



УТВЕРЖДАЮ:

Директор ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

член-корреспондент РАН

А.И. Аптекарев

20 23 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

федерального государственного учреждения
«Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша
Российской академии наук».

Диссертация «Метод итераций Фейнмана-Чернова аппроксимации полугрупп» выполнена в Федеральном государственном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук».

В период подготовки диссертации соискатель Кальметьев Рустем Шайнурович работал в Федеральном государственном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук» в должности младшего научного сотрудника.

В 2012 году окончил магистратуру федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» по направлению «Прикладные математика и физика». В 2015 году окончил очную аспирантуру федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Справки о сдаче кандидатских экзаменов выданы в 2023 году федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)» и Федеральным государственным учреждением «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук».

Научный руководитель - доктор физико-математических наук, доцент, Орлов Юрий Николаевич работает в федеральном государственном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук» в должности заведующего отделом №6 «Вычислительная физика и кинетические уравнения».

По итогам обсуждения принято следующее заключение:

Тема диссертации является актуальной поскольку посвящена разработке методов аппроксимации эволюционных полугрупп и вычислительных алгоритмов решений эволюционных дифференциальных уравнений с помощью итераций Фейнмана-Чернова для случайных операторнозначных функций. Методы аппроксимации операторных полугрупп сейчас бурно развиваются, и особенный интерес представляют вопросы разработки новых численных методов и моделей, основанных на использовании итераций Фейнмана-Чернова.

Целью диссертации является разработка численных методов построения аппроксимаций решений эволюционных уравнений с помощью усреднения итераций Фейнмана-Чернова для случайных операторнозначных функций.

В диссертации решались следующие **задачи**:

1. Разработка и обоснование сходимости алгоритма численной аппроксимации решений задач Коши для эволюционных уравнений с помощью итераций Фейнмана-Чернова, и в частности разработка эффективного метода аппроксимации решений многомерных уравнений Колмогорова, порождаемых случайными аффинными преобразованиями аргумента.

2. Создание и реализация численного метода моделирования необратимой эволюции квантовых систем на основе усреднения итераций Фейнмана-Чернова.
3. Создание и реализация алгоритма численной аппроксимации операторов сдвига для произвольных коммутационных соотношений.

Основные результаты диссертации:

1. Сформулированы и доказаны достаточные условия сходимости последовательности усреднений итераций Фейнмана-Чернова для случайных аффинных преобразований аргумента к предельной сильно непрерывной полугруппе, разрешающей задачу Коши для соответствующего уравнения Фоккера-Планка.
2. Разработан алгоритм численной аппроксимации решений многомерных уравнений Колмогорова, порождаемых случайными аффинными преобразованиями аргумента.
3. Найдено однопараметрическое семейство операторов рождения и уничтожения, для которых операторнозначная функция сдвига является унитарной и удовлетворяет полугрупповому свойству на прямых, проходящих через начало координат.
4. Разработан и реализован в виде программного комплекса численный метод моделирования необратимой эволюции квантовых систем.

Все результаты диссертации получены лично соискателем.

Научная новизна. Для последовательности усреднений итераций Фейнмана-Чернова случайных операторнозначных функций, порождаемых аффинными преобразованиями аргумента, сформулированы и доказаны достаточные условия сходимости к предельной сильно непрерывной полугруппе. Разработан и реализован в виде программного комплекса алгоритм численной аппроксимации решений задач Коши для эволюционных уравнений с помощью итераций Фейнмана-Чернова. Разработан и реализован в виде программного комплекса

численный метод моделирования необратимой эволюции квантовых систем. Для случая неклассических коммутационных соотношений найдено однопараметрическое семейство операторов рождения и уничтожения, для которых операторнозначная функция сдвига является унитарной и удовлетворяет полугрупповому свойству на прямых, проходящих через начало координат.

Теоретическая ценность и практическая значимость результатов исследования состоят в разработке доказательного способа построения сходящейся последовательности аппроксимаций решений эволюционных уравнений с помощью итераций Фейнмана-Чернова.

Обоснованность и достоверность результатов исследования подтверждаются использованием строгих математических доказательств и рассуждений и апробированных в научной практике методов численного анализа. Верификация разработанного программного комплекса проводилась в том числе с помощью сравнительного анализа результатов расчетов с аналитическими решениями и результатами расчетов с помощью альтернативных численных методов

Материалы диссертации полно представлены в 8 печатных работах: из них 4 - статьи в рецензируемых изданиях, индексируемых в международных базах данных Scopus и Web of Science, 6 - в рекомендованных изданиях перечня ВАК.

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Kalmeteв R.Sh., Orlov Yu.N., Sakbaev V.Zh. Generalized Coherent States Representation // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2021. — Vol. 42, no. 11. — Pp. 2608–2614. (WoS, Scopus, ВАК)
2. Кальметьев Р.Ш., Орлов Ю.Н., Сакбаев В.Ж. Итерации Чернова как метод усреднения случайных аффинных преобразований // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2022. — Т. 62, no 6. — С. 1030–1041. (WoS, Scopus, ВАК)

3. Кальметьев Р.Ш., Орлов Ю.Н., Сакбаев В.Ж. Усреднение случайных аффинных преобразований аргумента функций // Уфимский математический журнал. — 2023. — Т. 15, No 2. — С. 55–64. (WoS, Scopus, ВАК)
4. Kalmeteв R.Sh., Orlov Yu.N., Sakbaev V.Zh. Quantum Decoherence via Chernoff Averages // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2023. — Vol. 44, no. 6. — P. 2044–2050. (WoS, Scopus, ВАК)
5. Кальметьев Р.Ш. Усреднение по Чернову линейных дифференциальных уравнений // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. — 2023. — 12 стр. (ВАК)
6. Кальметьев Р.Ш. Аппроксимация решений многомерного уравнения Колмогорова с помощью итераций Фейнмана-Чернова // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. — 2023. — 15 стр. (ВАК)
7. Кальметьев Р.Ш. Об операторах сдвига для обобщенных когерентных состояний // Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. — 2021. — 61. — С. 51–54.
8. Kalmeteв R.Sh. Quantum decoherence via Chernoff averages // International Online Conference «One-Parameter Semigroups of Operators 2023». — 2023.— Pp. 48-49.

Апробация диссертации. Основные результаты диссертации докладывались на следующих научных конференциях и институтских семинарах:

1. XX Всероссийская молодежная школа-конференция «Лобачевские чтения-2021» (1-4 декабря 2021, Казань);
2. XXI Всероссийская молодежная школа-конференция «Лобачевские чтения-2022» (28 ноября – 1 декабря 2022, Казань);
3. Международная конференция «Теория функций, теория операторов и квантовая теория информации» (18-22 октября 2022, Уфа);
4. International Online Conference One-Parameter Semigroups of Operators (OPSO 2023) (27 February – 3 March 2023);
5. Научный семинар лаборатории БД и ИС ИПМ им. Келдыша РАН (множественно, 2019-2023, Москва);

6. Международная конференция «Теория функций, теория операторов и квантовая теория информации» (1-3 июня 2023, Уфа);
7. Научный семинар "Математическое моделирование" 15 отдела ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (22 июня 2023, Москва).
8. Международная конференция «Математическая физика, динамические системы и бесконечномерный анализ» (5–13 июля 2023, Долгопрудный);
9. Научный семинар «МИАН Квантовая математическая физика» (18 октября 2023, Москва).

Содержание диссертации соответствует специальности 1.1.6. – Вычислительная математика.

Диссертация «Метод итераций Фейнмана-Чернова аппроксимации полугрупп» Кальметьева Рустама Шайнуровича рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.6. - Вычислительная математика.

Заключение принято на расширенном заседании семинара отдела №15 «Математическое моделирование» ИПМ им. М.В. Келдыша РАН под руководством член-корр. РАН, д.ф.-м.н., зав. отделом №15 В.Ф. Тишкина и д.ф.-м.н., г.н.с. А.А. Кулешова.

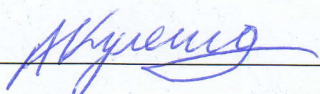
Присутствовало на заседании 15 чел.

Результаты голосования: "за" - 15 чел., "против" - 0 чел., "воздержалось" - 0 чел., протокол N 7 от "22" июня 2023 г.

Член-корр. РАН,
д.ф.-м.н., зав. отделом №15


_____ В.Ф.Тишкин

д.ф.-м.н., г.н.с. отдела №15


_____ А.А. Кулешов