений приводит к эффективной генерации плазменных неоднородностей, приводящих далее к возникновению экваториальных плазменных пузырей.

#### 4.3. Неустойчивость Рэлея-Тейлора в условиях переменного электрического поля

В этом параграфе приведены результаты численного моделирования неустойчивости Рэлея-Тейлора в условиях меняющегося фонового электрического поля на основе двумерной электродинамически согласованной математической модели экваториального F-слоя ионосферы.

Данные приведенные на рис. 1.9 – 1.11 демонстрируют сильную вариабельность скоростей вертикального дрейфа в зависимости от условий, что приводит в свою очередь к сильной вариабельности процессов генерации и развития экваториальных ионосферных пузырей [83]. Эти данные, полученные на станции некогерентного рассеяния Джикамарка, Перу в частности показывают, что в вечерних условиях на экваторе скорость вертикального дрейфа может превышать 40 м/с и, в отдельных случаях, достигать 80 м/с, что соответствует восточной компоненте электрического поля примерно 1 мВ/м и 2мВ/м соответственно. Другой особенностью, за небольшими исключениями, является быстрая смена знака этой компоненты поля в течение малого временного интервала лежащего в периоде LT 19.00 – 21.00. Целью этого раздела является исследование особенностей HPT, возникающих при таких изменениях фонового электрического поля. При этом будет использован упрощенный, модельный, подход, состоящий в том, что на интересующем нас временном отрезке из диапазона LT 18.00 – 21.00 восточная компонента электрического поля будет считаться постоянной положительной вплоть до заданного момента времени, после которого поле изменяет знак на отрицательный, не изменяясь по модулю.

В исследованиях, представленных в этом разделе диссертации и опубликованных в работе [51], используется двухмерная модель, учитывающая 5 сортов положительных ионов, среди них два вида атомарных ионов:

 $O^+, H^+,$ 

и три вида молекулярных ионов:

$$N_2^+, NO^+, O_2^+$$

Выбор такого состава обусловлен тем, что это основные ионы, присутствующие в высотном регионе от 100 км до 1000 км, включающем как часть F-области экваториальной ионосферы. При этом молекулярные ионы являются преобладающими в нижней части рассматриваемой области – в E-слое, ионы O<sup>+</sup> – преобладающие ионы F-области, а ионы H<sup>+</sup> преобладают в

верхней части ионосферы. Поэтому выбор такого состава позволяет адекватно описывать как физико-химические процессы во всей области, так и проводимость а, следовательно, и распределение электрических полей. Использование двумерной модели оправдано тем, что основной задачей раздела является исследование реакции развитых пузырей на изменяющееся со временем фоновое электрическое поле. Для таких условий, как сказано во второй главе, двумерное приближение является корректным. При этом будем использовать диффузионное приближение:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = 0,$$

что тоже допустимо в силу того, что в момент достижения передним фронтом пузыря высоты максимума F-области вертикальная составляющая скорости внутри пузыря еще не превышает скорости звука для ионной составляющей (равную приблизительно 1200 м/с при  $T_i = 3000$  K). Кроме этого будем учитывать процессы теплопередачи тоже в двумерном приближении. Таким образом, система уравнений модели в скалярном смысле включает в себя 5 уравнений непрерывности ионов, 2 уравнения движения ионов, 2 уравнения движения электронов, 2 уравнения теплопроводности (для разных ионов температуры принимаются равными и в общем случае отличными от температуры электронов), уравнение непрерывности электрического тока и уравнение потенциальности электрического поля [45] и имеет вид (см. главу 2, модель (2.47) – (2.51)):

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla(n_i \vec{V_\perp}) = Q_i - L_i, \qquad (4.13)$$

$$-\frac{\nabla p_i}{n_e m} + \frac{e}{m} (\vec{E} + \vec{V}_{\perp} \times \vec{B}) - v_{in} (\vec{V}_{\perp} - \vec{V}_{n\perp}) - v_{ie} (\vec{V}_{\perp} - \vec{V}_{e\perp}) + \vec{g}_{\perp} = 0, \qquad (4.14)$$

$$-\frac{\nabla p_{e}}{n_{e}} - e(\vec{E} + \vec{V}_{e\perp} \times \vec{B}) - m_{e} v_{en} (\vec{V}_{e\perp} - \vec{V}_{n\perp}) - v_{ei} (\vec{V}_{e\perp} - \vec{V}_{\perp}) = 0, \qquad (4.15)$$

$$\frac{3}{2}n_i k \left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + (\vec{V_\perp} \nabla) T_i\right) + \nabla q_i = G_i - P_i, \qquad (4.16)$$

$$\frac{3}{2}n_e k \left(\frac{\partial T_e}{\partial t} + (\vec{V}_{e\perp} \nabla)T_e\right) + \nabla q_e = G_e - P_e, \qquad (4.17)$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0, \quad \vec{E} = -\nabla U, \quad \nabla \vec{j} = 0 \tag{4.18}$$

где  $n_i$ , – концентрации ионов сорта i,

 $\vec{V}_{\perp}$ ,  $\vec{V}_{e\perp}$  – поперечные скорости ионов и электронов соответственно,

*Q<sub>i</sub>*, *L<sub>i</sub>* – источники и потери для ионов сорта *i*, включающие в себя скорости химических реакций частиц и процессы ионообразования,

т – средняя масса ионов,

*p<sub>i</sub>*, *p<sub>e</sub>* – давление ионов и электронов,

 $v_{in}, v_{ie}, v_{en}, v_{ei}$  – частоты соударений,

 $T_i, T_e$  температура ионов и электронов соответственно,

*q<sub>i</sub>*, *q<sub>e</sub>* – плотность тепловых потоков,

 $G_i, G_e, P_i, P_e$  – скорость нагрева и скорость охлаждения ионов и электронов,

U-электрический потенциал,

 $\vec{E}$  – напряженность электрического поля,  $\vec{j}$  – плотность электрического тока.

Скорости химических реакций частиц, использованных в модели, представлены в приложении А. Кроме этого будем считать, что вдоль геомагнитного поля на высотах экваториальной области F является высокопроводящей средой, поэтому силовые линии геомагнитного поля эквипотенциальны, следовательно:

$$U = U(\alpha, \varphi).$$

Также считается справедливым и условие нейтральности плазмы:

$$\left(\sum e n_i\right) - e n_e = 0.$$

Остальные обозначения в этой модели общепринятые. Для решения уравнений модели, в соответствии с рекомендациями главы 2 будем использовать дипольную систему координат (α, φ, β), так как магнитное поле Земли аппроксимируется дипольным приближением [100]. Поскольку рассматривается плоская задача, в экваториальной плоскости, при обсуждении результатов моделирования будем использовать обозначение для этой координатной

плоскости (y, z), где y – горизонтальная координата, отсчитываемая от середины области численного моделирования (в км), а z – высота (в км).

Область решения охватывает диапазон долгот [-*a*, *a*] и диапазон высот [ $z_{min}$ ,  $z_{max}$ ], конкретные значения параметров *a*,  $z_{min}$ ,  $z_{max}$  определяются видом задачи. Система (4.13) – (4.18) дополняется граничными условиями аналогичными граничным условиям, описанным в параграфе 3.1. На боковых границах при y = a и y = -a заданы соотношения соответствующие постоянству фоновых параметров по долготе:

$$\frac{\partial n_i}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial T_i}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial T_e}{\partial y} = 0, \quad E_y = E_{0y}.$$

Здесь *E*<sub>0y</sub> – долготная компонента фонового электрического поля. На нижней границе заданы соотношения:

$$U=-yE_{0y},$$

а для концентраций и температур – решения уравнений модели без слагаемых переноса, которые здесь можно не учитывать в силу их малости. На верхней границе заданы соотношения:

$$\frac{\partial n_i}{\partial z} = -\frac{n_i}{H_i}, \quad \frac{\partial T_i}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T_e}{\partial z} = 0, \quad U = -yE_0 - (z_{\max} - z_{\min})E_{0z}$$

где  $H_i$  – характерные шкалы высот ионов сорта *i*,  $E_{0z}$  – вертикальная компонента фонового электрического поля. Постоянные в этих соотношениях определяются условиями конкретной задачи. Начальные профили для переменных  $n_i$  в представленных расчетах задаются в виде обобщенных чепменовских профилей:

$$n_i = n_{i\max} \exp\left(-\frac{z - z_{i\max}}{H_i} - \frac{H_i^*}{H_i} \left(\exp\left(-\frac{z - z_{i\max}}{H_i^*}\right) - 1\right)\right)$$
(4.19)

Здесь  $n_{i_{\text{max}}}$  – максимальные значения концентраций ионов,  $z_{i_{\text{max}}}$  – высоты этих максимумов. Параметры формул (4.19) подбирались по наилучшему в среднеквадратичном смысле совпадению с решением, даваемым моделью шарового слоя, описанной в главе 2. Для поперечной скорости  $\vec{V}_{\perp}$  в качестве начального условия выбираются однородные по высоте дрейфовые профили, согласованные с граничными условиями для потенциала электрического поля. Для вычисления параметров нейтральных частиц использовалась глобальная термосферная модель MSIS [145; 146].

Система (4.13) – (4.18) решалась численно методом конечных разностей, описанным в главе 2. В представленных результатах, для реализации метода использована квазиравномерная пространственная сетка с шагами в зоне развития процессов по горизонтали  $\Delta y = 0.8$  км и по вертикали  $\Delta z = 0.8$  км. Численное моделирование проводилось в области, ограниченной снизу высотой 90 км, сверху высотой 1700 км, по долготе протяженность области интегрирования составила 800 км. Условия расчетов соответствовали повышенному уровню солнечной активности с  $F_{10.7} = 150$  и уровню геомагнитной активности  $k_p = 3$ .

Восточная компонента фонового электрического поля  $E_{0y}$  задавалась модельно, в начале процесса положительным значением, равным в представленных расчетах 1 мв/м, что близко к характерным значениям послезаходного интервала времени для условий средней и повышенной солнечной активности, а начиная с некоторого заданного момента времени, эта компонента меняла знак без изменения абсолютной величины.

В данном параграфе представлены результаты серии расчетов проведенных по описанной модели для различных моментов перемены знака восточной компоненты электрического поля  $E_{0y}$ , лежащих в промежутке от 1000с до 2000с считая от начала процесса. В представленных расчетах развитие пузыря инициировалось искусственно введенной на высоте 285 км неоднородностью с уровней депрессии 3.0 эллиптической формы с радиусами 5 км по горизонтали и 10 км по вертикали. Условия начального момента времени расчетов соответствовали LT 19.00. На рис. 4.11 представлена структура ионосферных пузырей в экваториальной плоскости в момент времени 2480 с начиная от момента инициализации в зависимости от момента времени инверсии знака электрического поля ( $t_{\rm HHB}$ ). На рис. 4.12 представлена структура ионосферных пузырей в экваториальной плоскости в момент времени 2480 с начиная от момента инициализации для  $t_{\rm HHB} = 1200$ . Как на рис. 4.11, так и на тис. 4.12 область, изображенная на кадрах, соответствует диапазону изменения координаты *y* от *y* = -100 км до *y* = 100 км по горизонтали и диапазону изменения за электрического логарифма концентрации (см<sup>-3</sup>).



Рис. 4.11. Структура ионосферного пузыря в момент времени 2480 начиная от момента инициализации в зависимости от момента времени инверсии знака электрического поля t<sub>инв</sub>.



Рис. 4.12. Структура ионосферного пузыря в момент времени 2480 с начиная от момента инициализации для t<sub>инв</sub> = 1200.

207

Анализ данных представленных на рис. 4.11 и 4.12 и расчетов, проведенных для других условий, показал, что в моделируемых условиях ионосферные пузыри развиваются по классическому сценарию с выходом образовавшегося пузыря во внешнюю ионосферу, если момент времени инверсии знака вертикального дрейфа превышает примерно 1300 с. Для меньших интервалов знакоположительности фонового вертикального дрейфа развитие пузыря после инверсии дрейфа прекращается. При этом до момента смены сценария развития происходят количественные изменения параметров процесса – время развития увеличивается и незначительно уменьшаются геометрические размеры пузыря, вышедшего во внешнюю область ионосферы. Динамика развития пузыря для разных моментов инверсии вертикального электрического дрейфа представлена на рис. 4.13 – 4.15. Здесь на кадрах отображена вся область решения, а сами кадры соответствуют (слева-направо, сверху-вниз) моментам времени от начала процесса, равным t = 0 c; 910 c; 1170 c; 1430c; 1690 c; 2210 c; 2480 c; 2610 c соответственно. Выделенные другой интенсивностью изолинии на этих рисунках соответствуют значению десятичного логарифма электронной концентрации равному 5.8.



Рис. 4.13. Динамика развития пузыря для t<sub>инв</sub> = 1200 с. Кадры соответствуют (слева-направо, сверху-вниз) моментам времени t = 0 c; 910 c; 1170 c; 1430 c; 1690 c; 1960 c; 2210 c; 2480 c; 2610 c. Числа соответствуют значениям десятичного логарифма электронной концентрации.



Рис. 4.14. Динамика развития пузыря для t<sub>инв</sub> = 1300 с. Соответствие кадров моментам времени как на рис. 4.13.



Рис. 4.15. Динамика развития пузыря для t<sub>инв</sub> = 1400 с. Соответствие кадров моментам времени как на рис. 4.13.

Анализ представленных результатов показывает, что изменение сценария развития одиночного пузыря соответствует ситуации, когда в момент времени инверсии передний ионосферного вблизи F-слоя фронт пузыря находится максимума ионосферы. Представленные на рис. 4.13 – 4.15 данные подтверждают этот вывод, сформулированный в работе [51]. Численные эксперименты, проведенные для других условий, показывают, что эта особенность является характерной особенностью процесса, слабо зависимой от остальных параметров формирования и развития одиночных пузырей в экваториальной Fобласти. Эта закономерность также выполняется и множественных для слабо взаимодействующих пузырей, что подтверждают результаты численных экспериментов по развитию системы трех слабо взаимодействующих пузырей, показанные на рис. 4.16 – 4.17. В этих расчетах начальные неоднородности были заданы на расстоянии 70 км друг от друга, остальные параметры такие же, как для одиночного пузыря.



Рис. 4.16. Динамика развития системы трех пузырей для t<sub>инв</sub> = 1400 с. Соответствие кадров моментам времени как на рис. 4.13.



Рис. 4.17. Динамика развития системы трех пузырей для t<sub>инв</sub> = 1350 с. Соответствие кадров моментам времени как на рис. 4.13.

Рис. 4.16 – 4.17 подтверждают также выводы параграфа 3.3 о том, что в такой системе центральный пузырь развивается быстрее и имеет место несимметричность развития боковых пузырей даже для системы слабо взаимодействующих пузырей. Следует заметить, что инверсия фонового поля приводит почти к таким же числовым характеристикам развития, как и для одиночного пузыря. Следовательно, можно сделать вывод, что боковые пузыри не экранируют электрическое поле, заданное граничными условиями.

Указанная закономерность о зависимости сценария развития от момента инверсии фонового электрического поля отчетливо видна на рис. 4.18, где приведена зависимость времени достижения передним фронтом пузыря высоты 600 км от времени инверсии знака зонального электрического поля  $t_{инв}$ , что характеризует временные параметры выхода пузыря во внешнюю ионосферу. В описанных численных экспериментах при моменте инверсии знака вертикального дрейфа меньшем 1400 с время достижения высоты 600 км быстро возрастало и при значении этого параметра меньше или равном 1300 с не достигало указанной высоты за заданное в численных экспериментах ограничение длительности моделируемого процесса равное 3000 с.



Рис. 4.18. Зависимость времени достижения *t*<sub>600</sub> передним фронтом пузыря высоты 600 км от времени инверсии знака зонального электрического поля *t*<sub>инв</sub>.

#### Основные выводы главы 4

Внутренние гравитационные волны эффективно генерируют при выполнении условий пространственного резонанса ионосферные неоднородности, развивающиеся в пузыри в условиях, когда на высотный интервал максимальных значений линейного инкремента НРТ приходится не менее одной вертикальной компоненты длины волны. Зональная пространственная структура ионосферных пузырей определяется зональной структурой ВГВ и зональная протяженность одиночного ионосферного пузыря  $L_0$  связана с длиной волны  $\lambda$  соотношением  $L_0 \approx 0.25\lambda$ .

Результаты численных экспериментов по исследованию эффектов модификации экваториальной F-области показывают, что умеренные выбросы плазмогасящих соединений, таких как H<sub>2</sub> и H<sub>2</sub>O, вблизи максимума F-слоя могут вызвать сильную перестройку низкоширотной F-области в объеме, достигающем сотен километров по высоте, долготе и широте. Отличительной особенностью модифицированной низкоширотной F-области является то, что по сравнению со средними широтами эффекты модификации в ней в дневное время сохраняются значительно большее время. Эта особенность экваториальной F-области, который затрудняет обмен плазмой между зонами, расположенными на разных высотах.

При благоприятных для развития неустойчивости Рэлея-Тейлора условиях, инжекция умеренных количеств H<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O и других плазмогасящих соединений приводит к эффективной генерации плазменных неоднородностей, приводящих к возникновению плазменных пузырей. При инверсии знака фонового зонального электрического поля ионосферные пузыри развиваются по классическому сценарию с выходом образовавшегося пузыря во внешнюю ионосферу, если момент времени инверсии знака вертикального дрейфа происходит после подъема переднего фронта пузыря выше максимума F-слоя ионосферы, в противном случае развитие пузыря после инверсии дрейфа прекращается.

## ГЛАВА 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ЭФФЕКТОВ В ПРОЦЕССАХ РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ-ТЕЙЛОРА ЭКВАТОРИАЛЬНОЙ F-ОБЛАСТИ

В этой главе описаны численные эксперименты с комплексом моделей HPT, описанных во второй главе, в частности приведены результаты следующих видов численных экспериментов:

– генерация неоднородностей в экваториальном F-слое ионосферы зонами
 повышенной проводимости нижележащей E-области, лежащими в стороне от геомагнитного
 экватора на основе трехмерной модели [88];

 исследование влияния таких трехмерных факторов, как продольная амбиполярная диффузия экваториального F-слоя и педерсеновская проводимость E-области ионосферы на основе трехмерной модели [48];

исследование влияния термосферного ветра на процессы развития неустойчивости
 Рэлея-Тейлора на основе трехмерной модели [49];

### 5.1. Исследование нелинейной стадии развития неустойчивости Рэлея-Тейлора в экваториальной F-области с учетом продольной диффузии и педерсеновской проводимости E-области

В этом параграфе представлены результаты численных экспериментов по моделированию динамических процессов в условиях развития Рэлей-Тейлоровской неустойчивости в экваториальной F-области [11; 43]. Показано, что амбиполярная диффузия приводит к распространению зоны пониженной электронной концентрации вдоль силовых линий геомагнитного поля. Выявлена функциональная связь между продольным масштабом начального возмущения и характерным временем развития пузырей механизмами HPT. Исследовано влияние педерсоновской проводимости E-области на динамику HPT на нелинейной стадии процесса.

Влияние на линейной стадии развития неустойчивости Рэлея-Тейлора продольной амбиполярной диффузии и педерсеновской проводимости Е-области легко прослеживается, как показано в работах [16; 224]. Механизм действия этих факторов состоит в уменьшении

инкремента нарастания и существовании верхнего предела для поперечного волнового числа  $k_{\perp}$  [16]. Можно предположить, что и на нелинейной стадии НРТ, когда неоднородности электронной концентрации в ионосфере будут значительными по амплитуде по сравнению с фоновыми, эффекты продольной диффузии и педерсеновской проводимости сохранятся. Целью численных экспериментов, представленных в данном параграфе, является исследование нелинейной динамики НРТ в экваториальной F-области ионосферы при учете действия амбиполярной диффузии и педерсеновской проводимости.

Основу трехмерной численной модели НРТ, использованной для численных экспериментов составляют уравнения математической модели НРТ в двухкомпонентном диффузионном приближении, в общем виде описанные в главе 2 (модели (2.47) – (2.51) и (2.52) – (2.54)), которую запишем здесь в виде:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + div(n\vec{V_i}) = q - v_R n \tag{5.1}$$

$$en(-\nabla U + \vec{V}_i \times \vec{B}) - \nabla p_i + m_i n \vec{g} - v_{in} m_i n (\vec{V}_i - \vec{V}_n) - v_{ei} m_e n (\vec{V}_i - \vec{V}_e) = 0$$
(5.2)

$$en(-\nabla U + \vec{V}_{e} \times \vec{B}) + \nabla p_{e} + v_{ei}m_{e}n(\vec{V}_{e} - \vec{V}_{i}) + v_{en}m_{e}n(\vec{V}_{e} - \vec{V}_{n}) = 0$$
(5.3)

$$div(\vec{j}) = div(n(\vec{V_i} - \vec{V_e})) = 0$$
(5.4)

где *n* – концентрация ионов и электронов,

 $\vec{V_i}, \vec{V_e}, \vec{V_n}$  – скорости движения ионов, электронов и нейтралов,

q – скорость ионообразования, v<sub>R</sub> – коэффициент линейной рекомбинации,

 $\vec{B}$  – вектор индукции магнитного поля Земли,

 $p_i = p_e = nkT$  – давление ионного и электронного газов, температура которых в этом разделе задавалась равной,

*k* – постоянная Больцмана,

Т-температура плазмы,

*g* – ускорение свободного падения,

*v<sub>in</sub>* и *v<sub>en</sub>* – частоты столкновений ионов и электронов с нейтралами, *v<sub>ei</sub>* – частота электронионных столкновений,

U – потенциал электрического поля,  $\vec{j}$  – плотность электрического тока, e – заряд электронов.

При этом в модели, заданной системой уравнений (5.1)-(5.4), использовано приближении эквипотенциальности силовых линий геомагнитного поля. Рассмотрим обоснованность этого приближения. Результаты теоретических исследований [46; 83; 86] показывают, что Рэлей-Тейлоровские неоднородности в экваториальной F-области ионосферы развиваются достаточно медленно и характерное время их развития сравнимо или даже превышает характерное время растекания неоднородностей вдоль силовых линий магнитного поля вследствие процесса амбиполярной диффузии. Поэтому можно ожидать, что амбиполярной диффузией плазмы будут обеспечиваться процессы продольного расплывания сильных неоднородностей в условиях НРТ в трехмерном случае будет выполняться с хорошим приближением при выполнении условия [16]:

$$\frac{l_{\parallel}}{l_{\perp}} \approx \left(\frac{\omega_e \omega_i}{v_{en} v_{in}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

где  $l_{\parallel}$  и  $l_{\perp}$  – характерные продольный и поперечный масштабы неоднородности,  $\omega_e$  и  $\omega_l$  – электронная и ионная гирочастоты. Приведенное выше соотношение можно рассматривать как условие фильтрации коротковолновых поперечных волновых чисел Рэлей-Тейлоровских неоднородностей. В результате этой фильтрации в экваториальной F-области наиболее сильно смогут развиваться неоднородные структуры с соотношением масштабов  $l_{\parallel}$  сравнимо с величиной  $10^2 l_{\perp}$ , а структуры с соотношением масштабов  $l_{\parallel} << 10^2 l_{\perp}$  будут развиваться гораздо слабее или даже подавляться. В представленных в [46; 83; 86] расчетах на развитой стадии НРТ везде выполняется условие сравнимости величин  $l_{\parallel}$  и  $10^2 l_{\perp}$ , что достигается соответствующим заданием формы начального возмущения.

Из уравнений модели следует, что при выполнении условий  $v_{ei} >> v_{en}$  и  $v_e m_e \ll v_i m_i$  справедливо приближение:
$$E_{\parallel} \approx -\frac{kT}{ne} \frac{\partial n}{\partial S}$$
(5.5)

где  $E_{\parallel}$  – продольная компонента электрического поля,

*dS* – дифференциальный элемент длины силовой линии.

В соответствии с уравнением (5.5) распределение электростатического потенциала *U* вдоль фиксированной силовой линии магнитного поля Земли определяется соотношением:

$$U(\alpha,\beta,\varphi) = U_0(\alpha,\varphi) + \frac{kT}{n_e} \ln \frac{n(\alpha,\beta,\varphi)}{n_0(\alpha,\beta,\varphi)}$$
(5.6)

где U<sub>0</sub>, n<sub>0</sub> – соответственно потенциал и концентрация электронов у основания силовой линии, где проводимости малы. Второе слагаемое в формуле (5.6) показывает степень отличия распределение потенциала вдоль силовых линий от эквипотенциального значения. Простые оценки для этого слагаемого показывают, что поперечные производные от первого слагаемого в формуле (5.6) значительно больше поперечных производных для второго слагаемого не только для обычных распределений электронной концентрации, но и для структур характерных при процессах развития Рэлей-Тейлоровских неоднородностей, в частности экваториальных ионосферных пузырей. Таким образом, для случая продольного амбиполярного расплывания неоднородностей, характерных для НРТ, распределение потенциала вдоль силовых линий магнитного поля можно считать эквипотенциальным. и Ограничения этой постановки вытекают из предыдущих рассуждений, а именно, условие эквипотенциальности силовых линий не позволяет исследовать процессы развития неоднородностей с малыми и продольными масштабами, таким образом вне исследования мелкомасштабные эффекты, плазменная остаются такие как мелкомасштабная турбулентность и нелинейное взаимодействие между волнами разных масштабов. Для корректного рассмотрения этих эффектов необходимо использование полностью трехмерного подхода.

Проведя интегрирование уравнения потенциала вдоль силовых линий магнитного поля Земли, как это описано в главе 2, получаем двумерные уравнения для потенциала:

$$\frac{\partial}{\partial\alpha} \left( D_1 \frac{\partial \Phi}{\partial\alpha} \right) + \frac{\partial}{\partial\varphi} \left( D_2 \frac{\partial \Phi}{\partial\varphi} \right) + \frac{\partial D_3}{\partial\alpha} \frac{\partial \Phi}{\partial\varphi} - \frac{\partial D_3}{\partial\varphi} \frac{\partial \Phi}{\partial\alpha} = \frac{\partial Q_1}{\partial\alpha} + \frac{\partial Q_2}{\partial\varphi}, \tag{5.7}$$

где использованы обозначения (см. формулы 2.57):

$$D_{1} = \int_{E,F} \sigma_{p} \frac{h_{\varphi}h_{\beta}}{h_{\alpha}} d\beta, \quad D_{2} = \int_{E,F} \sigma_{p} \frac{h_{\alpha}h_{\beta}}{h_{\varphi}} d\beta, \quad D_{3} = \int_{E,F} \sigma_{h}h_{\beta}d\beta$$

$$Q_{1} = -\int_{F} \left(\frac{Bh_{\alpha}}{v_{in}}\sigma_{p}g\cos I + \frac{kT}{en}(2\eta\sigma_{p} + \sigma_{h})\frac{\partial n}{\partial \alpha} - \frac{kT}{en}\sigma_{p}\frac{h_{\alpha}}{h_{\varphi}}\frac{\partial n}{\partial \varphi} + Bh_{\alpha}(\sigma_{h}V_{n\varphi} - \sigma_{p}V_{n\alpha})h_{\beta}d\beta$$

$$Q_{2} = -\int_{F} \left(\frac{Bh_{\varphi}}{v_{in}}\sigma_{h}g\cos I + \frac{kT}{en}(2\eta\sigma_{p} + \sigma_{h})\frac{\partial n}{\partial \varphi} + \frac{kT}{en}\sigma_{p}\frac{h_{\varphi}}{h_{\alpha}}\frac{\partial n}{\partial \alpha} - Bh_{\varphi}(\sigma_{h}V_{n\alpha} + \sigma_{p}V_{n\varphi})h_{\beta}d\beta$$

где  $\sigma_p$ ,  $\sigma_h$  – педерсеновская и холловская проводимости,  $\eta = \frac{\Omega_i}{V_{in}}$ , – показатель

замагниченности плазмы, в исследуемой области параметр η существенно больше 1.

Уравнение непрерывности ионов (5.1) в дипольной системе координат при учете сильной замагниченности плазмы можно записать в виде:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{h_{\beta}^{2}} \frac{\partial}{\partial \beta} \left( h_{\beta} \left( n V_{n\beta} - D \left( \frac{1}{h_{\beta}} \frac{\partial n}{\partial \beta} - \frac{\sin I}{H_{i}} n \right) \right) \right) + \frac{\alpha^{2}}{Bh_{\beta}} \frac{\partial U}{\partial \alpha} \frac{\partial n}{\partial \varphi} - \frac{\alpha^{2}}{h_{\beta}^{3}} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial \alpha} (h_{\beta}^{2} n) = q - v_{R} n \quad (5.8)$$

где  $D=2kT/(eB\eta)$  – коэффициент продольной диффузии,  $H_i=2kT/(m_ig)$  – масштаб высот ионов, I – магнитное наклонение.

Система уравнений (5.7) – (5.8) решается в дипольной системе координат (α, β, φ). Область решения ограничена вертикальными плоскостями:

$$φ = φ_{min}$$
 и  $φ = φ_{max}$ ,

сверху ограничена поверхностью задаваемой уравнением:

 $\alpha = \alpha_{max}$ 

и снизу ограничена поверхностью задаваемой уравнением:

 $r = r_{\min}$ ,

где r – расстояние от центра Земли. Граничные условия для концентрации n следующие: на нижней границе, при  $r = r_{min}$  решается уравнение:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = q - v_R n ,$$

полученное из уравнения (5.1) в приближении малости членов переноса. На остальных границах области интегрирования граничные условия заданы следующим образом:

$$\partial n/\partial \alpha = 0$$
 при  $\alpha = \alpha_{max}$ 

$$\partial n / \partial \phi = 0$$
 при  $\phi = \phi_{min}$  и  $\phi = \phi_{max}$ 

в тех частях границы, где скорость движения плазмы направлена внутрь области, а там где скорость поперечного переноса направлена вне области интегрирования, граничные условия не требуются, что учитывается в численных методах решения. Граничные условия для потенциала в силу его двумерности задаются только в экваториальной плоскости:

$$\begin{split} &\frac{\partial U}{\partial \varphi} = -h_{\varphi} E_{0\varphi}, \quad \varphi = \varphi_{\min}, \quad \varphi = \varphi_{\max}, \\ &U = -\varphi h_{\varphi} E_{0\varphi}, \quad r = r_{\min}, \\ &U = -\varphi h_{\varphi} E_{0\varphi} - E_{0\alpha} (\alpha_{\max} - r_{\min}), \quad \alpha = \alpha_{\max} \end{split}$$

Здесь вектор  $\vec{E}_0(E_{0\alpha}0, E_{0\phi})$  описывает фоновое электрическое поле. Система уравнений модели (5.7) – (5.8) решается численно методами конечных разностей, что описано в главе 2.

Состояние фоновой плазмы в численных экспериментах определялось на основании решения уравнения (5.8) модели до получения периодического по времени решения при заданном временном распределении электрических полей в соответствии с данными работы [132], показанными на рис. 1.11. Параметры нейтральной атмосферы задавались с использованием эмпирической модели термосферы MSIS [146], причем влияние нейтрального ветра не учитывалось,  $V_n=0$ . Начальное возмущение концентрации ионосферной плазмы, развивающееся затем в ионосферные пузыри, задавалось в расчетах двумя способами.

В первом способе малые возмущения задавались введением небольших (порядка 5–10%) отклонений от рассчитанных фоновых характеристик плазмы в узкой долготной зоне. Форма начального возмущения вдоль силовой линии задавалась в виде симметричного относительно апекса силовой линии провала электронной концентрации с заданным пространственным масштабом  $l_{\parallel}$ . Для значений этого масштаба  $l_{\parallel} \approx 1000$  км указанные

возмущения можно рассматривать как возмущения естественного типа.

Во втором способе задавались сильные возмущения посредством введения больших (до 80–90%) отклонений от фоновых характеристик. Геометрия начальных возмущений имела эллипсоидальную форму с характерными масштабами  $l_{\parallel}$  и  $l_{\perp}$  соответственно вдоль и поперек силовых линий магнитного поля.

Расположение возмущений определялось условиями численного эксперимента. Неоднородность, как правило, задавалась в области максимального положительного градиента электронной концентрации фоновой плазмы. Возмущения со значением масштабного параметра  $l_{\parallel} \sim 100$  км можно рассматривать как возмущения искусственного происхождения.

Численные эксперименты, проведенные на модели (5.7) – (5.8), подтвердили, что общие закономерности развития НРТ в экваториальной F-области, обнаруженные на двумерных моделях [77; 197], сохраняются и в трехмерном случае. Так же как и в двухмерном приближении, трехмерные неоднородности в условиях неустойчивости Рэлея-Тейлора развиваются по сценарию, при котором поперечный к геомагнитному полю профиль неоднородности на нелинейной стадии, когда она развита достаточно сильно, принимает грибообразную форму и с большой скорость поднимается выше максимума F-области во внешнюю ионосферу. Влияние продольной диффузии и интегральной педерсеновской проводимости проявляется при этом в замедлении темпа развития НРТ и сильному сглаживанию распределения электронной концентрации вдоль силовых линий магнитного поля. Наиболее существенно продольная амбиполярная диффузия влияет на процессы развития НРТ, как показывает численное моделирование, инициированные возмущениями искусственного типа с продольными масштабами l<sub>ll</sub> порядка 100 км и менее. На рис. 5.1 приведены результаты расчетов процесса развития неоднородности в виде высотных зависимостей электронной концентрации и продольных распределений электронной концентрации в ионосферной Рэлей-Тейлоровской неоднородности, инициированной неоднородностью, заданной на высоте 380 км начальным 90%-ным возмущением с масштабами  $l_{\parallel} = 100$  км и  $l_{\perp} = 30$  км.



Рис. 5.1. Динамика развития нелинейной стадии НРТ: *a*) - высотные профили электронной концентрации для различных моментов времени; б) – Продольные профили электронной концентрации для силовой линии с апексом на высоте 500 км, цифры относятся к тем же моментам времени, что и на рис. *a*); *в*) – то же, что и на рис. *б*), но для силовой линии с апексом на высоте 380 км.

На рис. 5.1 а) приведены высотные профили электронной концентрации для последовательных моментов времени развития неустойчивости, кривая с маркером 1 соответствует начальному моменту времени, кривая с маркером 2 соответствует моменту времени  $0,5\tau$ , кривая с маркером 3 соответствует моменту  $\tau$ , кривая с маркером 4 – моменту 1,25 $\tau$ , кривая с маркером 5 – моменту 1,5 $\tau$ , где параметр  $\tau = \gamma^{-1}$ ,  $\gamma$  – максимальный линейный инкремент развития НРТ в фоновой плазме. На рис. 5.1 б), в) приведены продольные распределения электронной концентрации n<sub>e</sub> для тех же моментов времени. Отметим характерные особенности физического процесса, отраженного на рис. 5.1. Как показывает рис. 5.1 a), после выхода неоднородности за пределы максимума F-области процесс последующего развития НРТ может быть описан в терминологии прохождения уединенной волны разрежения. Для переднего фронта этой волны характерна сильная крутизна с большими положительными градиентами электронной концентрации. Скорость фронта нарастает по мере подъема волны разрежения во внешнюю ионосферу экспоненциально по времени, вследствие высотных экспоненциальных зависимостей как параметров нейтральной атмосферы так и параметров фоновой ионосферы. Для продольных распределений электронной концентрации, показанных на рис. 5.1 б), в) характерна сильная сглаженность

профилей электронной концентрации *n<sub>e</sub>*, на стадии сильно развитых вследствие НРТ неоднородностей.

Эта сглаженность распределений  $n_e$  вдоль силовых линий магнитного поля является следствием продольной амбиполярной диффузии плазмы, приводящей к распространению зоны пониженной электронной концентрации, выраженной наиболее сильно у вершины силовой линии, на всю ее длину. Анализ данных на рис. 5.1 показывает в процессе развития неоднородностей искусственного типа выделяются две стадии одна из них – диффузионная, другая – Рэлей-Тейлоровская. На первой стадии, диффузионной, с длительностью зависящей от условий формирования первоначальных затравочных неоднородностей, происходит процесс расплывания этих неоднородностей вдоль силовых линий и формирование нового квазиравновесного продольного распределения электронов. Для условий рис. 5.1 эта стадия длится приблизительно 30 мин, в соответствии с оценкой:

$$\tau_D = \frac{H^2}{D} = \frac{10^{14}}{6 \cdot 10^{10}} = 30 \text{ мин} ,$$

где *H* - пространственный масштаб неоднородности, *D* – коэффициент диффузии ионов.

На второй стадии процесса происходит развитие Рэлей-Тейлоровской неоднородности с инкрементом нарастания, определяемым в основном характеристиками фоновой плазмы (см. формулу (2.2)). Это связано с тем, что искусственные неоднородности с характерным масштабом  $l_{\parallel}$  порядка 100 км и ниже мало изменяют интегральную по длине силовой линии электронную концентрацию  $n_e$ , а значит и интегральные проводимости. Как отмечено выше, характерной особенностью поведения плазмы на этой стадии является согласованное изменение электронной концентрации вдоль силовых линий геомагнитного поля по всей их длине, вследствие диффузионного контроля и структуры поперечного дрейфа плазмы, перемещающего плазменные продольные трубки как единое целое.

На рис. 5.2 представлены зависимости характерного времени развития НРТ от продольного масштаба начальной неоднородности  $l_{\parallel}$ . Характерным временем развития здесь считается время формирования развитой Рэлей-Тейлоровской неоднородности, охватившей большую часть F-области, для определенности можно считать этим временем интервал достижения максимальной скорости дрейфа внутри пузыря равного достаточно большому значению, обычно принималось 1000 м/с.



Рис. 5.2. Зависимости характерного времени развития HPT от  $l_{\parallel}$  (в км).

Сплошными линиями на рис. 5.2 приведены зависимости, полученные для возмущений естественного типа, то есть возмущений с начальной длиной порядка 1000км, штриховыми – для возмущений искусственного типа с начальной длиной 100км. Линии с маркером *I* относятся к случаю, когда интегральная педерсеновская проводимость Е-области равна 4.5 10<sup>-5</sup> См, линии с маркером 2 отвечают значению интегральной педерсеновской проводимости  $\Sigma_p^E = 4.5 \ 10^{-2}$  См, линии с маркером 3 соответствуют значению  $\Sigma_p^E = 4.5 \ 10^{-1}$  См. Таким образом, данные рис. 5.2 кроме зависимости от начальной длины отражают также зависимости скорости развития НРТ от интегральной педерсеновской проводимости Е-области. Одной из особенностей рис. 5.2 представление результатов в логарифмических координатах –  $lg(t/\tau)$  и  $lg(l_{\parallel})$ . Выбор этого способа позволяет более наглядно передавать основные закономерности развития Рэлей-Тейлоровских неоднородностей, наиболее важными из которых являются:

Независимость характерного времени развития НРТ от продольного размера  $l_{\parallel}$  начального возмущения (как показывает рис. 5.2, эта закономерность проявляется уже при значении  $l_{\parallel} \approx 1000$  км).

Наличие линейной связи между  $lg(t/\tau)$  и  $lg(l_{\parallel})$  для возмущений малого масштаба (с  $l_{\parallel}$  значительно меньше 1000 км).

Обратная зависимость характерного времени развития от амплитуды начального возмущения.

Зависимость характерного времени от величины интегральной педерсеновской проводимости Е-области, усиливающаяся при приближении  $\Sigma_p^{E}$  к значениям  $\Sigma_p^{F}$  (что достаточно хорошо выполняется для сплошной линии с маркером 3).

Описанные выше результаты численного моделирования показывают, что амбиполярная продольная диффузия и педерсеновская проводимость играют важную роль в процессах НРТ в экваториальной F-области не только на линейной, но и на нелинейной стадии развития процессов, когда электронная концентрация в неоднородности на порядок меньше чем в фоновой плазме. Так же как и на линейной стадии, влияние обоих факторов на нелинейной стадии определяется особенностями физических процессов связанных с диффузией и интегральной проводимостью Е-области ионосферы. Наиболее важным проявлением продольной амбиполярной диффузии на стадии развитой неоднородности является согласованное во времени опустошение плазмы вдоль всей длины силовых линий. Таким образом, диффузия эффективно растягивает зоны пониженной электронной концентрации заданные у вершины силовых линий посредством механизмов НРТ на всю силовую линию. Этот вывод из проведенных численных экспериментов хорошо согласуется с данными оптических наблюдений [164; 188] (и рис. 1.3), где эта особенность развития была хорошо выражена. Высокая эффективность продольного диффузионного переноса плазмы в экваториальной F-области приводит также к тому, что в динамике процесса начинает играть важное значение интегральное вдоль силовой линии содержание электронов. В частности, зональное поляризационное электрическое поле, генерируемое при развитии НРТ, как показывают результаты расчетов, хорошо аппроксимируется соотношением, являющимся обобщением аналогичного локального соотношения [77]:

$$E_{\varphi} = (N_{T0} - N_T) g B \left( \int_{E,F} H_{\beta} v_{in} n d\beta \right)^{-1}.$$
(5.9)

Здесь через  $N_T$  и  $N_{T0}$  обозначено интегральное вдоль силовых линий магнитного поля Земли содержание электронов без возмущения и с возмущением соответственно. Справедливость выражения (5.9) для зональной компоненты напряженности электрического поля обосновывает использованный в [141] прием, основанный на рассмотрении интегральных характеристик  $N_T$ ,  $\Sigma_p^F$  и  $\Sigma_p^E$  ионосферы для численного моделирования процессов развития Рэлей-Тейлоровских неоднородностей. Использование в качестве переменных интегральных величин  $N_T$ ,  $\Sigma_p^F$  и  $\Sigma_p^E$  позволяет упростить трехмерную задачу до двумерной и, следовательно, значительно упростить ее численную реализацию. Одним из результатов данного параграфа является вывод о том, что стимулирование НРТ в экваториальной Fобласти ионосферы возможно с помощью искусственно созданных начальных возмущений с характерными продольными размерами порядка 100 км и менее. Начальные возмущения с такими параметрами могут быть легко созданы с помощью инжекции умеренных количеств плазмогасящих соединений, среди которых можно отметить H<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O и CO<sub>2</sub>. При этом, как показывает рис. 5.2, характерные времена развития таких искусственно стимулированных неоднородностей достаточны для того, чтобы такой процесс развился в реальной ионосфере за период благоприятный для этого.

В силу зависимости процессов развития плазменных пузырей от интегральных вдоль силовых линий магнитного поля характеристик, эффективная генерация плазменных пузырей возможна при возникновении плазменных неоднородностей не только в экваториальной F-области ионосферы, но и неоднородностями в E-слое ионосферы, лежащими в стороне от геомагнитного экватора и изменяющими интегральные проводимости [88];

В заключение рассмотрения отметим следующий момент. В работе [224] было показано, что учет интегральной проводимости  $\Sigma_P^E$  приводит к появлению на краях Рэлей-Тейлоровского гриба двух отростков, делающих гриб похожим по форме на греческую букву  $\Psi$ . Это явление названо в [224] эффектом бифуркации в долготной картине неоднородности, и в соответствии с утверждением авторов [224] интегральная педерсеновская проводимость Е-области управляет степенью проявления этого эффекта бифуркации. Однако результаты данных расчетов и более поздние результаты других авторов [163; 176; 177] не подтверждают этот вывод. Такие структуры не образовывались и с учетом и без учета интегральной проводимости Е-области, в том числе и при расчетах с высоким разрешением.

# 5.2. Зависимость параметров Рэлей-Тейлоровских пузырей от структуры термосферного ветра

Основной задачей ЭТОГО раздела неустойчивости является исследование экваториального F-слоя ионосферы при наличии меридионального ветра [49]. Здесь приведены результаты численного моделирования неустойчивости Релея-Тэйлора в условиях меридионального ветра, характерного для неравноденственных условий, на основе электродинамически согласованной математической модели экваториального F-слоя ионосферы. В отличие от работы [172], основанной на модели SAMI3, здесь приведены результаты исследования влияния меридиональной составляющей для экстремальных значений, вплоть до амплитуд меридиональной компоненты, подавляющих развитие плазменных пузырей. Кроме этого в [172] не учитывается проводимость Холла, что влияет симметрию развитых пузырей И количественные характеристики развития на неустойчивости.

Как указано в главе 1, нейтральные ветры могут существенно влиять на параметры экваториальных пузырей, в том числе и на их генерацию. В работе [161] показано, что комбинация меридионального ветра и сходящегося зонального ветра может приводить к инициации свечения типа ESF, в частности, сделаны выводы о том, что: во-первых, устойчивый, слабый, меридиональный ветер (порядка 20 м/с) в сочетании с эффектом экваториального фонтана [159] может привести к повышению плотности ионосферы в направлении ветра и возникновению характерной структуры в диапазоне высот 400 – 1000 км; и во-вторых, сходящийся зональный ветер может повлиять на структуру ESF вследствие того, что влияние вертикального В×Е дрейфа будет скомпенсировано этим эффектом [147].

Как сказано в главе 1 диссертации обычно период связанных с экваториальными плазменными пузырями событий начинается приблизительно в 19 – 20 часов местного времени, и может длиться 60 мин и более. Это связано с тем, что после захода солнца, благодаря наличию значительного направленного вверх вертикального дрейфа, создаваемого восточным электрическим полем, экваториальный F-слой быстро поднимается на большую высоту. Когда F-слой ионосферы достигает высот, где частота ион-нейтральных столкновений мала, в соответствии с формулой (2.2) возникают условия для развития локальной неустойчивости Рэлея-Тейлора.

Как известно, структура термосферных ветров существенно зависит от сезона, местного времени, солнечной и геомагнитной активности. Иллюстрацией вариабельности

термосферного ветра служит рис. 5.3, где приведены данные спутника UARS по термосферному ветру для периода 1991-1996гг. для сезона декабрь по статье [112].



Рис. 5.3. Вариабельность термосферного ветра по данным спутника UARS для сезона декабрь, периода 1991-1996гг. для высоты 250км [112]. Верхний рисунок – траектория спутника, средний рисунок – скорость зонального ветра, нижний рисунок – скорость меридионального ветра.

Зональная и вертикальная составляющие нейтрального ветра приводят к появлению аддитивной составляющей в поперечном дрейфе плазмы в Е-области и нижней части Fобласти экваториальной ионосферы, что влияет на инкремент нарастания HPT. При этом во внешней ионосфере вклад этой составляющей в поперечный дрейф незначителен из-за малых значений частот столкновений ионов с нейтральными частицами выше максимума Fобласти ионосферы.

Меридиональная составляющая нейтрального ветра приводит к эффективному увлечению плазмы вдоль силовых линий магнитного поля Земли, что может заметно влиять на параметры плазмы и, следовательно на развитие плазменных пузырей. В отличие от поперечного ветра, эффекты меридиональной компоненты существенно трехмерные и поэтому не могут быть корректно учтены в рамках двумерных приближений.

Целью этого раздела работы является исследование сильно нестационарных процессов в низкоширотной F-области ионосферы Земли при наличии меридиональной составляющей. Процессы такого типа типично реализуются в условиях геомагнитных бурь. Геомагнитные бури приводят к достаточно быстрой и существенной перестройке параметров термосферы, ионосферы и электрических полей. Такая перестройка начинается в полярных областях и затем посредством ряда механизмов распространяется в средние и низкие широты. В качестве примера рассмотрим данные по геомагнитной буре и связанными с этим событиями, произошедшей в период 17-19 апреля 2002 года. Влияние этого события на термосферные параметры исследовано в частности работе [29], на основе которой можно сделать вывод, что усиление геомагнитной активности может приводить к сильным изменениям в составе термосферы, ее температурном режиме и структуре термосферных ветров. При этом наблюдается усиление направленной в область более низких температур меридиональной составляющей термосферного ветра. В экспериментальных данных можно выделить флуктуации при которых скорость ветра меняется и по величине, и даже по направлению. При этом амплитуда скорости на высотах 300 – 400 км может достигать как это видно из рис. 5.3 значений порядка 100м/с, а в отдельных экстремальных ситуациях и выше.

На рис. 5.4 приведены некоторые данные из работы [29], в которой сравнивались параметры термосферы в указанный период, полученные по трем стандартным эмпирическим моделям термосферы с экспериментальными данными. На этом рисунке положительным считается северное направление ветра.



Рис. 5.4. Суточные вариации скорости меридиональной компоненты термосферного ветра на высоте 350 км над станцией Миллстоун Хилл [29].

Таким образом, даже в равноденствие меридиональная составляющая нейтрального ветра на высотах F-области может содержать как дивергентную, так и сквозную

составляющие достаточно больших амплитуд. В неравноденственные периоды в силу несимметричной относительно экватора структуры нагрева термосферы солнечным излучением сквозная составляющая нейтрального ветра присутствует даже для спокойных условий. В численных экспериментах этого параграфа будем использовать модельное представление меридиональной составляющей термосферного ветра в виде разложения по гармоникам аналогично тому, как это сделано в работах [49; 70]:

$$V_{n\theta} = (V_0 + (-\cos(\theta))V_1 + (-0.5\sin(2\theta))V_2 + 1/3\cos(3\theta)V_3)f(z)$$
(5.10)

где z – высота,  $\theta$  – магнитная коширота,  $V_0$  – амплитуда сквозной компоненты,  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ – амплитуды гармоник, описывающих дивергентную часть меридиональной компоненты, функция f(z) описывает зависимость скорости от высоты, она равна 1 на высотах 400 км и в соответствии с термосферными данными уменьшается с уменьшением высоты.

В экваториальной F-области ионосферы Земли в соответствии обсуждением главы 1 наличие положительных значений инкремента нарастания HPT  $\gamma$  (см. формулу (2.2)) приводит в начальной, линейной стадии к экспоненциальному росту возникшей по тем или иным причинам ограниченной зоны обеднения с характерным временем пропорциональным  $\gamma^{-1}$ . При этом величины, входящие в формулу для  $\gamma$  во время геомагнитных бурь могут изменяться в сторону, увеличивающую инкремент  $\gamma$  и тем самым геомагнитные бури могут увеличивать вероятность появления экваториальных плазменных пузырей.

В соответствии с общей трехмерной моделью (2.47) – (2.50) с двумерным уравнением потенциала электрического поля (2.57), математическая модель исследуемых в этом параграфе процессов содержит уравнения непрерывности ионов, уравнения движения ионов и электронов в диффузионном приближении, уравнения теплопроводности ионов и электронов и двумерное уравнение потенциала электрического поля [15; 45]:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla(n_i \vec{V_i}) = Q_i - L_i \tag{5.11}$$

$$-\frac{\nabla p_i}{n_i m_i} + \frac{e}{m_i} (\vec{E} + \vec{V_i} \times \vec{B}) - v_{in} (\vec{V_i} - \vec{V_n}) - v_{ie} (\vec{V_i} - \vec{V_e}) + \vec{g} = 0$$
(5.12)

$$-\frac{\nabla p_{e}}{n_{e}} - e(\vec{E} + \vec{V}_{e} \times \vec{B}) - m_{e} v_{en} (\vec{V}_{e} - \vec{V}_{n}) - m_{e} v_{ei} (\vec{V}_{e} - \vec{V}_{i}) = 0$$
(5.13)

$$\frac{3}{2}n_j k \left(\frac{\partial T_j}{\partial t} + (\vec{V}_j \nabla) T_j\right) + p_j \nabla \vec{V}_j + \nabla \vec{q}_j = G_j - P_j$$
(5.14)

$$\nabla \vec{j} = 0 \tag{5.15}$$

где  $n_i$ ,  $n_e$ ,  $\vec{V_i}$ ,  $\vec{V_e}$ ,  $Q_i$ ,  $L_i$ ,  $m_i$ ,  $m_e$ , e,  $p_i$ ,  $p_e$ ,  $v_{in}$ ,  $v_{ie}$ ,  $v_{en}$ ,  $v_{ei}$ ,  $T_i$ ,  $T_e$ ,  $\vec{q}_i$ ,  $\vec{q}_e$ ,  $G_i$ ,  $P_i$ , k,  $\vec{j}$ ,  $\vec{E}$  – соответственно концентрации, дрейфовые скорости, скорости образования и потерь ионов, массы, заряд, давления, частоты соударений, температуры, плотности тепловых потоков, скорости нагрева и скорости охлаждения, постоянная Больцмана, плотность тока, напряженность электрического поля,  $\vec{E} = -\nabla U$ , где U – потенциал электрического поля. Индексы в обозначениях указывают на вид частиц. Магнитное поле Земли будем считать постоянным по времени и дипольным [100]. Для вычисления параметров нейтральных частиц использована глобальная эмпирическая термосферная модель MSIS [145; 146]. Скорости учитываемых в модели реакций даны в приложении А. В силу высокой проводимости плазмы вдоль геомагнитного поля на высотах экваториальной области F будем считать, что силовые линии геомагнитного поля эквипотенциальными.

Уравнения вышеприведенной модели решались численно конечноразностными методами на регулярных квазиравномерных сетках, сгущающихся к центру области решения методами, описанными в главе 2. В численных экспериментах учитывалось 5 положительных ионов:

 $O^+$ ,  $H^+$ ,  $N_2^+$ ,  $NO^+$ ,  $O_2^+$ .

Начальные значения задавались путем решения модели шарового слоя ионосферы до получения периодического по времени решения. На полученные начальные значения накладывались искусственно заданные модельные начальные возмущения элипсоидальной формы. Граничные условия задавались также как в параграфе 5.1.

При проведении численных экспериментов с указанным вариантом модели, область решения уравнений модели была ограничена снизу высотой 80 км, сверху силовыми линиями с апексом на высоте 1700 км, по горизонтали протяженность области интегрирования при исследовании процессов развития неустойчивости от бралась равной 800 км. Для получения начальных условий модель работала в режиме, когда используется вся приэкваториальная зона ионосферы. В силу характерных масштабов исследуемых процессов, связанных с развитием неустойчивости неустойчивости Рэлея-Тейлора для численной реализации применялась квазиравномерная регулярная сетка с числом узлов по долготе 200, по высоте 400 и вдоль силовых линий магнитного поля 800 узлов, что приводило к количеству шагов по времени в диапазоне 1000 – 3000 шагов. При этом сетка сгущалась в области развития моделируемых процессов так, что в центральной области шаги равны 2км. Условия расчетов соответствовали среднему уровню солнечной активности с  $F_{10.7}$ =150 и уровню геомагнитной активности  $k_p = 3$ . Для потенциала граничные условия задавались через фоновое электрическое поле. Для концентраций и температур на нижней границе были заданы условия химического равновесия и равенства нейтральной температуре соответственно, вверху и на боковых границах для концентраций и температур задано условие равенства нулю потоков. Восточная компонента фонового электрического поля в этих расчетах задавалась модельно, положительным значением равным 0.7 мв/м.

С этой моделью были проведены численные эксперименты по влиянию меридиональной компоненты нейтрального ветра на характеристики развития НРТ. Поскольку, как указано в [29], даже в равноденствие меридиональная составляющая нейтрального ветра на высотах F-области может содержать как дивергентную, так и сквозную составляющие достаточно больших амплитуд, расчеты были направлены на выявление зависимости параметров НРТ как от дивиргентной части меридиональной составляющей, так и от ее сквозной части. При этом было использовано модельное представление меридиональной составляющей в виде (5.10).

Серия представленных здесь расчетов проведена для различных значений параметров модельного ветра  $V_0$  и  $V_3$  для послезаходных условий. Начальная неоднородность для инициализации была задана модельно, вытянутой вдоль силовых линий магнитного поля с поперечными к геомагнитному полю размерами 10 км.

Первая группа экспериментов проведена с целью исследования влияния сквозной составляющей. Результаты этих вычислений показали, что неустойчивость Релея-Тэйлора развивается по классическому сценарию с выходом плазменного пузыря во внешнюю ионосферу, если значение сквозной составляющей  $V_0$  лежат по модулю в диапазоне значений примерно до 300 м/с. Расчеты показали что время выхода переднего фронта пузыря на высоту максимума F-слоя слабо меняется при значениях  $V_0$  меньших 100 м/с, а затем начинает возрастать с ростом скорости по нелинейному закону, что показано на рис. 5.4.



Рис. 5.4. Зависимость времени выхода (*t*) переднего фронта на высоту максимума F-слоя от сквозной составляющей скорости меридионального ветра (*V*<sub>0</sub>).

При увеличении значения сквозной составляющей меридионального ветра  $V_0$  выше 300 м/с наряду с увеличением времени развития происходит значительная деформация формы пузыря. На рис. 5.5. приведено распределение электронной концентрации в плоскости силовых линий магнитного поля Земли в области, ограниченной сверху силовыми линиями с параметром Мак-Илвейна равным 1.27 [49]. Это распределение концентрации приведено для моментов времени, когда передний фронт пузыря достигает высоты максимума F-слоя для значений параметра  $V_0 = 0$  на левом рисунке и значения  $V_0 = 300$  м/с на правом рисунке. Числами на линейке уровней (слева) указаны значения десятичного логарифма от электронной концентрации (см<sup>-3</sup>).



Рис. 5.5. Распределение  $n_e$  в плоскости силовых линий магнитного поля Земли в момент достижения передним фронтом максимума F-слоя для  $V_0 = 0$  слева и  $V_0 = 300$  м/с справа.

Выделенные линии соответствуют значению  $lg(n_e)$  равному 5.5 [49].

Вторая группа экспериментов проведена с целью исследования влияния дивергентной составляющей меридионального ветра. На рис. 5.6 показана зависимость времени выхода (*t*) переднего фронта плазменного пузыря на высоту максимума F-слоя ионосферы от величины дивергентной составляющей меридионального ветра ( $V_3$ ), при этом задавалось  $V_0 = V_1 = V_2 = 0$ . Эти расчеты показали, что сходящийся ветер ( $V_3 < 0$ ) приводит к ускорению выхода пузыря на высоту  $h_m F$ , а расходящийся ветер ( $V_3 > 0$ ) приводит соответственно к замедлению процесса выхода пузыря на высоту  $h_m F$ . Сценарий развития процесса при этом оказывается классическим.



Рис. 5.6 Зависимость времени выхода (t) переднего фронта на высоту  $h_m F$  от дивергенции скорости меридионального ветра.

Основной вывод этих экспериментов состоит в том, что меридиональный ветер заметно влияет на процессы развития НРТ как количественно, так и качественно [49]. Численные эксперименты, проведенные для других условий, показали что сформулированный вывод остаются справедливым для широкого диапазона значений солнечной и геомагнитной активности при развитии одиночных пузырей в низкоширотной ионосфере.

Следует отметить, что численные эксперименты, представленные в этом параграфе, имеют прежде всего теоретических интерес, поскольку значения как сквозной так и дивергентной частей меридионального ветра на экваторе принимают использованные значения в достаточно редких ситуациях, например в условиях сильных магнитосферных суббурь, а поэтому маловероятны в реальной ионосфере.

#### Основные выводы главы 5

Начальные возмущения с продольными размерами порядка 10 км могут приводить к развитию плазменных пузырей.

Интегральные проводимости Е-области заметно влияют на количественные характеристики процесса развития НРТ, замедляя его.

Неоднородности плазмы в Е-области лежащие в стороне от геомагнитного экватора, изменяя интегральные проводимости, могут усиливаться механизмом НРТ, приводя к генерации плазменных пузырей в F-области. Меридиональная составляющая нейтрального ветра, существенно влияет на динамику развития ионосферных пузырей как количественно, так и качественно, вплоть до подавления плазменных пузырей.

#### Заключение

Изложенные в предыдущих разделах результаты являются циклом взаимосвязанных работ по решению важной проблемы создания математических и численных моделей среднемасштабных процессов в низкоширотной ионосфере Земли, допускающих внешние воздействия и возможность управления посредством таких воздействий. При выполнении этих исследований были получены следующие новые результаты:

1. Впервые показано, что основным механизмом выноса ионов NO+ на высоты максимума F-области и выше служит неустойчивость Рэлея-Тейлора, приводящая к генерации пузыря, переносящего ионы NO+ на большие высоты.

2. Показано, что процесс развития плазменных пузырей в результате неустойчивости Рэлея-Тейлора приводит на развитой стадии плазменного пузыря к большим ионным и электронной температурам, при этом впервые показано, что эффект нагрева происходит в режиме с обострением, когда ионная температура внутри пузыря за время 10–20с повышается до 9000 К и выше.

3. Впервые было показано, что прохождение ВГВ приводит к возникновению неоднородностей плазмы, развивающихся в результате неустойчивости Рэлея-Тейлора в плазменные пузыри только при выполнении условий резонанса и когда на высотный интервал максимальных значений линейного инкремента НРТ приходится не менее одной вертикальной компоненты длины волны.

4. Впервые показано, что грибообразная зональная форма пузыря, вытягивание пузыря вдоль силовых линий геомагнитного поля, зональная асимметрия являются своеобразными инвариантами явления слабо зависимыми от условий генерации пузыря и параметров среды. При этом внешние условия, такие как фоновое электрическое поле и меридиональная компонента термосферного ветра существенно влияют на количественные параметры процесса, в частности показано, что при инверсии знака фонового зонального электрического поля ионосферные пузыри развиваются по классическому сценарию с выходом образовавшегося пузыря во внешнюю ионосферу, если момент времени инверсии знака вертикального дрейфа происходит после подъема переднего фронта пузыря выше максимума F-слоя ионосферы, в противном случае развитие пузыря после инверсии дрейфа прекращается. 5. Показано, что инжекция умеренных количеств плазмогасящих соединений в нижнюю часть экваториальной F-области может приводить к генерации плазменных пузырей и впервые были получены количественные характеристики этого явления для различных плазмогасящих соединений.

### Благодарности

Автор выражает глубокую признательность соавтору и своему учителю профессору М.А. Никитину за многолетнее сотрудничество и творческое общение, благодаря которым появилась эта работа. Автор благодарен к.ф.-м.н. С.В. Мациевскому, профессору В.Е. Захарову за участие в решении ряда задач, нашедших свое отражение в данной работе. Отдельную благодарность и признательность за поддержку и стимулирующее внимание к работе автор выражает профессору С.А. Ишанову.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреева А.С., Кащенко Н.М., Мациевский С.В., Никитин М.А. Численные модели развития неустойчивости Рэлея-Тейлора в экваториальной F-области. Математическое моделирование в естествознании и технологии: Тезисы докладов Всесоюзной школысеминара молодых ученых и специалистов. Калининград. 1988.

2. Аэродинамические реакции в верхней атмосфере (сб. переводов статей, ред. А. Д. Данилов). М, «Мир», 1968.

3. Бабенко К.И. Основы численного анализа. Москва-Ижевск. НИЦ "РХД", 2002, 848 с.

4. Бахвалов Н.С. О сходимости одного релаксационного метода при естественных ограничениях на эллиптический оператор. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1966, т. 6, № 5, с. 861-883.

5. Больцман Л. Лекции по теории газов. Гостехиздат, 1956.

6. Брюнелли Б.Е. Намгаладзе А.А. Физика ионосферы. М. «Наука», 1988.

7. Вабищевич П. Н. Регуляризованные аддитивные операторноразностные схемы. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2010, т. 50, № 3, с. 449–457

8. Вязников К.В., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П. Построение монотонных разностных схем повышенного порядка аппроксимации для систем уравнений гиперболического типа. // Математическое моделирование, 1989, т.1, №5, с. 95-120.

9. Гайдуков В.Ю., Кащенко Н.М., Корнеев Н.А., Никитин М.А., Романовский Ю.А. Волновые возмущения, генерируемые в термосфере локализованными источниками. // Геомагнетизм и аэрономия, 1992, № 2, с. 125-131.

10. Гайдуков В.Ю., Кащенко Н.М., Никитин М.А. Романовский Ю.А. Численное моделирование модификации экваториальной F- области путем инжекции плазмогасящих соединений. // Геомагнетизм и аэрономия, 1988, т. 28, №3, с. 422-427.

11. Гайдуков В.Ю., Мациевский С.В., Кащенко Н.М., Никитин М.А., Романовский Ю.А. Запуск экваториальных пузырей путем модификации Е-слоя. // Геомагнетизм и аэрономия, 1991, т. 31, №6, с. 1042-1048.

12. Галкин А.И., Ерофеев Н.М., Казимировский Э.С., Кокоуров В.Д. Ионосферные измерения. М., «Наука», 1971.

13. Генкин Л.Г., Ерухимов Л.М., Мясников Е.Н., Шварц М.М. К вопросу об образовании и всплывании неизотермических ионосферных и хромосферных «пузырей». // Известия вузов. Радиофизика, 1987, т. 30, № 5, с. 567-577.

14. Гершман Б.Н, Ерухимов Л.М., Яшин Ю.Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. М., «Наука», 1984, 392 с.

15. Гершман Б.Н. Динамика ионосферной плазмы. Монография. М., «Наука», 1974, 256 с.

16. Гершман Б.Н., Шевченко А.Н. О кинетической теории неустойчивости Рэлея-Тейлора для приэкваториальной ионосферы. // Изв. вузов. Радиофизика, 1984, т. 27, № 6, с. 679-684.

17. Гершман Б.Н. Об условиях возникновения неустойчивости Рэлея - Тейлора в области F-ионосферы. // Ионосферные неоднородности. Якутский филиал СО АН СССР, 1981, с. 3-15.

18. Гершман Б.Н., Казимировский Э.С., Кокоуров В.Д., Чернобровкина Н.А. Явление F-рассеяния в ионосфере. М., 1984.

19. Гинзбург. В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М. «Наука», 1967.

20. Головизнин В.М., Карабасов С.А. Метод прыжкового переноса для численного решения гиперболических уравнений. Точный алгоритм для моделирования конвекции на эйлеровых сетках. // Препр. ИБРАЭ, 2002, №IBRAE-2000-04, 40 с.

21. Головизнин В.М., Самарский А.А. Некоторые свойства разностной схемы «кабаре». // Математическое моделирование, 1998, т. 10, № 1, с. 101-116.

22. Головизнин В.М., Карабасов С.А. Нелинейная коррекция схемы «кабаре». // Математическое моделирование, 1998, т. 10, № 12, с. 107-123.

23. Головизнин В.М., Самарский А.А. Разностная аппроксимация конвективного переноса с пространственным расщеплением временной производной. // Математическое моделирование, 1998, т. 10, № 1, с. 86-100.

24. Григорьев Г.И. Акустико-гравитационные волны в атмосфере Земли (обзор) // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1999, т. XLII, № 1, с. 5-24.

25. Грэд Г. О кинетической теории разреженных газов. // Механика, 1952, вып. 4, с. 71-79; вып. 5, с. 61-96.

26. Гуревич А.В., Крылов А.А., Цедилина Е.Е. Электрическое поле в магнитосфере и ионосфере Земли. // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца, М., «Наука», 1975, вып. 35, с. 85-150.

27. Данилов А.Д. Химия ионосферы. Гидрометеоиздат, 1967.

28. Данные измерений спутника АЕ-С на магнитных лентах. М.: Международный центр данных. Б, 1984.

29. Доронина Е.Н., Намгаладзе А.А., Гончаренко Л.П. Вариации термосферных параметров над станциями некогерентного рассеяния во время геомагнитных бурь 17-19 апреля 2002 года. // Вестник МГТУ, 2005, т. 8, № 1, с. 132-143.

30. Ерохин Н.С., Кащенко Н.М., Мациевский С.В., Кшевецкий С.П., Никитин М.А. Резонансное возбуждение внутренними гравитационными волнами Рэлей-Тейлоровских ионосферных пузырей в ночной экваториальной F-области. // Препринт. М., ИКИ АН СССР, 1989, пр-1584.

31. Ерохин Н.С., Кащенко Н.М., Мациевский С.В., Кшевецкий С.П., Никитин М.А. Резонансное возбуждение термосферными волнами неустойчивости Рэлея-Тейлора в

экваториальной ионосферной плазме. Взаимодействие электромагнитных излучений с плазмой: Тезисы докладов V конференции, Ташкент, 1989.

32. Ерохин Н.С., Кащенко Н.М., Мациевский С.В., Никитин М.А. Тепловой режим внутри ионосферных пузырей. // Космические исследования, 1990, т. 28, вып. 1, с. 85-93.

33. Захаров В.Е., Кащенко Н.М. Изучение связи между ионосферной конвекцией и термосферной циркуляцией в условиях магнитных бурь. // Abstracts of the 28<sup>th</sup> Annual Seminar Physics of Auroral Phenomena. Apatity, 1-4 March 2005. Р. 24.

34. Зоммерфельд А. Термодинамика и статистическая физика. ИЛ, 1960.

35. Иванов А.А., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П., Яцук А.Н. Построение квазимонотонной схемы повышенного порядка аппроксимации для уравнения переноса. // Препр. ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, 1993, № 69, 25 с.

36. Иванов-Холодный Г.С., Никольский Г.М. Солнце и ионосфера. М. «Наука», 1969.

37. Ивановский А.И., Репнев А.И., Швидковский Е.Г. Кинетическая теория верхней атмосферы. Гидрометеоиздат, 1967.

38. Ильин В.П. Прямой анализ устойчивости метода прогонки. // Актуальные проблемы вычислительной математики и математического программирования. 1985, Новосибирск, «Наука», Сибирское отделение, с. 189-201.

39. Ишанов С.А., Демин С.А., Кащенко Н.М., Мациевский С.В. 2D высотно-широтное и высотно-долготное моделирование ионосферной плазмы. Сборник трудов VIII международной научной конференции «Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМТУКТ-2015), Воронеж, 2015, с. 157-160.

40. Кащенко Н.М. Двумерная схема кабаре с непрерывными ограничителями. Высокопроизводительные вычисления – математические модели и алгоритмы. Материалы II Международной конференции, посвященной Карлу Якоби. Калининград, 3-5 октября 2013. с. 129-130.

41. Кащенко Н.М., Мациевский С.В., Никитин М.А. Динамика системы множественных Рэлей-Тейлоровских ионосферных пузырей. // Геомагнетизм и аэрономия, 1990, т.30, № 2, с. 281-286.

42. Кащенко Н.М., Мациевский С.В., Никитин М.А. Ионосферные пузыри: ионный состав, скорости движения плазмы и структура. // Известия вузов. Радиофизика, 1989, т. 32. № 11, с. 1320-1326.

43. Кащенко Н.М., Мациевский С.В., Никитин М.А. Исследования нелинейной стадии развития неустойчивости Рэлея-Тейлора в экваториальной F-области с учетом продольной диффузии и педерсеновской проводимости Е-области. // Геомагнетизм и аэрономия, 1989, т. 29. № 4. с. 577-582.

44. Кащенко Н.М., Захаров В.Е. Криволинейная система координат для описания геомагнитного поля, возмущенного обтеканием солнечным ветром. // Геомагнетизм и аэрономия, 1980, т. 20. № 1. с. 159-160.

45. Кащенко Н.М., Мациевский С.В. Математическое моделирование неустойчивостей экваториального F-слоя ионосферы. // Вестник КГУ. Сер. Информатика и телекоммуникации. Изд-во КГУ, 2003, вып. 3, с. 59-68.

46. Кащенко Н.М., Никитин М.А. Захаров В.Е. Моделирование структуры дневной экваториальной F-области. // Геомагнетизм и аэрономия, 1981, т. 21. № 1. с. 71-77.

47. Кащенко Н.М., Никитин М.А. Моделирование эффектов аномальной диффузии для дренажных систем. // Математическое моделирование, 2013, т. 25, № 12, с. 44–49.

48. Кащенко Н.М., Шабаршин О.Н. Модель медленных течений в каналах. // Вестник РГУ им. И. Канта, 2007, Вып.10. Сер. Физико-математические науки, с. 19-21.

49. Кащенко Н.М., Ишанов С.А., Мациевский С.В. Модель высокого разрешения низкоширотной F-области ионосферы. // Вестник БФУ им. И. Канта, 2015, вып. 4, с. 87-92.

50. Кащенко Н.М., Никитин М.А. Нестационарное ионообразование в нижней ионосфере при действии гравитационных волн. // Геомагнетизм и аэрономия, 1977, т. 17, № 4, с. 649-654.

51. Кащенко Н.М., Мациевский С.В. Неустойчивость экваториального F-слоя ионосферы в условиях переменного электрического поля. // Вестник БФУ им. И. Канта, 2014, вып. 10, с. 30-35.

52. Кащенко Н.М. Факторизация в численных методах интегрирования вырожденных эллиптических уравнений ионосферной плазмы. // Вестник КГУ, 2005, вып. 1-2, сер. Информатика и телекоммуникации, с. 65-70.

53. Кащенко Н.М. Численная модель процессов развития мелкомасштабных неоднородностей экваториальной ионосферы. // Вестник БФУ им. И. Канта, 2013, вып. 10, с. 31-35.

54. Кащенко Н.М., Захаров В.Е. Численный метод интегрирования системы уравнений переноса ионосферной плазмы. 2002, Калининград, издательство КГУ, доклады международного математического семинара, с. 287-290.

55. Кащенко Н.М., Мациевский С.В., Никитин М.А. Эффективные численные алгоритмы решения многомерных моделей ионосферы и термосферы. // Новосибирский Институт геологии и геофизики СО АН СССР сб.: Применение ЭВМ в исследованиях физических процессов в атмосфере и ионосфере, 1987, с.73-81.

56. Кащенко Н.М., Мациевский С.В., Ишанов С.А., Кожурова А.И. 2D моделирование развития неустойчивости Рэлея-Тейлора из стохастических ионосферных неоднородностей. Сборник трудов VIII международной научной конференции «Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМТУКТ-2015), Воронеж, 2015, с. 175-176.

57. Кащенко Н.М., Ишанов С.А., Мациевский С.В. Развитие неустойчивости Рэлея-Тейлора в экваториальной ионосфере из стохастических ионосферных неоднородностей. // Вестник БФУ им. И. Канта. 2015. Вып. 10. С. 13-17.

58. Коган М.Н. Динамика разреженных газов (кинетическая теория). М., «Наука», 1967.

59. Комаров В.Н., Сазонов С.В. Об аналитическом подходе к исследованию Рэлей-Тейлоровских структур экваториальной F-области. // Геомагнетизм и аэрономия, 1991, т. 31, № 6, с. 1032-1036.

60. Корнеев Н.А., Кшевецкий С.Я., Лебле С.Б. Исследование ионосферной динамики. М., «Наука», 1979, 108 с.

61. Кострыкин С.В. Об одном варианте многомерного обобщения схемы «кабаре». // Математическое моделирование, 2010, т. 22, № 2, с. 69-82.

62. Ладонкина М.Е., Неклюдова О.А., Тишкин В.Ф. Исследование влияния лимитера на порядок точности решения разрывным методом галеркина. // М., Математическое моделирование, 2012, т. 24, № 12, с. 124-128.

63. Ладонкина М.Е., Неклюдова О.А., Тишкин В.Ф., Чеванин В.С. Об одном варианте существенно неосциллирующих разностных схем высокого порядка точности для систем законов сохранения. // Математическое моделирование, 2009, т. 21, № 11, с. 19-32.

64. Ладонкина М.Е., Милюкова О.Ю., Тишкин В.Ф. Один численный алгоритм для уравнений диффузионного типа на основе многосеточных методов. // Математическое моделирование, 2007, т. 19, № 4, с. 71-89.

65. Ладонкина М.Е., Милюкова О.Ю., Тишкин В.Ф. Численный алгоритм решения диффузионных уравнений на основе многосеточных методов. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2009, т. 49, № 3, с. 518-541.

66. Ладонкина М.Е., Милюкова О.Ю., Тишкин В.Ф. Численный метод решения уравнений диффузионного типа на основе использования многосеточного метода. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 2010, т. 50, № 8, с. 1438–1461.

67. Лабораторные исследования аэродинамических реакций (сб. переводов статей, ред. А. Д. Данилова). Гидрометеоиздат, 1970.

68. Марчук Г. И., Методы вычислительной математики. М., Наука, 1977, 456 с.

69. Г.И. Марчук. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982.

70. Мациевский С.В., Кащенко Н.М., Ишанов С.А., Чемакин Д.А. 3D моделирование низкоширотной F-области ионосферы с высоким разрешением. Сборник трудов VIII международной научной конференции «Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМТУКТ-2015), Воронеж, 2015, с. 235-237.

71. Мациевский С.В. Никитин М.А., Кащенко Н.М., Гайдуков В.Ю. Романовский Ю.А. Исследование стимуляционных характеристик различных плазмогасящих соединений. // Тезисы докладов десятого семинара по моделированию ионосферы. Москва, 1990, 41 с.

72. Мациевский С.В., Кащенко Н.М., Никитин М.А. Винокурова И.И. Проблемы трехмерного численного моделирования ионосферных неоднородностей при

неэквипотенциальности силовых линий. // Тезисы докладов десятого семинара по моделированию ионосферы, Москва, 1990, с. 39.

73. Мациевский С.В., Кащенко Н.М., Кшевецкий С.П., Никитин М.А. Резонансная генерация ионосферных пузырей внутренними гравитационными волнами. // Геомагнетизм и аэрономия, 1990, т. 30, № 3, с. 446-451.

74. Мациевский С.В. Никитин М.А., Кащенко Н.М., Гайдуков В.Ю. Романовский Ю.А. Триггерный запуск ионосферных пузырей с помощью модификации Е-слоя. // Тезисы докладов десятого семинара по моделированию ионосферы. Москва, 1990, с.40.

75. Мациевский С.В., Кащенко Н.М., Ишанов С.А., Зинин Л.В. 3D-моделирование экваториального F-рассеяния: сравнение моделей MI3 и SAMI3. // Вестник БФУ им. И. Канта, 2013,вып. 4, с. 102-106.

76. Мациевский С.В., Кащенко Н.М. Неустойчивость Рэлея-Тейлора: сравнение 3D-моделей. // Высокопроизводительные вычисления – математические модели и алгоритмы. Материалы II Международной конференции, посвященной Карлу Якоби. Калининград, 3-5 октября 2013. с. 176-178.

77. Мациевский С.В., Никитин М.А., Пец А.В. О нелинейной стадии развития неустойчивости Рэлея-Тейлора в экваториальной F-области. // Геомагнетизм и аэрономия, 1987, т. 27, № 6, с. 921-924.

78. Мациевский С.В., Зинин Л.В. Результаты моделирования неустойчивостей экваториального F-слоя ионосферы // Вестник БФУ им. И. Канта, <u>2011, № 10</u>, с. 55-63.

79. Милюкова О.Ю., Тишкин В.Ф. Численный метод решения уравнения теплопроводности с разрывным коэффициентом на основе многосеточного метода. // Препринты ИПМ, 2013, 064, 19 с.

80. Никитин М.А., Кащенко Н.М. Влияние изменчивости электрического поля на структуру дневной экваториальной F-области. // Геомагнетизм и аэрономия, 1985, т. 25, № 2, с. 198-202.

81. Никитин М.А., Кащенко Н.М., Смирнов О.А. Влияние термосферной циркуляции на динамику ионосферной плазмы низкоширотной F-области. // Геомагнетизм и аэрономия, 1987, т. 27. № 1, с. 33-38.

82. Никитин М.А., Кащенко Н.М., Гайдуков В.Ю., Романовский Ю.А. Возможности стимулирования экваториальных плазменных пузырей инжекцией H<sub>2</sub>O. // Геомагнетизм и аэрономия, 1989, т. 29, № 3, с. 440-444.

83. Никитин М.А., Кащенко Н.М. Ионосферные эффекты сезонно-суточных вариаций электрических полей в экваториальной F-области. // Геомагнетизм и аэрономия, 1984, т. 24, № 3, с. 393-397.

84. Никитин М.А., Гайдуков В.Ю., Мациевский С.В., Кащенко Н.М., Романовский Ю.А. Исследование стимуляционных характеристик различных плазмогасящих соединений. // Геомагнетизм и аэрономия, 1991, т. 31, № 6, с. 1074-1079.

85. Никитин М.А., Кащенко Н.М. Моделирование меридионального распределения f0F2 низкоширотной ионосферы в магнитоспокойных условиях. // Геомагнетизм и аэрономия, 1987, т. 27. № 4, с. 671-674.

86. Никитин М.А., Кащенко Н.М. Моделирование экваториальной F-области для неординарных ночных условий. // Геомагнетизм и аэрономия, 1986, т. 26, № 4. с. 672-673.

87. Никитин М.А., Кащенко Н.М. Определение погрешностей численных моделей ионосферы и термосферы с помощью метода фиктивных источников. // Геомагнетизм и аэрономия, 1986, т. 26, № 5. с. 735-738.

88. Никитин М.А., Кащенко Н.М. Определение эффективной скорости нагрева плазмы во внешней экваториальной ионосфере по данным спутников ISIS-1 и ISIS-2. // Геомагнетизм и аэрономия, 1984, т. 24, № 5, с. 733-735.

89. Никитин М.А., Кащенко Н.М. Особенности образования расслоений в дневной экваториальной области F. // Геомагнетизм и аэрономия, 1987, т. 27, № 3, с. 501-504.

90. Поляков В.М., Щепкин Л.А., Казимировский Э.С., Кокоуров В.Д. Ионосферные процессы. М., «Наука», 1968.

91. Рыбин В.В., Поляков В.М. Об амбиполярности движений ионосферной плазмы. // Ионосферные исследования, 1983, № 33, с. 5-44.

92. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М. «Наука», Физматлит, 1978, 592с.

93. Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.Л., Михайлов А.Л. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. М., «Наука», 1987.

94. Самарский А.А. Теория разностных схем. М., «Наука», 1989.

95. Сафронов А. В. Оценка точности и сравнительный анализ разностных схем сквозного счета повышенного порядка. Вычислительные методы и программирование. 2010. Т. 11. С. 137–143.

96. Сивухин В. Кулоновские столкновения в полностью ионизированной плазме. В сб. «Вопросы теории плазмы». Вып. 4., ред. М.А. Леонтович. Атомиздат, 1964, стр. 81-187.

97. Силин Б.П. Введение в кинетическую теорию газов. М., «Наука», 1967.

98. Смирнов О.А., Кащенко Н.М. Длинноволновые процессы в приполярной термосфере в условиях магнитосферных суббурь. // Математическое моделирование, 2009, т. 21, № 10, с. 123-128.

99. Трубников Б.А., в сб. «Вопросы теории плазмы». Вып. 1., ред. М.А. Леонтович. Атомиздат, 1963, с. 98.

100. Фаткуллин М.Н., Ситнов Ю.С. Диполярная система координат и ее некоторые особенности. // Геомагнетизм и аэрономия, 1972, т. 12, № 2, с. 333-335.

101. Фаткуллин М.Н., Никитин М.А., Кащенко Н.М. Циклические и сезонные особенности поведения линейного инкремента нарастания неустойчивости Рэлея-Тейлора в экваториальной F-области. // Геомагнетизм и аэрономия, 1989, т. 29, № 1, с. 51-55.

102. Федоренко Р.П. Релаксационный метод решения разностных эллиптических уравнений. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 5, с. 922-927.

103. Фельдштейн А.Я. «Пузыри» в экваториальной ионосфере и сопутствующие явления. // Ионосферные исследования, 1986, № 41, с. 70-87.

104. Шкаровский И., Джонстон Т., Бачинский М. Кинетика частиц плазмы. Атомиздат, 1969.

105. Юхно Л.Ф. Модификация некоторых методов типа сопряженных направлений для решения систем линейных алгебраических уравнений. // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2007, т. 47, № 11, с. 1811-1818.

106. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.

107. Afraimovich E.L. Dynamics and anisotropy of traveling ionospheric disturbances as deduced from transionospheric sounding data. Statistical angle-of-arrival and doppler method (SADM). Preprint ISTP, 1995, № 5-95, p. 54.

108. Anderson D.N., Berhardt P.A. Modelling the effects of an H-gas release on the equatorial ionosphere. // J. Geophys. Res., 1978, v. 83, № 15, p. 4777-4790.

109. Basu B. On the linear theory of equatorial plasma instability: comparison of different descriptions. // J. Geophys. Res. A., 2002, 107, № 8, p. SIA18/1-SIA18/10.

110. Basu S., Rich F.J. et al. Response of the equatorial ionosphere at dusk to penetration electric fields during intense magnetic storms. // Journal of Geophysical Research, 2007, v. 112, № 8, Article ID A08308, 14 pages.

111. Basu S., Groves K.M. et al. Response of the equatorial ionosphere in the South Atlantic region to the great magnetic storm of July 15, 2000. // Geophysical Research Letters, 2001, v. 28, № 18, p. 3577-3580.

112. Fejer B.G., Emmert J.T., Shepherd G.G., Solheim B.H. Average daytime F region disturbance neutral winds measured by UARS: Initial results. // Geophysical Research Letters, 2000, v. 27, № 13, p. 1859-1862.

113. Bencze P., Buresova D., Lastovicka J. and Marcz F. Behaviour of the F1-region, and Esand spread-F phenomena at European middle latitudes, particularly under geomagnetic storm conditions. // Annals of Geophysics, 2004, v. 47, № 2-3, p. 1131-1143.

114. Bencze P. and Bakki P. On the origin of mid-latitude spread-F. // Acta Geod. Geophys. Hung., 2002, 37, p. 409-417.

115. Benson, R.F., Brinton H.C. Ionospheric plasma bubble encounters or F region bottomside traversals. // J. Geophys. Res., 1983, v. 88, p. 6243-6252.

116. Bernhardt P.A. Environmental effects of plasma depletion experimens. // Adv. Space Res. 1982, v. 2, p. 129-149.

117. Bernhardt P.A. Three-Dimensional, Time-Dependent Modeling of Neutral Gas Diffusion in a Nonuniform, Chemically Reactive Atmosphere. // J. Geophys. Res., 1979, v. 84, p. 793-802.

118. Bhatnagar P.L., Gross E.P., Krook M.A. Model for Collision Processes in Gases. I. Small Amplitude Processes in Charged and Neutral One-Component Systems. // Phys. Rev., 1954, 94, p. 511.

119. Booker H.G. The role of acoustic gravity waves in the generation of spread F and ionospheric scintillation. // J. Atmos. and Terr. Phys., 1979, v. 41, p. 501-515.

120. Bures ova D. and Las tovic ka J. (2003a): Geomagnetic storm and F1-region over Europe, in Proceedings of the 3rd COST 271 Workshop, 23-27 September 2003, Spetses, Greece.

121. Burke W.J., Gentile L.C., Huang C.Y., Valladares C.E., Su S.Y. Longitudinal variability of equatorial plasma bubbles observed by DMSP and ROCSAT-1. // Journal of Geophysical Research, 2004, v. 109, a12301.

122. Cao Z. Convergence of Multigrid Methods for nonsymmetric indefinite problems. // Appl. Math. Comp., 1988, ISP 28, p. 269-288.

123. Chen J., Satyanarayana P., Ossakow S.L. The morphology of a multi-bubble system in the ionosphere. // J. Geophys. Res., 1983, v. 88, № A7, p. 5528-5536.

124. Daniels F.B., Bauer S.J., Harris A.K. The shock waves vertically propagation ionosphere // J. Geophys. Res., 1960, v. 65, № 6, p. 1848-1850.

125. Data Analysis Center for Geomagnetism and Space Magnetism Graduate School of Science, Kyoto University.

126. Davis M.J. The integrated ionospheric response to internal atmospheric gravity waves // J. Atm. Terr. Phys., 1973, v. 35, p. 929-959.

127. De La Beaujardiere O., Jeong L. The C/NOFS Science Definition Teams, C/NOFS: A mission to forecast scintillations. // J. Atmos. Sol. Terr. Phys., 2004, 66, p. 1573-1591.

128. de Meneses F.C., Klimenko M.V., Klimenko V.V., Kherani E. Alam, Muralikrishna P., Xu Jiyao, Hasbi A.M. Electron temperature enhancements in nighttime equatorial ionosphere under the occurrence of plasma bubbles. // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, 2013, 103, p. 36–47.

129. Erokhin N.S., Kaschenko N.M., Matsievsky S.V., Nikitin M.A. Dynamics of Ionospheric Rayleigh-Taylor Instability with Plasma Heating inside Bubbles. Nonlinear World: Proceedings of the IV International Workshop on Nonlinear Processes in Physics. Kiev, 1989, v. 2.

130. Erokhin N.S., Kaschenko N.M. Matsievsky S.V., Nikitin M.A. Nonlinear Development of Holes in the Ionospheric Plasma Layer under Triggering of Rayleigh-Taylor Instability by Internal Gravity Wave. Annales Geophysicae: Supplement to Volume 9, 1991, v. 9.

131. Erokhin N.S., Kaschenko N.M., Matsievsky S.V., Nikitin M.A. Selforganization of Rayleigh-Taylor Bubbles System. Nonlinear World: Proceedings of the IV International Workshop on Nonlinear Processes in Physics. Kiev, 1989, v. 2.

132. Fejer B.G., de Paula E.R., Gonzalez S.A., Woodman R.F. Average vertical and zonal f region plasma drifts over Jicamarca. // Journal of geophysical research, 1991, v. 96, № A8, p. 13,901-13,906.

133. Fejer B.G., Scherliess L. and de Paula E. R. Effects of the vertical plasma drift velocity on the generation and evolution of equatorial spread F. // Journal of Geophysical Research, 1999, v. 104,  $N_{2}$  9, p. 19859-19869.

134. Fejer B.G., Gonzales C.A., Farley D.T., Kelley M.C. and Woodman R.F. Equatorial electric fields during magnetically disturbed conditions, 1. The effect of the interplanetary magnetic field. // Journal of Geophysical Research, 1979, v. 84, № 10, p. 5797-5802.

135. Fejer B.G., Jensen J.W., Kikuchi T., Abdu M.A. and Chau J.L. Equatorial ionospheric electric fields during the November 2004 magnetic storm. // Journal of Geophysical Research, 2007, v. 112, № 10, Article ID A10304, 11 pages.

136. Fejer B.G., Spiro R.W., Wolf R.A., and Foster J.C. Latitudinal variations of penetration electric fields during magnetically disturbed periods: 1986 SUNDIAL observations and model results. // Annales Geophysicae, 1990, v. 8, № 6, p. 441-454.

137. Fejer B.G. The equatorial ionospheric electric fields: A review. J. Atmos. // And Terr. Phys., 1981, v. 43, № 5/6, p. 377-386.

138. Fritts D.C., Abdu M.A., Batista B.R. and other. Overview and summary of the Spread F Experiment (SpreadFEx). // Ann. Geophys., 2009, 27, p. 2141-2155.

139. Grad H. Moment method expansions of Boltzmann's equation. // Pure and Appl. Math. 1949, v. 2, p. 231. (перевод в сб. «Механика». ИЛ, № 4, 1952).

140. Gross E.P, Кгоок M. Model for Collision Processes in Gases: Small-Amplitude Oscillations of Charged Two-Component Systems. // Phys. Rev. 1956, 102, 593.

141. Haerendel C., Bauer O.H., Cakir S. et al. Active experiments in spase. // Symposium at Alplach. 1983. p. 295.

142. Haldoupis C. A review on radio studies of auroral E-region ionospheric irregularities. // Annales Geophysicae, 1989, v. 7, p. 239-258.

143. Hanson W.B., Bamgboye D.K. The Measured Motions Inside Equatorial Plasma Bubbles. // J. Geophys. Res., 1984, v. 89, p. 8997.

144. Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. // J. Comput. Phys., 1997, v. 135, p. 260-278.

145. Hedin A.E., Reber C.A., Newton G.P. et al. A global thermospheric model based on mass spectrometer and incoherent scatter data MSIS 2. Composition. // J. Geophys. Res., 1977, v. 82, № A1, p. 2148-2156.

146. Hedin A.E., Salah J.E., Evans J.V. et al. A global thermospheric model based on mass spectrometer and incoherent scatter data MSIS 1. N2 density and temperature. // J. Geophys. Res., 1977, v. 82, № A1, p. 2139-2147.

147. Herrero F.A., Mayr H.G., Spencer N.W. and Hedin A.E. Interaction of zonal winds with the equatorial midnight pressure bulge in the Earth's thermosphere: Check of momentum balance. // J. Geophys. Res. Lett., 1985, 12, p. 491-494.

148. Hocke K. and Schlegel K. A review of atmospheric gravity waves and traveling ionospheric disturbances: 1982-1995. // Annales Geophysicae, 1996, v. 14, № 5, p. 917-940.

149. Huang C.S. Continuous penetration of the interplanetary electric field to the equatorial ionosphere over eight hours during intense geomagnetic storms. // Journal of Geophysical Research, 2008, v. 113, № 11, A11305, 10 pages.

150. Huang C.Y., Burke W.J., Machuzak J.S., Gentile L.C. and Sultan P.J. DMSP observations of equatorial plasma bubbles in the topside ionosphere near solar maximum. // Journal of Geophysical Research, 2001, v. 106, N 5, p. 8131-8142.

151. Huang C.Y, Burke W.J., Machuzak J.S., Gentile L.C. and Sultan P.J. Equatorial plasma bubbles observed by DMSP satellites during a full solar cycle: toward a global climatology. // Journal of Geophysical Research, 2002, v. 107, № 12, Article ID 1434, 10 pages.

152. Huang C.S. and Kelley M. C. Nonlinear evolution of equatorial spread F: 1. On the role of plasma instabilities and spatial resonance associated with gravity wave seeding. // Journal of Geophysical Research, 1996, v. 101, N 1, p. 283-292.

153. Huang C.S. and Kelley M.C. Nonlinear evolution of equatorial spread F: 2. Gravity wave seeding of Rayleigh-Taylor instability. // Journal of Geophysical Research, 1996, v. 101, № 1, p. 293-302.

154. Huang C.S. and Kelley M.C. Nonlinear evolution of equatorial spread F: 4. Gravity waves, velocity shear and day-to-day variability. // J. Geophys. Res., 1996, 101, p. 24521-24532.

155. Huang C.S., Kelley M.C. and Hysell D.L. Nonlinear Rayleigh-Taylor instabilities, atmospheric gravity waves, and equatorial spread F. // J. Geophys. Res., 1993, 98, p. 15631-15642.

156. Huang C.S., Sazykin S., Chau J.L., Maruyama N. and Kelley M.C. Penetration electric fields: efficiency and characteristic time scale. // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, 2007, v. 69, № 10-11, p. 1135-1146.

157. Huang Chao-Song. Occurrence of Equatorial Plasma Bubbles during Intense Magnetic Storms. // International Journal of Geophysics Volume, 2011, Article ID 401858, 10 pages.

158. Huang C.S., Rich F.J. and Burke W.J. Storm time electric fields in the equatorial ionosphere observed near the dusk meridian. // Journal of Geophysical Research, 2010, v. 115, № 8, Article ID A08313, 14 pages.

159. Huba J.D, Krall J., and Joyce G. Atomic and molecular ion dynamics during equatorial spread F. // Geophysical Research Letters, 2009, v. 36, № 10, Article ID L10106, 6 pages.

160. Huba J.D., Joyce G., Sazykin S., Wolf R. and Spiro R. Simulation study of penetration electric field effects on the low- to mid-latitude ionosphere. // Geophysical Research Letters, 2005, v. 32, № 23, Article ID L23101, 4 pages.

161. Huba J.D., Joyce G. and Krall J. Three-dimensional equatorial spread F modeling. // Geophys. Res. Lett., 2008, 35, p. L10102.

162. Huba J.D., Ossakow S.L., Joyce G., Krall J. and England S.L. Three-dimensional equatorial spread F modeling: zonal neutral wind effects. // Geophysical Research Letters, 2009, v. 36, № 19, Article ID L19106, 5 pages.

163. Hunson W.B., Bamgboye D.K. The measured motions inside equatorial plasma bubbles. // J. Geophys. Res., 1984, v. 89, № A10, p. 8997-9008.

164. Kil Hyosub, Heelis Roderick A., Paxton Larry J. and Oh Seung Jun. Formation of a plasma depletion shell in the equatorial ionosphere. // Journal of Geophysical Research, 2009, vol. 114, No. 11, A11302.

165. Hysell D.L., Kudeki E., Chau J.L. Possible ionospheric preconditioning by shear flow leading to equatorial spread F. // Annales Geophysicae, 2005, 23, p. 2647-2655.

166. Hysell D.L., Kelley M.C., Swartz W.E. and Woodman R.F. Seeding and layering of equatorial spread F by gravity waves. // J. Geophys. Res., 1990, 95, p. 17253-17260.

167. Iserles A. Generalized Leapfrog Methods. // IMA Journal of Numerical Analysis, 1986, 6(3), p. 381-392.

168. Karasawa Y., Yasukawa K. and Yamada M. Ionospheric scintillation measurements at 1.5 GHz in mid-latitude region. // Radio Sci., 1985, v.20, № 3, p. 643-651.

169. Kelley M.C., Fejer B.G. and Gonzales. C.A. Anexplanation for anomalous equatorial ionospheric electric field associated with a northward turning of the interplanetary magnetic field. // Geophysical Research Letters, 1979, v. 6, № 4, p. 301-304.

170. Kelley M.C., McClure J.P. Equatorial spread-F: a review of recent experimental results. // J. of Atm. and Terr. Phys., 1981, v. 43, № 5/6, p. 427-435.

171. Kelley M.C. and J. Retterer. First successful prediction of a convective equatorial ionospheric storm using solar wind parameters. // Space Weather, 2008, v. 6, № 8, Article ID S08003, 4 pages.

172. Krall J., Huba J. D., Joyce G., Zalesak S. T. Three-dimensional simulation of equatorial spread-F with meridional wind effects. // Ann. Geophys., 2009, 27, p. 1821–1830.

173. Kelley M.C., Larsen M.F., LaHoz C, McClure J.P. Gravity wave initiation of equatorial spread-F: a case study. // J. Geophys. Res., 1981, v. 86, № 11, p. 9087-9100.

174. Kelley M.C., Makela J.J., Chau J.L. and Nicolls M.J. Penetration of the solar wind electric field into the magnetosphere/ionosphere system. // Geophysical Research Letters, 2003, v. 30, № 4, Article ID 1158, 3 pages.

175. Kelley M.C., LaBelle J. and Kudeki E. The Condor equatorial spread F campaign: Overview of the results of large scale measurements. // J. Geophys. Res., 1986, 91, p. 5487-5503.

176. Keskinen M.J., Ossakow S.L., Fejer B.G. and Emmert J. Evolution of equatorial ionospheric bubbles during a large auroral electrojet index increase in the recovery phase of amagneticstorm. // Journal of Geophysical Research, 2006, v. 111, № 2, Article ID A02303, 5 pages.

177. Keskinen M.J., Ossakow S.L., and Fejer B.G. Threedimensional nonlinear evolution of equatorial ionospheric spread-F bubbles. // Geophysical Research Letters, 2003, v. 30, № 16, Article ID 1855, 4 pages.

178. Kherani E. Alam, Abdu1 M.A., de Paula E.R., Fritts D.C., Sobral J.H.A., and de Meneses Jr F. C. The impact of gravity waves rising from convection in the lower atmosphere on the generation and nonlinear evolution of equatorial bubble. // Ann. Geophys., 2009, 27, p. 1657–1668.

179. Kikuchi T., Luhr H., Kitamura T., Saka O. and Schlegel K. Direct penetration of the polar electric field to the equator during a DP 2 event as detected by the auroral and equatorial magnetometer chains and the EISCAT radar. // Journal of Geophysical Research, 1996, v. 101, № 8, p. 17,161-17,173.

180. Kikuchi T., Hashimoto K.K. and Nozaki K. Penetration of magnetospheric electric fields to the equator during a geomagnetic storm. // Journal of Geophysical Research, 2008, v. 113, № 6, Article ID A06214, 10 pages.

181. Kil H., Oh S.J., Paxton L.J., Zhang Y., Su S.Y. and Min K.W. Spike-like change of the vertical E×B drift in the equatorial region during very large geomagnetic storms. // Geophysical Research Letters, 2007, v. 34, № 9, Article ID L09103, 4 pages.

182. Klostermeyer J. Nonlinear investigation of the spatial resonance effect in the nighttime equatorial F region. // J. Geophys. Res., 1978, v. A83, p. 3753.

183. Krall J., Huba J.D., Joyce G. and Yokoyama T. Density enhancements associated with equatorial spread F. // Annales Geophysical, 2010, v. 28, № 2, p. 327-337.

184. Krall J., Huba J.D., Ossakow S.L. and Joyce G. Why do equatorial ionospheric bubbles stop rising. // Geophysical Research Letters, 2010, v. 37, № 9, Article ID L09105, 4 pages.

185. Landau L.D. Theory of sound dispersion. // Phys. Z. USSR, 1936, 10, 34.

186. Li G., Ning B., Liu L., Wan W. and Liu J.Y. Effect of magnetic activity on plasma bubbles over equatorial and low-latitude regions in East Asia. // Ann. Geophys., 2009, 27, p. 303-312.

187. Makela J.J., Vadas S.L., Muryanto R., Duly T., Crowley G. Periodic spacing between consecutive equatorial plasma bubbles. // Geophysical Research Letters, 2010, v. 37, L14103, 5 pages.

188. Malcolm R., Miles C. Tinsley B.A. Tinsley, Field aligned observations of transequatorial bubles from Rarotonga in 1969-70. // J. Geophys. Res. Lett., 1984, v. 82, p. 665-668.

189. Maruyama. N., Richmond A.D., Fuller-Rowell T.J. et al. Interaction between direct penetration and disturbance dynamo electric fields in the storm-time equatorial ionosphere. // Geophysical Research Letters, 2005, v. 32, № 17, Article ID L17105, 4 pages.

190. Matsievsky S.V., Kaschenko N.M., Nikitin M.A. Dinamics of ionospheric bubbles: numerical researches loquium on Low-Latitude. Cospar Colloquium on Ionospheric Physics. Taipet, Nov. 9-12, 1993. Abstract Institute of Space Science, National Central University p. 179-182.

191. Matsievsky S.V., Kaschenko N.M., Nikitin M.A. Geomagnetical ispection and longitudional dependences of Rayleigh-Taylor instability Low-Latitude (RTI) linear increment. Cospar Colloquium on Ionospheric Physics. Taipet, Nov. 9-12, 1993. Abstract Institute of Space Science, National Central University p.183-187.

192. McClure J.P., Singh S., Bamgboye D.K., Johnson F.S. and Kil H. Occurrence of equatorial Fregion irregularities: Evidence for tropospheric seeding. // J. Geophys. Res., 1998, 103, p. 29119-29135.

193. Narcisi R.S., Szuszczewicz E.P. Direct measurements of electron density, temperature and ion composition in an equatorial spread – F ionosphere. // J. Atmos Terr Phys., 1984, v. 43, № 516, p. 463-471.

194. Nishida A. Coherence of geomagnetic DP2 fluctuations with interplanetary magnetic variations. // Journal of Geophysical Research, 1968, v. 73, № 17, p. 5549-5559.

195. Ogawa T., Ostuka Y., Shiokawa K., Saito A. and Nishioka M. Ionospheric disturbances over Indonesia and their possible association with atmospheric gravity waves from the troposphere. // J. Meteorological Society of Japan, 2006, 84A, p. 327-342.

196. Ossakow S.L., Chaturvedi P.K. Morphological studies of rising equatorial spread F bubbles. // Journal of Geophysical Research, 1978, v. 83, № 5, p. 2085-2090.

197. Ossakow S.L., Zalesak S.T., McDonald B.E., Chatuverdi P.K. Nonlinear Equatorial Spread F: Dependence on Altitude of the F Peak and Bottom Side Background Electron Density Gradient Scale Length. // J. Geophys. Res., 1979, v. 84, № 1, p. 17-24.

198. Oya H., Takahashi T. and Watanabe S. Observation of low latitude ionosphere by the impedance probe on board the Hinotori satellite. // J. Geomagn. Geoelectr., 1986, 38, p. 111-123.

199. Palmroth M., Laakso H., Fejer B.G. and Pfaff R.F. DE 2 observations of morningside and eveningside plasma density depletions in the equatorial ionosphere. // Journal of Geophysical Research, 2000, v. 105, № A8, Article ID 1999JA005090, p. 18,429-18,442.

200. Patel K. and Singh A.K. Characteristic of plasma bubbles observed by DMSP in the topside ionosphere during the year 2005. // J. Earth. Syst. Sci., 2010, 119, № 2, p. 211-220.

201. Pulinets S.A., Boyarchuk K.A., Hegai V.V., Kim V.P., Lomonosov A.M. Quasielectrostatic Model of Atmosphere-Thermosphere-Ionosphere Coupling. // Advances Space Research, 2000, v. 26, № 8, p. 1209-1218.

202. Pulinets S.A., Alekseev V.A., Legen'ka A.D., Hegai V.V. Radon and Metallic Aerosols Emanation Before Strong Earthquakes and Their Role in Atmosphere and Ionosphere Modification. // Advances Space Research, 1997, v. 20, № 11, p. 2173-2176.

203. Pulinets S.A. et al. Seismic activity as a source of the ionospheric variability. // Advances Space Research, 1998, v. 22, № 6, p. 903-906.

204. Rastogi R.G., Mullen J.P. and MacKenzie E. Effect of geomagnetic activity on equatorial radio VHF scintillations and spread F. // Journal of Geophysical Research, 1981, v. 86, № 5, p. 3661-3664.

205. Retterer J.M. Forecasting low-latitude radio scintillation with 3-D ionospheric plume models: 1. Plume model. // Journal of Geophysical Research, 2010, v. 115, № 3, Article ID A03306, 18 pages.

206. Retterer J.M. Forecasting low-latitude radio scintillation with 3-D ionospheric plume models: 2. Scintillation calculation. // Journal of Geophysical Research, 2010, v. 115, № 3, Article ID A03307, 10 pages.

207. Rottger J. Drifting patches of equatorial spread-F irregularities - experimental support for the spatial resonance mechanism in the ionosphere. // J. Atmos. and Terr. Fhys., 1978, v. 40,  $N_{2}$  10/11, p. 1103-1112.

208. Rottger J. Equatorial spread F by electric fields and atmospheric gravity waves generated by thunderstorms. // J. Atmos. Terr. Phys., 1981, 43, p. 453-462.

209. Sazonov S.V. Nonlinear electromagnetic regime of the Rayleigh – Taylor instability in the equatorial ionosphere, accounting for ion inertia. // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, 1993, 55(1), p. 79-87.

210. Scannapieco A.J. and Ossakow S.L. Nonlinear spread-F. // Geophysical Research Letters, vol. 3, no. 8, pp. 451–454, 1976.183. Schunk R.W., Nagy A.F. Electron temperatures in the F-region of ionosphere: Theory and observations. // Rev. Geoph. Res., 1978, v. 16, № 2, p. 355-399.

211. Singh S., Johnson F.S., and Power R.A. Gravity wave seeding of equatorial plasma bubbles. // J. Geophys. Res., 1997, 102, p. 7399-7410.

212. Singh S., Bamgboye D.K., McClure J.P. and Johnson F.S. Morphology of equatorial plasma bubbles. // Journal of Geophysical Research, 1997, v. 102, № 9, Article ID 97JA01724, p. 20019-20029.

213. Sultan P.J. Linear theory and modeling of the Rayleigh-Taylor instability leading to the occurrence of equatorial spread F. // J. Geophys. Res., 1996, 101, p. 26,875-26,891.

214. Tadanori Ondoh. Seismo-ionospheric phenomena. // Advances in Space Research, 2000, v. 26(8), p. 1267-1272.

215. Toro E.F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics. Berlin: Springer-Verlag, 1999.

216. Tsunoda R.T. On the Generation and Growth of Equatorial Backscatter Plumes 2. Structuring of the West Walls of Upwellings. // J. Geophys. Res., 1983, v. 88, p. 4869-4874.

217. Van Leer B. Upwind and high-resolution methods for compressible flow: from donor cell to residual-distribution schemes. // Commun. Comput. Phys., 2006, 1, № 2, p. 192-206.

218. Watanabe S. and Oya H. Occurrence characteristics of low latitude ionosphere irregularities observed by impedance probe on board the Hinotori satellite. // Journal of Geomagnetism & Geoelectricity, 1986, v. 38,  $N^{\circ}$  1, p. 125-149.
219. Woodman R.F. and La Hoz C. Radar observations of F-region equatorial irregularities. // Journal of Geophysical Research, 1976, v. 81, № 31, p. 5447-5466.

220. Yama K.L., Schlegel K., Watanabe S. Temperature structure of plasma bubbles in the low latitude ionosphere around 600 km altitude. // Planet. Space Sci., 1988, v. 36, № 6, p. 553-567.

221. Zakharov V.E., Kaschenko N.M. A Study of the Coupling Between Ionospheric Circulation Disturbed By Magnetic Storm (Тезисы) Proceedings of the 27th Annual Seminar Physics of Auroral Phenomena. Apatity, 2-5 March 2004, p. 21-24.

222. Zakharov V.E., Kaschenko N.M., Khudenko E.V. Coupling Between the Ionospheric Convection and the Thermospheric Circulation Disturbed by Magnetic Storms. in PROBLEMS OF GEOSPACE 2. Proceedings of the 2nd International Workshop held at St. Petersburg, Russia, June 29 - July 3, 1998 p. 231-236.

223. Zakharov V.E., Kaschenko N.M. Numerical integration of the elliptic type equations with the mixed boundary conditions. Избранные вопросы современной математики. Калининград. Издательство Калининградского государственного университета, 2005, с. 104-105.

224. Zalesak S.T., Ossakow S.L. and Chaturvedi P.K. Nonlinear equatorial spread-F: the effect of neutral winds and background Pedersen conductivity. Journal of Geophysical Research, 1982, v. 87, № 1, p. 151-166.

## Приложение А. Константы химических реакций

Константы химических реакций, приведенные в этом приложении взяты из работ [2; 12; 27; 36; 67; 90].

Первая группа – обменные реакции и их константы для частиц, обычно присутствующих в Е- и F- слоях экваториальной ионосферы (размерность констант см<sup>3</sup>с<sup>-1</sup>):

 $O^+ + N_2 \rightarrow N + NO^+$   $\gamma_1 = 5.1 \cdot 10^{-13} + (T_n/300 - 3.44)^2 \cdot 8.6 \cdot 10^{-14}$  $O^{+} + N_{2} \rightarrow N_{2}^{+} + O \qquad \qquad \gamma_{2} = \begin{cases} 4.9 \cdot 10^{-13} \frac{750}{T_{n}}, & T_{n} \le 750\\ (T_{n}/750)^{2}, & T_{n} \ge 750 \end{cases}$  $O^+ + N_2 \rightarrow NO^+ + N$   $\gamma_3 = 3 \cdot 10^{-12} \exp(-T/321)$  $O^+ + O_2 \rightarrow O_2^+ + O$   $\gamma_4 = 2 \cdot 10^{-11} (300/T_n)^{0.4}$  $O^+ + NO \rightarrow NO^+ + O \qquad \qquad \gamma_5 = \gamma_1$  $O^+ + H \rightarrow H^+ + O$   $\gamma_6 = 3.8 \cdot 10^{-10} (T_i/300)^{0.5}$  $O^{+} + H_{2} \rightarrow OH^{+} + O \qquad \qquad \gamma_{7} = 2 \cdot 10^{-9}$  $O^+ + H_2 O \rightarrow H_2 O^+ + O \qquad \gamma_8 = 2.4 \cdot 10^{-9}$  $O^+ + CO_2 \rightarrow O_2^+ + CO$   $\gamma_9 = 1.2 \cdot 10^{-9}$  $O_2^+ + NO \rightarrow NO^+ + O_2$   $\gamma_{10} = 4.4 \cdot 10^{-10}$  $O_2^+ + N_2 \rightarrow NO^+ + NO \qquad \gamma_{11} = 1.0 \cdot 10^{-17}$  $N_2^+ + O_2 \rightarrow NO^+ + NO$   $\gamma_{12} = 3.0 \cdot 10^{-14}$  $N_2^+ + O_2 \rightarrow O_2^+ + N_2$   $\gamma_{13} = 6 \cdot 10^{-11} (300/T_n)^{0.5}$  $N_2^+ + O \rightarrow NO^+ + N$   $\gamma_{14} = 1.4 \cdot 10^{-10} (300/T_n)^{0.44}$  $N_2^+ + O \rightarrow O^+ + N_2$   $\gamma_{15} = 10^{-12} (300/T_n)^{0.23}$  $N_2^+ + NO \rightarrow NO^+ + N_2$   $\gamma_{16} = 3.3 \cdot 10^{-10}$  $N^+ + O_2 \rightarrow O_2^+ + N$   $\gamma_{17} = 6 \cdot 10^{-10}$  $N^{+} + O_2 \rightarrow NO^{+} + O$   $\gamma_{18} = 2 \cdot 10^{-10}$  $H^+ + O \rightarrow O^+ + H$   $\gamma_{10} = 2.5 \cdot 10^{-11} \sqrt{T_n}$ 

В этих формулах  $T_n$  – температура нейтральных частиц,  $T_i$  – температура ионов, T – среднемассовая температура частиц плазмы.

Вторая группа – константы реакций рекомбинационного типа для положительно заряженных ионов обычно присутствующих в Е- и F- слоях экваториальной ионосферы и электронов (размерность констант см<sup>3</sup>c<sup>-1</sup>):

$O^+ + e^- \rightarrow O$	$\alpha_1 = 4.4 \cdot 10^{-12} (300/T_e)^{0.7}$
$H^+ + e^- \rightarrow H$	$\alpha_2 = 10^{-12}$
$O_2^+ + e^- \to O + O$	$\alpha_3 = 2.2 \cdot 10^{-7} (300/T_e)^{0.8}$
$N_2^+ + e^- \rightarrow N + N$	$\alpha_4 = 1.8 \cdot 10^{-7} (300/T_e)^{0.39}$
$NO^+ + e^- \rightarrow N + O$	$\alpha_5 = 4.2 \cdot 10^{-7} (300/T_e)^{0.85}$
$OH^+ + e^- \rightarrow O^* + H$	$\alpha_6 = 10^{-7}$
$H_2O^+ + e^- \rightarrow OH^* + H$	$\alpha_7 = 3 \cdot 10^{-7}$

В этих формулах *T<sub>e</sub>* – температура электронного газа.

Третья группа – константы реакций с искусственно вносимыми в ионосферу частицами (размерность констант см<sup>3</sup>с<sup>-1</sup>):

$e^- + Ni(CO)_4 \rightarrow Ni(CO)_3^- + CO,$	$\alpha = 1 \cdot 10^{-7}$
$Ni(CO)_3^{-1} + O^+ \rightarrow Ni(CO)_3 + O,$	$k = 4 \cdot 10^{-8}$
$SF_5^+ + SF_5^- \rightarrow 2SF_5,$	$k = 4 \cdot 10^{-8}$
$SF_5^+ + e^- \rightarrow SF_5$	$\alpha = 4 \cdot 10^{-8}$
$SF_5^- + O^+ \longrightarrow SF_5 + O$	$k \approx 10^{-8}$

## Приложение Б. Частоты столкновений.

Частоты столкновений, общие формулы брались из работ [15; 27; 37] (размерность частот столкновений с<sup>-1</sup>, концентрации сталкивающихся частиц имеют размерность см<sup>-3</sup>). Для частот столкновений используются два варианта обозначений, связанные соотношениями:

$$\mu_{nk}\widetilde{\nu}_{nk} = m_n \nu_{nk}, \quad \widetilde{\nu}_{nk} n_n = \widetilde{\nu}_{kn} n_k$$

Частоты столкновений электронов с нейтральными частицами (размерность сечений см<sup>2</sup>):

$$v_{en} = \widetilde{v}_{en} = \frac{4}{3} n_n \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} \sigma_{en}$$

Частоты столкновений электронов с ионами:

$$v_{ei} = \widetilde{v}_{ei} = 54n_i T_e^{-3/2} \left( c^{-1} \right)$$

Частоты столкновений между ионами:

$$\widetilde{\nu}_{ij} = \frac{1.3}{\sqrt{\mu_{Aij}}} n_j T_i^{-3/2},$$

где  $\mu_{Aij}$  – приведенная масса, выраженная в атомных единицах массы.

Частоты столкновений между нейтральными частицами (размерность сечений см<sup>2</sup>):

$$\widetilde{\nu}_{nl} = \frac{4}{3} n_l \sigma_{nl} \left( \frac{8k}{\pi} \left( \frac{T_n}{m_n} + \frac{T_l}{m_l} \right) \right)^{1/2},$$

где  $\sigma_{nl} = \pi \left(\frac{d_n + d_l}{2}\right)^2$ ,  $d_n$ ,  $d_l$  - эффективные диаметры сталкивающихся частиц.

При равенстве температур нейтральных частиц эта формула примет вид:

$$\tilde{v}_{nl} = 1.52 \cdot 10^{-12} n_l (d_n + d_l)^2 \sqrt{T_n (\frac{1}{m_n} + \frac{1}{m_l})^2}$$

Эффективные диаметры частиц в этих формулах приведены в таблице 1.

Таблица 1. Эффективные диаметры нейтральных частиц

Вид частицы	<b>O</b> <sub>2</sub>	NO	N <sub>2</sub>	0	Η	He	Ar
$d_n, \stackrel{\scriptscriptstyle 0}{A}$	3.6	3.6	3.6	2	2	2.6	3.0

Частоты столкновений нейтральных частиц с ионами имеют вид:

$$\widetilde{\nu}_{ni} = 2.6 \cdot 10^{-9} n_i \sqrt{\frac{\alpha_n}{\mu_{Ani}}} ,$$

где коэффициенты α<sub>n</sub> приведены в таблице 2.

Для пар  $O - O^+$ ,  $H - H^+$ , ... частоты столкновений вычисляются по формуле:

$$\widetilde{V}_{ni} = K_{ni} n_i \sqrt{T_i + T_n} ,$$

справедливой при  $T_i$ ,  $T_n \approx 1000$ , а коэффициенты  $K_{ni}$  приведены в таблице 2.

Таблица 2. Коэффициенты  $\alpha_n$  и  $K_{ni}$ .

n	O <sub>2</sub>	NO	$N_2$	0	Н	He	Ar	N	H <sub>2</sub>
$\alpha_n$	1.59	1.74	1.76	0.79	0.67	0.21		1.1	0.82
$10^{11}K(n,n+)$	2.2	3.4	4.6	3.4	21.0	6.3	1.0		

Для пар  $H - O^+$ ,  $O - H^+$  частоты столкновений вычисляются по формулам:

$$\widetilde{\nu}(H,O^+) = 5 \cdot 10^{-11} n (O^+) \sqrt{T_n};$$
  
$$\widetilde{\nu}(O,H^+) = 4.4 \cdot 10^{-11} n (H^+) \sqrt{T_i}$$

Сечения столкновений и частоты столкновений электронов с нейтральными частицами приведены в таблице 3.

Таблица 3. Сечения столкновений и частоты столкновений

электронов с нейтральными частицами.

n	$\sigma_{en}\left(cM^{2} ight)$	$\frac{\widetilde{V}_{en}}{n_n\sqrt{T_e}}$
N <sub>2</sub>	$10^{-17} (2.82 - 3.41 \cdot 10^{-4} T_e) \sqrt{T_e}$	$1.78 \cdot 10^{-10} \left( 1 + 0.083 \sqrt{T_e} \right)$
<b>O</b> <sub>2</sub>	$2.2 \cdot 10^{-16} \left( 1 + 0.036 \sqrt{T_e} \right)$	$1.81 \cdot 10^{-10} \left( 1 + 0.036 \sqrt{T_e} \right)$

0	10 <sup>-15</sup>	$8.28 \cdot 10^{-10}$
Н	$10^{-17} (54.7 - 0.00745T_e)$	$5.71 \cdot 10^{-9} \left(1 + 0.0146 \sqrt{T_e}\right)^{-1}$
He	$5.6 \cdot 10^{-16}$	$4.64 \cdot 10^{-10}$

Эмпирические выражения для частот столкновений заряженных частиц с нейтральными:

$$v(e, N_2) = 2.33 \cdot 10^{-11} (1 - 0.000121T_e) T_e n(N_2)$$

$$v(e, O_2) = 1.82 \cdot 10^{-10} (1 + 0.036T_e^{-1/2}) T_e^{-1/2} n(O_2)$$

$$v(e, O) = 8.9 \cdot 10^{-11} (1 + 0.00057T_e) T_e^{-1/2} n(O)$$

$$v(O^+, O_2) = 6.6 \cdot 10^{-10} n(O_2)$$

$$v(O^+, O_2) = 6.9 \cdot 10^{-10} n(N_2)$$

$$v(O^+, O) = 1.6 \cdot 10^{-11} (T_i + T_n)^{1/2} n(O)$$

$$v(O_2^+, O_2) = 1.85 \cdot 10^{-11} (T_i + T_n)^{1/2} n(O_2)$$

$$v(O_2^+, N_2) = 8.9 \cdot 10^{-10} n(N_2)$$

$$v(O_2^+, O_2) = 8.3 \cdot 10^{-10} n(O_2)$$

$$v(N_2^+, O_2) = 8.3 \cdot 10^{-10} n(O_2)$$

$$v(N_2^+, O_2) = 3.67 \cdot 10^{-11} (T_i + T_n)^{1/2} n(N_2)$$

$$v(N_2^+, O) = 7.6 \cdot 10^{-10} n(O)$$

$$v(NO^+, O) = 4.27 \cdot 10^{-10} n(O_2)$$

$$v(NO^+, O_2) = 4.34 \cdot 10^{-10} n(N_2)$$

В таблице 4 приведены усредненные для условий средних уровней солнечной активности и низких уровней геомагнитной активности высотные зависимости эффективных частот соударений электронов и ионов, гирочастот и степени замагниченности.

Таблица 4. Эффективные частоты соударений электронов и ионов, гирочастоты и степень замагниченности.

<i>z</i> , КМ	$v_{ei}$ , $c^{-1}$	$v_{en}$ , $c^{-1}$	$v_{in}$ , $c^{-1}$	$\Omega_{ m e}$ , ${ m c}^{-1}$	$\Omega_{ m I}$ , c <sup>-1</sup>	$\beta_e$	$\beta_i$
100	840	48000	730	10 <sup>7</sup>	180	$2 \cdot 10^2$	0.25
120	580	6200	680	10 <sup>7</sup>	190	$1.5 \cdot 10^3$	0.3
150	480	910	60	107	250	$1.1 \cdot 10^4$	4.2

200	440	150	6	10 <sup>7</sup>	300	$6 \cdot 10^4$	50
250	650	47	2	107	350	$2 \cdot 10^5$	175
300	810	18	0.7	107	350	$6 \cdot 10^5$	500
400	590	3.5	0.2	107	350	$3 \cdot 10^{7}$	1700
500	300	0.9	0.05	107	350	$1 \cdot 10^{7}$	7000

На рис. 2 приведена усредненная зависимость коэффициента продольной диффузии ионов от высоты на магнитном экваторе для условий равноденствия и уровня солнечной активности F<sub>10.7</sub> = 150.



Рис. 2. Зависимость коэффициента продольной диффузии от высоты на магнитном экваторе для условий равноденствия и уровня солнечной активности F<sub>10.7</sub> = 150

## Приложение В. Модели разлета инжектируемых нейтральных частиц

В моделях разлета инжектируемых нейтральных частиц используется коэффициент диффузии. Коэффициент диффузии молекул H<sub>2</sub>O на высотах F-области можно задать следующим образом [108; 117]:

$$D^{-1} = \frac{1}{T_i} \left( \frac{O_2}{\gamma_{O_2}} + \frac{N_2}{\gamma_{N_2}} + \frac{O}{\gamma_O} \right) \left( \frac{M^2}{c} \right)^{-1},$$

где коэффициенты заданы таблицей 5.

Таблица 5. Параметры коэффициента диффузии H<sub>2</sub>O.

компонента	O <sub>2</sub>	$N_2$	0
$\gamma \left( K^{-1} \mathcal{M} \cdot \mathcal{C} \right)$	$7.6 \cdot 10^{13}$	$7.4 \cdot 10^{13}$	$1.25 \cdot 10^{14}$

Эмпирический вид функций M(t, x, y, z), описывающих разлет инжектируемых частиц в локальной декартовой системе координат (x, y, z) задается в виде [108; 117]:

$$M(t, x, y, z) \approx \frac{M_0}{(4\pi Dt)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}{4Dt} - \gamma_M t\right)$$

Здесь  $\gamma_M$  – скорость потерь частиц,  $M_0$  – число инжектированных частиц, M(t, x, y, z) – распределение концентрации инжектированных частиц,  $(x_0, y_0, z_0)$  – координаты точки инжекции. При малых временных интервалах потери можно не учитывать и тогда справедливо приближение:

$$M(t,s) \approx \frac{M_0}{\left(4\pi Dt\right)^{3/2}} \exp\left(-\frac{s^2}{4Dt}\right)$$

Здесь s – расстояние от точки инжекции.

Для получения этих формул в работе [117] разлет инжектируемых частиц разбивается на два временных этапа. На первой стадии используется гидродинамическое приближение, а на второй используется модель разлета нейтральных частиц примеси в диффузионном приближении:

$$\frac{\partial M}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left( D \left( \frac{\partial M}{\partial z} + \frac{M}{H_i} \right) \right) - D \left( \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2} \right) = -\gamma_M M$$

где  $D = D_0 \exp\left(\frac{z-z_0}{H_{\alpha}}\right)$ . Если обозначим через s расстояние по горизонтали от точки

инжекции, то это уравнение примет вид:

$$\frac{\partial M}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left( D \left( \frac{\partial M}{\partial z} + \frac{M}{H_i} \right) \right) - \frac{D}{s} \frac{\partial}{\partial s} \left( s \frac{\partial M}{\partial s} \right) = -\gamma_M M$$

А его приближенное решение можно записать в виде:

$$M \approx \frac{M_0}{(4\pi D_0 t)^{3/2}} \exp\left(-\frac{s^2 + (z - z_0)^2}{4D_0 t} + o(t, (z - z_0)^2, s^2)\right)$$

Более точное приближение процесса разлета инжектированных частиц задается в виде [117]:

$$M = \frac{M_0}{(4\pi D_0 t)^{3/2}} \exp\left(-\gamma_M t - \frac{H_a^2}{D_0 t} \left(1 - \exp\left(-\frac{z - z_0}{2H_a}\right)\right)^2 - \frac{s^2}{4D_0 t} \exp\left(-\frac{z - z_0}{2H_a}\right) + M_1\right),$$

где 
$$M_1 = -(z - z_0) \left( \frac{3}{4H_a} + \frac{1}{2H_g} \right) - \left( \frac{D_0 t}{4} \left( \frac{1}{H_a} - \frac{1}{H_g} \right)^2 \exp\left( \frac{z - z_0}{2H_a} \right) \right), H_a$$
 – масштаб высот

нейтралов,  $H_{\rm g}$  – масштаб высот инжектированных частиц M.