

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию

Кальметьева Рустама Шайнуровича

«Метод итераций Фейнмана-Чернова аппроксимации полугрупп»,

представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 1.1.6. – вычислительная математика.

Диссертационная работа Кальметьева Р.Ш. посвящена изучению и разработке методов аппроксимации полугрупп с помощью усреднения композиций случайных одинаково распределенных операторнозначных функций. В работе доказывается, что при увеличении кратности такие усреднения сходятся к усредняющей сильно непрерывной полугруппе в случае операторнозначных функций, задаваемых аффинными преобразованиями аргумента. Разработанные методы применимы в различных актуальных прикладных задачах, в которых необходимо получать приближенные решения эволюционных уравнений большой размерности. В частности, в диссертации рассматриваются задача моделирования оператора эволюции открытых квантовых систем и задача аппроксимации обобщенного оператора сдвига для произвольных коммутационных соотношений.

Научная новизна. В диссертационной работе разработан алгоритм аппроксимации решений многомерного уравнения Колмогорова с коэффициентами определенного вида при помощи итераций Фейнмана-Чернова. Для рассматриваемых итераций Фейнмана-Чернова доказана равномерная на произвольном временном отрезке сходимости в сильной операторной топологии. Предложен метод моделирования эволюции открытой квантовой системы с помощью усреднения последовательности случайных операторов эволюции

квантового осциллятора. Решена задача аппроксимации обобщенных операторов сдвига для произвольных коммутационных соотношений. Предъявлен пример однопараметрического семейства неканонических коммутационных соотношений с унитарным обобщенным оператором сдвига.

Получения приближенных решений эволюционных уравнений, основанные на применении теоремы Чернова, представляют значительный интерес, однако работ, в которых исследованы численные методы, основанные на получении итераций Чернова, мало, поэтому актуальность диссертационной работы не вызывает сомнений.

Теоретическая и практическая значимость диссертации выражается в развитии методов аппроксимации эволюционных полугрупп: полученные результаты позволяют исследовать решения эволюционных уравнений в больших размерностях и применимы в большом числе прикладных задач классической и квантовой механики. Результаты диссертации могут быть применены для изучения свойств функциональных интегралов по счётно-аддитивным и обобщённым мерам, представляющих решения эволюционных уравнений. Исследования в этом направлении, помимо актуальности для математической физики, полезны для теории функционального интегрирования.

Общая оценка содержания диссертационной работы. Диссертация изложена на 96 страницах и состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, содержащего 110 наименований.

Во введении обоснована актуальность проводимого исследования, сформулированы цели и задачи работы и кратко изложено ее содержание.

Первая глава посвящена изучению усреднений по Чернову аффинных преобразований аргумента функций. Получены достаточные условия сходимости усреднений итераций Фейнмана-Чернова к сильно непрерывной полугруппе.

Во второй главе предложен алгоритм аппроксимации решений многомерного уравнения Колмогорова с коэффициентами определенного вида и приведены результаты численных расчетов.

В третьей главе разработан метод моделирования неунитарной эволюции квантовой системы с помощью усреднения итераций Фейнмана-Чернова последовательности случайных операторов эволюции.

В четвертой главе разработан метод аппроксимации обобщенных операторов сдвига для произвольных коммутационных соотношений. Найден пример однопараметрического семейства неканонических коммутационных соотношений с унитарным обобщенным оператором сдвига.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

Диссертационная работа выполнена на высоком научном уровне и содержит решение сложной и актуальной задачи, связанной с приближенным решением эволюционных уравнений большой размерности.

Обоснованность и достоверность полученных результатов обеспечивается использованием строгих доказательств, а также валидацией и верификацией разработанных численных методов. Результаты диссертации докладывались на ряде международных конференций и опубликованы в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК.

Замечания по работе.

1. В теореме 1.3.1 о сходимости итераций Фейнмана-Чернова для части случайных коэффициентов предполагается ограниченность множества значений (условие A1). Не ясно можно ли обобщить, полученный результат, на случай случайных величин лишь с конечными моментами до некоторого порядка.

2. В диссертации не прояснена разница между итерациями Чернова и итерациями Фейнмана-Чернова, хотя применяются оба типа итераций.

3. В диссертации в основном рассматриваются усреднения по Чернову аффинных преобразований аргумента функций. При этом не ясно какие из полученных результатов могут быть обобщены на другие классы случайных операторнозначных функций.

4. В работе не проведено исследование зависимости скорости сходимости рассматриваемых алгоритмов от выбора аппроксимирующей операторнозначной функции.

5. Работа содержит опечатки (см. стр. 11, 32, 42, 57 и др.). В частности, в нескольких местах вместо ссылки на уравнение (1.52) приводится ссылка на уравнение (3.33).

Приведенные замечания не снижают общей положительной оценки диссертационной работы Кальметьева Р.Ш..

Диссертация «Метод итераций Фейнмана-Чернова аппроксимации полугрупп» отвечает всем требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а ее автор – Кальметьев Рустем Шайнурович - заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.6. – вычислительная математика.

Официальный оппонент:

Лобода Артём Александрович,

к.ф.-м.н., доцент кафедры математического анализа, механико-математический факультет, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени

М.В.Ломоносова», 119991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы, д. 1.

Телефон: +7 (967) 029-97-75. E-mail: orion1312@yandex.ru.

«09» 02 декабря 2024

Лобода Артём Александрович
А.А. Лобода
Лобода Артём Александрович *СА*