

Федеральное государственное бюджетное учреждение
Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»
(НИЦ «Курчатовский институт»)

На правах рукописи



Иоаннисиан Михаил Викторович

**Решение уравнения переноса нейтронов на основе модели трехмерной
многозонной кинетики с применением метода Монте-Карло**

Специальность: 05.13.18

«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
к. ф.-м. н. Быков Вячеслав Парфеньевич

Москва – 2019

Оглавление

Введение	4
Глава 1 Обзор литературы	11
1.1 Кинетика нейтронов в многозонном представлении.....	11
1.1.1 История развития и современное состояние.....	11
1.1.2 Общая постановка и обозначения.....	13
1.1.3 Интегральные уравнения.....	15
1.2 Обзор современных программных средств.....	17
Заключение к главе 1.....	18
Глава 2 Уравнения многозонной кинетики, метод их решения и комплекс программ	20
2.1 Интегральные уравнения для групповой плотности потока.....	20
2.2 Система дифференциальных уравнений нейтронной кинетики.....	21
2.3 Начальные условия.....	24
2.4 Связь с уравнениями Эйвери и приближением точечной кинетики.....	27
2.5 Моделирование нейтронной кинетики.....	28
2.6 Описание модуля REC.....	30
2.7 Верификация алгоритма расчета коэффициентов связи.....	32
2.7.1 Экспериментальные данные.....	32
2.7.2 Модельный вариант активной зоны.....	35
2.7.3 Активная зона КЛТ-40С.....	36
2.8 Алгоритм решения системы дифференциальных уравнений.....	41
2.8.1 Численная схема.....	41
2.8.2 Адаптация численной схемы.....	45
2.8.3 Описание комплекса программ MRNK.....	56
2.8.4 Валидация численной схемы на примере уравнений одноточечной кинетики.....	57
Заключение к главе 2.....	58
Глава 3. Верификация программы MRNK	60
3.1 Тест RPCEU235.....	60
3.2 Серия тестов ВВЭР-ВН, ВВЭР-ВВ и ВВЭР-КР.....	61
3.2.1 Общие характеристики тестовых задач.....	61

3.2.3 Тест ВВЭР-ВН.....	62
3.2.4 Тест ВВЭР-ВВ.....	68
3.2.5 Тест ВВЭР-КР.....	71
3.3 Численное моделирование кинетики активной зоны реактора КЛТ-40С....	77
3.3.1 Начальное критическое состояние.....	78
3.3.2 Перемещение стержней в центральной ТВС.....	79
3.3.3 Перемещение групп стержней.....	83
3.4 Расхождение результатов расчета и сравнение вычислительных затрат.....	88
Заключение к главе 3.....	89
Глава 4 Верификация комплекса MRNK+КЕДР-Д на примере международного численного бенчмарка PWR MOX/UO₂.....	91
4.1 Описание программного комплекса MRNK+КЕДР-Д.....	92
4.2 Численный бенчмарк PWR MOX/UO ₂	96
4.3 Описание модели активной зоны.....	97
4.4 Результаты расчета стационарных состояний.....	100
4.5 Результаты расчета нестационарного процесса.....	104
Заключение к главе 4.....	111
Заключение.....	113
Обозначения и сокращения.....	114
Список литературы.....	115
Приложение А.....	121

Введение

Решение уравнения переноса с пространственно-временной зависимостью представляет сегодня одну из наиболее сложных задач реакторной физики. До настоящего времени полностью эта задача ещё не решена, хотя прилагаются значительные усилия в поиске методов её решения с применением современных вычислительных средств и математических методов.

В связи с развитием вычислительной техники и появлением суперкомпьютеров открылась возможность использовать метод Монте-Карло для моделирования нестационарных нейтронно-физических процессов в реакторах, без применения каких-либо существенных приближений.

Достоинством существующих программ, решающих стационарные задачи и основанных на методе Монте-Карло, является их высокая достоверность – в алгоритме детально описываются физические процессы переноса нейтронов. Также они обладают развитыми средствами для моделирования геометрии и свойств систем любой сложности. Усовершенствование программ этого класса для расчета нестационарных процессов позволяет расширить спектр решаемых реакторных задач, актуальных на сегодняшний день. Сюда входят, например, задачи обоснования безопасности реакторов, их пуска, расчет аварийных режимов, а также расчета процессов в реакторах имеющих нестандартное строение, например, таких как космические ЯЭУ.

В настоящее время в мире стали появляться программы, разработанные как в Европейских институтах (Dynamic Tripoli [1]), так и в России (TDMCC [2,3], КИР [4,5]), решающие задачи прямым моделированием переноса нейтронов на основе метода Монте-Карло. К программе Dynamic TRIPOLI был подключен теплогидравлический модуль и на основе созданного комплекса рассчитан численный бенчмарк NURISP [6].

Всем этим программам присущи требовательность к вычислительным ресурсам и длительное время счета, необходимое для достижения приемлемой точности, даже при расчете на суперкомпьютерах. В настоящее время результаты, полученные на основе этих программ, используются [1,5] в качестве реперных при проведении кросс-верификационных расчетов с программами инженерного класса.

Одной перспективной моделью для решения нестационарного уравнения переноса нейтронов является так называемая модель пространственной (трехмерной)

многозонной кинетики или метод многозонной кинетики. Здесь расчетная область представляется в виде множества взаимосвязанных подобластей (зон), а изменение их характеристик описывается системой дифференциальных уравнений, в которые входят интегральные коэффициенты, определяющиеся с использованием метода Монте-Карло.

Основные положения метода были впервые сформулированы Р. Эйвери в 1958 г. на 2-й Женевской международной конференции по мирному использованию атомной энергии [7] в рамках теории связанных реакторов. На сегодняшний день метод имеет достаточную известность, был теоретически обоснован [8], но успешно применялся для расчета только ограниченного класса задач, в основном, моделирования слабосвязанных систем [9,10]. Следует отметить, применение метода также целесообразно для расчета эффективного коэффициента размножения топливных хранилищ [11], находящихся в подкритическом состоянии.

Важным достоинством метода является достаточно легкая адаптация под современные программы, основанные на методе Монте-Карло. Используемые в методе нейтронно-физические характеристики имеют ясный физический смысл, это исключает аспект трудоемкости в разработке алгоритма вычисления этих характеристик. Точность результатов расчета в методе регулируется подробностью сетки разбиения рассматриваемой системы на подобласти и ограничена только детализацией описываемых процессов переноса нейтронов в программах решения задачи методом Монте-Карло, а за счет аппроксимации процесса на временном интервале решением системы дифференциальных уравнений может быть получен выигрыш в быстродействии по сравнению с прямым методом.

Хотя метод и, на сегодняшний день, позволяет моделировать узкоспециализированный класс задач, использование его в обосновании безопасности как существующих, так и проектируемых реакторов, может существенно повысить их надежность и качество. Несомненно, расчет переходных процессов в реакторах в значительной степени определяется влиянием обратных связей по теплофизическим свойствам материалов. Большинство вопросов, связанных с безопасностью, не обходится без совместного решения нейтронно-физической и теплогидравлической задач.

Все это в достаточной мере обосновывает **актуальность** задачи разработки комплекса программ для моделирования нейтронной кинетики и динамики ядерного реактора.

Цель диссертационной работы

Разработка вычислительных алгоритмов и комплексов программ для решения нестационарных задач реакторной физики на основе математической модели пространственной многозонной кинетики с возможностью вычисления распределения групповой плотности потока нейтронов по выделенным областям и учета обратных связей по теплофизическим свойствам материалов.

Для достижения этой цели решены следующие **задачи**:

1. Выведены уравнения для вычисления распределения групповой плотности потока нейтронов, дополняющие математическую модель многозонной кинетики [12].
2. Построены вычислительные алгоритмы определения обменных коэффициентов, для мгновенных, запаздывающих нейтронов и нейтронов внешнего источника на основе метода Монте-Карло [12-14].
3. Проведена адаптация неявной численной схемы (3,2) метода для решения системы дифференциальных уравнений многозонной кинетики.
4. Алгоритмы и численная схема реализованы в виде комплекса программ для моделирования нестационарных нейтронно-физических процессов на основе двухэтапной методики.
5. Проведена верификация программного комплекса применительно к моделированию нейтронной кинетики активной зоны реактора водо-водяного типа на основе решения численных тестов [15,16] и модельных задач [17,18].
6. Разработана итерационная схема объединения нейтронно-физического программного комплекса с теплогидравлической программой КЕДР-Д, созданной в НИЦ «Курчатовский институт», и проведена ее реализация в виде комплекса программ расчета динамики с учетом обратных связей по теплофизическим свойствам материалов [19].
7. На основе комплекса проведено моделирование динамического процесса [20], предложенного в международном численном бенчмарке PWR MOX/UO₂ core transient benchmark [21].

Методы решения поставленных задач

В процессе решения поставленных задач были использованы методы математического анализа, метод функции Грина, метод Монте-Карло для моделирования случайных процессов, численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений, методы линейной алгебры, а также современные возможности программирования с использованием многопроцессорных вычислительных систем.

Научная новизна результатов работы

В диссертации предложены и обоснованы следующие научные результаты.

Впервые получены уравнения для вычисления групповой плотности потока нейтронов, обеспечивающие в математической модели многозонной кинетики возможность моделирования распределения групповой плотности потока по выделенным областям.

Впервые разработаны и реализованы обобщенные алгоритмы вычисления обменных коэффициентов для запаздывающих нейтронов на основе метода Монте-Карло. Использование в модели этих коэффициентов уточняет результаты моделирования нестационарных процессов.

Проведена адаптация неявной численной схемы (3,2) метода для решения системы дифференциальных уравнений многозонной кинетики. Новая адаптированная схема позволяет эффективно решать задачи с высокой детализацией разбиения системы на подобласти.

Достоверность результатов

Достоверность научных положений и практических результатов, полученных в диссертационной работе, подтверждена используемой строгой математической моделью, проверкой корректности созданных алгоритмов, численных схем на основе опубликованных экспериментальных и расчетных данных, а также сравнением результатов расчета тестовых и модельных задач по разработанным комплексам программ с результатами программ, использующих другие математические модели.

Практическая значимость

Разработаны комплексы программ для моделирования нейтронной кинетики и динамических процессов. На их основе можно определять пространственно-временное изменение нейтронно-физических и теплогидравлических характеристик активных зон реакторов водо-водяного типа. Комплексы открывают возможность решать задачи, связанные с исследованием запуска реакторов, обоснованием их безопасности, расчетом аварийных режимов и переходных процессов. Результаты, полученные на основе комплексов, могут быть использованы в качестве реперных для верификации программ с произвольными методами решения уравнения переноса нейтронов, в том числе и для отладки программ инженерного класса.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Предложена расширенная математическая модель многозонной кинетики с возможностями вычисления групповой плотности потока нейтронов в выделенных областях системы и учета обратных связей по теплофизическим свойствам материалов.

2. Для решения уравнений многозонной кинетики разработана двухэтапная методика, в которой обменные коэффициенты для всех типов рожденных нейтронов, в том числе и запаздывающих нейтронов, вычисляются на основе метода Монте-Карло с применением современной многопроцессорной вычислительной техники, а численное решение дифференциальных уравнений проводится с использованием быстродействующего адаптированного неявного (3,2) метода.

3. На основе разработанных алгоритмов и численных схем созданы комплексы программ расчета нейтронно-физических процессов MRNK и расчета динамических процессов MRNK+КЕДР-Д. Комплексы были верифицированы применительно к активным зонам реакторов водо-водяного типа на основе результатов решения тестовых и модельных задач нейтронной кинетики, а также расчета динамического процесса международного бенчмарк-теста PWR MOX/UO₂ core transient benchmark.

4. Продемонстрирована эффективность использования модели многозонной кинетики для решения представленных в работе задач, связанных с моделированием нейтронной кинетики. В частности, показана возможность получения высокой точности результатов, сопоставимой с точностью прямого моделирования методом Монте-Карло, но с использованием меньших вычислительных ресурсов.

Личный вклад автора

Все результаты диссертации, выносимые на защиту, получены соискателем лично. В том числе соискатель самостоятельно провел вывод уравнений для групповой плотности потока нейтронов, реализовал вычислительные алгоритмы определения обменных коэффициентов, провел адаптацию численной схемы (3,2) метода, создал комплексы программ расчета нейтронно-физических и теплогидравлических процессов, разработал все компьютерные модели и провел все расчеты. Научный руководитель В.П. Быков определил первоначальную постановку задачи, предложил экспериментальные данные для отработки алгоритмов расчета обменных коэффициентов и участвовал в обсуждении результатов.

Апробация работы

Основные положения диссертации доложены на следующих российских и международных конференциях и семинарах:

- межведомственный XXIII семинар “Нейтронно-физические проблемы атомной энергетики с замкнутым топливным циклом (Нейтроника-2012)”. 30 октябрь – 2 ноябрь 2012 г, г. Обнинск, ФГУП ГНЦ РФ – ФЭИ (1 доклад);
- международная научно-техническая конференция "Инновационные проекты и технологии ядерной энергетики", НИКИЭТ-2012, 27-29 ноябрь 2012 г. (1 доклад);
- конференция молодых специалистов “ИННОВАЦИИ В АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКЕ”, НИКИЭТ, г Москва, 23-24 мая 2017 г. (1 доклад);
- научно-техническая конференция «Нейтронно-физические проблемы атомной энергетики» «НЕЙТРОНИКА-2017», АО ГНЦ РФ – ФЭИ, с 29 ноября по 1 декабря 2017 года (2 доклада).
- семинар «Моделирование динамики ЯЭУ (разработка программных средств, верификация, оценка точности расчета)», ФГУП «НИТИ им А.П. Александрова, г. Сосновый бор, Россия, 5-7 июня 2018 г. (1 доклад)

Публикации

По результатам диссертации опубликовано 7 работ в научных журналах, входящих в Перечень рецензируемых научных изданий, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией для опубликования основных научных результатов

диссертаций, или входящих в одну из международных баз данных и систем цитирования Scopus, Web of Science.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, обзора литературы, четырех глав, заключения, списка литературы и двух приложений. Работа содержит 125 страницы печатного текста, 48 рисунков, 23 таблицы и 1 приложение. Список литературы включает 74 наименования.

1.1 Кинетика нейтронов в многозонном представлении

1.1.1 История развития и современное состояние

В основу метода многозонной кинетики положены идеи теории связанных реакторов, впервые сформулированной Эйвери Р. в 1959 г. [7] для системы из взаимодействующих реакторов. Термин “связанные реакторы”, означает, что в каждом реакторе часть нейтронов испускается в результате актов деления, вызванных нейтронами, порождёнными в других реакторах. В этой работе было показано, что изменение мощности каждого из реакторов может быть описано на основе дифференциальных уравнений с использованием интегральных коэффициентов, которые характеризуют эти реакторы и связи между ними. Коэффициенты, описывающие связь между реакторами, здесь и далее в настоящей работе будут называться обменными коэффициентами. Эти коэффициенты делятся на два типа: коэффициенты связи и временные характеристики. Коэффициентом связи между реакторами i и j является вероятность нейтрона, рожденного в реакторе j , создать нейтрон следующего поколения в реакторе i . Временные характеристики описывают среднее время жизни нейтронов в этих процессах.

Формально эти уравнения могут быть использованы для моделирования кинетики, как в связках реакторов, так и в пространственных подобластях реактора.

Следует отметить, что уравнения Эйвери были получены на основе феноменологического подхода. К настоящему времени этот метод был модернизирован, получил теоретическое обоснование, и накопился опыт его применения. Исторически развитие метода можно разделить на несколько этапов.

Ранний этап. В ближайшие годы появились работы, в которых делалась попытка дать теоретическое обоснование. Наиболее интересной на тот период была работа М. Комата [22], в которой показана возможность получения уравнений Эйвери Р. на основе кинетической теории, с использованием метода функций Грина для парциальных потоков. Уравнения Эйвери получены в адиабатическом приближении. В работе А.

Беллени-Морранте для двух размножающих систем введены обменные члены и получена функция распределения запаздывания нейтронов взаимодействия [22].

Кроме этого метод применялся в НИЦ “Курчатовский институт” для решения задач динамики в связках космических ЯЭУ [22]. Однако со временем интерес к методу быстро угас, в связи с недостаточной на тот момент мощностью вычислительных ресурсов.

Теоретическое обоснование. Активное развитие метода возобновилось в 1990-е годы. Появились работы, как за рубежом, так и в России. Этому способствовало возросшие возможности вычислительной техники, а также ужесточение общемировых требований к безопасности после событий известной Чернобыльской аварии.

В зарубежных работах японских исследователей Kugo T. [23] и Kobayashi K. [24-27] показана возможность использования методики Эйвери для определения коэффициента размножения нейтронов в больших реакторах с легководным или тяжеловодным теплоносителем, в которых применение стандартного метода Монте-Карло затруднено или требует высоких вычислительных затрат. В отечественной работе Олейника Д.С. [11] схожий подход применялся для определения подкритичности в слабосвязанных системах – хранилищ отработавшего топлива. Коэффициенты связи определялись на основе программы MCU-REA с использованием метода Монте-Карло.

Основная работа по теоретическому обоснованию метода была проделана коллективом из Физико-Энергетического Института (ФЭИ). В препринте 1989 г. [8] Пупко С.В. представил описание и вывод модели пространственной кинетики реакторов. Приведены уравнения многозонной кинетики в интегральной и дифференциальной форме. Для их вывода использовался метод функции Грина. Полученные уравнения в дифференциальной форме имеют вид, схожий с уравнениями Эйвери. Кроме этого, введены дополнительные уравнения, в которых отдельно учитывается перенос запаздывающих нейтронов и нейтронов внешнего источника. Показано, что уравнения Эйвери являются частным случаем этой модели при условии равенства спектра испускания мгновенных и запаздывающих нейтронов. В ближайшие годы был разработан алгоритм вычисления коэффициентов уравнений на основе метода Монте-Карло [28].

Следует отметить работы Б.Д. Абрамова [29,30], в которых был получен вывод уравнений многозонной кинетики для пространственных подобластей реактора с применением функции ценности нейтрона.

Современное состояние. Уравнения, полученные С.В. Пупко, были развиты в работах О.Ф. Кухарчука и А.В. Гулевича [9,10,28,31-34] для моделирования импульсных взаимодействующих реакторов. Разработан комплекс специализированных программ для ЭВМ – POKER, STIK, GRIF, AMCNP. Область его применения - исследование концепций импульсных реакторных систем, реакторно-лазерных установок и термоядерных реакторов с лазерным иницированием. Представлены результаты расчетов кинетики для систем, состоящих из импульсного реактора периодического действия и подкритической сборки.

В США опубликована работа [35] по внедрению методики Р. Эйвери в программу SERPENT [36]. На основе метода Монте-Карло были вычислены коэффициенты связи и временные характеристики для двухслойной сферической активной зоны, окруженной графитовым отражателем. В центральной части активной зоны, сферы, преобладали быстрые нейтроны, а в окружающем сферическом слое тепловые. Результаты расчета сопоставлены с результатами программы ERANOS, использующей метод детерминистского класса. Получено хорошее совпадение.

В связи с недавней аварией на реакторе Фукусима в Японии появились работы [37-39], посвященные использованию этого метода для обоснования безопасности захоронения отработавшего топлива. Показана возможность применения уравнений многозонной кинетики в интегральном виде для исследования кинетики слабосвязанных систем.

1.1.2 Общая постановка и обозначения

Приведем общую постановку задачи и основные приближения, которые изложены в работе [8].

Рассмотрим пространственную область G , включающую активную зону, её окружающее пространство, внешние источники и т.д. Геометрически активная зона может иметь сколь угодно сложную конструкцию. Считается что распределение

рождающихся нейтронов изотропно. Запишем для этой области уравнение, описывающее плотность потока нейтронов на базе функции Грина φ :

$$\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}, E, t) = \int_{\mathbf{r}' \in G} d\mathbf{r}' \int_{|\mathbf{\Omega}'|=1} d\mathbf{\Omega}' \int_0^\infty dE' \int_0^t dt' \varphi(\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}', E', t' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{\Omega}, E, t) \cdot \left[Q(\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}', E', t') + \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty dE'' \int_{|\mathbf{\Omega}''|=1} d\mathbf{\Omega}'' v(\mathbf{r}', E'') \cdot \int_0^{t'} d\tau \sigma_f(\mathbf{r}', E'', \tau) \cdot \Phi(\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}'', E'', \tau) \cdot \left(\chi_p(E') \cdot (1 - \beta(\mathbf{r}')) \cdot \delta(t' - \tau) + \sum_d^{N^{zan}} \chi_d(E') \cdot \beta(\mathbf{r}') \lambda_d(\mathbf{r}') \cdot e^{-\lambda_d(\mathbf{r}') \cdot (t' - \tau)} \right) \right] \quad (1.1)$$

Здесь функция Грина $\varphi(\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}', E', t' \rightarrow \mathbf{r}, \mathbf{\Omega}, E, t)$ имеет смысл средней ожидаемой плотности потока в точке с фазовыми координатами $(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}, E, t)$ если в систему без нейтронов впустить нейтрон (без учета дальнейшего размножения) с фазовыми координатами $(\mathbf{r}', \mathbf{\Omega}', E', t')$. Остальные обозначения общеприняты [40].

Обозначим подобласть F области G (рисунок 1.1), $F \in G$, как множество областей, в которых содержатся делящиеся нуклиды (например, топливные зоны твэлов). Для множества F справедливо соотношение:

$$\sigma_f(\mathbf{r}, E, t) \begin{cases} \neq 0, & \mathbf{r} \in F \\ = 0, & \mathbf{r} \notin F \end{cases} \quad (1.2)$$

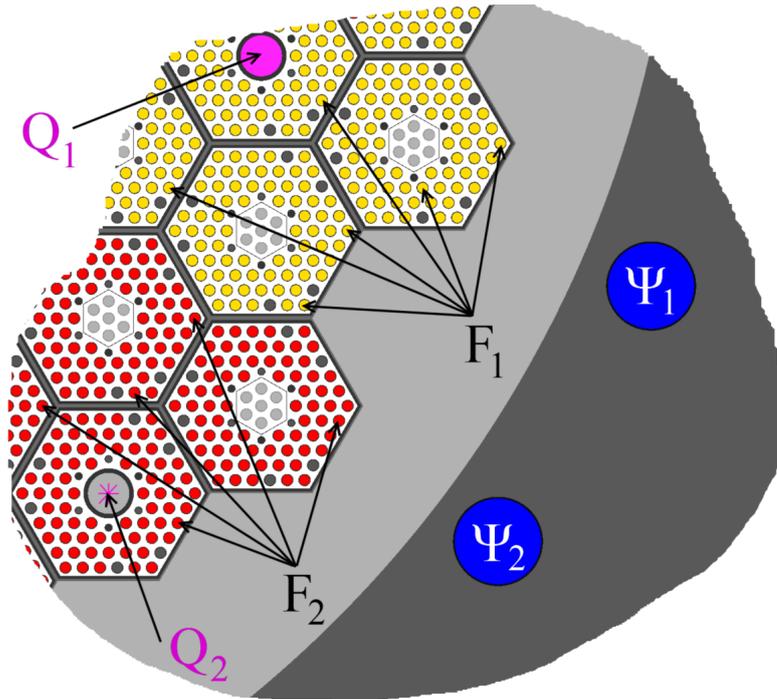


Рисунок 1.1 – Схема выделения подобластей

Множество областей, в которых расположены внешние источники, обозначим $Q, Q \in G$. Если область Q включает в себя $N^{ист}$ источников, то: $Q=Q_1 \cup Q_2 \cup \dots \cup Q_{N^{ист}}$. Каждый из источников может быть как точечным, так и пространственно-распределенным.

Введем разбиение области F на $N^{обл}$ подобластей $F=F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_{N^{обл}}$. При этом используется приближение, что в течение рассматриваемого динамического процесса в пределах каждой выделенной области для скоростей генерации нейтронов допустимо разделение пространственной и временной зависимостей:

$$\int_0^{\infty} dE \int_{|\Omega|=1} d\Omega \nu(\mathbf{r}, E) \cdot \sigma_f(\mathbf{r}, E, t) \cdot \Phi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) = W_i(t) \cdot \nu_i \cdot \psi_i(\mathbf{r}), \mathbf{r} \in F_i, i=1, N^{обл} \quad (1.3)$$

Здесь ν_i - среднее число нейтронов на акт деления в области i ; $W_i(t)$ - скорость реакции деления в области i ; ψ_i - форм-функция скорости генерации нейтронов, нормированная на единицу:

$$\int_{\mathbf{r} \in F_i} d\mathbf{r} \int_0^{\infty} dE \int_{|\Omega|=1} d\Omega \psi_i(\mathbf{r}, \Omega, E) = \int_{\mathbf{r} \in F_i} d\mathbf{r} \psi_i(\mathbf{r}) = 1. \quad (1.4)$$

Введем приближение, что в пределах подобласти, занимаемой каждым источником, допускается разделение по переменным \mathbf{r} и t для параметра $Q(\mathbf{r}, \Omega, E, t)$:

$$Q(\mathbf{r}, \Omega, E, t) = Q_{k_q}(t) \cdot \psi_{k_q}^q(\mathbf{r}, \Omega, E), \mathbf{r} \in Q_{k_q}, k_q = 1, N^{ист}, \quad (1.5)$$

Здесь $\psi_{k_q}^q$ - форм-функция, нормированная на единицу:

$$\int_{\mathbf{r} \in Q_{k_q}} d\mathbf{r} \int_0^{\infty} dE \int_{|\Omega|=1} d\Omega \psi_{k_q}^q(\mathbf{r}, \Omega, E) = 1. \quad (1.6)$$

1.1.3 Интегральные уравнения

Для приведения уравнения (1.1) к интегральному виду домножим его на $\nu(\mathbf{r}, E) \cdot \Sigma_f(\mathbf{r}, E, t)$ и проинтегрируем его по всему угловому распределению Ω , по всей энергетической области и по подобласти F_i . Тогда, с учетом выражений (1.2-1.6), получим интегральные уравнения вида:

$$W_i(t) = \sum_{j=1}^{N^{обл}} \int_0^t dt' \cdot \frac{v_j}{v_i} \cdot \left[(1 - \beta_j) \cdot \alpha_{ij}(t' \rightarrow t) \cdot W_j(t') + \sum_{d=1}^{N^{зан}} \beta_{jd} \cdot \gamma_{ijd}(t' \rightarrow t) \cdot \int_0^{t'} d\tau \cdot \lambda_{jd} \cdot W_j(\tau) \cdot e^{-\lambda_{jd}(t'-\tau)} \right] + \sum_{k_q=1}^{N^{учм}} \int_0^t dt' \cdot \frac{1}{v_i} \cdot Q_{k_q}(t') \cdot q_{ik_q}(t' \rightarrow t) \quad (1.7)$$

где β_{jd} – доля запаздывающих нейтронов d -го излучателя в j -й подобласти, β_j – суммарная доля запаздывающих нейтронов в j -й подобласти; λ_{jd} – время распада группы излучателей d в области F_j ; $N_j^{зан}$ – общее число излучателей в j -й подобласти; $Q_{k_q}(t)$ – интенсивность испускания нейтронов внешним источником Q_{k_q} ; $\alpha_{ij}(t' \rightarrow t)$ – ядро перехода, представляющее собой число мгновенных нейтронов от деления в области i в момент времени t при условии, что мгновенный нейтрон, вызвавший деление, родился в области j в момент времени t' ; $\gamma_{ijd}(t' \rightarrow t)$ и $q_{ik_q}(t' \rightarrow t)$ – аналогичные по смыслу функции для запаздывающих нейтронов излучателя группы d и для внешнего источника.

Ядра перехода выражаются следующим образом:

$$\alpha_{ij}(t' \rightarrow t) = \int_0^\infty dE' \int_{|\Omega=1|} d\Omega' \int_0^\infty dE \int_{|\Omega=1|} d\Omega \int_{\mathbf{r}' \in F_j} d\mathbf{r}' \int_{\mathbf{r} \in F_i} d\mathbf{r} \cdot v(\mathbf{r}, E) \cdot \Sigma_f(\mathbf{r}, E, t) \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \chi_p(E') \cdot \psi_j(\mathbf{r}') \cdot \varphi(\mathbf{r}', \Omega', E', t' \rightarrow \mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (1.8)$$

$$\gamma_{ijd}(t' \rightarrow t) = \int_0^\infty dE' \int_{|\Omega=1|} d\Omega' \int_0^\infty dE \int_{|\Omega=1|} d\Omega \int_{\mathbf{r}' \in F_j} d\mathbf{r}' \int_{\mathbf{r} \in F_i} d\mathbf{r} \cdot v(\mathbf{r}, E) \cdot \Sigma_f(\mathbf{r}, E, t) \cdot \frac{1}{4\pi} \cdot \chi_d(E') \cdot \psi_j(\mathbf{r}') \cdot \varphi(\mathbf{r}', \Omega', E', t' \rightarrow \mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (1.9)$$

$$q_{ik_q}(t' \rightarrow t) = \int_0^\infty dE' \int_{|\Omega=1|} d\Omega' \int_0^\infty dE \int_{|\Omega=1|} d\Omega \int_{\mathbf{r}' \in Q_{k_q}} d\mathbf{r}' \int_{\mathbf{r} \in F_i} d\mathbf{r} \cdot v(\mathbf{r}, E) \cdot \Sigma_f(\mathbf{r}, E, t) \cdot \psi_{k_q}^q(\mathbf{r}', \Omega', E') \cdot \varphi(\mathbf{r}', \Omega', E', t' \rightarrow \mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (1.10)$$

Ядра перехода имеют ясный физический смысл и могут быть найдены на основе метода Монте-Карло [8,28]. После этого результаты расчета ядер перехода могут быть аппроксимированы экспоненциальным рядом [41]:

$$\alpha_{[\text{индекс}]}(t' \rightarrow t) = \sum_{m=1}^{N^{\text{эксн}}} \frac{K_{[\text{индекс}]}^m(t')}{L_{[\text{индекс}]}^m(t)} \cdot e^{-\frac{1}{L_{[\text{индекс}]}^m(t)}(t-t')} .$$

Здесь $[\text{индекс}]$ – означает тип ядер перехода; $K_{[\text{индекс}]}^m(t')$ и $L_{[\text{индекс}]}^m(t)$ – коэффициенты аппроксимации, $N^{\text{эксн}}$ – число экспонент.

Представление ядер в виде ряда экспонент позволяет свести интегральное уравнение (1.7) к системе дифференциальных уравнений [42], которая может быть решена на основе известных численных методов.

При $N^{\text{эксн}} = 1$, коэффициенты ряда имеют смысл, схожий с обменными коэффициентами, введенными Эйвери. Все результаты, представленные далее в данной работе, вычислены на основе такого представления.

Система дифференциальных уравнений многозонной кинетики будет представлена далее в главе 2.

1.2 Обзор современных программных средств

В настоящее время для решения нестационарного уравнения переноса применяются программы, использующие различные методы. Среди них следует выделить программы инженерного класса, использующие нодальные или диффузионные методы. Эти программы обладают простотой использования, большим опытом применения и высоким быстродействием. Сюда можно отнести зарубежную программу PARCS (США) [43] и российские: JAR-IQS [44], ГЕФЕСТ [45], БИПР-8КН [46], СТАРТ-UNK [47]. Для работы большинства этих программ требуется предварительный расчет библиотеки нейтронно-физических макроконстант на основе специализированных программ, обычно ячеечного класса.

Схожими принципами расчета обладает отечественная программа BARS (НИЦ Курчатовский институт), базирующаяся на теории Галанина-Фейнберга [48]. На границах ячеек предварительно рассчитываются специальные Λ -матрицы, на основе которых формируется результирующее решение.

Кроме этого известны программы, использующие детерминистские методы, которые обладают высокой точностью, но требуют для работы значительные вычислительные ресурсы. Среди них известны программы LUCKY_TD [49] (Россия, НИЦ КИ), DORT_TD [50] и TORT_TD [51] (Германия), работающие на основе метода дискретных ординат.

Следует отметить метод поверхностных гармоник [52], разработанный в НИЦ “Курчатовский институт”. Он был реализован в виде программы SUNAM-TD [53]. Метод занимает “промежуточное звено между детерминистскими и инженерными методами” [54].

В последнее время возрос интерес к прямому моделированию кинетики нейтронов методом Монте-Карло. Как правило, эти программы являются развитием стационарных версий программ. К ним относятся Dynamic Tripoli [1] (Нидерланды), TDMCC [2,3] (Россия), КИР [4,5] (Россия).

Заключение к главе 1

В результате обзора литературы по многозонной кинетики (теории связанных реакторов), можно сделать вывод, этот метод находит применение в расчетах связок реакторов или в моделировании динамики “больших” реакторов, в которых отдельные пространственные подобласти обладают слабой степенью подкритичности и нейтронной связью с остальными подобластями. Однако до сих пор метод не применялся в расчетах аварийных ситуаций или других задач безопасности, в которых изменяются физические свойства активных зон.

В наиболее общем виде метод многозонной кинетики изложен в модели пространственной кинетики реактора, разработанной С.В. Пупко. В ней отдельными уравнениями моделируются межобластные переносы мгновенных, запаздывающих нейтронов и нейтронов внешнего источника. Формально эта модель может быть применена к реакторам с геометрическим строением любого уровня сложности. Метод практически не обладает ограничениями точности, которая регулируется, в основном, степенью детализации разбиения топливных элементов системы на подобласти. Особенно хорошо методика адаптируется под программы, использующие метод Монте-Карло.

Ключевой особенностью метода является то, что коэффициенты уравнений многозонной кинетики определяются в результате моделирования полномасштабной геометрической модели реактора. Таким образом, достигается высокая достоверность описываемых процессов - корректно учитываются межобластные перетечки нейтронов.

Глава 2 Уравнения многозонной кинетики, метод их решения и комплекс программ.

2.1 Интегральные уравнения для групповой плотности потока

Интегральные уравнения (1.7) описывают только изменение скорости реакции деления. При моделировании кинетики ядерных реакторов зачастую необходимы дополнительные данные – плотности потока нейтронов или скоростей реакций в конкретных областях. Определение пространственно-временных характеристик плотности потока требуется, например, в задачах расчета динамики систем, контролируемых ионизационными камерами или датчиками.

Интегральные уравнения для групповой плотности потока нейтронов выводятся схожим образом [12], как и уравнения (1.7). Выделим N^Φ подобластей области G (рисунок 1.1), в которых предполагается вычисление плотности потока нейтронов: $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_{N^\Phi}$. Введем разбиение энергетической области E на N^{Ep} интервалов: $E \in [E_g, E_{g+1})$, $g = 1, N^{Ep}$, $E_{N^{Ep}+1} = \infty$. Интегральная плотность потока нейтронов по области Ψ_{k_Φ} ($k_\Phi = 1, N^\Phi$) и энергетической группе g в момент времени t определяется следующим образом:

$$\Phi_{gk_\Phi}(t) = \int_{\mathbf{r} \in \Psi_{k_\Phi}} d\mathbf{r} \int_{E_g}^{E_{g+1}} dE \int_{|\Omega|=1} d\Omega \cdot \Phi(\mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (2.1)$$

Проинтегрируем уравнение (1) по энергетическому интервалу g , по всему угловому распределению Ω и по области Ψ_{k_Φ} и, применив многозонное приближение (1.3), получим интегральное уравнение вида:

$$\begin{aligned} \Phi_{gk_\Phi}(t) = \sum_{j=1}^{N^{obl}} \int_0^t dt' \cdot \nu_j \cdot \left[\begin{aligned} & (1 - \beta_j) \cdot \alpha_{gk_\Phi j}^\Phi(t' \rightarrow t) \cdot W_j(t') + \\ & + \sum_{d=1}^{N^{zan}} \beta_{jd} \cdot \gamma_{gk_\Phi jd}^\Phi(t' \rightarrow t) \cdot \int_0^{t'} d\tau \cdot \lambda_{jd} \cdot W_j(\tau) \cdot e^{-\lambda_{jd}(t'-\tau)} \end{aligned} \right] + \\ + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} \int_{-\infty}^t dt' \cdot Q_{k_q}(t') \cdot q_{gk_\Phi k_q}^\Phi(t' \rightarrow t) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь:

$$\alpha_{gk_{\Phi}j}^{\Phi}(t' \rightarrow t) = \int_{\mathbf{r}' \in F_j} d\mathbf{r}' \int_0^{\infty} dE' \int_{|\Omega|=1} d\Omega' \int_{\mathbf{r} \in \Psi_{k_{\Phi}}} d\mathbf{r} \int_{E_g}^{E_{g+1}} dE \int_{|\Omega|=1} d\Omega \frac{1}{4\pi} \cdot \chi_p(E') \cdot \psi_j(\mathbf{r}') \cdot \varphi(\mathbf{r}', \Omega', E', t' \rightarrow \mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (2.3)$$

$$\gamma_{gk_{\Phi}jd}^{\Phi}(t' \rightarrow t) = \int_{\mathbf{r}' \in F_j} d\mathbf{r}' \int_0^{\infty} dE' \int_{|\Omega|=1} d\Omega' \int_{\mathbf{r} \in \Psi_{k_{\Phi}}} d\mathbf{r} \int_{E_g}^{E_{g+1}} dE \int_{|\Omega|=1} d\Omega \frac{1}{4\pi} \cdot \chi_d(E') \cdot \psi_j(\mathbf{r}') \cdot \varphi(\mathbf{r}', \Omega', E', t' \rightarrow \mathbf{r}, \Omega, E, t)$$

(2.4)

$$q_{gk_{\Phi}k_q}^{\Phi}(t' \rightarrow t) = \int_{\mathbf{r}' \in Q_{k_q}} d\mathbf{r}' \int_0^{\infty} dE' \int_{|\Omega|=1} d\Omega' \int_{\mathbf{r} \in \Psi_{k_{\Phi}}} d\mathbf{r} \int_{E_g}^{E_{g+1}} dE \int_{|\Omega|=1} d\Omega \cdot \psi_{k_q}^q(\mathbf{r}', \Omega', E') \cdot \varphi(\mathbf{r}', \Omega', E', t' \rightarrow \mathbf{r}, \Omega, E, t) \quad (2.5)$$

где β_{jd} - доля запаздывающих нейтронов для группы излучателей d в области F_j ; β_j – суммарная доля запаздывающих нейтронов в области F_j ; λ_{jd} - время распада группы излучателей d в области F_j .

Ядро перехода (2.3) определяет интегральную плотность потока нейтронов группы g в области $\Psi_{k_{\Phi}}$ в момент времени t , создаваемый, мгновенным нейтроном, родившимся в области F_j , в момент времени t' . При этом история нейтрона рассматривается от его рождения до его поглощения или вылета из области G . Ядра перехода (2.4-2.5) – аналогичные функции для запаздывающих нейтронов и нейтронов источника.

2.2 Система дифференциальных уравнений нейтронной кинетики

По аналогии с [8] сделаем приближение, что ядра перехода (1.8-1.10) и (2.3-2.5) представимы в виде экспоненциальной функции, зависящей только от разности аргументов $t - t'$ [5]:

$$\alpha_{ij}(t' \rightarrow t) = \frac{K_{ij}(t')}{L_{ij}(t')} \cdot e^{-\frac{1}{L_{ij}(t')}(t-t')} ; \quad \gamma_{ijd}(t' \rightarrow t) = \frac{K_{ijd}(t')}{L_{ijd}(t')} \cdot e^{-\frac{1}{L_{ijd}(t')}(t-t')} ;$$

$$q_{ik_q}(t' \rightarrow t) = \frac{K_{ik_q}(t')}{L_{ik_q}(t')} \cdot e^{-\frac{1}{L_{ik_q}(t')}(t-t')} ; \quad \alpha_{gk_{\Phi}j}^{\Phi}(t' \rightarrow t) = \frac{K_{gk_{\Phi}j}(t')}{L_{gk_{\Phi}j}(t')} \cdot e^{-\frac{1}{L_{gk_{\Phi}j}(t')}(t-t')} ;$$

$$\gamma_{gk_{\Phi}jd}^{\Phi}(t' \rightarrow t) = \frac{K_{gk_{\Phi}jd}(t')}{L_{gk_{\Phi}jd}(t)} \cdot e^{-\frac{1}{L_{gk_{\Phi}jd}(t)}(t-t')};$$

$$q_{gk_{\Phi}k_q}^{\Phi}(t' \rightarrow t) = \frac{K_{gk_{\Phi}k_q}(t')}{L_{gk_{\Phi}k_q}(t)} \cdot e^{-\frac{1}{L_{gk_{\Phi}k_q}(t)}(t-t')}.$$

Введем следующие переменные:

$$W_{ij}(t) = \int_0^t dt' \cdot \frac{\nu_j}{\nu_i} \cdot (1 - \beta_j) \cdot \frac{K_{ij}(t')}{L_{ij}(t')} \cdot W_j(t') \cdot e^{-\frac{1}{L_{ij}(t)}(t-t')};$$

$$C_{jd}(t) = \int_0^t dt' \cdot \beta_{jd} \cdot \lambda_{jd} \cdot W_j(t') \cdot e^{-\lambda_{jd}(t-t')};$$

$$Y_{ijd}(t) = \int_0^t dt' \cdot \frac{\nu_j}{\nu_i} \cdot \frac{K_{ijd}(t')}{L_{ijd}(t')} \cdot C_{jd}(t') \cdot e^{-\frac{1}{L_{ijd}(t)}(t-t')};$$

$$Q_{ik_q}(t) = \int_0^t dt' \cdot \frac{1}{\nu_i} \cdot \frac{K_{ik_q}(t')}{L_{ik_q}(t')} \cdot Q_{k_q}(t') \cdot e^{-\frac{1}{L_{ik_q}(t)}(t-t')};$$

$$\Phi_{gk_{\Phi}j}(t) = \int_0^t dt' \cdot \nu_j \cdot (1 - \beta_j) \cdot \frac{K_{gk_{\Phi}j}(t')}{L_{gk_{\Phi}j}(t')} \cdot W_j(t') \cdot e^{-\frac{1}{L_{gk_{\Phi}j}(t)}(t-t')};$$

$$\Phi_{gk_{\Phi}jd_j}(t) = \int_0^t dt' \cdot \nu_j \cdot \frac{K_{gk_{\Phi}jd_j}(t')}{L_{gk_{\Phi}jd_j}(t')} \cdot C_{jd}(t') \cdot e^{-\frac{1}{L_{gk_{\Phi}jd_j}(t)}(t-t')};$$

$$\Phi_{gk_{\Phi}k_q}(t) = \int_0^t dt' \cdot \frac{K_{gk_{\Phi}k_q}(t')}{L_{gk_{\Phi}k_q}(t')} \cdot Q_{k_q}(t') \cdot e^{-\frac{1}{L_{gk_{\Phi}k_q}(t)}(t-t')}.$$

Представление ядер в виде экспоненты, с использованием новых переменных, позволяет свести интегральные уравнения (1.7) и (2.2) к системе дифференциальных уравнений [42]. Система уравнений многозонной кинетики в совокупности с уравнениями для групповой плотности потока представлена в таблице 2.1. Уравнения записаны с учетом спектра рождения запаздывающих нейтронов для произвольного числа групп ядер-предшественников.

Таблица 2.1 - Уравнения многозонной кинетики

Группы уравнений ^{*)}	Описание дифференцируемых переменных	№
$\frac{dW_{ij}(t)}{dt} = -\frac{W_{ij}(t)}{L_{ij}(t)} + (1-\beta_j) \cdot \frac{\nu_j}{\nu_i} \cdot \frac{K_{ij}(t)}{L_{ij}(t)} \cdot W_j(t)$	$W_{ij}(t)$ - доля мощности переносимая мгновенными нейтронами в область F_i , при условии, что они родились в области F_j .	(2.6)
$\frac{dY_{ijd}(t)}{dt} = -\frac{Y_{ijd}(t)}{L_{ijd}(t)} + \frac{\nu_j}{\nu_i} \cdot \frac{K_{ijd}(t)}{L_{ijd}(t)} \cdot C_{jd}(t)$	$Y_{ijd}(t)$ - доля мощности, переносимая запаздывающими нейтронами в область F_i , при условии, что они родились в области F_j от предшественников группы d .	(2.7)
$\frac{dC_{jd}(t)}{dt} = -\lambda_{jd} \cdot C_{jd}(t) + \beta_{jd} \cdot \lambda_{jd} \cdot W_j(t)$	$C_{jd}(t)$ - переменная-аналог концентрации предшественников запаздывающих нейтронов группы d в области F_j .	(2.8)
$\frac{dQ_{ik_q}(t)}{dt} = -\frac{Q_{ik_q}(t)}{L_{ik_q}(t)} + \frac{1}{\nu_i} \cdot \frac{K_{ik_q}(t)}{L_{ik_q}(t)} \cdot Q_{k_q}(t)$	$Q_{ik_q}(t)$ - доля мощности, переносимая нейтронами от внешнего источника Q_{k_q} в область F_i .	(2.9)
$\frac{d\Phi_{gk_{\Phi}j}(t)}{dt} = -\frac{\Phi_{gk_{\Phi}j}(t)}{L_{gk_{\Phi}j}(t)} + \nu_j \cdot (1-\beta_j) \cdot \frac{K_{gk_{\Phi}j}(t)}{L_{gk_{\Phi}j}(t)} \cdot W_j(t)$	$\Phi_{gk_{\Phi}j}(t)$ - доля плотности потока нейтронов группы g в области $\Psi_{k_{\Phi}}$, которая формируется мгновенными нейтронами, родившимися в области F_j .	(2.10)
$\frac{d\Phi_{gk_{\Phi}jd}(t)}{dt} = -\frac{\Phi_{gk_{\Phi}jd}(t)}{L_{gk_{\Phi}jd}(t)} + \nu_j \cdot \frac{K_{gk_{\Phi}jd}(t)}{L_{gk_{\Phi}jd}(t)} \cdot C_{jd}(t)$	$\Phi_{gk_{\Phi}jd}(t)$ - доля плотности потока нейтронов группы g в области $\Psi_{k_{\Phi}}$, которая формируется запаздывающими нейтронами, родившимися в области F_j от предшественников группы d .	(2.11)
$\frac{d\Phi_{gk_{\Phi}k_q}(t)}{dt} = -\frac{\Phi_{gk_{\Phi}k_q}(t)}{L_{gk_{\Phi}k_q}(t)} + \frac{K_{gk_{\Phi}k_q}(t)}{L_{gk_{\Phi}k_q}(t)} \cdot Q_{k_q}(t)$	$\Phi_{gk_{\Phi}k_q}(t)$ - доля плотности потока нейтронов группы g в области $\Psi_{k_{\Phi}}$, которая формируется нейтронами, родившимися от внешнего источника Q_{k_q} .	(2.12)

*) индексы переменных и обменных коэффициентов, имеют следующие области значений:

$$i, j = 1, N^{obl}; d = 1, N^{zan}; k_q = 1, N^{ucm}; k_{\Phi} = 1, N^{\Phi}; g = 1, N^{Ip}.$$

В состав уравнений входят следующие **обменные коэффициенты**:

- $K_{ij}(t)$ - коэффициенты связи, определяющие среднее число вторичных нейтронов деления в области F_i от первичного мгновенного нейтрона, который родился в области F_j ; $K_{ijd}(t)$ и $K_{ik_q}(t)$ - аналогичные коэффициенты для запаздывающего нейтрона, родившегося в области F_j от предшественника группы d , и нейтрона от внешнего источника Q_{k_q} ;
- $K_{gk_{\Phi}j}(t)$, - коэффициенты связи, определяющие среднюю интегральную плотность потока нейтронов группы g в области $\Psi_{k_{\Phi}}$, создаваемый мгновенным нейтроном, родившимся в области F_j ; $K_{gk_{\Phi}jd}(t)$, $K_{gk_{\Phi}k_q}(t)$ - аналогичные коэффициенты для запаздывающего нейтрона предшественника группы d , родившегося в области F_j , и нейтрона от внешнего источника Q_{k_q} ;
- $L_{ij}(t)$, $L_{ijd}(t)$, $L_{ik_q}(t)$, $L_{gk_{\Phi}j}(t)$, $L_{gk_{\Phi}jd}(t)$ и $L_{gk_{\Phi}k_q}(t)$ - временные характеристики, определяющие средние времена соответствующих процессов;

Полная мощность $W_i(t)$ в области F_i определяется через суммирование переменных групп уравнений (2.7),(2.8) и (2.10):

$$W_i(t) = \sum_{j=1}^{N^{obl}} \left[W_{ij}(t) + \sum_{d=1}^{N^{zan}} Y_{ijd}(t) \right] + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} Q_{ik_q}(t). \quad (2.13)$$

Плотность потока нейтронов $\Phi_{gk_{\Phi}}(t)$ группы g в области $\Psi_{k_{\Phi}}$ определяется через суммирование переменных групп уравнений (2.11-2.13):

$$\Phi_{gk_{\Phi}}(t) = \sum_{j=1}^{N^{obl}} \left[\Phi_{gk_{\Phi}j}(t) + \sum_{d=1}^{N^{zan}} \Phi_{gk_{\Phi}jd}(t) \right] + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} \Phi_{gk_{\Phi}k_q}(t). \quad (2.14)$$

2.3 Начальные условия

Очевидно, что для решения дифференциальной системы уравнений (2.6-2.12) необходимо доопределить начальные условия. Обычно в практике расчетов кинетики реакторов используются следующие типы условий: подкритическое состояние без

внешних источников, подкритическое состояние с внешними источниками и критическое состояние.

Подкритическое состояние без внешнего источника. В таком состоянии в размножающей области отсутствуют энерговыделение и “подпитка” нейтронами от внешнего источника. Поэтому все дифференцируемые переменные системы (2.6-2.12) имеют нулевые значения. Таким образом, изменение значений переменных может быть достигнуто только за счет введения внешнего источника.

Подкритическое состояние с внешним источником. В таком состоянии в размножающей области присутствуют нейтроны деления за счет нейтронов от внешнего источника. Занулив все производные по времени, выразим переменные уравнений (2.6-2.9) и подставим в выражение (2.13):

$$W_i = \sum_{j=1}^{N^{obl}} \frac{\nu_j}{\nu_i} \cdot \left[(1 - \beta_j) \cdot K_{ij} + \sum_{d=1}^{N^{zan}} \beta_{jd} \cdot K_{ijd} \right] \cdot W_j + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} \frac{K_{ik_q}}{\nu_i} \cdot Q_{k_q}$$

Это выражение можно представить в виде матрично-векторного выражения, выразив скорость реакции деления в выделенных областях через интенсивности внешних источников:

$$\begin{pmatrix} W_1 \\ \dots \\ W_{N^{obl}} \end{pmatrix} = (\mathbf{E} - \mathbf{M}^F)^{-1} \mathbf{M}^Q \begin{pmatrix} Q_1 \\ \dots \\ Q_{N^{ucm}} \end{pmatrix}$$

где \mathbf{M}^F и \mathbf{M}^Q - матрицы, описывающие перенос нейтронов между подобластями, размерами $N^{obl} \times N^{obl}$ и $N^{obl} \times N^{ucm}$, соответственно. Коэффициенты этих матриц определяются через коэффициенты уравнений (2.6-2.9) следующим образом:

$$\mathbf{M}^F = \left\{ \frac{\nu_j}{\nu_i} \cdot \left[(1 - \beta_j) \cdot K_{ij} + \sum_{d=1}^{N^{zan}} \beta_{jd} \cdot K_{ijd} \right] \right\}, i, j = \overline{1, N^{obl}};$$

$$\mathbf{M}^Q = \left\{ \frac{K_{ik_q}}{\nu_i} \right\}, i = \overline{1, N^{obl}}, k_q = \overline{1, N^{ucm}};$$

Аналогично, используя уравнения (2.10-2.12) и (2.14), выразим плотность потока группы g в подобластях через интенсивности внешних источников:

$$\begin{pmatrix} \Phi_{g1} \\ \dots \\ \Phi_{gN^\Phi} \end{pmatrix} = \left[\Phi_g^F (\mathbf{E} - \mathbf{M}^F)^{-1} \mathbf{M}^Q + \Phi_g^Q \right] \begin{pmatrix} Q_1 \\ \dots \\ Q_{N^{ucm}} \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

где Φ_g^F и Φ_g^Q - матрицы, описывающие связь плотности потока нейтронов группы g со скоростью реакции деления, размером $N^\Phi \times N^{obl}$ и $N^\Phi \times N^{ucm}$, соответственно. Коэффициенты этих матриц определяются следующим образом:

$$\Phi_g^F = \left\{ \nu_j \cdot \left[(1 - \beta_j) \cdot K_{gk_\Phi j} + \sum_{d=1}^{N^{zan}} \beta_{jd} \cdot K_{gk_\Phi jd} \right] \right\}, \quad k_\Phi = \overline{1, N^\Phi}, \quad j = \overline{1, N^{obl}};$$

$$\Phi_g^Q = \left\{ K_{gk_\Phi k_q} \right\}, \quad k_\Phi = \overline{1, N^\Phi}, \quad k_q = \overline{1, N^{ucm}}.$$

Таким образом, скорости реакции деления W_i и групповые плотности потока Φ_{gk_Φ} однозначно определяются через значения интенсивностей внешних источников на основе коэффициентов связи. Определив эти величины, далее легко вычислить начальные значения переменных уравнений (2.6-2.12).

Критическое состояние. Предположим, что расчетная область достаточно долго, до изменения своего состояния в момент времени $t_0=0$, находилась в стационарном критическом состоянии. Внешний источник отсутствует. Тогда условие критичности имеет следующий вид:

$$\mathbf{M}^F \begin{pmatrix} W_1 \\ \dots \\ W_{N^{obl}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_1 \\ \dots \\ W_{N^{obl}} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Матрица \mathbf{M}^F неотрицательная, поскольку её элементы либо положительны, либо равны нулю. Поэтому, согласно теореме Перрона [55], она имеет главное максимальное и неотрицательное собственное значение, которому отвечает собственный вектор с неотрицательными элементами. Условие (2.16) определяет собственное значение матрицы равное 1. Кроме этого, собственное значение является эффективным коэффициентом размножения $K_{эф}$ для расчетной области, а собственный вектор – стационарное распределение скорости деления по подобластям.

Если главное собственное значение матрицы \mathbf{M}^F близко, но не равно единице, то условие критичности можно получить, разделив все коэффициенты матрицы на это собственное значение. Очевидно, что такое приближение эквивалентно делению $\nu(\mathbf{r}, E) \cdot \Sigma_f(\mathbf{r}, E, t)$ на $K_{эф}$.

Для вычисления $K_{эф}$ и соответствующего распределения скорости деления в подобластях W_i может быть использован метод прямых итераций [56].

2.4 Связь с уравнениями Эйвери и приближением точечной кинетики

Для приведения системы (2.6-2.8) к уравнениям Эйвери [8] вводится приближение, что распределение $\alpha_{ij}(t' \rightarrow t)$ ядер перехода для мгновенных нейтронов совпадает с распределением $\gamma_{ijd}(t' \rightarrow t)$ ядер перехода для запаздывающих нейтронов всех предшественников:

$$\alpha_{ij}(t' \rightarrow t) = \gamma_{ijd}(t' \rightarrow t) = \frac{K_{ij}(t')}{L_{ij}(t')} \cdot e^{-\frac{1}{L_{ij}(t')}(t-t')}. \quad (2.17)$$

Кроме того, расчетная область рассматривается без внешних источников. Тогда уравнения (29) и (30) можно объединить и записать уравнения многозонной кинетики следующим образом:

$$\frac{d\bar{W}_{ij}(t)}{dt} = -\frac{\bar{W}_{ij}(t)}{L_{ij}(t)} + \frac{\nu_j}{\nu_i} \cdot \frac{K_{ij}(t)}{L_{ij}(t)} \cdot \left[(1 - \beta_j) \cdot W_j(t) + \sum_{d=1}^{N_j^{zan}} C_{jd}(t) \right], \quad (2.18)$$

$$\frac{dC_{jd}(t)}{dt} = -\lambda_{jd} \cdot C_{jd}(t) + \beta_{jd} \cdot \lambda_{jd} \cdot W_j(t). \quad (2.19)$$

Здесь $\bar{W}_{ij}(t) = W_{ij}(t) + \sum_{d=1}^{N_j^{zan}} Y_{ijd}(t)$; $K_{ij}(t)$ и $L_{ij}(t)$ - обменные коэффициенты,

определения которых совпадают с определениями, данными Р. Эйвери. Коэффициент связи $K_{ij}(t)$ определяется как среднее число вторичных нейтронов деления в i -й подобласти при условии, что первичный нейтрон родился в j -й подобласти, при этом $K_{ii}(t)$ служит собственно коэффициентом размножения в i -й подобласти. Величина $L_{ij}(t)$ определяется как среднее время жизни мгновенных нейтронов для процесса их

переноса из подобласти j в i при $i \neq j$ и является средним временем жизни мгновенных нейтронов i -й подобласти при $i = j$.

Уравнения точечной кинетики формируются из уравнений Эйвери при отсутствии разбиения расчетной области на подобласти [8]. Согласно (2.18-2.19) запишем эти уравнения:

$$W(t) = W_1(t) = \overline{W}_{11}(t),$$

$$\frac{dW(t)}{dt} = -\frac{W(t)}{L_{11}(t)} + \frac{K_{эф}(t)}{L_{11}(t)} \cdot \left[(1-\beta) \cdot W(t) + \sum_{d=1}^{N^{зан}} C_d(t) \right],$$

$$\frac{dA_d(t)}{dt} = -\lambda_d \cdot A_d(t) + \beta_d \cdot \lambda_d \cdot W(t).$$

После некоторых преобразований получим:

$$\frac{dW(t)}{dt} = \frac{(\rho(t) - \beta)}{\Lambda} \cdot W(t) + \sum_{d=1}^{N^{зан}} \lambda_d \cdot \overline{C}_d(t), \quad (2.20)$$

$$\frac{d\overline{C}_d(t)}{dt} = -\lambda_d \cdot \overline{C}_d(t) + \frac{\beta_d}{\Lambda} \cdot W(t). \quad (2.21)$$

Здесь:

$$\Lambda(t) = \frac{L_{11}(t)}{K_{эф}(t)} - \text{среднее время генерации нейтронов}, \quad \rho(t) = \frac{K_{эф}(t) - 1}{K_{эф}(t)} -$$

реактивность, $\overline{C}_d(t) = \frac{C_d(t)}{\lambda_d \cdot \Lambda}$ - концентрация ядер-предшественников запаздывающих

нейтронов.

2.5 Моделирование нейтронной кинетики

Рассматривается система, или расчетная область, содержащая активную зону, её конструктивные элементы и т.д. Считается, что нестационарный процесс рассчитывается на временном интервале $(0, t)$. Процесс рассматривается без учета обратных связей по температурам материалов (подключение обратных связей рассмотрено в главе 4).

Задано некоторое изменение свойств системы, например движение органов регулирования. С учетом изменения свойств системы, общий интервал разбивается на n

подинтервалов $(0, t_1)$, (t_1, t_2) ... (t_{n-1}, t_n) . Разбиение проводится таким образом, чтобы нейтронно-физические свойства, такие как коэффициент размножения нейтронов и пространственное распределение плотности потока нейтронов слабо менялись в течение интервала.

Уравнения (2.6-2.12) математической модели многозонной кинетики решаются на основе последовательного применения двух численных методов – метода Монте-Карло для определения обменных коэффициентов и численной схемы решения дифференциальных уравнений.

Для определения обменных коэффициентов был написан модуль REC [12] для программы MCU-TR [57]. Программа имеет развитые геометрический модуль, который позволяет воспроизводить конструкцию системы, практически любой сложности, и физический модуль описывающий процесс переноса нейтрона от рождения до гибели на основе поточечного представления зависимости сечений от энергии, полученных из библиотеки оцененных ядерных данных. Решение дифференциальных уравнений проводится на базе численной схемы (3,2) метода в рамках разработанного комплекса MRNK. Подробное описание программ REC и MRNK будет дано далее в разделах 2.6 и 2.8 настоящей диссертационной работы. Моделирование нейтронной кинетики проводится на основе двухэтапной методики, схема которой представлена на рисунке 2.1.

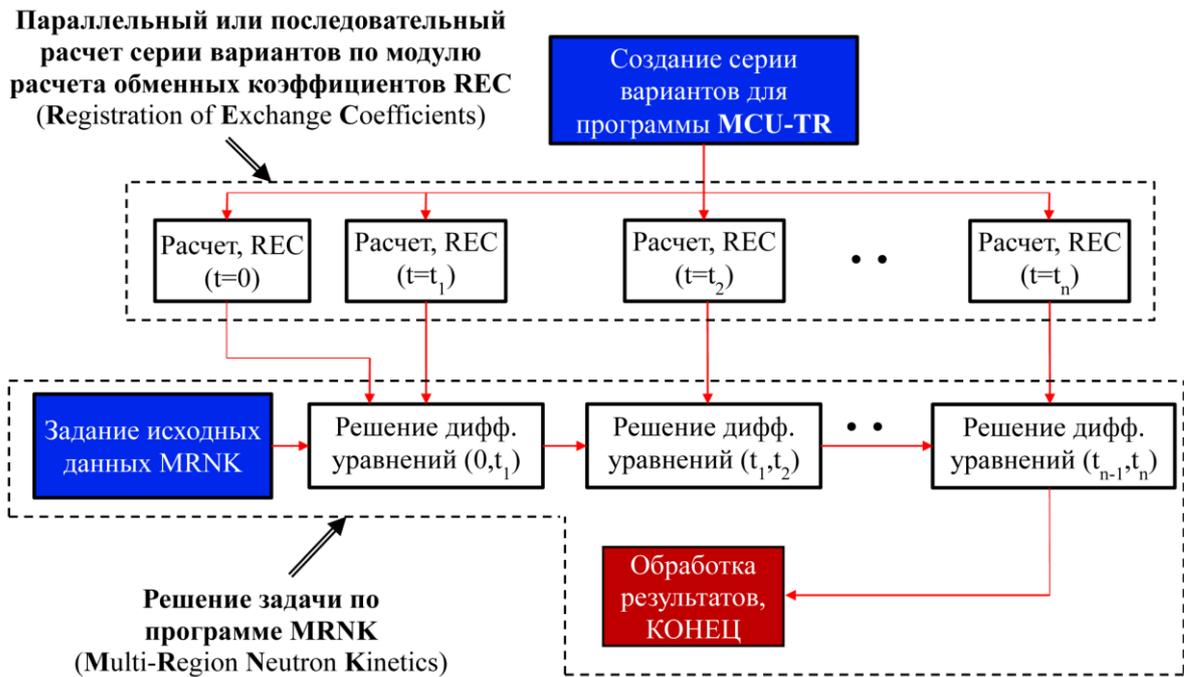


Рисунок 2.1 – Схема решения уравнений многозонной кинетики

В первую очередь создается модель исходных данных рассматриваемой системы для программы MCU-TR. По аналогии с введенными обозначениями для уравнений многозонной кинетики, считается, что модель размножающей системы, созданная на языке исходных данных MCU-TR, представляет собой пространственную область G (рисунок 1.1). Области с делящимися нуклидами F_j , и области для регистрации плотности потока $\Psi_{k\phi}$ выделяются с использованием регистрационных объектов. Также указываются регистрационные объекты, в которых моделируются внешние источники Q_{kq} .

На основе созданной модели подготавливается серия вариантов исходных данных, в которых заданы свойства материалов и изменение геометрии, соответствующие условиям нестационарного процесса на границах временных интервалов. Далее в параллельном или последовательном режиме по разработанному модулю REC для программы MCU-TR проводится расчет серии вариантов в стационарном режиме.

Полученные файлы с обменными коэффициентами используются в рамках комплекса программ MRNK, который проводит решение дифференциальных уравнений (2.6-2.12).

2.6 Описание модуля REC

Алгоритмы расчета обменных коэффициентов уравнений (2.6-2.12) созданы в рамках пользовательского подмодуля программы MCU-TR на основе языка программирования FORTRAN95 [58]. Модуль имеет название REC (Registration of Exchange Coefficients).

Краткое описание программы MCU-TR. Программа MCU-TR [59] предназначена для моделирования процессов переноса нейтронов аналоговыми и неаналоговыми методами Монте-Карло на основе оцененных ядерных данных в системах с трехмерной геометрией с учетом изменения изотопного состава материалов. Для моделирования переноса нейтронов программа позволяет решать также и однородное уравнение (задачи о критичности систем, размножающих нейтроны).

В программе реализован геометрический модуль который позволяет моделировать системы, состоящие из объемных элементов практически произвольной формы. Для этого используется комбинаторный подход, основанный на описании

сложных пространственных форм (зон) комбинациями простых тел и поверхностей с помощью операций пересечения, дополнения и объединения [60].

Программа базируется на самых современных библиотеках сечений, таких как ENDFB-VII, РОСФОНД и других.

Модуль REC. В процессе счёта программы MCU-TR моделируется история нейтрона от его рождения до его поглощения или вылета из системы. При этом отслеживаются величины: τ - время жизни нейтрона и w - вес нейтрона. В моменты рождений и столкновений, вносится вклад в функционалы обменных коэффициентов по схеме, приведенной в таблице 2.2. Обменные коэффициенты определяются в процессе стационарного расчета, как с учетом, так и без учета спектра испускания запаздывающих нейтронов.

Таблица 2.2 - Схема расчета функционалов в процессе моделирования историй нейтронов

Характеристика нейтрона	Процесс		
	Рождение	Столкновение	
		В области F_i	В области $\Psi_{k\Phi}$
Мгновенный нейтрон, родившийся в области F_j	$\omega_j^{мгн} = \omega_j^{мгн} + w$	$\varphi_{ij}^{мгн} = \varphi_{ij}^{мгн} + \frac{w \cdot v \cdot \Sigma_f}{\Sigma_{tot}}$ $l_{ij}^{мгн} = l_{ij}^{мгн} + \frac{w \cdot v \cdot \tau \cdot \Sigma_f}{\Sigma_{tot}}$	$\varphi_{gk\Phi j}^{мгн} = \varphi_{gk\Phi j}^{мгн} + \frac{w}{\Sigma_{tot}}$ $l_{k\Phi j}^{мгн} = l_{k\Phi j}^{мгн} + \frac{w \cdot \tau}{\Sigma_{tot}}$
Запаздывающий нейтрон группы предшественников d , родившийся в области F_j ;	$\omega_{dj}^{зан} = \omega_{dj}^{зан} + w$	$\varphi_{ijd}^{зан} = \varphi_{ijd}^{зан} + \frac{w \cdot v \cdot \Sigma_f}{\Sigma_{tot}}$ $l_{ijd}^{зан} = l_{ijd}^{зан} + \frac{w \cdot v \cdot \tau \cdot \Sigma_f}{\Sigma_{tot}}$	$\varphi_{gk\Phi jd}^{зан} = \varphi_{gk\Phi jd}^{зан} + \frac{w}{\Sigma_{tot}}$ $l_{gk\Phi jd}^{зан} = l_{gk\Phi jd}^{зан} + \frac{w \cdot \tau}{\Sigma_{tot}}$
Нейтрон, рожденный источником Q_{k_q}	$\omega_{k_q}^{уст} = \omega_{k_q}^{уст} + w$	$\varphi_{ik_q}^{уст} = \varphi_{ik_q}^{уст} + \frac{w \cdot v \cdot \Sigma_f}{\Sigma_{tot}}$ $l_{ik_q}^{уст} = l_{ik_q}^{уст} + \frac{w \cdot v \cdot \tau \cdot \Sigma_f}{\Sigma_{tot}}$	$\varphi_{gk\Phi k_q}^{уст} = \varphi_{gk\Phi k_q}^{уст} + \frac{w}{\Sigma_{tot}}$ $l_{gk\Phi k_q}^{уст} = l_{gk\Phi k_q}^{уст} + \frac{w \cdot \tau}{\Sigma_{tot}}$

После окончания моделирования всех поколений проводится вычисление обменных коэффициентов по формулам:

$$K_{ij} = \frac{\varphi_{ij}^{мгн}}{\omega_j^{мгн}}, L_{ij} = \frac{l_{ij}^{мгн}}{\varphi_{ij}^{мгн}}, K_{gk\Phi j} = \frac{\varphi_{gk\Phi j}^{мгн}}{\omega_j^{мгн}}, L_{gk\Phi j} = \frac{l_{gk\Phi j}^{мгн}}{\varphi_{gk\Phi j}^{мгн}},$$

$$K_{ijd} = \frac{\varphi_{ijd}^{zan}}{\omega_{jd}^{zan}}, L_{ijd} = \frac{l_{ijd}^{zan}}{\varphi_{ijd}^{zan}}, K_{gk\Phi jd} = \frac{\varphi_{gk\Phi jd}^{zan}}{\omega_{jd}^{zan}}, L_{gk\Phi jd} = \frac{l_{gk\Phi jd}^{zan}}{\varphi_{gk\Phi jd}^{zan}},$$

$$K_{ik_q} = \frac{\varphi_{ik_q}^{ucm}}{\omega_{k_q}^{ucm}}, L_{ik_q} = \frac{l_{ik_q}^{ucm}}{\varphi_{ik_q}^{ucm}}, K_{gk\Phi k_q} = \frac{\varphi_{gk\Phi k_q}^{ucm}}{\omega_{k_q}^{ucm}}, L_{gk\Phi k_q} = \frac{l_{gk\Phi k_q}^{ucm}}{\varphi_{gk\Phi k_q}^{ucm}}.$$

Кроме этого в модуль внедрен расчет усредненных по подобластям характеристик запаздывающих нейтронов β_{id} и λ_{id} .

Для определения зависимости обменных коэффициентов от времени создается серия вариантов исходных данных программы MCU-TR, в которых определяются параметры, соответствующие точкам на границах заданных временных интервалов.

2.7 Верификация алгоритма расчета коэффициентов связи

2.7.1 Экспериментальные данные

Сравнение расчётных коэффициентов связи с экспериментальными данными проведено на основе опытов, изложенных в работе [13,14,61], где определялось критическое состояние системы из двух цилиндрических гомогенных реакторов при различных расстояниях между ними. При этом каждый реактор, если рассматривать его изолированным от другого, находился в подкритическом состоянии.

Стенки реакторов (рисунок 2.2) состоят из нержавеющей стали 1X18Н9Т толщиной 1,5 мм. Активная зона реактора – водный раствор соли $UO_2(NO_3)_2$ с ураном 90 % обогащения. Диаметр активной зоны 30 см.

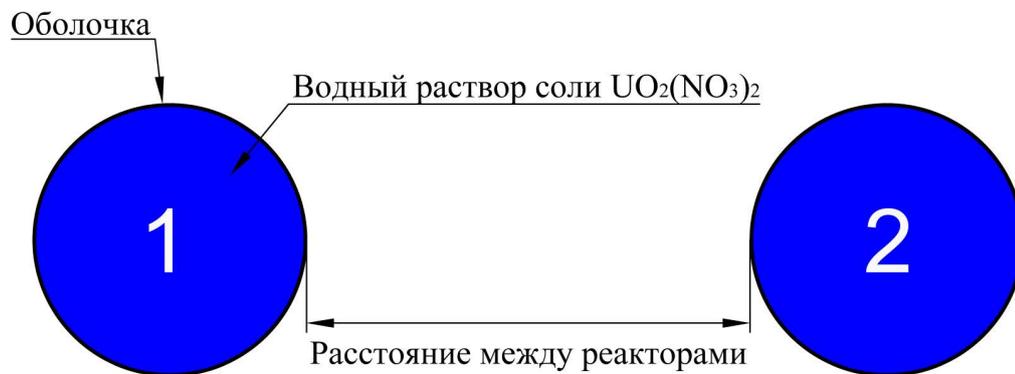


Рисунок 2.2 – Система из двух реакторов

Опыт проводился следующим образом. Реакторы придвигали вплотную друг к другу и одновременно заполняли раствором урановой соли до достижения критического

состояния всей системы. При этом активные зоны каждого из реакторов имели одинаковые состав и объём. Далее один из реакторов отодвигался на определённый шаг по расстоянию. Процедура достижения критичности системы проводилась аналогичным образом. Полное расстояние между цилиндрами менялось от 0 до 120 см. Эксперименты проводились для различных составов раствора соли. Концентрация раствора и отношение ядерных концентраций водорода и ^{235}U представлены в таблице 2.3.

Таблица 2.3 - Параметры раствора соли в опытах: C – концентрация соли в воде, ρ_{H}/ρ_5 – отношение ядерных концентраций водорода и ^{235}U

Опыт	C , г/л	ρ_{H}/ρ_5
1	105	260
2	74	380
3	55	520

Подкритичность одного из реакторов в зависимости от расстояния r между ними рассчитывалась по формуле $K_{\text{изол}}(r) = (1 + \chi_0^2 \tau)(1 + \chi_0^2 L^2) / [(1 + \chi^2(V(r)) \tau)(1 + \chi^2(V(r)) L^2)]$, где χ_0 – геометрический параметр критического реактора, χ – геометрический параметр подкритического реактора, $V(r)$ – объём одного из реакторов в момент критичности системы из двух реакторов. Поскольку реакторы имели одинаковые состав и геометрию, то в силу симметрии коэффициенты связи определяются по формуле $k_{12}^{\text{эксп}}(r) = k_{21}^{\text{эксп}}(r) = 1 - K_{\text{изол}}(r)$.

На рисунках 2.3 – 2.5 показаны графики зависимости экспериментальных и расчётных (по модулю REC) коэффициентов связи от расстояния между реакторами. Расчётные и экспериментальные данных удовлетворительно согласуются, что позволяет судить об адекватности построенной методики для расчёта коэффициентов связи.

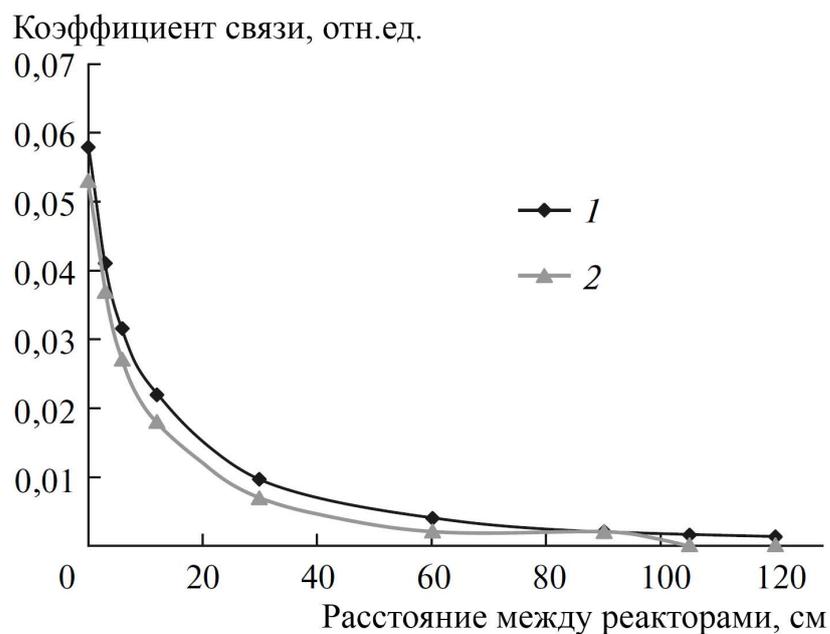


Рисунок 2.3 – Зависимость коэффициентов связи от расстояния между реакторами (опыт 1): 1 – расчетные значения, 2 – экспериментальные значения

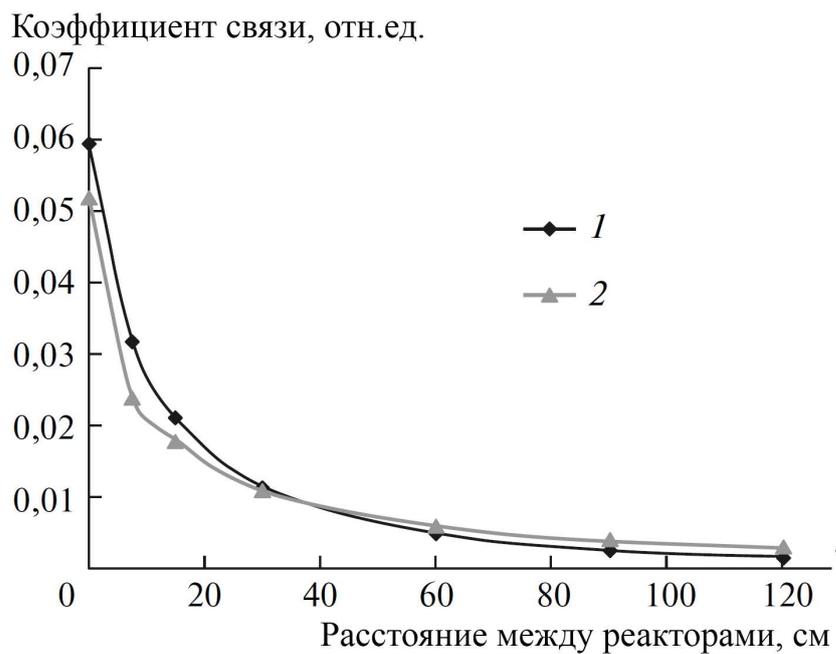


Рисунок 2.4 – Зависимость коэффициентов связи от расстояния между реакторами (опыт 2): 1 – расчетные значения, 2 – экспериментальные значения

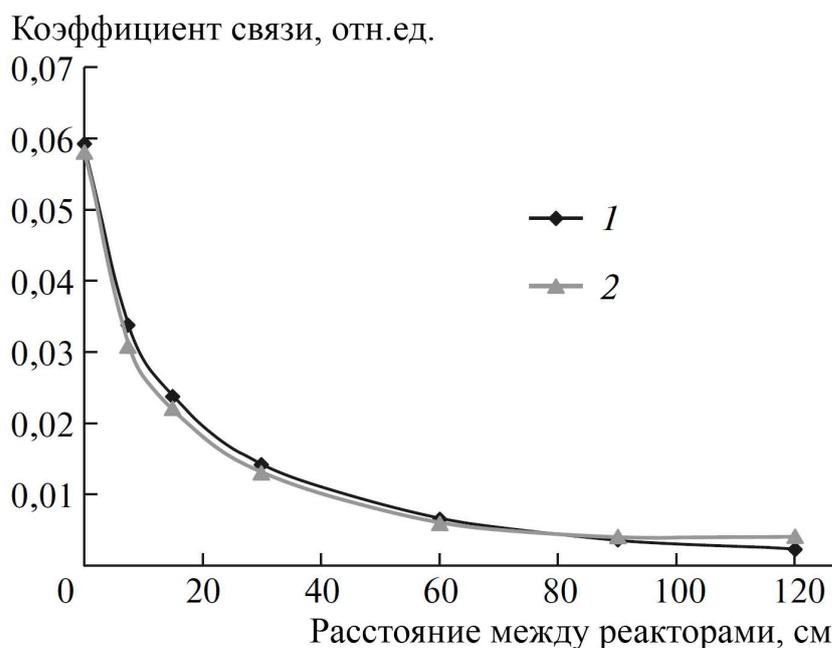


Рисунок 2.5 – Зависимость коэффициентов связи от расстояния между реакторами (опыт 3): 1 – расчетные значения, 2 – экспериментальные значения

2.7.2 Модельный вариант активной зоны

Проверка методики вычисления коэффициентов связи по модулю REC также осуществлялась на модели активной зоны, близкой к критическому состоянию [14,15]. Сравнивались распределения скорости генерации нейтронов, полученные прямым расчётом из MCU-TR и из условия критичности (2.16) с применением коэффициентов связи, вычисленных подмодулем REC.

Схема двенадцатой части активной зоны представлена на рисунке 2.6. В расчетах использовалось условие симметрии. Активная зона диаметром 122,5 см и высотой 92 см составлена из 247 одинаковых каналов, расположенных по шестигранной решётке с шагом 7,2 см. Пространство между каналами заполнено легководным замедлителем. Корпус реактора выполнен из нержавеющей стали и окружён отражателем. Цилиндрический канал радиусом 3 см включает в себя 51 твэл, 7 выгорающих поглотителей, 6 борных вытеснителей и заполнен легководным теплоносителем. Обогащение топлива 47 % по ^{235}U .

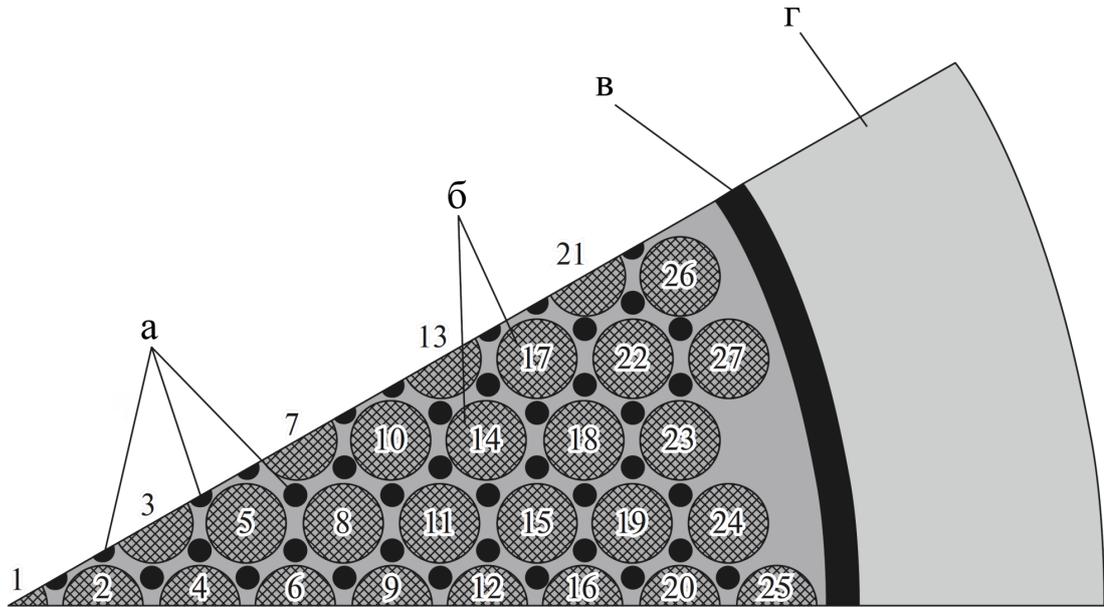


Рисунок 2.6 – Схема двенадцатой части модели активной зоны и нумерация каналов: а – стержни регулирования, б – каналы, в – корпус, г - отражатель

Подобласть в данном случае определяется как совокупность твэлов в канале, а расположение подобластей задавалось в соответствии со схемой нумерации (рисунок 2.6).

Состояние реактора, близкое к критичности ($k_{эф} = 0,9990 \pm 0,0002$ при статистике $36 \cdot 10^6$ историй), достигалось перемещением стержней регулирования. Уровень погружения оставался одинаковым для всех стержней. Результаты расчёта представлены в таблице 2.4. Применение метода для оценки распределения скорости генерации нейтронов для системы, близкой к критике, дало хорошее согласие с результатами MCU-TR. Максимальное отклонение составляет 0,5% в канале 25. Все результаты лежат в пределах погрешности MCU-TR, которая составляет 0,5%.

2.7.3 Активная зона КЛТ-40С

Согласно выражению (2.15) групповые плотности потока нейтронов в подобластях однозначно определяются через значения интенсивностей внешних источников на основе коэффициентов связи. Это дает возможность проверить корректность расчета этих коэффициентов подмодулем REC, сравнивая плотности потока, полученные из этого выражения и плотности потока, определенные из прямого расчета по программе MCU-TR. Такое сопоставление было проведено [12].

Таблица 2.4 - Распределение скоростей генерации нейтронов по активной зоне (в относительных единицах): P_{MCU} – расчёт по программе MCU-TR, $P_{КС}$ вычислено из соотношения (2.17) на основе коэффициентов связи

Номер канала	P_{MCU}	$P_{КС}$	Отклонение $P_{КС}$ от P_{MCU} , %
1	5,694	5,700	0,1
2	5,607	5,606	0
3	5,433	5,438	0,1
4	5,359	5,360	0
5	5,124	5,124	0
6	4,963	4,974	0,2
7	4,741	4,742	0
8	4,674	4,674	0
9	4,458	4,451	-0,2
10	4,242	4,245	0,1
11	4,121	4,112	-0,2
12	3,833	3,827	-0,2
13	3,713	3,716	0,1
14	3,645	3,639	-0,2
15	3,445	3,445	0
16	3,127	3,127	0
17	3,075	3,080	0,2
18	2,955	2,947	-0,3
19	2,709	2,704	-0,2
20	2,376	2,377	0,1
21	2,471	2,474	0,1
22	2,411	2,406	-0,2
23	2,651	2,648	-0,1
24	2,640	2,641	0
25	2,027	2,038	0,5
26	2,228	2,228	0
27	2,280	2,276	-0,2

Результаты были получены с использованием полномасштабной модели активной зоны КЛТ-40С для программы MCU-TR, основанной на опубликованных данных в работе [62]. Полное описание используемой в расчетах модели активной зоны приведено в приложении А.

В расчете определялась плотность потока нейтронов в ионизационных камерах ИК-1 и ИК-3 (рисунок 2.7), расположенных за пределами активной зоны в боковом отражателе, от внешнего источника, помещенного в ТВС крайнего ряда.

Область топлива каждого ТВЭЛ в модели активной зоны разделена на 20 высотных слоев. Размножающие подобласти в данном случае определялись как совокупность топливных зон в высотном слое ТВС. Всего было выделено $20 \times 121 = 2420$ подобластей. Ионизационные камеры в модели представлены трубами, каждая из которых была разделена на 10 слоев по высоте. Для определения плотности потока в каждой камере выделялись регистрационные области, соответствующие высотным слоям разбиения.

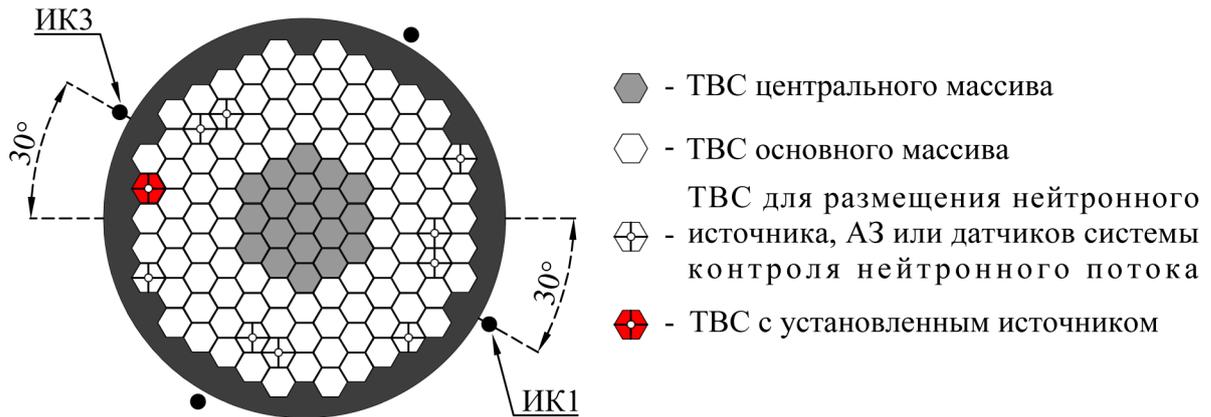


Рисунок 2.7 - Схема модели КЛТ-40С с источником

В активной зоне было получено подкритическое состояние ($K_{эфф} = 0,998387$) - все стержни регулирования переведены на одинаковое положение от нижнего края активной части 49,9 см. Внешний источник моделировался точечным источником со спектром испускания нейтронов изотопом калифорния-252 [63]. Этот источник был помещен в центр гильзы периферийной ТВС на высоте 90 см от нижнего края активной части.

В задании исходных данных MCU-TR был включен стационарный режим счета с источником (ISTR 1) [60], введен учет запаздывающих нейтронов (DELN 1) и использован модуль REC. Статистика - $4 \cdot 10^9$ историй нейтронов на 496 ядер. В одном расчете получены как коэффициенты связи, так плотности потока нейтронов, регистрируемые с использованием оценки по столкновениям. При этом плотности потока усреднялись по двум энергетическим группам: тепловой (0-0,632 эВ) и быстрой (0,632 - ∞ эВ).

Результаты расчета распределения плотности потока нейтронов на один нейтрон внешнего источника представлены в таблицах 2.5-2.8. В тех же таблицах приведены отклонение от результатов расчета программы MCU-TR и погрешность расчета

плотности потока MCU-TR в соответствующих слоях разбиения. Отклонения плотностей потока, вычисленных на основе коэффициентов связи (Φ_{REC}), от плотностей потока, полученных в прямом расчете по MCU-TR ($\Phi_{\text{MCU-TR}}$), лежат в пределах расчетной погрешности результатов MCU-TR. Таким образом, можно заключить, что результаты согласуются друг с другом. Максимальное отклонение составляет 0,24% при погрешности расчета по программе MCU-TR 0,56%.

Таблица 2.5 - Результаты расчета плотности потока нейтронов тепловой группы (0-0,632 эВ) в ионизационной камере ИК-1

Слой, №	Плотность потока тепловых нейтронов в ИК-1, отн. ед.		Отклонение, $ \Phi_{\text{REC}} - \Phi_{\text{MCU-TR}} / \Phi_{\text{MCU-TR}}, \%$	Погрешность (MCU-TR), %
	REC	MCU-TR		
1	2,5955E-03	2,6013E-03	0,22	0,53
2	4,0306E-03	4,0398E-03	0,23	0,51
3	4,4820E-03	4,4924E-03	0,23	0,51
4	3,9658E-03	3,9752E-03	0,24	0,50
5	2,8806E-03	2,8875E-03	0,24	0,50
6	1,8031E-03	1,8075E-03	0,24	0,53
7	1,0363E-03	1,0388E-03	0,24	0,53
8	5,6637E-04	5,6771E-04	0,24	0,51
9	3,0082E-04	3,0151E-04	0,23	0,60
10	1,5459E-04	1,5494E-04	0,23	0,62

Таблица 2.6 - Результаты расчета плотности потока нейтронов быстрой группы (0,632 - ∞ эВ) в ионизационной камере ИК-1

Слой, №	Плотность потока быстрых нейтронов в ИК-1, отн. ед.		Отклонение, $ \Phi_{\text{REC}} - \Phi_{\text{MCU-TR}} / \Phi_{\text{MCU-TR}}, \%$	Погрешность (MCU-TR), %
	REC	MCU-TR		
1	2,0806E-03	2,0852E-03	0,22	0,52
2	3,0819E-03	3,0889E-03	0,23	0,51
3	3,4047E-03	3,4126E-03	0,23	0,52
4	2,9624E-03	2,9695E-03	0,24	0,50
5	2,0696E-03	2,0746E-03	0,24	0,50
6	1,2387E-03	1,2417E-03	0,24	0,56
7	6,9415E-04	6,9584E-04	0,24	0,57
8	3,7517E-04	3,7605E-04	0,23	0,59
9	1,9549E-04	1,9593E-04	0,22	0,70
10	9,3649E-05	9,3862E-05	0,23	0,78

Таблица 2.7 - Результаты расчета плотности потока нейтронов тепловой группы (0-0,632 эВ) в ионизационной камере ИК-3

Слой, №	Плотность потока тепловых нейтронов в ИК-3, отн. ед.		Отклонение, $ \Phi_{\text{REC}} - \Phi_{\text{MCU-TR}} / \Phi_{\text{MCU-TR}}, \%$	Погрешность (MCU-TR), %
	REC	MCU-TR		
1	2,7033E-03	2,7097E-03	0,24	0,51
2	4,2446E-03	4,2545E-03	0,23	0,48
3	4,8214E-03	4,8323E-03	0,23	0,47
4	4,5392E-03	4,5492E-03	0,22	0,45
5	3,9640E-03	3,9709E-03	0,17	0,37
6	3,9615E-03	3,9659E-03	0,11	0,24
7	4,7918E-03	4,7928E-03	0,02	0,12
8	5,2204E-03	5,2213E-03	0,02	0,07
9	3,9876E-03	3,9889E-03	0,03	0,06
10	2,2368E-03	2,2382E-03	0,06	0,06

Таблица 2.8 - Результаты расчета плотности потока нейтронов быстрой группы (0,632 - ∞ эВ) в ионизационной камере ИК-3

Слой, №	Плотность потока быстрых нейтронов в ИК-3, отн. ед.		Отклонение, $ \Phi_{\text{REC}} - \Phi_{\text{MCU-TR}} / \Phi_{\text{MCU-TR}}, \%$	Погрешность (MCU-TR), %
	REC	MCU-TR		
1	2,1645E-03	2,1696E-03	0,24	0,50
2	3,2299E-03	3,2375E-03	0,24	0,48
3	3,6346E-03	3,6431E-03	0,23	0,49
4	3,3273E-03	3,3347E-03	0,22	0,45
5	2,7372E-03	2,7423E-03	0,19	0,40
6	2,6169E-03	2,6197E-03	0,11	0,25
7	3,2719E-03	3,2739E-03	0,06	0,13
8	3,6952E-03	3,6947E-03	0,01	0,07
9	2,7178E-03	2,7161E-03	0,06	0,07
10	1,3351E-03	1,3360E-03	0,06	0,09

2.8 Алгоритм решения системы дифференциальных уравнений

2.8.1 Численная схема

Для решения автономных систем дифференциальных уравнений применяются одношаговые численные схемы, делящихся на два класса - явных и неявных [64]. Система уравнений (2.6-2.12) является жесткой – характерные времена изменения параметров уравнений, сильно различаются. В частности, это касается групп уравнений (2.6-2.7), описывающих быстрые процессы переноса мгновенных и запаздывающих нейтронов (характерные времена в тепловых реакторах $\sim 10^{-5}$ с), и группы уравнений (2.8), описывающей медленное изменение концентраций ядер запаздывающих нейтронов (характерные времена $\sim 10^1 - 80$ с). В этом случае решение системы с использованием явных методов приводит к непропорциональному занижению шага интегрирования - при увеличении шага резко теряется устойчивость метода, что приводит к некорректным результатам расчета. Поэтому для решения таких систем разработаны неявные методы, которые обладают необходимой устойчивостью и достаточной простотой в реализации.

Одной перспективной численной схемой является **(3,2)**-метод [65], входящий в семейство **(m,k)**-методов [66] и являющийся модификацией методов типа Розенброка. Метод имеет третий порядок точности, обладает L-устойчивостью и разработан с учетом автоматического выбора временного шага интегрирования.

Представим систему уравнений (2.6-2.12) в виде задачи Коши. Поскольку такая система имеет неавтономный вид, то есть коэффициенты правой части зависят от переменной времени t , для перевода её в автономный вид введем дополнительное уравнение [66] с новой переменной $\frac{dT(t)}{dt} = 1$. При этом, обменные коэффициенты правой части принимают зависимость от переменной τ . Таким образом, систему можно записать в общем виде:

$$\mathbf{y}' = \mathbf{f}(\mathbf{y}); \mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}_0; t_0 \leq t \leq t_k \quad (2.22)$$

Представим вектора \mathbf{y} и \mathbf{f} следующим образом:

$$\mathbf{y} = \left(\begin{array}{c} y_1 \\ \dots \\ y_{p_1(i,j)} \\ \dots \\ y_{N_1} \\ y_{N_1+1} \\ \dots \\ y_{p_2(i,j,d)} \\ \dots \\ y_{N_2} \\ y_{N_2+1} \\ \dots \\ y_{p_3(j,d)} \\ \dots \\ y_{N_3} \\ y_{N_3+1} \\ \dots \\ y_{p_4(i,k_q)} \\ \dots \\ y_{N_4} \\ \dots \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \dots \\ y_{N_4+1} \\ \dots \\ y_{p_5(g,k_\Phi,j)} \\ \dots \\ y_{N_5} \\ y_{N_5+1} \\ \dots \\ y_{p_6(g,k_\Phi,j,d)} \\ \dots \\ y_{N_6} \\ y_{N_6+1} \\ \dots \\ y_{p_7(g,k_\Phi,k_q)} \\ \dots \\ y_{N_7} \\ y_{p_8} \\ \dots \end{array} \right); \quad \mathbf{f} = \left(\begin{array}{c} f_1 \\ \dots \\ f_{p_1(i,j)} \\ \dots \\ f_{N_1} \\ f_{N_1+1} \\ \dots \\ f_{p_2(i,j,d)} \\ \dots \\ f_{N_2} \\ f_{N_2+1} \\ \dots \\ f_{p_3(j,d)} \\ \dots \\ f_{N_3} \\ f_{N_3+1} \\ \dots \\ f_{p_4(i,k_q)} \\ \dots \\ f_{N_4} \\ \dots \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \dots \\ f_{N_4+1} \\ \dots \\ f_{p_5(g,k_\Phi,j)} \\ \dots \\ f_{N_5} \\ f_{N_5+1} \\ \dots \\ f_{p_6(g,k_\Phi,j,d)} \\ \dots \\ f_{N_6} \\ f_{N_6+1} \\ \dots \\ f_{p_7(g,k_\Phi,k_q)} \\ \dots \\ f_{N_7} \\ f_{p_8} \\ \dots \end{array} \right) \quad (2.23)$$

Здесь:

$\boxed{1}$ - номер группы уравнений;

$$N_1 = N^{obl} \cdot N^{obl}; \quad N_2 = N_1 + N^{obl} \cdot N^{obl} \cdot N^{zan}; \quad N_3 = N_2 + N^{obl} \cdot N^{zan};$$

$$N_4 = N_3 + N^{obl} \cdot N^{ucm}; \quad N_5 = N_4 + N^{cp} \cdot N^{obl} \cdot N^\Phi; \quad N_6 = N_5 + N^{cp} \cdot N^\Phi \cdot N^{obl} \cdot N^{zan};$$

$$N_7 = N_6 + N^{cp} \cdot N^{ucm} \cdot N^\Phi; \quad N_8 = N_7 + 1; \quad N_8 - \text{полное число уравнений};$$

$p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7$ и p_8 - целочисленные функции, зависящие от параметров $i, j = \overline{1, N^{obl}}$, $d = \overline{1, N^{zan}}$, $k_q = \overline{1, N^{ucm}}$, $k_\Phi = \overline{1, N^\Phi}$, $g = \overline{1, N^{\Gamma p}}$ и задающие в векторе \mathbf{y} порядок следования его элементов относительно значений этих параметров.

Определим эти функции следующим образом:

$$p_1(i, j) = N_0 + N^{obl}(j-1) + i, \quad N_0 = 0;$$

$$p_2(i, j, d) = N_1 + N^{obl} \cdot N^{obl}(d-1) + N^{obl}(j-1) + i;$$

$$p_3(j, d) = N_2 + N^{obl}(d-1) + j;$$

$$p_4(i, k_q) = N_3 + N^{obl}(k_q - 1) + i;$$

$$p_5(g, k_\Phi, j) = N_4 + N^\Phi \cdot N^{2p} \cdot (j-1) + N^{2p} \cdot (k_\Phi - 1) + g;$$

$$p_6(g, k_\Phi, j, d) = N_5 + N^\Phi \cdot N^{2p} \cdot N^{obl} \cdot (d-1) + N^\Phi \cdot N^{2p} \cdot (j-1) + N^{2p} \cdot (k_\Phi - 1) + g;$$

$$p_7(g, k_\Phi, k_q) = N_6 + N^\Phi \cdot N^{2p} \cdot (k_q - 1) + N^{2p} \cdot (k_\Phi - 1) + g;$$

$$p_8 = N_7 + 1 = N_8.$$

(2.24-2.31)

Тогда каждому элементу вектора \mathbf{y} поставим в соответствие переменную системы (2.6-2.12), а вектору \mathbf{f} – правую часть уравнений с учетом выражений (2.13 и 2.14):

$$\boxed{1}: y_{p_1(i,j)} = W_{ij}(t),$$

$$f_{p_1(i,j)} = - \frac{W_{ij}(t)}{L_{ij}(T)} + (1 - \beta_j) \cdot \frac{\nu_j}{\nu_i} \cdot \frac{K_{ij}(T)}{L_{ij}(T)} \cdot \left[\sum_{j_1=1}^{N^{obl}} \left(W_{jj_1}(t) + \sum_{d_1=1}^{N^{3an}} Y_{jj_1 d_1}(t) \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} Q_{jk_q}(t) \right];$$

$$\boxed{2}: y_{p_2(i,j,d)} = Y_{ijd}(t), \quad f_{p_2(i,j,d)} = - \frac{Y_{ijd}(t)}{L_{ijd}(T)} + \frac{\nu_j}{\nu_i} \cdot \frac{K_{ijd}(T)}{L_{ijd_j}(T)} \cdot C_{jd}(t);$$

$$\boxed{3}: y_{p_3(j,d)} = C_{jd}(t),$$

$$f_{p_3(j,d)} = - \lambda_{jd} \cdot C_{jd}(t) + \beta_{jd} \cdot \lambda_{jd} \cdot \left[\sum_{j_1=1}^{N^{obl}} \left(W_{jj_1}(t) + \sum_{d_1=1}^{N^{3an}} Y_{jj_1 d_1}(t) \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} Q_{jk_q}(t) \right];$$

$$\boxed{4}: y_{p_4(i,k_q)} = Q_{ik_q}(t), \quad f_{p_4(i,k_q)} = - \frac{Q_{ik_q}(t)}{L_{ik_q}(T)} + \frac{1}{\nu_i} \cdot \frac{K_{ik_q}(T)}{L_{ik_q}(T)} \cdot Q_{k_q}(T);$$

$$\boxed{5}: y_{p_5(g,k_\Phi,j)} = \Phi_{gk_\Phi j}(t);$$

$$f_{p_5(g,k_\Phi,j)} = - \frac{\Phi_{gk_\Phi j}(t)}{L_{gk_\Phi j}(T)} + \nu_j \cdot (1 - \beta_j) \cdot \frac{K_{gk_\Phi j}(T)}{L_{gk_\Phi j}(T)} \cdot \left[\sum_{j_1=1}^{N^{obl}} \left(W_{jj_1}(t) + \sum_{d_1=1}^{N^{3an}} Y_{jj_1 d_1}(t) \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} Q_{jk_q}(t) \right];$$

$$\boxed{6}: y_{p_6(g,k_\Phi,j,d)} = \Phi_{gk_\Phi jd}(t), \quad f_{p_6(g,k_\Phi,j,d)} = - \frac{\Phi_{gk_\Phi jd}(t)}{L_{gk_\Phi jd}(T)} + \nu_j \cdot \frac{K_{gk_\Phi jd}(T)}{L_{gk_\Phi jd}(T)} \cdot C_{jd}(t);$$

$$\boxed{7}: y_{p_7(g,k_\Phi,k_q)} = \Phi_{gk_\Phi k_q}(t), \quad f_{p_7(g,k_\Phi,k_q)} = - \frac{\Phi_{gk_\Phi k_q}(t)}{L_{gk_\Phi k_q}(T)} + \frac{K_{gk_\Phi k_q}(T)}{L_{gk_\Phi k_q}(T)} \cdot Q_{k_q}(T);$$

$$\boxed{8}: y_{p_8} = T(t), \quad f_{p_8} = 1.$$

(2.32-2.39)

Численная схема (3,2) метода основана на представлении решения на интервале интегрирования (t^n, t^{n+1}) в виде трехстадийной численной формулы, которая записывается следующим образом:

$$\mathbf{y}^{n+1} = \mathbf{y}^n + l_1 \mathbf{s}_1 + l_2 \mathbf{s}_2 + l_3 \mathbf{s}_3,$$

Где p_1, p_2 и p_3 - постоянные коэффициенты; $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$ и \mathbf{s}_3 - стадии метода, определяемые из соотношений:

$$\mathbf{D}^n \mathbf{s}_1 = h^n \mathbf{f}(\mathbf{y}^n); \mathbf{D}^n \mathbf{s}_2 = \mathbf{s}_1; \mathbf{D}^n \mathbf{s}_3 = h^n \mathbf{f}(\mathbf{y}^n + \beta_{31} \mathbf{s}_1 + \beta_{32} \mathbf{s}_2) + \alpha_{32} \mathbf{s}_2. \quad (2.40)$$

Здесь $\mathbf{D}^n = \mathbf{E} - a \cdot h^n \cdot \mathbf{J}^n$, \mathbf{E} - единичная матрица; h^n - временной шаг интегрирования в момент времени t^n : $t^{n+1} = t^n + h^n$; \mathbf{J}^n - матрица Якоби задачи Коши в момент времени t^n :

$$\mathbf{J}^n = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial f_1(\mathbf{y})}{\partial y_1} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} & \left. \frac{\partial f_1(\mathbf{y})}{\partial y_2} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} & \dots & \left. \frac{\partial f_1(\mathbf{y})}{\partial y_{N_8}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} \\ \left. \frac{\partial f_2(\mathbf{y})}{\partial y_1} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} & \left. \frac{\partial f_2(\mathbf{y})}{\partial y_2} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} & \dots & \left. \frac{\partial f_2(\mathbf{y})}{\partial y_{N_8}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left. \frac{\partial f_{N_8}(\mathbf{y})}{\partial y_1} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} & \left. \frac{\partial f_{N_8}(\mathbf{y})}{\partial y_2} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} & \dots & \left. \frac{\partial f_{N_8}(\mathbf{y})}{\partial y_{N_8}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} \end{pmatrix}; \quad (2.41)$$

$a, \beta_{31}, \beta_{32}$ и α_{32} - постоянные коэффициенты схемы, которые выражаются следующим образом:

$$a = 0.435866521508459; l_1 = \frac{130a^2 - 33a + 6}{54a^2}; l_2 = \frac{21a - 54a^2 - 4}{18a^2}; l_3 = \frac{16}{27};$$

$$\beta_{31} = \frac{48a - 3}{32a}; \beta_{32} = \frac{3 - 24a}{32a}; \alpha_{32} = \frac{54a^2 - 30a + 6}{32a^2}.$$

Для контроля точности вычислений ε и автоматического выбора величины шага интегрирования применяются неравенства:

$$\varepsilon_1 \leq c\varepsilon, \quad \varepsilon_1 = \max \left| (p_1 - b_1) \mathbf{s}_1 + (p_2 - b_2) \mathbf{s}_2 + p_3 \mathbf{s}_3 \right|;$$

$$\varepsilon_2 \leq c\varepsilon, \quad \varepsilon_2 = \max \left| \left[\mathbf{D}^n \right]^{-1} \left[(p_1 - b_1) \mathbf{s}_1 + (p_2 - b_2) \mathbf{s}_2 + p_3 \mathbf{s}_3 \right] \right|,$$

$$\text{Здесь } b_1 = \frac{4a-1}{2a}, b_2 = \frac{1-2a}{2a}, c = \frac{4 \cdot |6a^2 - 6a + 1|}{|1 - 12a + 36a^2 - 24a^3|}.$$

Второе неравенство используется только в случаях нарушения первого.

Следующий шаг интегрирования вычисляется по формуле:

$$h^{n+1} = \min \left(\sqrt[3]{\frac{c\varepsilon}{\varepsilon_1}}, \sqrt[3]{\frac{c\varepsilon}{\varepsilon_2}} \right) h^n.$$

2.8.2 Адаптация численной схемы

Характерной особенностью (3,2)-метода является то, что на каждом шаге интегрирования многократно решается система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\mathbf{D}^n \mathbf{s} = \mathbf{x} \quad (2.42)$$

Где \mathbf{s} – вектор неизвестных, \mathbf{x} – известный вектор, вычисляемый в соответствии с правыми частями выражений (2.32-2.39).

Расчетное время решения задачи Коши (2.22) определяется сложностью решения СЛАУ и зависит от размера матриц \mathbf{E} , \mathbf{D}^n , \mathbf{J}^n (N^{yp} х N^{yp}), где N^{yp} - число уравнений задачи Коши. Для системы (2.6-2.12), с учетом перевода её в автономный вид, число уравнений определяется формулой:

$$N^{yp} = N_8 = N^{obl} \cdot (N^{obl} + N^{zan} \cdot N^{obl} + N^{zan} + N^{uct}) + N^{zp} \cdot N^\Phi (N^{obl} + N^{obl} \cdot N^{zan} + N^{uct}) + 1.$$

Как видно из этой формулы - число уравнений сильно зависит от числа размножающих областей N^{obl} . Например, при параметрах разбиения системы G:

$$N^{obl} = 100, N^{uct} = 1, N^{zp} = 2, N^\Phi = 4, N^{zan} = 6$$

общее число уравнений составит $N^{yp} = 76309$, что приводит к огромным размерам матрицы \mathbf{D}_n - 76309 х 76309. Решение таких СЛАУ в общем виде требует высоких вычислительных затрат, даже на современных ЭВМ.

Однако имеется возможность существенно сократить размер задачи путем сведения СЛАУ (2.23) к СЛАУ нового вида с матрицей сокращенного размера. Для этого докажем следующую теорему:

СЛАУ вида $\mathbf{D}^n \mathbf{s} = \mathbf{x}$ для уравнений (2.32-2.39) на основе матрицы $\mathbf{D}^n = \mathbf{E} - a \cdot h^n \cdot \mathbf{J}^n$, имеющей размер $N_8 \times N_8$, можно свести линейными преобразованиями к сокращенной СЛАУ вида $\mathbf{V}^n \mathbf{u} = \mathbf{c}$, где

\mathbf{u} - вектор неизвестных, имеющий размер N^{obl} ;

\mathbf{c} - известный вектор;

\mathbf{V}^n - матрица, имеющая размер $N^{obl} \times N^{obl}$.

При этом элементы \mathbf{s} исходной СЛАУ линейно выражаются через элементы векторов \mathbf{u} и \mathbf{x} с использованием коэффициентов правой части уравнений (2.32-2.39).

Доказательство. Определим нумерацию строк матрицы Якоби (2.41) для системы (2.6-2.12) по функциям $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7$ и p_8 (2.24-2.31) а столбцов по тем же функциям от аналогичных переменных $p'_1 = p_1(i', j')$, $p'_2 = p_2(i', j', d')$, $p'_3 = p_3(j', d')$, $p'_4 = p_4(i', k_q')$, $p'_5 = p_5(g', k_\Phi', j')$, $p'_6 = p_6(g', k_\Phi', j', d')$, $p'_7 = p_7(g', k_\Phi', k_q')$ и $p'_8 = p_8$. Области значений переменных $i', j', d', k_q', g', k_\Phi'$ аналогичны переменным i, j, d, k_q, g, k_Φ .

Тогда матрица $\mathbf{D}^n = \mathbf{E} - a \cdot h^n \cdot \mathbf{J}^n$ с учетом представления векторов \mathbf{u} и \mathbf{f} (2.32-2.39) описывается следующим образом:

$$\mathbf{D}_n = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{p_1, p'_1} & \mathbf{D}_{p_1, p'_2} & \Theta & \mathbf{D}_{p_1, p'_4} & \Theta & \Theta & \Theta & \mathbf{D}_{p_1, p'_8} \\ \Theta & \mathbf{D}_{p_2, p'_2} & \mathbf{D}_{p_2, p'_3} & \Theta & \Theta & \Theta & \Theta & \mathbf{D}_{p_2, p'_8} \\ \mathbf{D}_{p_3, p'_1} & \mathbf{D}_{p_3, p'_2} & \mathbf{D}_{p_3, p'_3} & \mathbf{D}_{p_3, p'_4} & \Theta & \Theta & \Theta & \Theta \\ \Theta & \Theta & \Theta & \mathbf{D}_{p_4, p'_4} & \Theta & \Theta & \Theta & \mathbf{D}_{p_4, p'_8} \\ \mathbf{D}_{p_5, p'_1} & \mathbf{D}_{p_5, p'_2} & \Theta & \mathbf{D}_{p_5, p'_4} & \mathbf{D}_{p_5, p'_5} & \Theta & \Theta & \mathbf{D}_{p_5, p'_8} \\ \Theta & \Theta & \mathbf{D}_{p_6, p'_3} & \Theta & \Theta & \mathbf{D}_{p_6, p'_6} & \Theta & \mathbf{D}_{p_6, p'_8} \\ \Theta & \Theta & \Theta & \Theta & \Theta & \Theta & \mathbf{D}_{p_7, p'_7} & \mathbf{D}_{p_7, p'_8} \\ \Theta & \mathbf{D}_{p_8, p'_8} \end{pmatrix}, \quad (2.43)$$

где использующиеся подматрицы имеют вид:

$$\mathbf{D}_{p_l, p'_m} = \begin{cases} -a \cdot h^n \cdot \mathbf{J}_{p_l, p'_m}^n, & \text{если } m \neq l \\ \mathbf{E}_{p_l, p'_l} - a \cdot h^n \cdot \mathbf{J}_{p_l, p'_l}^n, & \text{если } m = l \end{cases}, \quad l, m = \overline{1, 8}; \quad (2.44)$$

$$\mathbf{J}_{p_l, p'_m}^n = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial f_{N_{l-1}+1}(\mathbf{y})}{\partial y_{N_{m-1}+1}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} & \left. \frac{\partial f_{N_{l-1}+1}(\mathbf{y})}{\partial y_{N_{m-1}+2}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} & \dots & \left. \frac{\partial f_{N_{l-1}+1}(\mathbf{y})}{\partial y_{N_m}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} \\ \left. \frac{\partial f_{N_{l-1}+2}(\mathbf{y})}{\partial y_{N_{m-1}+1}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} & \left. \frac{\partial f_{N_{l-1}+2}(\mathbf{y})}{\partial y_{N_{m-1}+2}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} & \dots & \left. \frac{\partial f_{N_{l-1}+2}(\mathbf{y})}{\partial y_{N_m}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left. \frac{\partial f_{N_l}(\mathbf{y})}{\partial y_{N_{m-1}+1}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} & \left. \frac{\partial f_{N_l}(\mathbf{y})}{\partial y_{N_{m-1}+2}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} & \dots & \left. \frac{\partial f_{N_l}(\mathbf{y})}{\partial y_{N_m}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} \end{pmatrix}; \quad (2.45)$$

\mathbf{E}_{p_l, p'_l} - единичная квадратная подматрица, размером $N_l \times N_l$;

Θ - подматрицы, состоящие только из нулевых элементов.

Элементы подматриц \mathbf{J}_{p_l, p'_m}^n и \mathbf{D}_{p_l, p'_m} обозначим как совокупности:

$$\mathbf{J}_{p_l, p'_m}^n = \left\{ J_{p_l(\arg_l), p'_m(\arg'_m)} = \left. \frac{\partial f_{p_l(\arg_l)}(\mathbf{y})}{\partial y_{p'_m(\arg'_m)}} \right|_{\mathbf{y}=\mathbf{y}^n} \right\}; \quad (2.46)$$

$$\mathbf{D}_{p_l, p'_m} = \left\{ D_{p_l(\arg_l), p'_m(\arg'_m)} \right\}. \quad (2.47)$$

Здесь \arg_l и \arg'_m - набор аргументов функций p_l и p'_m . Например, для функций p_1 и p'_2 аргументы $\arg_1 = i, j$ и $\arg'_2 = i', j', d'$.

Представим вектора \mathbf{s} и \mathbf{x} схожим образом с (2.23) и распишем систему (2.42) на основе элементов подматриц (2.47), используя (2.43) и занулив соответствующие элементы матрицы \mathbf{D}_n :

$$\begin{aligned} \mathbb{1}: x_{p_1(i, j)} &= \sum_{i'=1}^{N^{obl}} \sum_{j'=1}^{N^{obl}} D_{p_1(i, j), p_1(i', j')} \cdot s_{p_1(i', j')} + \sum_{i'=1}^{N^{obl}} \sum_{j'=1}^{N^{obl}} \sum_{d'=1}^{N^{zan}} D_{p_1(i, j), p_2(i', j', d')} \cdot s_{p_2(i', j', d')} \\ &+ \sum_{i'=1}^{N^{obl}} \sum_{k_q'=1}^{N^{ucm}} D_{p_1(i, j), p_4(i', k_q')} \cdot s_{p_4(i', k_q')} + D_{p_1(i, j), p'_8} \cdot s_{p_8} \end{aligned}$$

$$\boxed{2}: x_{p_2(i,j,d)} = \sum_{i'=1}^{N^{obl}} \sum_{j'=1}^{N^{obl}} \sum_{d_j'=1}^{N^{zan}} D_{p_2(i,j,d_j),p_2(i',j',d')} \cdot S_{p_2(i',j',d')} + \sum_{j'=1}^{N^{obl}} \sum_{d'=1}^{N^{zan}} D_{p_2(i,j,d),p_3(j',d')} \cdot S_{p_3(j',d')} +$$

$$+ D_{p_2(i,j,d),p'_8} \cdot S_{p_8}$$

$$\boxed{3}: x_{p_3(j,d)} = \sum_{i'=1}^{N^{obl}} \sum_{j'=1}^{N^{obl}} D_{p_3(j,d),p_1(i',j')} \cdot S_{p_1(i',j')} + \sum_{i'=1}^{N^{obl}} \sum_{j'=1}^{N^{obl}} \sum_{d'=1}^{N^{zan}} D_{p_3(j,d),p_2(i',j',d')} \cdot S_{p_2(i',j',d')} +$$

$$+ \sum_{j'=1}^{N^{obl}} \sum_{d'=1}^{N^{zan}} D_{p_3(j,d),p_3(j',d')} \cdot S_{p_3(j',d')} + \sum_{i'=1}^{N^{obl}} \sum_{j'=1}^{N^{ucm}} D_{p_3(j,d),p_4(i',k_q')} \cdot S_{p_4(i',k_q')}$$

$$\boxed{4}: x_{p_4(i,k_q)} = \sum_{i'=1}^{N^{obl}} \sum_{k_q'=1}^{N^{ucm}} D_{p_4(i,k_q),p_4(i',k_q')} \cdot S_{p_4(i',k_q')} + D_{p_4(i,k_q),p'_8} \cdot S_{p_8}$$

$$\boxed{5}: x_{p_5(g,k_\Phi,j)} = \sum_{i'=1}^{N^{obl}} \sum_{j'=1}^{N^{obl}} D_{p_5(g,k_\Phi,j),p_1(i',j')} \cdot S_{p_1(i',j')} +$$

$$+ \sum_{i'=1}^{N^{obl}} \sum_{j'=1}^{N^{obl}} \sum_{d'=1}^{N^{zan}} D_{p_5(g,k_\Phi,j),p_2(i',j',d')} \cdot S_{p_2(i',j',d')} + \sum_{i'=1}^{N^{obl}} \sum_{k_q'=1}^{N^{ucm}} D_{p_5(g,k_\Phi,j),p_4(i',k_q')} \cdot S_{p_4(i',k_q')} +$$

$$+ \sum_{k_\Phi'=1}^{N^\Phi} \sum_{j'=1}^{N^{obl}} \sum_{g'=1}^{N^{ep}} D_{p_5(g,k_\Phi,j),p_5(g',k_\Phi',j')} \cdot S_{p_5(g',k_\Phi',j')} + D_{p_5(g,k_\Phi,j),p'_8} \cdot S_{p_8}$$

$$\boxed{6}: x_{p_6(g,k_\Phi,j,d)} = \sum_{j'=1}^{N^{obl}} \sum_{d'=1}^{N^{zan}} D_{p_6(g,k_\Phi,j,d),p_3(j',d')} \cdot S_{p_3(j',d')} +$$

$$+ \sum_{k_\Phi'=1}^{N^\Phi} \sum_{j'=1}^{N^{obl}} \sum_{d'=1}^{N^{zan}} D_{p_6(g,k_\Phi,j,d),p_6(g',k_\Phi',j',d')} \cdot S_{p_6(g',k_\Phi',j',d')} + D_{p_6(g,k_\Phi,j,d),p'_8} \cdot S_{p_8}$$

$$\boxed{7}: x_{p_7(g,k_\Phi,k_q)} = \sum_{k_\Phi'=1}^{N^\Phi} \sum_{k_q'=1}^{N^{ucm}} D_{p_7(g,k_\Phi,k_q),p_7(g',k_\Phi',k_q')} \cdot S_{p_7(g',k_\Phi',k_q')} + D_{p_7(g,k_\Phi,k_q),p'_8} \cdot S_{p_8}$$

$$\boxed{8}: x_{p_8} = D_{p_8,p'_8} \cdot S_{p_8}$$

Выразим значения входящих в эту систему элементов подматриц \mathbf{D}_{p_l,p'_m} (2.47), применив выражения (2.44) и (2.46) к (2.32-2.39), и, подставив сюда эти значения, получим следующую систему:

$$\begin{aligned}
\boxed{1}: x_{p_1(i,j)} &= \left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ij}(t^n)} \right) \cdot s_{p_1(i,j)} - a \cdot h^n \cdot (1 - \beta_j) \cdot \frac{v_j}{v_i} \cdot \frac{K_{ij}(t^n)}{L_{ij}(t^n)} \\
&\cdot \left[\sum_{j_1=1}^{N^{obl}} \left(s_{p_1(j,j_1)} + \sum_{d_1=1}^{N^{zan}} s_{p_2(j,j_1,d_1)} \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} s_{p_4(j,k_q)} \right] + a \cdot h^n \cdot \left(W_{ij}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{ij}(T)} \right) \right) \Big|_{T=t^n} - \\
&- (1 - \beta_j) \cdot \frac{v_j}{v_i} \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{ij}(T)}{L_{ij}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} \cdot \left[\sum_{j_1=1}^{N^{obl}} \left(W_{jj_1}(t^n) + \sum_{d_1=1}^{N^{zan}} Y_{jj_1 d_1}(t^n) \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} Q_{jk_q}(t^n) \right] \cdot s_{p_8} \\
\boxed{2}: x_{p_2(i,j,d)} &= \left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ijd}(t^n)} \right) \cdot s_{p_2(i,j,d)} - a \cdot h^n \cdot \frac{v_j}{v_i} \cdot \frac{K_{ijd}(t^n)}{L_{ijd}(t^n)} \cdot s_{p_3(j,d)} + \\
&+ a \cdot h^n \cdot \left(Y_{ijd}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{ijd}(T)} \right) \right) \Big|_{T=t^n} - \frac{v_j}{v_i} \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{ijd}(T)}{L_{ijd}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} \cdot C_{jd}(t^n) \cdot s_{p_8} \\
\boxed{3}: x_{p_3(j,d)} &= (1 + a \cdot h^n \cdot \lambda_{jd}) \cdot s_{p_3(j,d)} - \\
&- a \cdot h^n \cdot \beta_{jd} \cdot \lambda_{jd} \cdot \left[\sum_{j_1=1}^{N^{obl}} \left(s_{p_1(j,j_1)} + \sum_{d_1=1}^{N^{zan}} s_{p_2(j,j_1,d_1)} \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} s_{p_4(j,k_q)} \right] \\
\boxed{4}: x_{p_4(i,k_q)} &= \left(1 + \frac{a \cdot h}{L_{ik_q}(t^n)} \right) \cdot s_{p_4(i,k_q)} + a \cdot h^n \cdot \left[Q_{ik_q}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{ik_q}(T)} \right) \right] \Big|_{T=t^n} - \\
&- \frac{1}{v_i} \cdot \left[Q_{k_q}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{ik_q}(T)}{L_{ik_q}(T)} \right) \right] \Big|_{T=t^n} + \frac{\partial Q_{k_q}(T)}{\partial T} \Big|_{T=t^n} \cdot \frac{K_{ik_q}(t^n)}{L_{ik_q}(t^n)} \Big] \cdot s_{p_8} \\
\boxed{5}: x_{p_5(g,k_\Phi,j)} &= \left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_\Phi j}(t^n)} \right) \cdot s_{p_5(g,k_\Phi,j)} - a \cdot h^n \cdot v_j \cdot (1 - \beta_j) \cdot \frac{K_{gk_\Phi j}(t^n)}{L_{gk_\Phi j}(t^n)} \\
&\cdot \left[\sum_{j_1=1}^{N^{obl}} \left(s_{p_1(j,j_1)} + \sum_{d_1=1}^{N^{zan}} s_{p_2(j,j_1,d_1)} \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} s_{p_4(j,k_q)} \right] + a \cdot h^n \cdot \left(\Phi_{gk_\Phi j}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{gk_\Phi j}(T)} \right) \right) \Big|_{T=t^n} - \\
&- (1 - \beta_j) \cdot v_j \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{gk_\Phi j}(T)}{L_{gk_\Phi j}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} \cdot \left[\sum_{j_1=1}^{N^{obl}} \left(W_{jj_1}(t^n) + \sum_{d_1=1}^{N^{zan}} Y_{jj_1 d_1}(t^n) \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} Q_{jk_q}(t^n) \right] \cdot s_{p_8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\boxed{6}: x_{p_6(g,k_\Phi,j,d)} &= \left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_\Phi jd}(t^n)}\right) \cdot s_{p_6(g,k_\Phi,j,d)} - a \cdot h^n \cdot v_j \cdot \frac{K_{gk_\Phi jd}(t^n)}{L_{gk_\Phi jd}(t^n)} \cdot s_{p_3(j,d)} + \\
&+ a \cdot h^n \cdot \left(\Phi_{gk_\Phi jd}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{gk_\Phi jd}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - v_j \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{gk_\Phi jd}(T)}{L_{gk_\Phi jd}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} \cdot C_{jd}(t_n) \right) \cdot s_{p_8} \\
\boxed{7}: x_{p_7(g,k_\Phi,k_q)} &= \left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_\Phi k_q}(t^n)}\right) \cdot s_{p_7(g,k_\Phi,k_q)} + a \cdot h^n \cdot \left[\Phi_{gk_\Phi k_q}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{gk_\Phi k_q}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - \right. \\
&- Q_{k_q}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{gk_\Phi k_q}(T)}{L_{gk_\Phi k_q}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - \left. \frac{\partial Q_{k_q}(T)}{\partial T} \Big|_{T=t^n} \cdot \frac{K_{gk_\Phi k_q}(t^n)}{L_{gk_\Phi k_q}(t^n)} \right] \cdot s_{p_8} \\
\boxed{8}: x_{p_8} &= s_{p_8} \tag{2.48-2.55}
\end{aligned}$$

Введем замену переменных:

$$u_j = \sum_{j_1=1}^{N^{obl}} \left(s_{p_1(j,j_1)} + \sum_{d_1=1}^{N^{zan}} s_{p_2(j,j_1,d_1)} \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} s_{p_4(j,k_q)}. \tag{2.56}$$

Тогда:

$$u_i = \sum_{j=1}^{N^{obl}} \left(s_{p_1(i,j)} + \sum_{d=1}^{N^{zan}} s_{p_2(i,j,d)} \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} s_{p_4(i,k_q)}. \tag{2.57}$$

Подставим в систему (2.48-2.55) переменные (2.56) и приведем её к следующему виду:

$$\begin{aligned}
\boxed{1}: \frac{x_{p_1(i,j)}}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ij}(t^n)}\right)} &= s_{p_1(i,j)} - \frac{a \cdot h^n}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ij}(t^n)}\right)} \cdot (1 - \beta_j) \cdot \frac{v_j}{v_i} \cdot \frac{K_{ij}(t^n)}{L_{ij}(t^n)} \cdot u_j + \\
&+ \frac{a \cdot h^n}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ij}(t^n)}\right)} \cdot \left(W_{ij}(t_n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{ij}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - (1 - \beta_j) \cdot \frac{v_j}{v_i} \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{ij}(T)}{L_{ij}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} \right) \cdot \\
&\cdot \left[\sum_{j_1=1}^{N^{obl}} \left(W_{j_1}(t^n) + \sum_{d_1=1}^{N^{zan}} Y_{j_1 d_1}(t^n) \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} Q_{j k_q}(t^n) \right] \cdot s_{p_8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boxed{2}: \frac{x_{p_2(i,j,d)}}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ijd}(t^n)}\right)} &= s_{p_2(i,j,d)} - \frac{a \cdot h^n}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ijd}(t^n)}\right)} \cdot \frac{v_j}{v_i} \cdot \frac{K_{ijd}(t^n)}{L_{ijd}(t^n)} \cdot s_{p_3(j,d)} + \\ &+ \frac{a \cdot h^n}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ijd}(t^n)}\right)} \cdot \left(Y_{ijd}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{ijd}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - \frac{v_j}{v_i} \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{ijd}(T)}{L_{ijd}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} \cdot C_{jd}(t^n) \right) \cdot s_{p_8} \end{aligned}$$

$$\boxed{3}: s_{p_3(j,d)} = \frac{x_{p_3(j,d)} + a \cdot h^n \cdot \beta_{jd} \cdot \lambda_{jd}}{(1 + a \cdot h^n \cdot \lambda_{jd})} \cdot u_j$$

$$\begin{aligned} \boxed{4}: \frac{x_{p_4(i,k_q)}}{\left(1 + \frac{a \cdot h}{L_{ik_q}(t^n)}\right)} &= s_{p_4(i,k_q)} + \frac{a \cdot h^n}{\left(1 + \frac{a \cdot h}{L_{ik_q}(t^n)}\right)} \cdot \left[Q_{ik_q}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{ik_q}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - \right. \\ &\left. - \frac{1}{v_i} \cdot \left[Q_{k_q}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{ik_q}(T)}{L_{ik_q}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} + \frac{\partial Q_{k_q}(T)}{\partial T} \Big|_{T=t^n} \cdot \frac{K_{ik_q}(t^n)}{L_{ik_q}(t^n)} \right] \right] \cdot s_{p_8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boxed{5}: \frac{x_{p_5(g,k_\Phi,j)}}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_\Phi j}(t^n)}\right)} &= s_{p_5(g,k_\Phi,j)} - \frac{a \cdot h^n \cdot v_j \cdot (1 - \beta_j)}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_\Phi j}(t^n)}\right)} \cdot \frac{K_{gk_\Phi j}(t^n)}{L_{gk_\Phi j}(t^n)} \cdot u_j + \\ &+ \frac{a \cdot h^n}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_\Phi j}(t^n)}\right)} \cdot \left(\Phi_{gk_\Phi j}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{gk_\Phi j}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - (1 - \beta_j) \cdot v_j \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{gk_\Phi j}(T)}{L_{gk_\Phi j}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} \right) \cdot \\ &\cdot \left[\sum_{j_1=1}^{N^{o\delta l}} \left(W_{j_1}(t^n) + \sum_{d_1=1}^{N^{zan}} Y_{j_1 d_1}(t^n) \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{lcm}} Q_{jk_q}(t^n) \right] \cdot s_{p_8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\boxed{6}: & \frac{x_{p_6(g,k_\Phi,j,d)}}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_\Phi jd}(t^n)}\right)} = s_{p_6(g,k_\Phi,j,d)} - \frac{a \cdot h^n}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_\Phi jd}(t^n)}\right)} \cdot v_j \cdot \frac{K_{gk_\Phi jd}(t^n)}{L_{gk_\Phi jd}(t^n)} \cdot s_{p_3(j,d)} + \\
& + \frac{a \cdot h^n}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_\Phi jd}(t^n)}\right)} \cdot \left(\Phi_{gk_\Phi jd}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{gk_\Phi jd}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - v_j \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{gk_\Phi jd}(T)}{L_{gk_\Phi jd}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} \right) \cdot \\
& \cdot C_{jd}(t_n) \cdot s_{p_8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\boxed{7}: & \frac{x_{p_7(g,k_\Phi,k_q)}}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_\Phi k_q}(t^n)}\right)} = s_{p_7(g,k_\Phi,k_q)} + \frac{a \cdot h^n}{\left(1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_\Phi k_q}(t^n)}\right)} \cdot \left[\Phi_{gk_\Phi k_q}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{gk_\Phi k_q}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - \right. \\
& \left. - Q_{k_q}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{gk_\Phi k_q}(T)}{L_{gk_\Phi k_q}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - \frac{\partial Q_{k_q}(T)}{\partial T} \Big|_{T=t^n} \cdot \frac{K_{gk_\Phi k_q}(t^n)}{L_{gk_\Phi k_q}(t^n)} \right] \cdot s_{p_8}
\end{aligned}$$

$$\boxed{8}: x_{p_8} = s_{p_8} \tag{2.58-2.65}$$

Введем обозначения:

$$B_{ij}^n = \frac{-a \cdot h^n}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ij}(t^n)}} \cdot (1 - \beta_j) \cdot \frac{v_j}{v_i} \cdot \frac{K_{ij}(t^n)}{L_{ij}(t^n)}; \quad B_{ijd}^n = \frac{-(a \cdot h^n)^2}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ijd}(t^n)}} \cdot \frac{v_j}{v_i} \cdot \frac{K_{ijd}(t^n)}{L_{ijd}(t^n)} \cdot \frac{\beta_{jd} \cdot \lambda_{jd}}{1 + a \cdot h^n \cdot \lambda_{jd}};$$

$$B_{gk_\Phi j}^n = \frac{-a \cdot h^n \cdot v_j \cdot (1 - \beta_j) \cdot \frac{K_{gk_\Phi j}(t^n)}{L_{gk_\Phi j}(t^n)}}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_\Phi j}(t^n)}}; \quad B_{gk_\Phi jd}^n = \frac{-a \cdot h^n}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_\Phi jd}(t^n)}} \cdot v_j \cdot \frac{K_{gk_\Phi jd}(t^n)}{L_{gk_\Phi jd}(t^n)} \cdot \frac{a \cdot h^n \cdot \beta_{jd} \cdot \lambda_{jd}}{1 + a \cdot h^n \cdot \lambda_{jd}};$$

$$\begin{aligned}
Z_{ij}^n = & \frac{a \cdot h^n}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ij}(t^n)}} \cdot \left(W_{ij}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{ij}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - (1 - \beta_j) \cdot \frac{v_j}{v_i} \cdot \left[\sum_{j_1=1}^{N^{обн}} W_{jj_1}(t_n) + \sum_{d_1=1}^{N^{зан}} Y_{jj_1 d_1}(t_n) \right] + \right. \\
& \left. + \sum_{k_q=1}^{N^{учм}} Q_{jk_q}(t_n) \right] \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{ij}(T)}{L_{ij}(T)} \right) \Big|_{T=t^n}
\end{aligned}$$

$$Z_{ijd}^n = \frac{a \cdot h^n}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ijd}(t^n)}} \cdot \left(Y_{ijd}(t_n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{ijd}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - \frac{v_j}{v_i} \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{ijd}(T)}{L_{ijd}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} \cdot C_{jd}(t_n) \right);$$

$$Z_{ik_q}^n = \frac{a \cdot h^n}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ik_q}(t^n)}} \cdot \left(Q_{ik_q}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{ik_q}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - \frac{1}{v_i} \cdot \left[Q_{k_q}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{ik_q}(T)}{L_{ik_q}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} + \frac{\partial Q_{k_q}(T)}{\partial T} \Big|_{T=t^n} \cdot \frac{K_{ik_q}(t^n)}{L_{ik_q}(t^n)} \right] \right);$$

$$Z_{gk_{\Phi}j}^n = \frac{a \cdot h^n}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_{\Phi}j}(t^n)}} \cdot \left(\Phi_{gk_{\Phi}j}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{gk_{\Phi}j}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - (1 - \beta_j) \cdot v_j \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{gk_{\Phi}j}(T)}{L_{gk_{\Phi}j}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} \cdot \left[\sum_{j_1=1}^{N^{o\delta l}} \left(W_{j_1}(t_n) + \sum_{d_1=1}^{N^{3an}} Y_{j_1 d_1}(t_n) \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{ucm}} Q_{jk_q}(t_n) \right] \right);$$

$$Z_{gk_{\Phi}jd}^n = \frac{a \cdot h^n}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_{\Phi}jd}(t^n)}} \cdot \left(\Phi_{gk_{\Phi}jd}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{gk_{\Phi}jd}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - v_j \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{gk_{\Phi}jd}(T)}{L_{gk_{\Phi}jd}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} \cdot C_{jd}(t^n) \right);$$

$$Z_{gk_{\Phi}k_q}^n = \frac{a \cdot h^n}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk_{\Phi}k_q}(t^n)}} \cdot \left[\Phi_{gk_{\Phi}k_q}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{L_{gk_{\Phi}k_q}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - Q_{k_q}(t^n) \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{K_{gk_{\Phi}k_q}(T)}{L_{gk_{\Phi}k_q}(T)} \right) \Big|_{T=t^n} - \frac{\partial Q_{k_q}(T)}{\partial T} \Big|_{T=t^n} \cdot \frac{K_{gk_{\Phi}k_q}(t^n)}{L_{gk_{\Phi}k_q}(t^n)} \right];$$

$$A_{ij}^n = \frac{x_{p_1(i,j)}}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ij}(t^n)}}; \quad A_{ijd}^n = \frac{x_{p_2(i,j,d)} + a \cdot h^n \cdot \frac{v_j}{v_i} \cdot \frac{K_{ijd}(t^n)}{L_{ijd}(t^n)} \cdot \frac{x_{p_3(j,d)}}{(1 + a \cdot h^n \cdot \lambda_{jd})}}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ijd}(t^n)}}; \quad A_{ik_q}^n = \frac{x_{p_4(i,k_q)}}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{ik_q}(t^n)}};$$

$$A_{gk\Phi j}^n = \frac{x_{p_5(g,k\Phi,j)}}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk\Phi j}(t^n)}}; A_{gk\Phi jd}^n = \frac{x_{p_6(g,k\Phi,j,d)} + a \cdot h^n \cdot v_j \cdot \frac{K_{gk\Phi jd}(t^n)}{L_{gk\Phi jd}(t^n)} \cdot \frac{x_{p_3(j,d)}}{(1 + a \cdot h^n \cdot \lambda_{jd})}}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk\Phi jd}(t^n)}};$$

$$A_{gk\Phi k_q}^n = \frac{x_{p_7(g,k\Phi,k_q)}}{1 + \frac{a \cdot h^n}{L_{gk\Phi k_q}(t^n)}}.$$

Подставим выражение для переменной $s_{p_3(j,d)}$ из группы $\boxed{3}$ системы (2.58-2.65) в группы $\boxed{2}$ и $\boxed{6}$, и, с учетом вышеперечисленных обозначений, система сводится к следующему виду:

$$\begin{aligned} \boxed{1}: A_{ij}^n &= s_{p_1(i,j)} + B_{ij}^n \cdot u_j + Z_{ij}^n \cdot s_{p_8}; \\ \boxed{2}: A_{ijd}^n &= s_{p_2(i,j,d)} + B_{ijd}^n \cdot u_j + Z_{ijd}^n \cdot s_{p_8}; \\ \boxed{4}: A_{ik_q}^n &= s_{p_4(i,k_q)} + Z_{ik_q}^n \cdot s_{p_8}; \\ \boxed{5}: A_{gk\Phi j}^n &= s_{p_5(g,k\Phi,j)} + B_{gk\Phi j}^n \cdot u_j + Z_{gk\Phi j}^n \cdot s_{p_8}; \\ \boxed{6}: A_{gk\Phi jd}^n &= s_{p_6(g,k\Phi,j,d)} + B_{gk\Phi jd}^n \cdot u_j + Z_{gk\Phi jd}^n \cdot s_{p_8}; \\ \boxed{7}: A_{gk\Phi k_q}^n &= s_{p_7(g,k\Phi,k_q)} + Z_{gk\Phi k_q}^n \cdot s_{p_8}; \\ \boxed{8}: x_{p_8} &= s_{p_8}. \end{aligned} \tag{2.66-2.72}$$

Просуммируем группы уравнений $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ и $\boxed{4}$ по индексам i, j, d, k_q аналогично (2.57) и, подставив выражение для s_{p_8} из группы $\boxed{8}$ получим следующую систему:

$$u_i + \sum_{j=1}^{N^{обл}} \left(B_{ij}^n + \sum_{d=1}^{N^{зан}} B_{ijd}^n \right) \cdot u_j = \sum_{j=1}^{N^{обл}} \left(A_{ij}^n + \sum_{d=1}^{N^{зан}} A_{ijd}^n \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{Исм}} A_{ik_q}^n - \left[\sum_{j=1}^{N^{обл}} \left(Z_{ij}^n + \sum_{d=1}^{N^{зан}} Z_{ijd}^n \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{Исм}} Z_{ik_q}^n \right] \cdot x_{p_8}.$$

Таким образом, формируется СЛАУ следующего вида:

$$\mathbf{B}^n \mathbf{u} = \mathbf{c} \tag{2.73}$$

Здесь \mathbf{B}^n - матрица размера $N^{обл} \times N^{обл}$, \mathbf{u} – вектор неизвестных и \mathbf{c} – известный вектор, которые имеют вид:

$$\mathbf{B}^n = \begin{pmatrix} b_{11}^n & \dots & b_{1i}^n & \dots & b_{1N^{обл}}^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{i1}^n & \dots & b_{ii}^n & \dots & b_{iN^{обл}}^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{N^{обл}1}^n & \dots & b_{N^{обл}i}^n & \dots & b_{N^{обл}N^{обл}}^n \end{pmatrix}, \mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_i \\ \dots \\ u_{N^{обл}} \end{pmatrix}, \mathbf{c} = \begin{pmatrix} a_1^n - x_{p_8} \cdot z_1^n \\ \dots \\ a_i^n - x_{p_8} \cdot z_i^n \\ \dots \\ a_{N^{обл}}^n - x_{p_8} \cdot z_{N^{обл}}^n \end{pmatrix},$$

где:

$$b_{ij}^n = \begin{cases} i = j \rightarrow 1 + B_{ij}^n + \sum_{d=1}^{N^{зан}} B_{ijd}^n \\ i \neq j \rightarrow B_{ij}^n + \sum_{d=1}^{N^{зан}} B_{ijd}^n \end{cases},$$

$$a_i^n = \sum_{j=1}^{N^{обл}} \left(A_{ij}^n + \sum_{d=1}^{N^{зан}} A_{ijd}^n \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{учм}} A_{ik_q}^n,$$

$$z_i^n = \sum_{j=1}^{N^{обл}} \left(Z_{ij}^n + \sum_{d=1}^{N^{зан}} Z_{ijd}^n \right) + \sum_{k_q=1}^{N^{учм}} Z_{ik_q}^n.$$

После решения СЛАУ (2.73) элементы искомого вектора \mathbf{s} определяются через элементы вектора \mathbf{u} из следующих линейных соотношений:

$$\boxed{1}: s_{p_1(i,j)} = A_{ij}^n - B_{ij}^n \cdot u_j - Z_{ij}^n \cdot x_{p_8};$$

$$\boxed{2}: s_{p_2(i,j,d)} = A_{ijd}^n - B_{ijd}^n \cdot u_j - Z_{ijd}^n \cdot x_{p_8};$$

$$\boxed{3}: s_{p_3(j,d)} = \frac{x_{p_3(j,d)} + a \cdot h_n \cdot \beta_{jd} \cdot \lambda_{jd} \cdot u_j}{1 + a \cdot h_n \cdot \lambda_{jd}};$$

$$\boxed{4}: s_{p_4(i,k_q)} = A_{ik_q}^n - Z_{ik_q}^n \cdot x_{p_8};$$

$$\boxed{5}: s_{p_5(g,k_\Phi,j)} = A_{gk_\Phi j}^n - B_{gk_\Phi j}^n \cdot u_j - Z_{gk_\Phi j}^n \cdot x_{p_8};$$

$$\boxed{6}: s_{p_6(g,k_\Phi,j,d)} = A_{gk_\Phi jd}^n - B_{gk_\Phi jd}^n \cdot u_j - Z_{gk_\Phi jd}^n \cdot x_{p_8};$$

$$\boxed{7}: s_{p_7(g,k_\Phi,k_q)} = A_{gk_\Phi k_q}^n - Z_{gk_\Phi k_q}^n \cdot x_{p_8};$$

$$\boxed{8}: s_{p_8} = x_{p_8}.$$

Таким образом, теорема доказана. Получена СЛАУ вида (2.73), при этом сложность её решения практически зависит *только* от числа выделенных

размножающих областей N^{obl} , что существенно ускоряет быстроедействие (3,2) метода. Определение вектора неизвестных s СЛАУ (2.48) по представленным выражениям составляет меньшую вычислительную сложность по сравнению с поиском матрицы, обратной к \mathbf{B}^n . В расчетах, проведенных в настоящей работе, обратная матрица вычислялась \mathbf{B}^n методом Гаусса-Жордана [67].

Следует отметить, что полученная схема позволяет учитывать временные изменения обменных коэффициентов. Полученные в серии стационарных расчетов обменные коэффициенты могут быть аппроксимированы различными функциями, в том числе и линейными.

2.8.3 Описание комплекса программ MRNK

Приведенный численный алгоритм решения дифференциальных уравнений (2.6-2.12) реализован в рамках комплекса программ MRNK (Multi-Region Neutron Kinetics), написанного на языке FORTRAN95. Комплекс автоматизирует расчет нейтронной кинетики на основе обменных коэффициентов, полученных из расчета пользовательского модуля REC для программы MCU-TR, проводит решение дифференциальных уравнений и осуществляет вывод в текстовый файл любых переменных системы уравнений (2.6-2.12) в заданной пользователем временной сетке (рисунок 2.8).

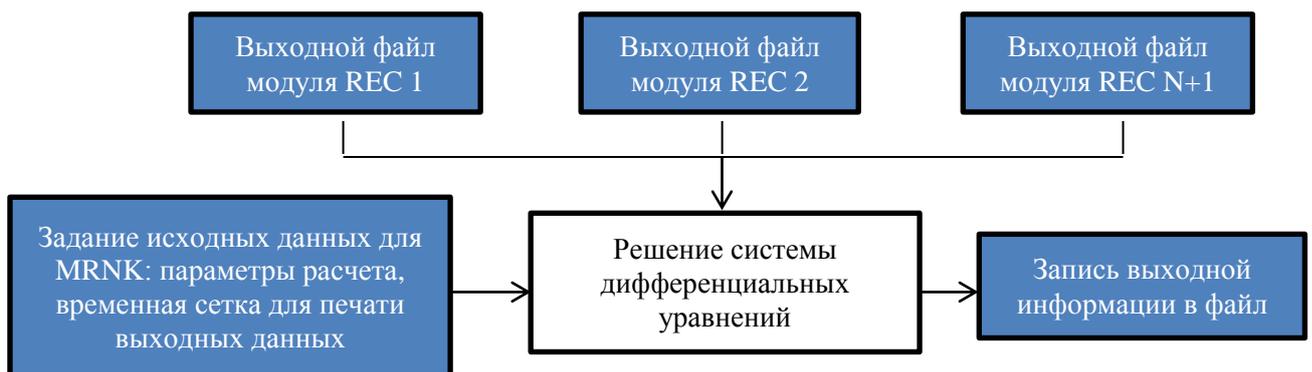


Рисунок 2.8 - Схема комплекса MRNK

Входными данными для этой программы являются либо вычисленные на основе модуля REC файлы с обменными коэффициентами и константами запаздывающих нейтронов, либо вручную заданные пользователем коэффициенты, а также индикатор условия равенства спектра запаздывающих и мгновенных нейтронов.

2.8.4 Валидация численной схемы на примере уравнений односточечной кинетики

Для проверки корректности алгоритма численной методики решения дифференциальных уравнений в комплексе MRNK использовались опубликованные результаты решения точечного уравнения кинетики [68]. Как показано в разделе 2.4 точечное приближение естественным образом формируется из многозонного при числе подобластей $N^{\text{обл}}=1$ и условия равенства спектра испускания запаздывающих и мгновенных нейтронов. Поэтому результаты расчета, приведенные далее, получены без какой-либо дополнительной доработки модуля. В расчетах на шаге интегрирования использовалась локальная точность $\varepsilon=10^{-8}$.

В первом примере моделируется мгновенный ввод реактивности $\rho=0,0022$. При этом используются упрощенные параметры кинетики с одной группой ядер-предшественников запаздывающих нейтронов. В этих условиях было получено аналитическое решение. Остальные коэффициенты уравнений точечной кинетики - $\lambda=0,08 \text{ с}^{-1}$, $\beta=0,0065$, $\Lambda=1 \cdot 10^{-8} \text{ с}$. Сопоставление результатов расчета по программе MRNK и данных аналитического решения приведены в таблице 2.9.

Таблица 2.9 - Мгновенный ввод положительной реактивности $\rho=0,0022$

Время, с	MRNK	Аналитическое решение
0	1,000000	1,000000
1	1,574783	1,574783
10	2,276159	2,276159
100	90,577793	90,577793

Как видно из данных таблицы результаты расчета полностью совпадают с аналитическим решением.

Во второй группе примеров рассматривается серия расчетов с увеличенным числом групп запаздывающих нейтронов до шести. Моделируются процессы с мгновенным введением разной реактивности - 0,003, -0,007 и 0,007. Параметры уравнений точечной кинетики: $\lambda_1=0,0127 \text{ с}^{-1}$, $\lambda_2=0,0327 \text{ с}^{-1}$, $\lambda_3=0,115 \text{ с}^{-1}$, $\lambda_4=0,311 \text{ с}^{-1}$, $\lambda_5=1,40 \text{ с}^{-1}$, $\lambda_6=3,87 \text{ с}^{-1}$, $\beta_1=0,000266$, $\beta_2=0,001491$, $\beta_3=0,001316$, $\beta_4=0,002849$, $\beta_5=0,000896$, $\beta_6=0,000182$, $\beta=0,007$, $\Lambda=2 \cdot 10^{-5} \text{ с}$. В качестве опорных данных приняты результаты решения задачи на основе многочленов Эрмита [69] с шагом $h=0,0001 \text{ с}$. Сопоставление

результатов расчета по комплексу MRNK и опорных данных представлено в таблицах 2.10-2.12. Получено хорошее согласие.

Таблица 2.10 - Мгновенный ввод положительной реактивности $\rho=0,003$

t, с	MRNK	Решение на основе многочленов Эрмита
0	1,000000	1,000000
0,2	1,851268	1,851268
0,4	1,947593	1,947593
0,6	2,037922	2,037922
0,8	2,124832	2,124832
1	2,209840	2,209841

Таблица 2.11 - Мгновенный ввод отрицательной реактивности $\rho=-\beta=-0,007$

t, с	MRNK	Решение на основе многочленов Эрмита с шагом $h=0,0001$ с.
0	1,000000	1,000000
0,2	0,480973	0,480974
0,4	0,465289	0,465290
0,6	0,451964	0,451965
0,8	0,440272	0,440273
1	0,429782	0,429783

Таблица 2.12 - Мгновенный ввод положительной реактивности $\rho=\beta=0,007$

t, с	MRNK	Решение на основе многочленов Эрмита с шагом $h=0,0001$ с.
0	1,000000E+00	1,000000E+00
0,2	1,597258E+02	1,597257E+02
0,4	1,667288E+03	1,667286E+03
0,6	1,713193E+04	1,713190E+04
0,8	1,758910E+05	1,758905E+05
1	1,805732E+06	1,805726E+06

Заключение к главе 2

1) Получены уравнения для вычисления плотности потока нейтронов записанные в совокупности с системой дифференциальных уравнений многозонной кинетики. В этих уравнениях отдельно учитываются межобластные переносы мгновенных нейтронов, запаздывающих нейтронов и нейтронов источника. Учет этих физических процессов проводится на основе матриц обменных коэффициентов – коэффициентов связей и временных характеристик.

2) Для расчета обменных коэффициентов разработан специализированный программный модуль REC для программы MCU-TR. Регистрация обменных коэффициентов осуществляется в течение стационарного расчета на собственное значение.

Проведена проверка алгоритма расчета коэффициентов связи в модуле REC. Для этого были использованы как экспериментальные данные, так и модели активных зон.

Моделирование стационарных экспериментов с двумя взаимодействующими реакторами показало согласованность изменения экспериментальных и расчетных значений коэффициентов связи в зависимости от расстояния между реакторами.

В расчетах моделей использовалась особенность уравнений многозонной кинетики в стационарном режиме, позволяющая восстановить значения распределения мощности и плотности потока по подобластям на основе коэффициентов связи. Сопоставление результатов расчета распределенной скорости генерации нейтронов, полученных в прямом расчете по программе MCU-TR и на основе обменных коэффициентов, показало их хорошее согласие.

На примере полномасштабной модели активной зоны КЛТ-40С показана корректность работы алгоритма вычисления коэффициентов связи для плотности потока, учитывающие перенос мгновенных, запаздывающих нейтронов и нейтронов источника. Отклонения групповых плотностей потока, вычисленных на основе коэффициентов связи, в ионизационных камерах от плотностей потока, полученных в прямом расчете по MCU-TR, лежат в пределах расчетной погрешности результатов MCU-TR. Максимальное отклонение составляет 0,25% при погрешности расчета по программе MCU-TR 0,5%.

3) Для решения дифференциальных уравнений многозонной кинетики используется неявный одношаговый (3,2)-метод. Метод имеет третий порядок точности и обладает хорошими свойствами устойчивости. Проведена его адаптация к форме текущих уравнений – это позволяет существенно снизить размерность задачи и выполнять расчет с учетом временной зависимости обменных коэффициентов.

Численная схема решения уравнений реализована в виде комплекса программ MRNK, работающего совместно с модулем REC. На примере решения задач в приближении одноточечной кинетики показана корректность разработанного алгоритма.

Глава 3. Верификация программы MRNK

3.1 Тест RPCEU235

Описание теста RPCEU235 приведено в работах [1,4]. Расчётная область представляет собой помещенный в вакуум прямоугольный параллелепипед с размерами 10x20x24 см. Параллелепипед заполнен изотопом ^{235}U с критической концентрацией $0,044925 \cdot 10^{24}$ яд/см³. По условиям тестовой задачи, в момент времени 10 с вводится положительная реактивность путем мгновенного увеличения концентрации урана до $0,045 \cdot 10^{24}$ яд/см³. После этого концентрация остается постоянной до момента времени 40 с, после которого мгновенно принимает первоначальное значение. Далее процесс рассматривается до 70 с.

При составлении модели разбиение на подобласти не осуществлялось ($N^{obl}=1$). Расчет проводился с вычислением обменных коэффициентов для запаздывающих нейтронов и учета их спектра рождения, т.е. решались уравнения 2.6-2.12 (глава 2). Статистика – 3,1 млрд. историй нейтронов. Время решения задачи на 248 ядрах процессоров – 10 мин.

На рисунке 3.1 приведены результаты расчета теста по программам DYNAMIC TRIPOLI, КИР и MRNK.

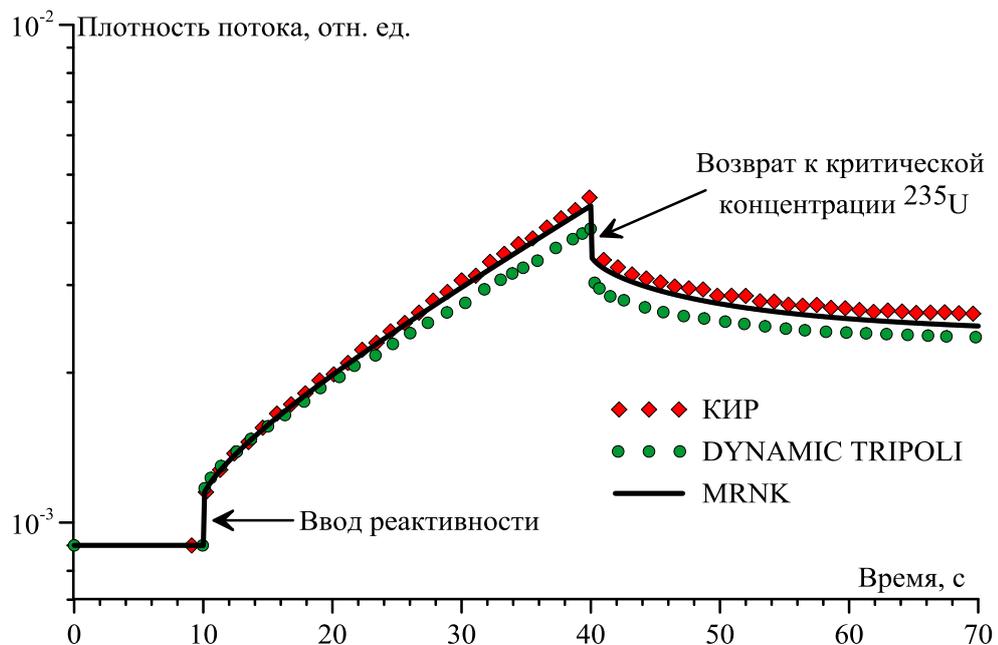


Рисунок 3.1 – Зависимость интегральной плотности потока нейтронов от времени, рассчитанная по программам КИР, DYNAMIC TRIPOLI и MRNK

Отклонение MRNK от DYNAMIC TRIPOLI растет с течением времени и достигает максимума $\sim 11\%$ в момент времени 40 с. После этого отклонение уменьшается до 5% в конце процесса. Максимальное расхождение между программами MRNK и КИР не превышает 5%.

3.2 Серия тестов ВВЭР-ВН, ВВЭР-ВВ и ВВЭР-КР

В настоящее время в мире существует не так много тестов, позволяющих оценивать влияние на точность расчета кинетики используемых нейтронно-физическим библиотек. Кроме того исходные данные для большинства кинетических тестов представлены в основном на базе малогрупповых диффузионных констант. Для решения таких тестов с использованием Монте-Карловских программ, в большинстве случаев, требуется разработка дополнительных модулей задания исходных данных для материального состава. В эту группу можно отнести, например, тесты BSS-6 [70], TWIGL [71] и т.д.

В связи с этим авторами программ КИР и MRNK были созданы три тестовые задачи [17] ВВЭР-ВН (ввод отрицательной реактивности), ВВЭР-ВВ (ввод положительной реактивности) и ВВЭР-КР (ввод «нулевой» реактивности). Во всех задачах используется одинаковая геометрия, а состав материалов представлен на основе ядерных концентраций нуклидов. Конструкция модели и её материальный состав характерны для реактора ВВЭР-1000. Представление свойств материалов в виде ядерных концентраций удобно для расчета по программам, использующим метод Монте-Карло.

Главная особенность тестов - после ввода возмущения резко изменяется высотное распределение плотности потока нейтронов.

Расчеты проводились по программам MRNK, КИР и СТАРТ-UNK (только тест ВВЭР-ВН).

3.2.1 Общие характеристики тестовых задач

Система (или расчётная область) представляет собой бесконечную в плане решетку твэлов, близкую к критическому состоянию, с размерами, характерными для реактора ВВЭР-1000.

Геометрические размеры и материальный состав теста ВВЭР-ВН представлены на рисунке 3.2. На торцах расчетной области установлено граничное условием «вакуум». Геометрические размеры и материальный состав (за исключением топливной

композиции) в тестах ВВЭР-ВВ и ВВЭР-КР аналогичны тесту ВВЭР-ВН. Подробное разъяснение приведено далее в разделах описания тестов.

Температура всех материалов равна 300 К и не меняется в течении всего времени протекания нестационарного процесса.

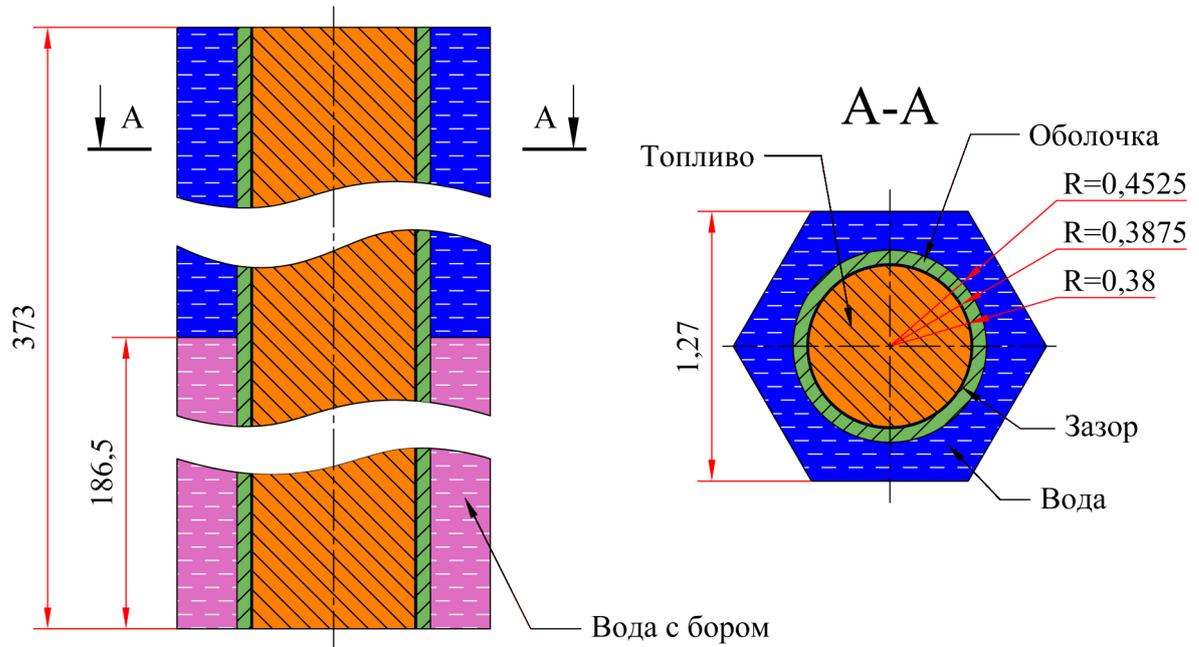


Рисунок 3.2 – Геометрические размеры (в сантиметрах) и материалы элементов ячейки

3.2.3 Тест ВВЭР-ВН

Описание процесса. Моделируется нестационарный процесс длительностью 8 секунд. В течение первой секунды система находится в критическом состоянии, без содержания бора в воде (рисунок 3.3). После этого в нижнюю половину области, занимаемой водой, мгновенно добавляется B^{10} , а на 4 секунде, он также мгновенно убирается. В таблице 3.1 приведены ядерные концентрации материалов.

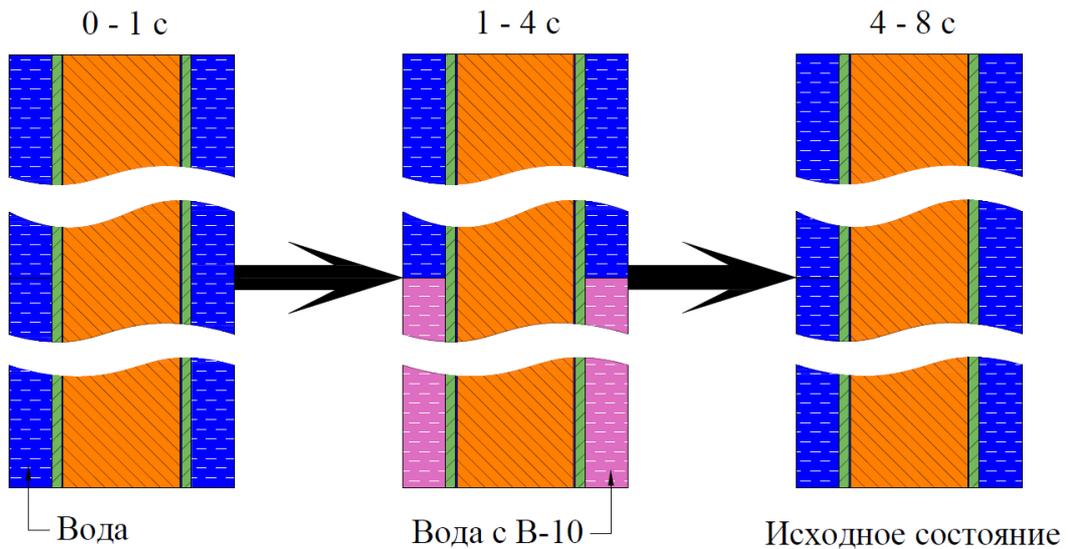


Рисунок 3.3 – Схема нестационарного процесса в тесте ВВЭР-ВН

Таблица 3.1 - Концентрации нуклидов, 10^{24} яд/см³

Нуклид	Топливо	Зазор	Оболочка	Вода	Вода с В-10
U-235	$2,180 \cdot 10^{-4}$	---	---	---	---
U-238	$2,300 \cdot 10^{-2}$	---	---	---	---
O	$4,640 \cdot 10^{-2}$	---	---	$6,6714 \cdot 10^{-2}$	$6,6714 \cdot 10^{-2}$
H	---	---	---	$3,3336 \cdot 10^{-2}$	$3,3336 \cdot 10^{-2}$
Zr	---	---	$4,273 \cdot 10^{-2}$	---	---
Nb	---	---	$4,320 \cdot 10^{-4}$	---	---
Hf	---	---	$6,600 \cdot 10^{-6}$	---	---
B-10	---	---	---	---	$5,000 \cdot 10^{-6}$
Al	---	$1,000 \cdot 10^{-6}$	---	---	---

Результаты расчета. По комплексу MRNK задача решалась на основе результатов двух стационарных расчетов – невозмущенное состояние без бора в воде и возмущенное с введением бора. По высоте было задано 120 равнообъемных размножающих подобластей. В расчетах кинетики учитывался спектр запаздывающих нейтронов. Время расчета каждого состояния составило 3 часа при использовании 248 вычислительных ядер (число историй нейтронов – 2,5 млрд.).

В таблице 3.2 приведены результаты расчетов коэффициента размножения возмущенного и невозмущенного состояния тестовой задачи ВВЭР-ВН по программам КИР, MRNK и СТАРТ-UNK.

На рисунке 3.4 приведены результаты расчета интегральной плотности потока нейтронов в зависимости от времени. На рисунке 3.5 приведены результаты расчета интегральной плотности потока с шагом 0,001 с. в начальном временном интервале

после внесения возмущения. Также на графики нанесены результаты расчета по программам КИР и СТАРТ-УНК.

Таблица 3.2 - Коэффициент размножения

Программа	$K_{эф}$ невозмущенное	$K_{эф}$ возмущенное
КИР	$1,00461 \pm 0,00004$	$0,99682 \pm 0,00003$
MRNK	$1,00559 \pm 0,00002$	$0,99890 \pm 0,00002$
СТАРТ-УНК	1,00063	0,99551

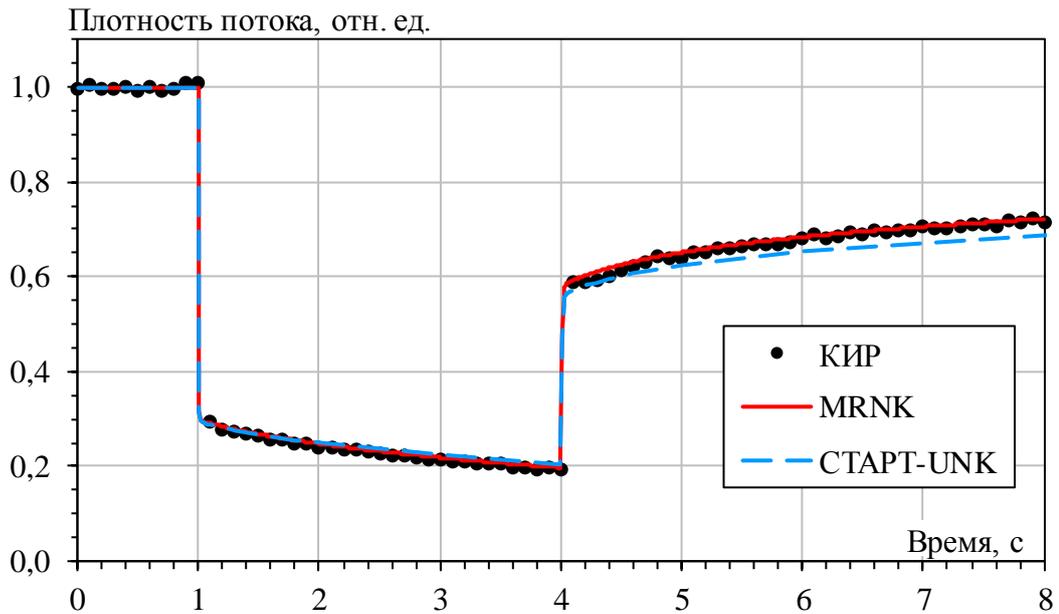


Рисунок 3.4 - Зависимость интегральной плотности потока нейтронов от времени

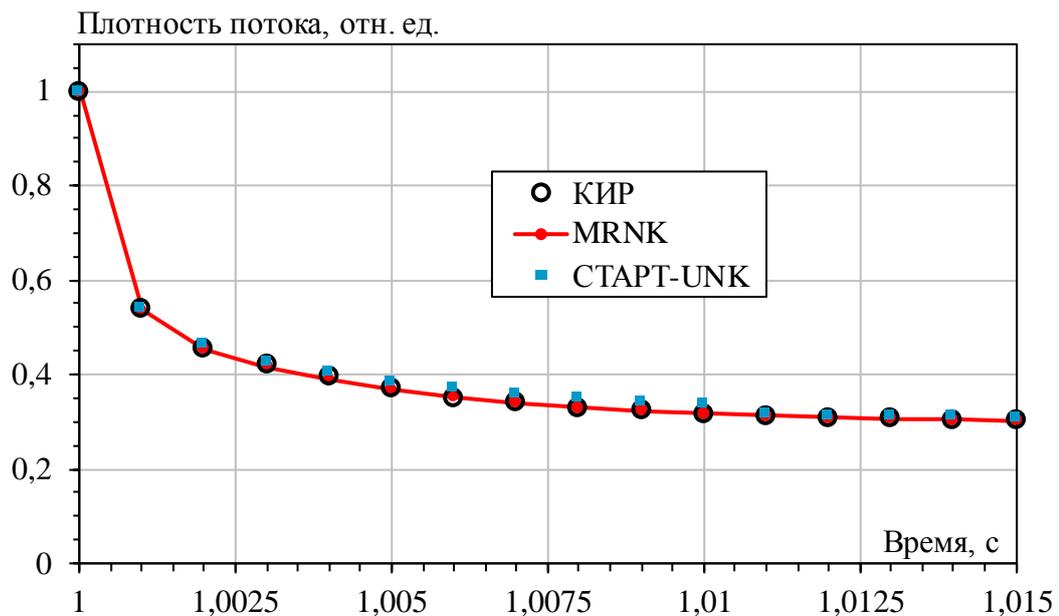


Рисунок 3.5 – Зависимость интегральной плотности потока нейтронов после внесения возмущения с шагом 0,001 с.

Как видно из рисунка 3.4 после изменения свойств системы плотность потока практически мгновенно падает до $\sim 30\%$ от начального. Затем, в течение интервала от 1 до 4 с. наблюдается медленное снижение плотности потока, обусловленное изменением концентрации ядер-предшественников запаздывающих нейтронов.

После установления исходных свойств системы плотность потока частично восстанавливается на $\sim 58\%$ от первоначального, что объясняется снижением концентрации ядер-предшественников запаздывающих нейтронов на предыдущем интервале. Далее плотность потока медленно растет и достигает $\sim 72\%$ в конце расчета.

Представленные результаты на рисунках 3.4 и 3.5 показывают, что различия в расчетных значениях интегральной плотности потока нейтронов между программами MRNK и КИР не превышают 3%, а различия между MRNK и СТАРТ-UNK – 7%.

На рисунке 3.6 приведены результаты расчета распределения плотности потока нейтронов по высоте через 3 секунды после ввода V^{10} по программам КИР и MRNK. Получено хорошее согласие между программами. Различия в расчетных значениях плотности потока через 3 с. после внесения возмущения не превышают 3%.

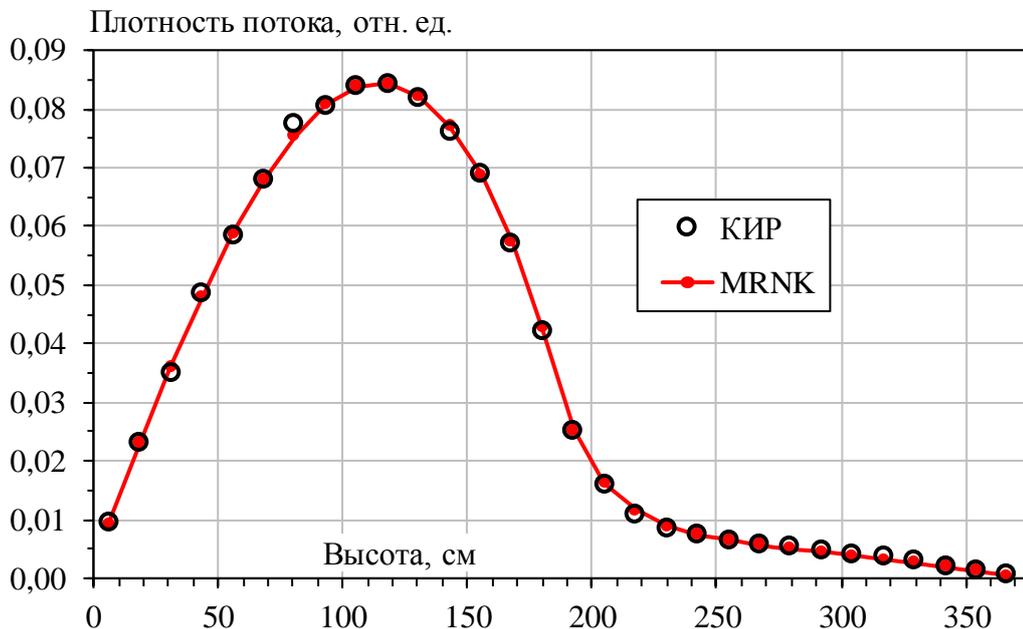


Рисунок 3.6 - Распределение плотности потока нейтронов на момент времени 4 с.

Оценка влияния числа слоев разбиения. На рисунке 3.7 приведены результаты расчета теста ВВЭР-ВН по комплексу MRNK в приближении точечной кинетики (уравнения 2.20-2.21) и в приближении многозонной кинетики с учетом спектра

запаздывающих нейтронов при изменении числа слоев разбиения расчетной области ($N^{обл} = 1, 2, 18$ и 120).

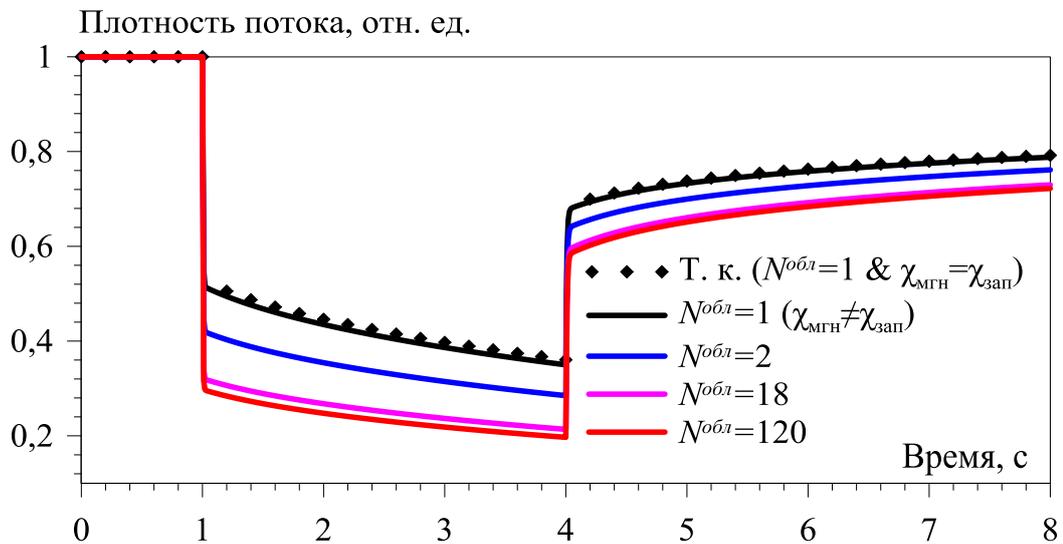


Рисунок 3.7 – Результаты расчета интегральной плотности потока по программе MRNK, полученные в приближении точечной кинетики (Т.к.) и при изменении числа выделенных подобластей ($N^{обл}$)

Параметры уравнений точечной кинетики были получены на базе подмодуля REC для программы MCU-TR и имеют следующие значения: время генерации нейтронов - $\Lambda=5,3563\cdot 10^{-5}$ с.; параметры шести групп запаздывающих нейтронов - $\beta_1=0,0002365$, $\beta_2=0,001268$, $\beta_3=0,001237$, $\beta_4=0,00288$, $\beta_5=0,001291$, $\beta_6=0,000537$, $\beta=0,0074495$; $\lambda_1=0,01332$ с⁻¹, $\lambda_2=0,0326$ с⁻¹, $\lambda_3=0,121$ с⁻¹, $\lambda_4=0,304$ с⁻¹, $\lambda_5=0,854$ с⁻¹, $\lambda_6=2,868$ с⁻¹.

Как видно из графика результаты расчета по уравнениям точечной кинетики практически совпадают с результатами расчета в многозонном приближении при $N^{обл}=1$. Таким образом, учет спектра испускания запаздывающих нейтронов практически не влияет на результаты в данном тесте.

По мере увеличения числа слоев разбиения по высоте растет отклонение от результатов, полученных по уравнениям точечной кинетики. Однако при этом результаты сходятся к результатам при $N^{обл}=120$.

Максимальное отклонение результатов расчета в приближении многозонной кинетики при $N^{обл}=120$ от решения уравнений точечной кинетики составляет 45% в момент времени 4 с.

Оценка влияния статистики. Исследование влияния статистики на точность расчета было выполнено следующим образом. В первую очередь была проведена серия расчётов обменных коэффициентов по модулю REC с разной статистикой - 0,5, 5, 50, 100, 200, 500 и 1000 млн. историй нейтронов. На основе каждого набора этих коэффициентов проведен расчет изменения интегральной плотности потока по программе MRNK. За “эталонный” результат был принят расчет со статистикой 1 млрд историй нейтронов. Итоговым результатом является отклонение остальных расчетов от “эталонного” результата в течение процесса. Эти отклонения представлены на рисунке 3.8.

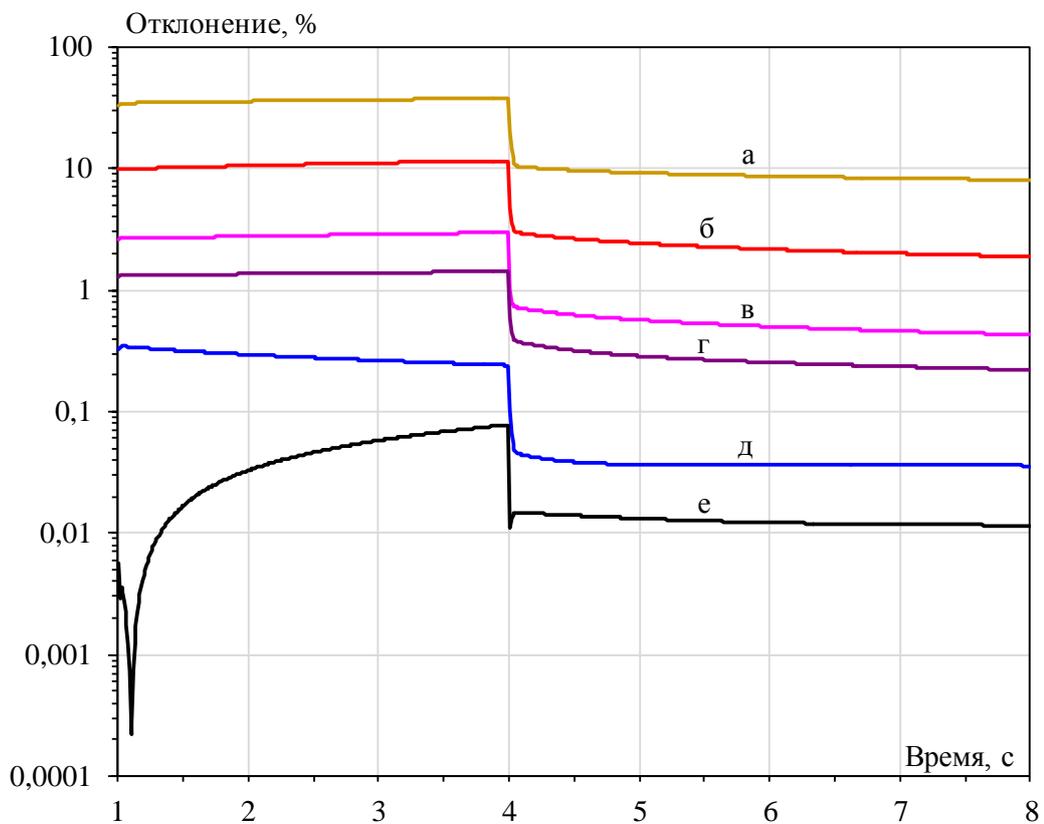


Рисунок 3.8 – Изменение отклонения результатов расчета нестационарного процесса со статистикой расчета обменных коэффициентов 0,5 (а), 5 (б), 50 (в), 100 (г), 200 (д) и 500 (е) млн. историй нейтронов от результатов расчета со статистикой 1000 млн. историй

Как видно из рисунка 3.8, с увеличением статистики, уменьшается отклонение результатов от “эталонного”. Максимальное отклонение в расчете со статистикой 0,5 млн. историй нейтронов составляет 30%, а в расчете со статистикой 500 млн. историй нейтронов - 0,07%. Таким образом, расчет обменных коэффициентов со статистикой

1000 млн. историй нейтронов и более обеспечивает достаточную точность расчета кинетики в данном тесте.

3.2.4 Тест ВВЭР-ВВ

Описание процесса. Моделируется нестационарный процесс длительностью 2 секунды. В начальном критическом состоянии в нижнюю область, занимаемой водой, добавлен В¹⁰ (рисунок 3.9). Сразу после начала процесса бор мгновенно убирается из воды и в таком состоянии система остается до конца процесса.

Геометрия и материальный состав элементов системы аналогичны тесту ВВЭР-ВН (таблица 3.1) за исключением ядерных концентраций нуклидов топлива, в которые были введены поправки для приведения системы к более точному критическому состоянию. Подбор концентраций проводился на основе расчетов по комплексу MRNK. Концентрации нуклидов в топливе приведены в таблице 3.3.

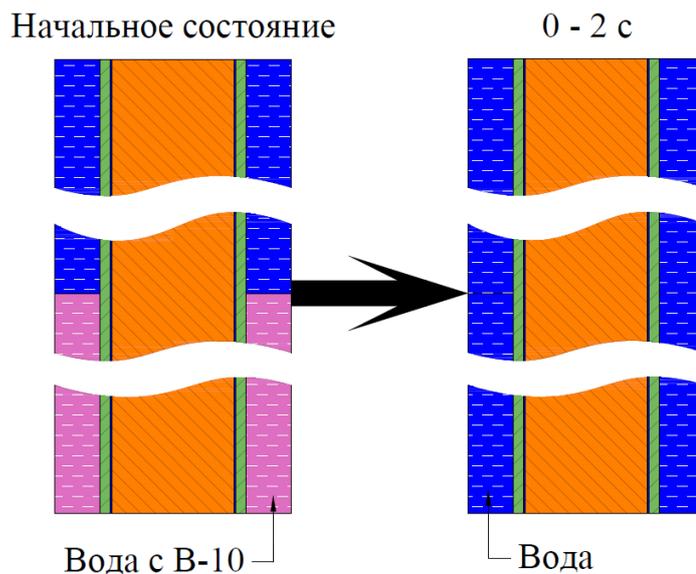


Рисунок 3.9 – Схема нестационарного процесса в тесте ВВЭР-ВВ

Таблица 3.3 - Концентрации нуклидов топлива теста ВВЭР-ВВ, 10^{24} яд/см³

Нуклид	Топливо
U-235	$2,19070 \cdot 10^{-4}$
U-238	$2,29753 \cdot 10^{-2}$
O	$4,6388 \cdot 10^{-2}$

Результаты расчета. Расчеты этого теста проводились по программам КИР и MRNK. Параметры расчета теста по комплексу MRNK аналогичны параметрам, используемым в тесте ВВЭР-ВН, за исключением статистики – использовалось $6,4 \cdot 10^9$ историй.

Вычисленные по комплексу MRNK $K_{эф}$ имеют следующие значения: для невозмущенного состояния (бор введен в воду) - $1,00002 \pm 0,00001$ и для возмущенного (без бора в воде) - $1,00669 \pm 0,00001$.

На рисунке 3.10 приведены результаты расчета интегральной плотности потока нейтронов в зависимости от времени. Сразу после ввода возмущения осуществляется экспоненциальный рост плотности потока. При этом показатель скорости роста со временем заметно снижается и выходит на асимптотический уровень после $\sim 0,6$ с. В конце расчетного интервала, на 2 секунде, плотность потока увеличивается на четыре порядка относительно первоначального.

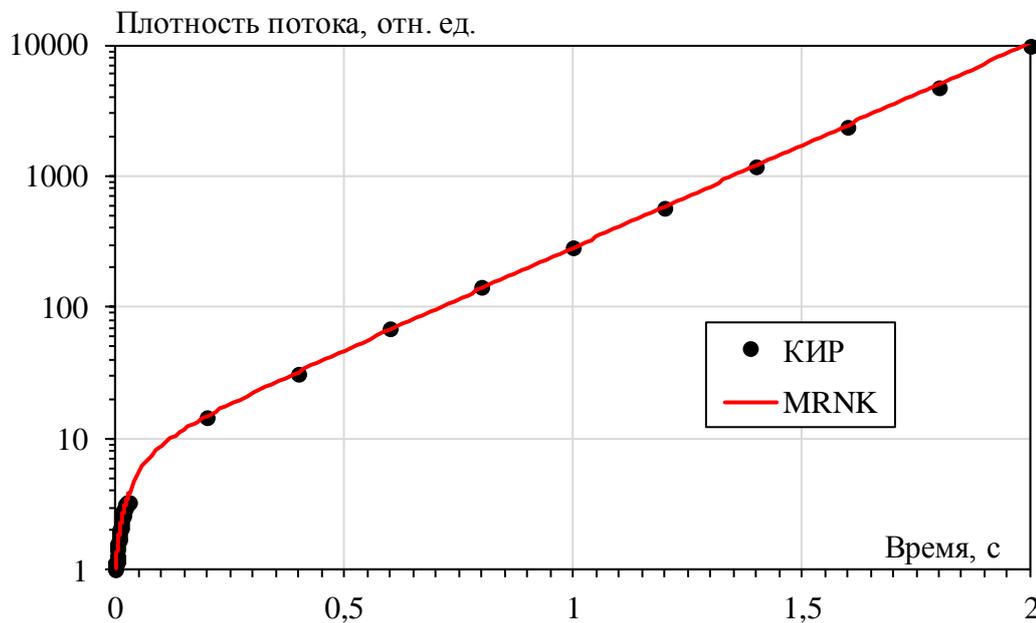


Рисунок 3.10 - Зависимость потока нейтронов от времени (тест ВВЭР-ВВ)

Период удвоения плотности потока на временном интервале 1-2 с рассчитанный по комплексу MRNK равен 0,193 с., по программе КИР – 0,196 с. За счет этого различия в результатах между программами после 1 с процесса начинают систематически увеличиваться и в конце рассматриваемого интервала достигают 6%.

Таким образом, результаты расчета по программам КИР и MRNK хорошо согласуются. Различия на временном интервале 0 - 1 с не превышают 3%, различия в оценки периода удвоения плотности потока составляют 2%.

На рисунке 3.11 приведены результаты расчета распределения плотности потока нейтронов по высоте в различные моменты времени. Форма плотности потока после 1 с. практически не изменяется

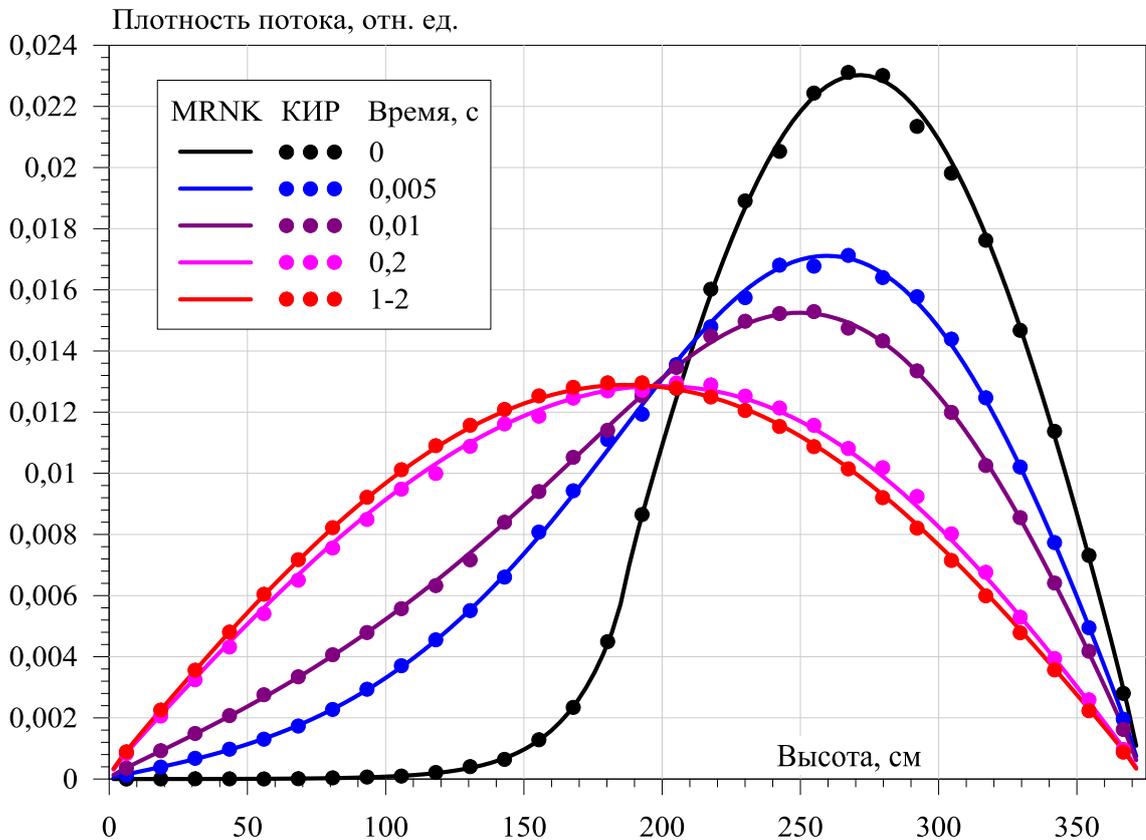


Рисунок 3.11 – Распределение плотности потока нейтронов по высоте в различные моменты времени

Оценка влияния числа слоев разбиения. На рисунке 3.12 приведены результаты расчета теста ВВЭР-ВВ по комплексу MRNK в приближении точечной кинетики и в приближении многозонной кинетики с учетом спектра запаздывающих нейтронов при изменении числа слоев разбиения расчетной области ($N^{\text{обл}}=1, 2, 18$ и 120). Время генерации нейтронов и параметры шести групп запаздывающих нейтронов, необходимые для решения уравнений точечной кинетики, аналогичны параметрам, используемым в тесте ВВЭР-ВН.

Как видно из результатов расчета, до времени 0,05 с., все результаты согласуются. После этого момента результаты начинают отклоняться друг от друга. Причем с течением времени расхождения растут вплоть до конца процесса.

Результаты, полученные в приближении точечной кинетики, наиболее сильно расходятся с остальными значениями – плотность поток на момент времени 2 с. в ~ 9 раз ниже плотности потока, полученного в многозонном приближении при $N^{\text{обл}} = 120$. Расчет с учетом спектра запаздывающих нейтронов при $N^{\text{обл}} = 1$ имеет меньшее расхождение – результаты в $\sim 1,5$ раза выше значений для $N^{\text{обл}} = 120$. Также как и в тесте ВВЭР-ВН, по мере увеличения числа слоев разбиения результаты сходятся к результатам при $N^{\text{обл}} = 120$.

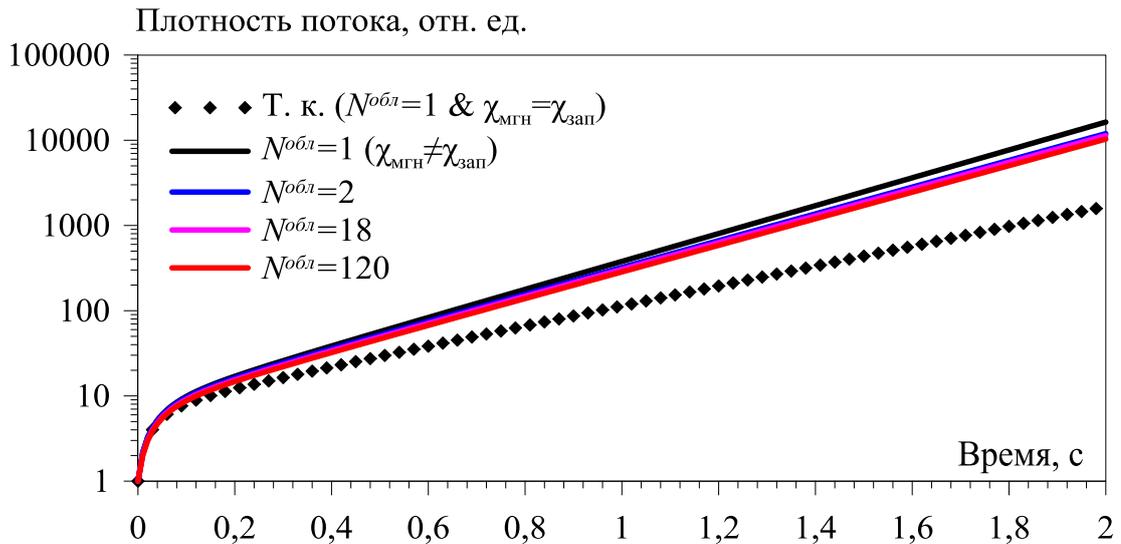


Рисунок 3.12 – Результаты расчета по программе MRNK, полученные в приближении точечной кинетики (Т.к.) и при изменении числа выделенных подобластей (N)

Влияние статистики. По результатам аналогичного с тестом ВВЭР-ВН оценочного расчета было получено, что статистика 6 млрд историй нейтронов и больше обеспечивают достаточную точность получаемых результатов. С увеличением статистики расхождение не превышает 2%.

3.2.5 Тест ВВЭР-КР

Описание теста. Моделируется нестационарный процесс длительностью 1000 секунд. Начальные условия процесса те же, что для теста ВВЭР-ВВ - в нижнюю область, занимаемой водой, добавлен V^{10} (рисунок 3.13). Сразу после начала процесса бор мгновенно перемещается из нижней половины воды в верхнюю половину и в таком состоянии система сохраняется до конца процесса.

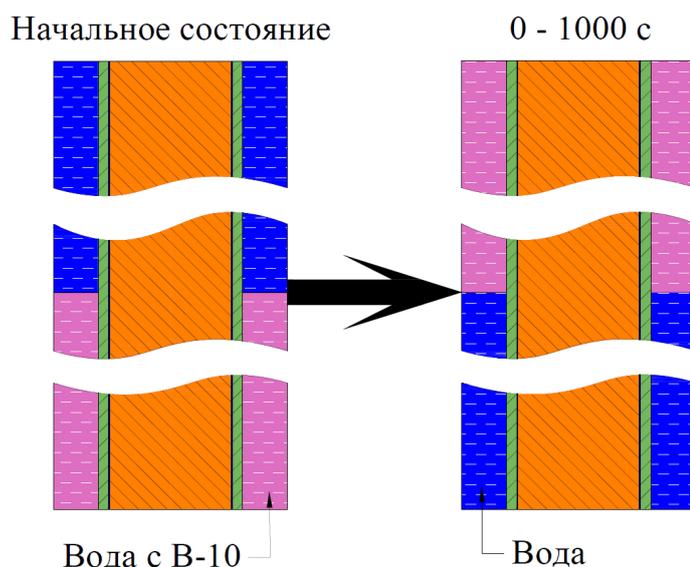


Рисунок 3.13 – Схема нестационарного процесса в тесте ВВЭР-КР

Ядерные концентрации используемых в расчетной области материалов аналогичны тесту ВВЭР-ВВ.

Результаты расчета. Главная особенность предложенного теста - исходная система преобразуется в симметричную систему, которая обладает теми же свойствами критичности. Если для расчета изменения реактивности использовать стандартные формулы, например $\Delta\rho = (K_{эф1} - 1) / K_{эф1} - (K_{эф2} - 1) / K_{эф2}$, то в результате в систему вводится “нулевое” возмущение. Согласно решению классического уравнения точечной кинетики (2.20-2.21) значение интегральной плотности потока нейтронов должно оставаться постоянным в течение всего расчетного времени. Однако, как будет показано далее, такое изменение свойств системы повлечет за собой сначала резкое, а затем медленное падение плотности потока с выходом на новый стационарный уровень. При этом это падение сопровождается перераспределением аксиального профиля плотности потока к профилю, симметричному относительно середины (по высоте) системы.

Для решения задачи по комплексу MRNK использовались коэффициенты, полученные из расчета только начального состояния. В силу симметричности возмущение задавалось с использованием вручную заданных коэффициентов, основанных на коэффициентах невозмущенного состояния, но с введённой правкой нумерации подобластей на противоположные относительно середины высоты расчетной области. Использовалось то же, что и в остальных тестах 120-ти слойное разбиение по высоте. Статистика - $6,4 \cdot 10^9$ историй нейтронов.

На рисунке 3.14 приведены результаты расчета интегральной плотности потока нейтронов в зависимости от времени. Расчет по программе КИР проводился до 100 с. включительно.

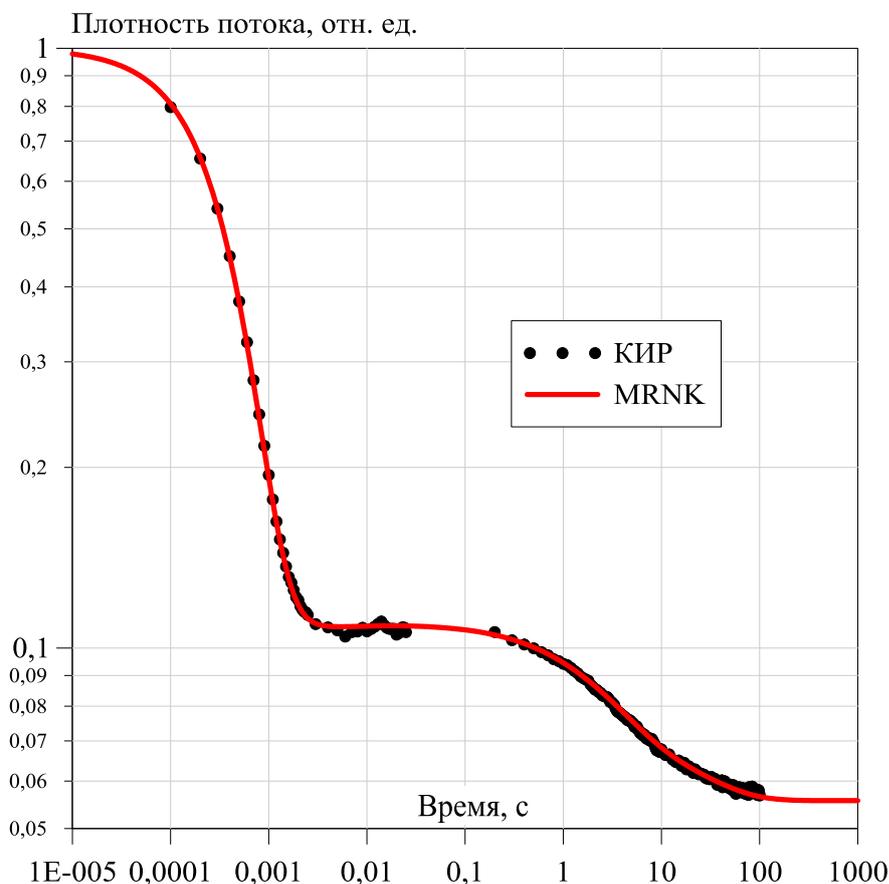


Рисунок 3.14 - Зависимость интегральной плотности потока нейтронов от времени (тест ВВЭР-КР)

По представленному графику видно, что перемещение бора в верхнюю половину практически сразу приводит к мгновенному спаду плотности потока до ~10,8% от первоначального за 0,005 с. После этого плотность потока незначительно меняется до 0,2 с. И затем наблюдается медленный спад в течение ~250 секунд до стационарного уровня - ~5,57%, на котором он и остается до конца расчета.

Для исследования пространственного изменения характеристик системы по программам MRNK и КИР были получены профили плотности потока нейтронов по высоте в различные моменты времени, охватывающие весь интервал расчета. Эти распределения представлены на рисунках 3.15 и 3.16. Детализированная регистрация плотности потока нейтронов по программе КИР проводилась в интервале (0- 1 с.).

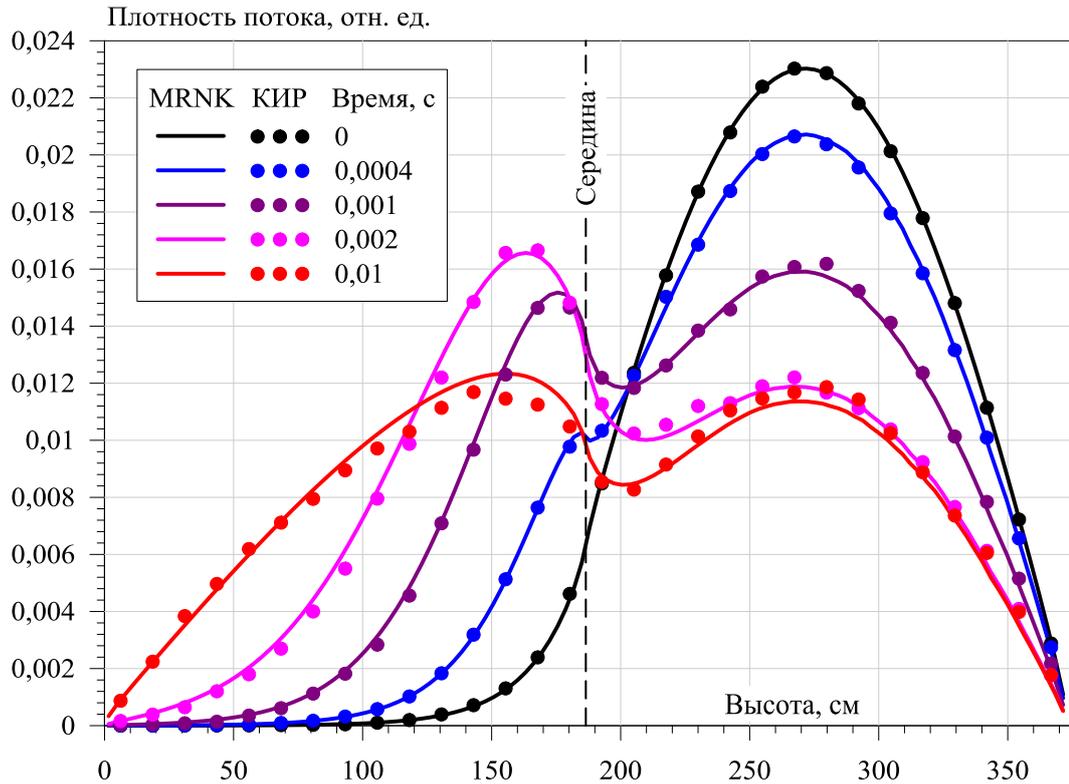


Рисунок 3.15 - Распределение плотности потока нейтронов, рассчитанное по программам MRNK и KIP, на моменты времени 0, 0,0004, 0,001, 0,002 и 0,01 с.

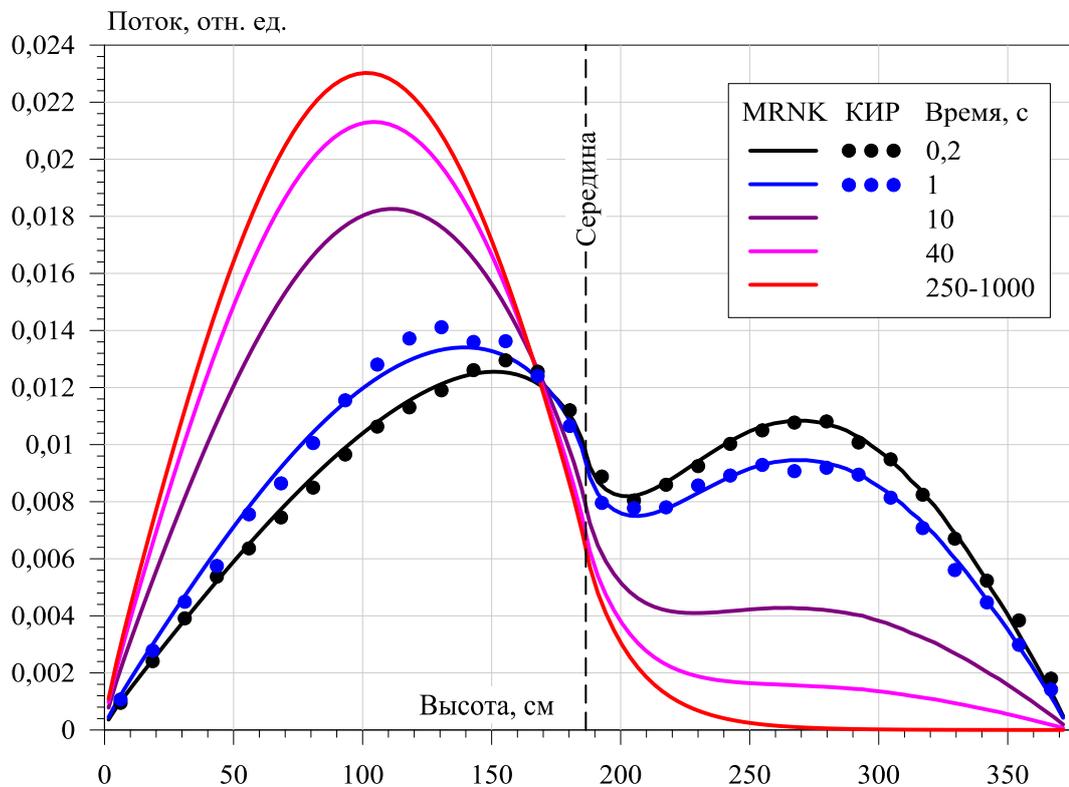


Рисунок 3.16 – Распределение плотности потока нейтронов, рассчитанное по программам MRNK на моменты времени 0,2, 1, 10, 40 и 1000 с. и KIP на моменты времени 0,2 и 1 с.

По приведенному графику на рисунке 3.15 видно, что профиль плотности потока с пиком в верхней половине системы в течение короткого времени (0,005 с.) преобразуется в двухпиковое распределение. Хотя оба пика лежат в разных половинах системы, это распределение не симметрично. После этого (рисунок 3.16) в течение оставшегося расчетного времени распределение медленно устремляется к профилю с пиком в нижней половине расчетной области.

Максимальное расхождение между программами в пике энерговыделения составляет 7%.

Естественно предположить, что конечный профиль плотности потока, полученный в нестационарном расчете, эквивалентен стационарному профилю для системы с бором в верхней половине. Такое сопоставление было проведено с использованием программы MRNK – дополнительно проведен стационарный расчет для возмущенного состояния. Получено практически полное совпадение профиля плотности потока, полученного в стационарном расчете, и профиля плотности потока на 1000 с. нестационарного расчета. Наибольшее расхождение 0,04% достигается в нескольких высотных слоях рядом с верхней границей расчетной области.

Кроме этого по комплексу MRNK были получены параметры, характеризующие изменение концентрации ядер-предшественников запаздывающих нейтронов. На рисунке 3.17 приведены расчетные значения изменения интегральной концентрации, определяемой как сумма переменных уравнений (2.8):

$$C(t) = \sum_{j=1}^{N^{обл}} \sum_{d=1}^{N^{зан}} C_{jd}(t),$$

и нормированные по высоте распределения концентрации в разные моменты времени, вычисленные по формуле:

$$C_j(t) = \frac{\sum_{d=1}^{N^{зан}} C_{jd}(t)}{C(t)},$$

где j – номер слоя по высоте.

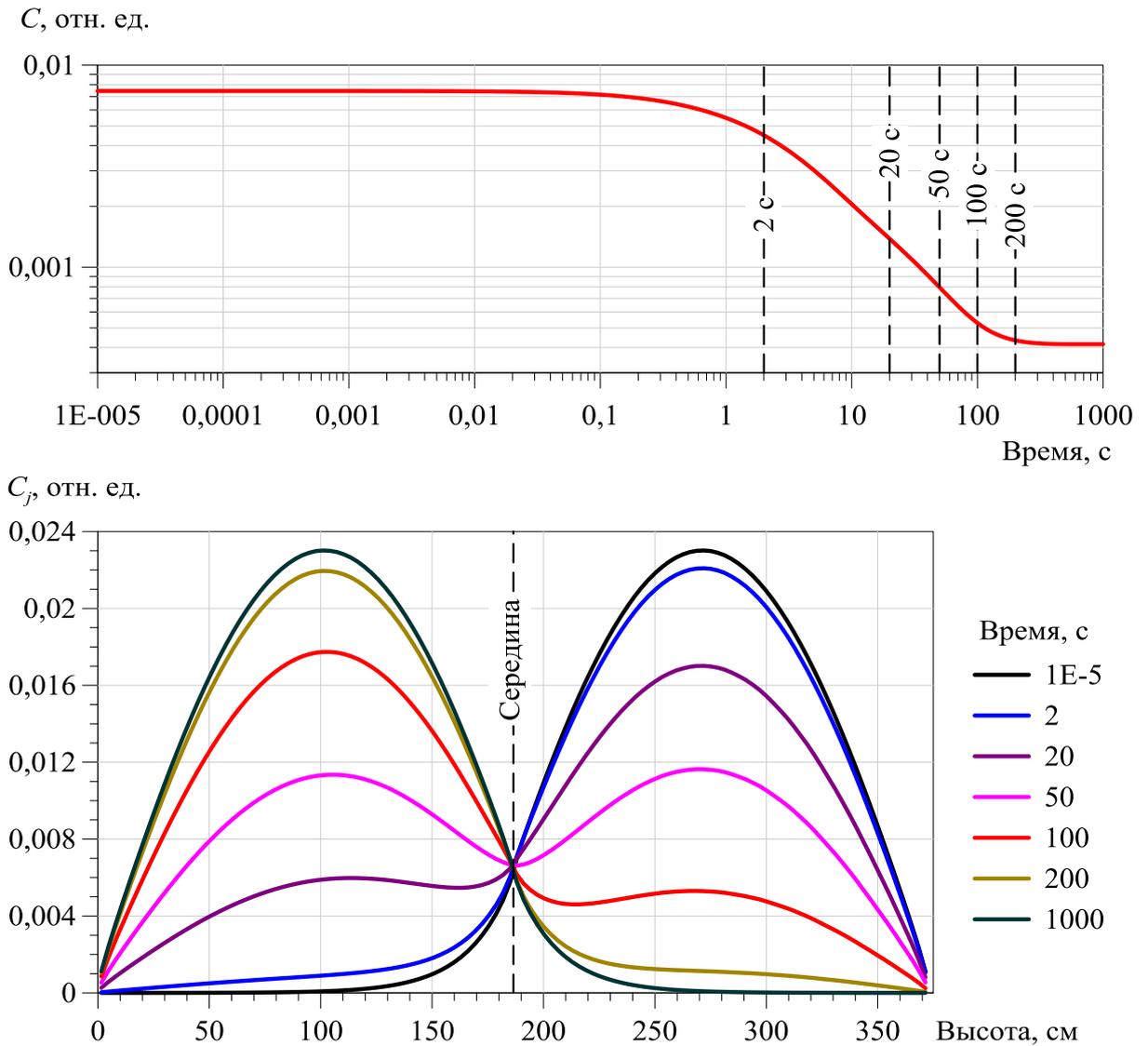


Рисунок 3.17 – Изменение интегральной концентрации (C) ядер-предшественников запаздывающих нейтронов и её нормированного распределения по высоте (C_j)

Согласно рисунку 3.17 падение интегральной концентрации начинается после 0,1 с. Сопоставляя этот график с рисунком 3.14, можно сделать вывод, что это изменение обусловлено падением плотности потока в начале процесса. К концу процесса концентрация, аналогично плотности потока, принимает новое стационарное значение. Это сопровождается изменением формы распределения концентрации по высоте (рисунок 3.17). Следует отметить, что временные границы участка медленного падения плотности потока и концентрации совпадают, также как и характер их изменения. На конец процесса распределение концентрации ядер аналогично распределению плотности потока (рисунок 3.16).

Оценка влияния разбиения системы на подобласти. На рисунке 3.18 приведены результаты расчета теста ВВЭР-КР по комплексу MRNK в приближении

точечной кинетики и в приближении многослойной кинетики с учетом спектра запаздывающих нейтронов при изменении числа слоев разбиения расчетной области ($N^{\text{обл}} = 1, 2, 18, 60$ и 120). Параметры уравнений точечной кинетики аналогичны тесту ВВЭР-ВН.

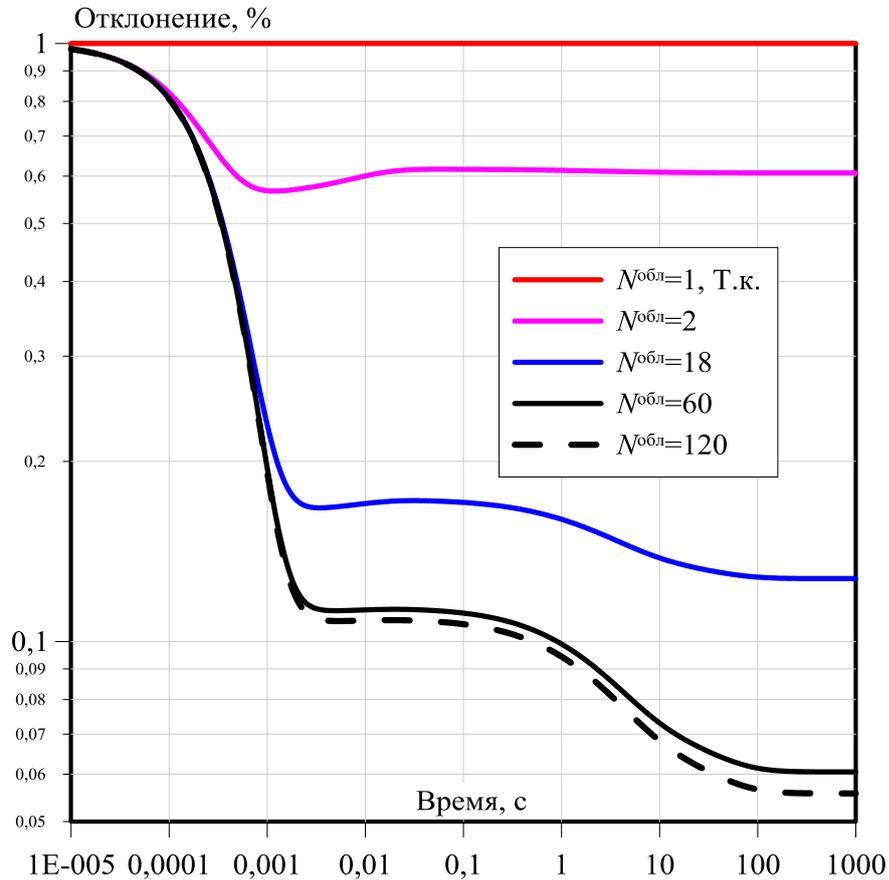


Рисунок 3.18 - Результаты расчета по комплексу MRNK в приближении точечной кинетики (Т.к.) и при изменении числа выделенных подобластей ($N^{\text{обл}}$)

В результате расчетов по односточечному приближению, как с учетом ($N^{\text{обл}} = 1$), так и без учета запаздывающих нейтронов (Т.к.), плотность потока не меняется в течение всего процесса. По мере увеличения числа слоев разбиения результаты сходятся к результатам при $N^{\text{обл}} = 120$.

3.3 Численное моделирование кинетики активной зоны реактора КЛТ-40С

В приведенных далее расчетах используется модель активной зоны реактора КЛТ-40С, уже применявшаяся в стационарных расчетах (раздел 2.7.3). Полное описание модели активной зоны приведено в приложении А.

В разделе представлены результаты совместного моделирования нейтронной кинетики по программам MRNK и КИР [18,19]. В расчетах использовалась один и тот же вариант исходных данных программы MCU-TR. Так как для моделирования геометрии в программах MRNK и КИР используется одинаковый геометрический модуль программы MCU, поэтому можно сказать, что расчеты кинетики были проведены практически на одной и той же геометрической модели с минимальными изменениями, связанными с особенностями собственных управляющих интерфейсов программ.

Рассмотрены процессы с перемещением пучка стержней в одном канале, а также с перемещением отдельных групп стержней при условии сохранения стационарной критичности. В расчетах, кроме интегральной мощности энерговыделения, определялись плотности потока тепловых нейтронов в ионизационных камерах, расположенных за пределами активной зоны.

3.3.1 Начальное критическое состояние

Для моделирования процессов нейтронной кинетики КЛТ-40С использовалось одно и то же начальное состояние, определяемое критическим положением стержней регулирования. Здесь и далее положение стержней определено как величина их извлечения от нижнего края топливной области активной зоны. Считается, что в начальном состоянии все стержни установлены на одинаковое положение.

Подбор критического положения проведен на основе программы MCU-TR с использованием линейной экстраполяции в итеративной форме. Вычисление значения положения H в итерации n проводится с использованием двух предыдущих итераций по формуле:

$$H^n = H^{n-1} + (1 - K_{эф}^{n-1}) \cdot \frac{H^{n-1} - H^{n-2}}{K_{эф}^{n-1} - K_{эф}^{n-2}}. \quad (3.1)$$

Расчеты были проведены с использованием ресурсов суперкомпьютера НИЦ «Курчатовский институт» - 496 ядер. Общая статистика - 10^{10} историй нейтронов.

В результате расчетов критическое положение стержней регулирования составило 50,38 см. При этом коэффициент размножения $K_{эф}$ равен $1,00000 \pm 0,00001$.

При моделировании кинетики начальная интегральная мощность принималась равной 1 Вт. Нормировка плотности потока нейтронов в ионизационных камерах на единицу мощности проведена с использованием энергии 194 МэВ на одно деление ядра.

3.3.2 Перемещение стержней в центральной ТВС

Моделируется процесс извлечения пучка стержней в центральной ТВС 7-6 (рисунок 3.19) из критического положения со скоростью 34,81 см/сек до верхнего края топливной части и, после двухсекундной паузы, их обратного спуска с той же скоростью до исходного состояния.

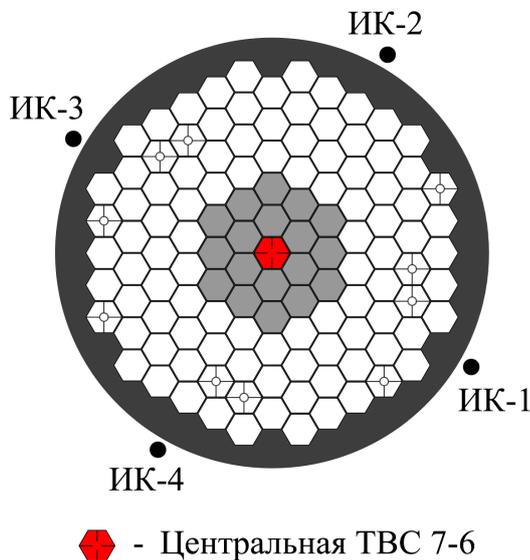


Рисунок 3.19 - Расположение ТВС 7-6 с извлекаемым пучком стержней

Стержни начинают подниматься по истечении одной секунды от начала процесса. Общее время рассчитываемого процесса – 10 секунд. Исследуются как глобальный параметр – интегральная мощность, так и локальные характеристики энерговыделения в центральной ТВС.

Параметры расчета процесса по комплексу MRNK. Для решения задачи по комплексу MRNK временные интервалы, включающие подъем и спуск стержней, были разбиты каждый на 9 подинтервалов. На границах этих подинтервалов рассчитывались обменные коэффициенты, необходимые для решения уравнений многозонной кинетики. Общая реактивность, при полном выведении стержней, составляет $\sim 0,07\beta$.

Расчет кинетики нейтронов был проведен с группированием топливных зон реактора в 194 подобласти с учетом спектра рождения запаздывающих нейтронов и в приближении точечной кинетики. Каждая подобласть определялась как совокупность топливных зон, входящих в пределы слоя аксиального разбиения ТВС. В центральной ТВС использовалось равномерное разбиение на 20 слоев по высоте, в смежных с ней на 10, а в остальных без разбиения.

Расчеты обменных коэффициентов для комплекса MRNK были проведены с использованием 496 ядер процессоров. Статистика на расчет – 10^{10} историй нейтронов. Общее время расчета составляет ~ 1,6 суток.

Результаты расчета. На рисунке 3.20 приведены результаты расчета процесса по комплексу MRNK в точечном приближении (Т.к.) и в многозонном приближении при числе топливных зон $N=194$, а также по программе КИР.

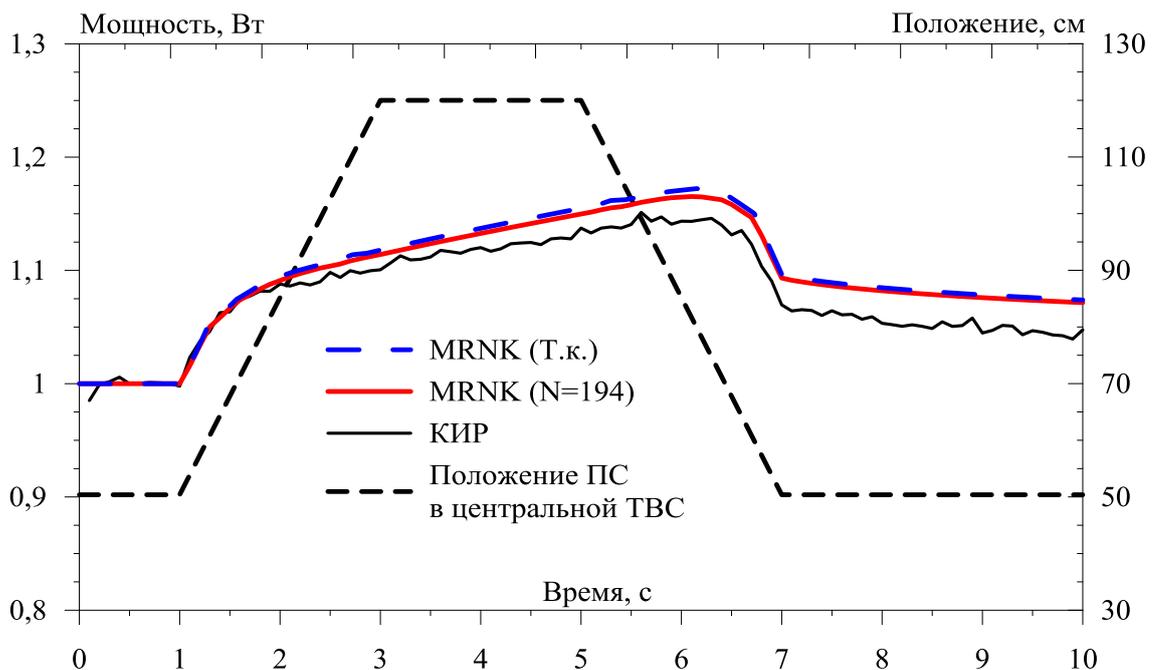


Рисунок 3.20 – Изменение интегральной мощности активной зоны, рассчитанное по программам КИР и MRNK, а также изменение положения пучка стержней (ПС) в центральной ТВС 7-6

На начальном участке подъема стержней мощность резко возрастает, что является следствием увеличения мгновенных нейтронов в системе. После этого, до достижения двух секунд, скорость роста мощности слабеет до величины, определяемой скоростью роста концентрации ядер-предшественников запаздывающих нейтронов.

На участке от 2 до 5 секунд скорость роста мощности остается практически постоянной. Отсутствие влияния на мощность перемещения стержней на участке 2-3 с. объясняется их малой эффективностью в верхней части активной зоны.

Аналогично не оказывает эффекта и погружение стержней на интервале 5-6 с. На момент времени 6,1 с. достигается пик, после которого мощность снижается за счет постепенно возрастающей эффективности стержней. На крайнем участке моделирования стержни установлены на критическое положение, поэтому мощность падает только за счет перераспределения концентрации источников запаздывающих нейтронов к равновесному значению.

Расхождение результатов расчета мощности по программам MRNK и КИР в течение всего процесса не превышает 2,5%. Результаты расчета в приближении точечной кинетики и в приближении $N=194$ подобластей практически совпадают. В приведенных далее результатах расчета использовалось многозонное приближение.

На рисунке 3.21 представлены расчетные распределения энерговыделения по высоте в ТВС 7-6 на моменты времени 1, 5 и 10 с. Форма распределения слабо меняется с течением времени, а пик энерговыделения сохраняется в нижней половине. Максимальное расхождение в пике энерговыделения составляет 4,5% на момент 10 с.

Изменение энерговыделения в верхнем слое ТВС 7-6, рассчитанное по программам MRNK и КИР, представлено на рисунке 3.22. Ход кривой энерговыделения этом слое качественно отличается от изменения интегральной мощности (рисунок 3.20). Как видно по графику перед полным извлечением стержней из слоя (интервал 2,8-3 с.), мощность резко возрастает, как и после погружения (5-5,3 с.) падает аналогичным образом. Связано это с мгновенным изменением числа нейтронов в слое при извлечении из него сильного поглотителя. Результаты расчета по программам КИР и MRNK также согласуются друг с другом.

Результаты сопоставления плотности потока тепловых (0-0,632 эВ) нейтронов в ионизационных камерах представлены на рисунке 3.23. Как видно из графиков общий ход кривых изменения плотности потока повторяет изменение интегральной мощности. Расхождение результатов расчета потока по программам MRNK и КИР в течение всего процесса не превышает 2,5%.

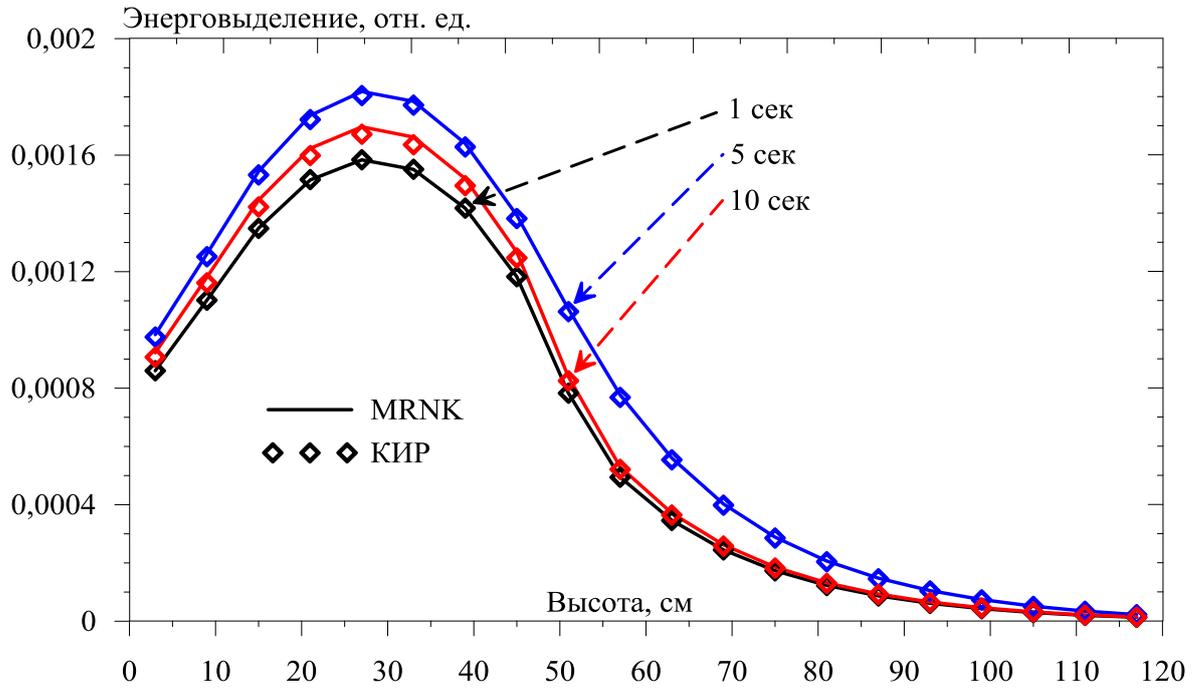


Рисунок 3.21 – Аксиальные распределения энерговыделения центральной ТВС 7-6 в разные моменты времени

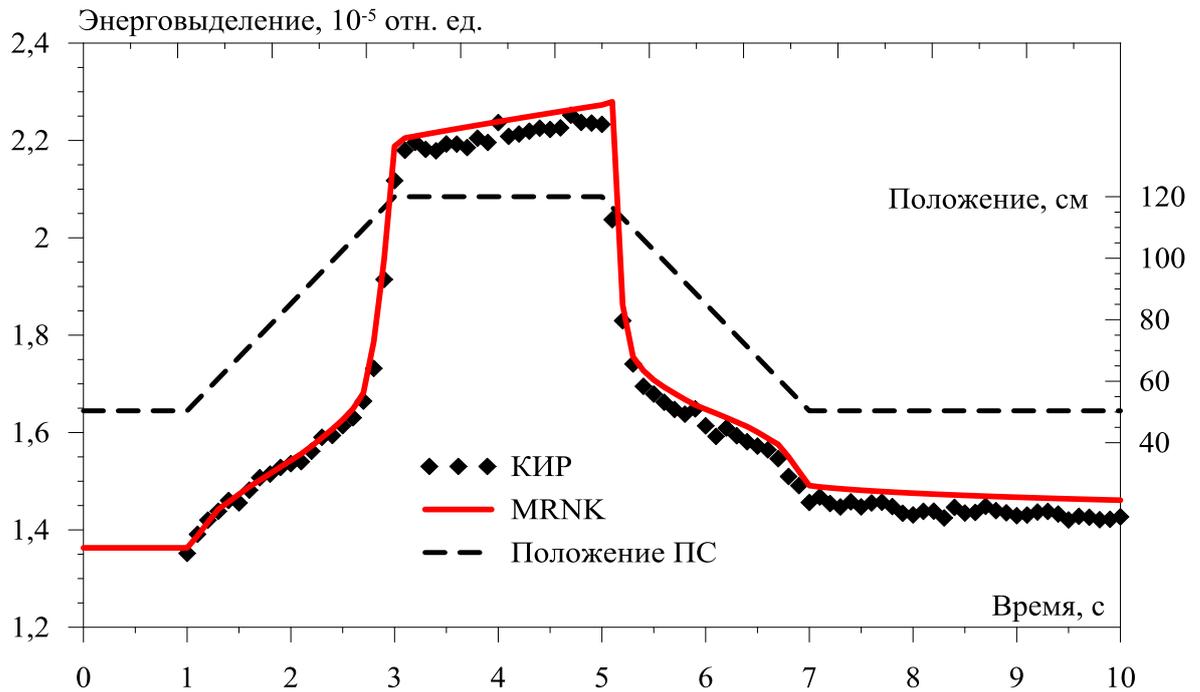


Рисунок 3.22 – Результаты расчета изменения энерговыделения в верхнем, двадцатом, слое ТВС 7-6

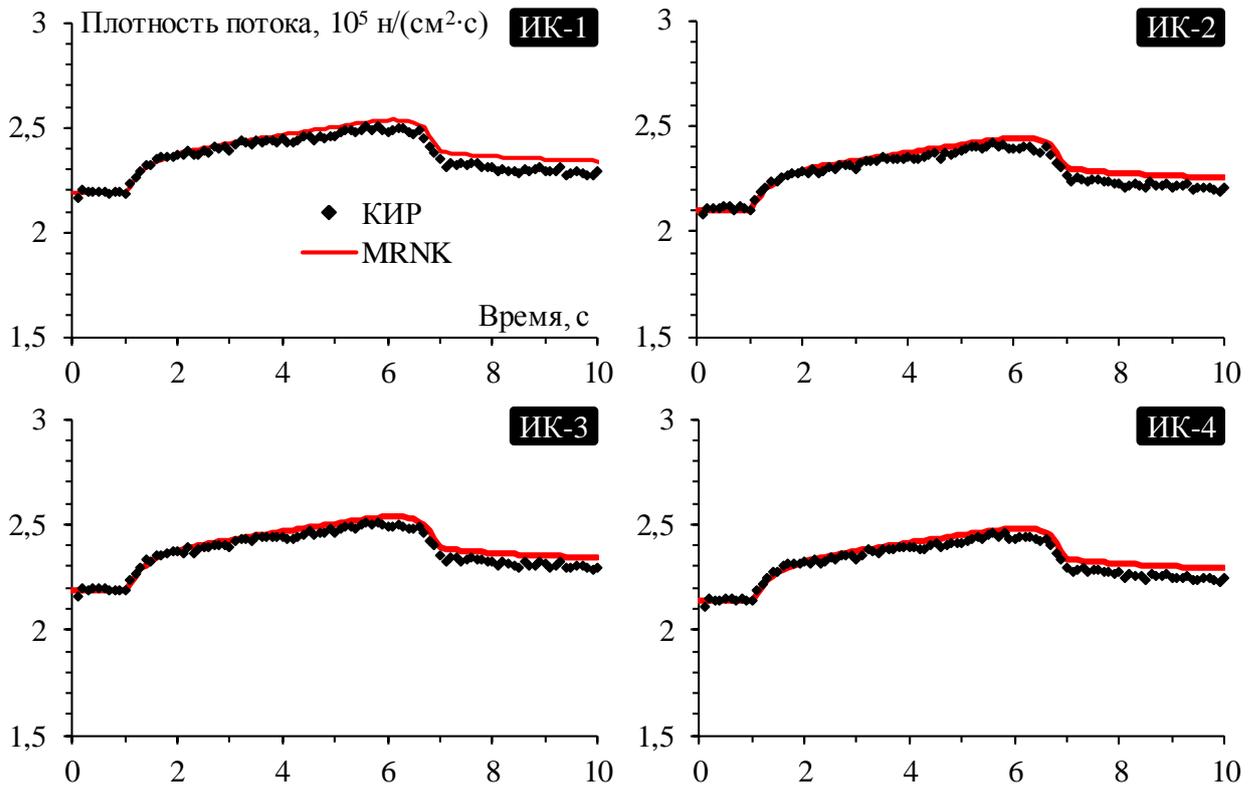


Рисунок 3.23 – Изменение плотности потока тепловых нейтронов в ионизационных камерах

3.3.3 Перемещение групп стержней

Моделируется следующий процесс: с постоянной скоростью 1 см/сек погружаются стержни группы ГР-1 и одновременно извлекаются стержни ГР-3 (рисунок 3.24). Положение стержней ГР-3 специально подбирается, чтобы в любой фиксированный момент времени обеспечивалась критичность активной зоны ($K_{эф}=1$). Погружение стержней ГР-1 осуществляется до полного извлечения стержней ГР-3. Стержни остальных групп остаются в критическом положении в течение всего процесса.

Процесс моделировался по комплексу MRNK с выделением пространственных подобластей, на основе одноточечного приближения, и по программе КИР. Для определения критических положений стержней использовалась программа MSU-TR.

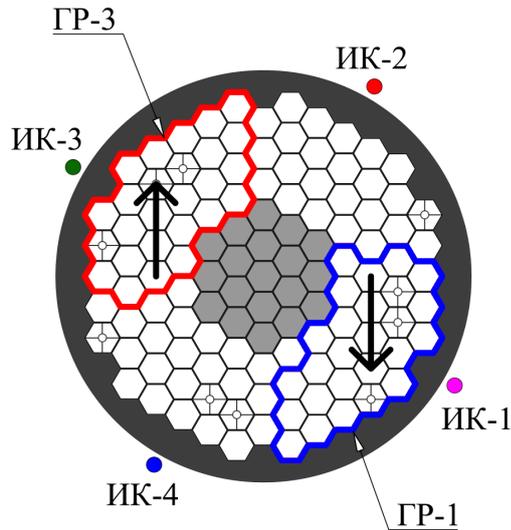


Рисунок 3.24 – Схема расположения подвижных групп стержней и ионизационных камер

Определение хода стержней. Общий временной интервал был поделен на 32 подинтервала. На границах подинтервалов для каждого положения стержней ГР-1 подбиралось положение стержней ГР-3 с использованием линейной экстраполяции (3.1). На рисунке 3.25 приведены результаты расчета в виде абсолютного отклонения положений стержней ГР-1 и ГР-3 от критического положения.

Стержни ГР-3 ускоряются за счет того, что их вес в околоторцевой части существенно снижается. Полученные положения стержней ГР-1 и ГР-3 использовались в расчете кинетики по программам MRNK и КИР.

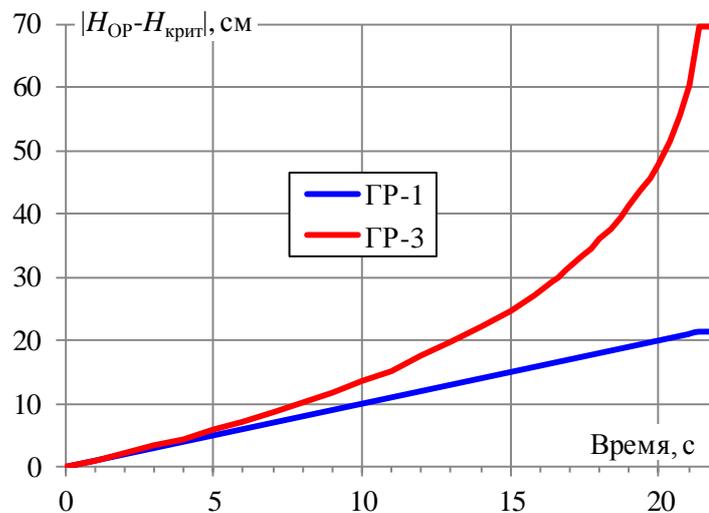


Рисунок 3.25 - Изменение расстояния между положением стержней групп ГР-1 и ГР-3 и критическим положением $H_{крит} = 50,38$ в течение процесса

Параметры расчета по комплексу MRNK. Расчет кинетики по комплексу MRNK проводился с разбиением системы на 329 топливных подобластей. Для ТВС-1, в которых расположены стержни ГР-1 и ГР-3, и граничащих с ними ТВС-2 было выделено 5 равнообъемных подобластей. Таким образом, каждая подобласть содержит 72x4 зон. В остальных случаях аксиальное разбиение ТВС отсутствует - все топливные зоны внутри ТВС объединялись в одну подобласть. Эта подобласть состоит из 72x20 зон.

Расчеты обменных коэффициентов по комплексу MRNK были проведены с использованием 496 ядер процессоров. Учитывался спектр рождающихся нейтронов. Статистика – 10 млрд историй. Процессорное время расчета обменных коэффициентов для всех временных подинтервалах составило 2,5 суток.

Решение задачи кинетики по комплексу MRNK для варианта 329 подобластей разбиения на персональном компьютере составило 40 минут.

Результаты расчета энерговыделения. На рисунке 3.26 приведены результаты расчета мощности по программам КИР и MRNK. Также на график дополнительно нанесена кривая изменения мощности, полученная из решения уравнений одноточечной кинетики. Флуктуация результатов расчета программ проявляется в силу подробного масштаба графика. Для увеличения точности в данном случае требуются значительные временные затраты. Рассчитанная по комплексу MRNK мощность в итоге падает на 6%, а по программе КИР на 2,5%. После окончания движения стержней (21,4 секунды процесса) мощность остается практически постоянной.

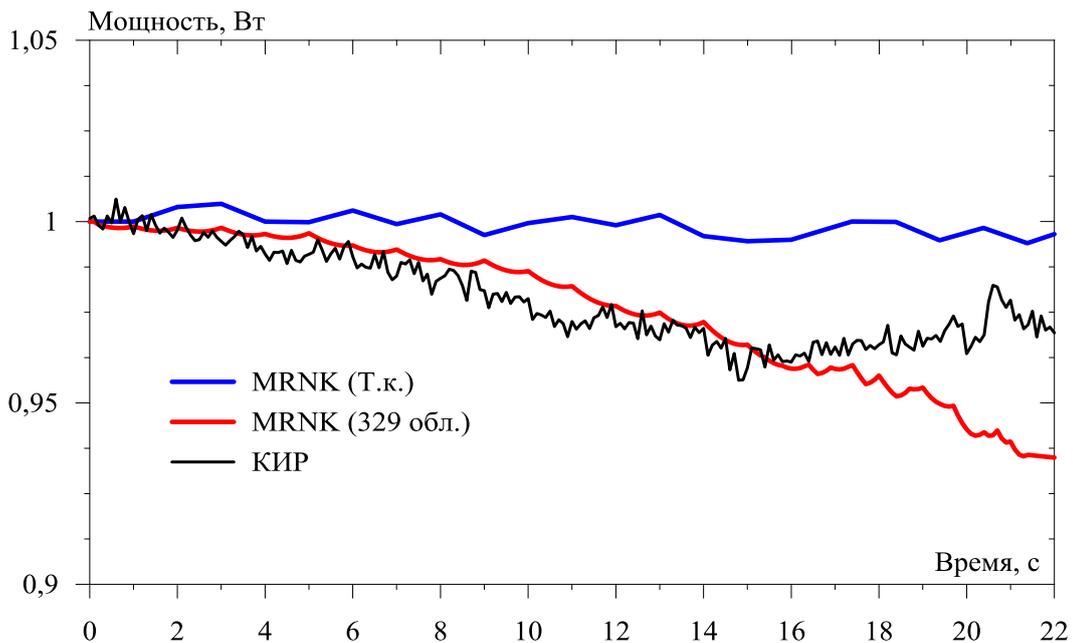


Рисунок 3.26 – Изменение интегральной мощности, рассчитанное по программам КИР, MRNK - 329 подобластей и по уравнениям точечной кинетики (Т.к.)

На временном участке до 15 секунд расхождение результатов программ MRNK и КИР не превышает 1,5%. Далее расхождение возрастает до 4%. Это связано, скорее всего, с недостаточной подробностью задания положений стержней при описании их движения.

На рисунке 3.27 представлены результаты расчета по комплексу MRNK для распределения мощности ТВС по активной зоне в моменты времени 0, 5, 10, 15, 18 и 21,4 с. С течением времени максимум энерговыделения перетекает из центра активной зоны в область ТВС со стержнями ГР-3 и ГР-0. Кроме того распределение энерговыделения становится более “жестким”.

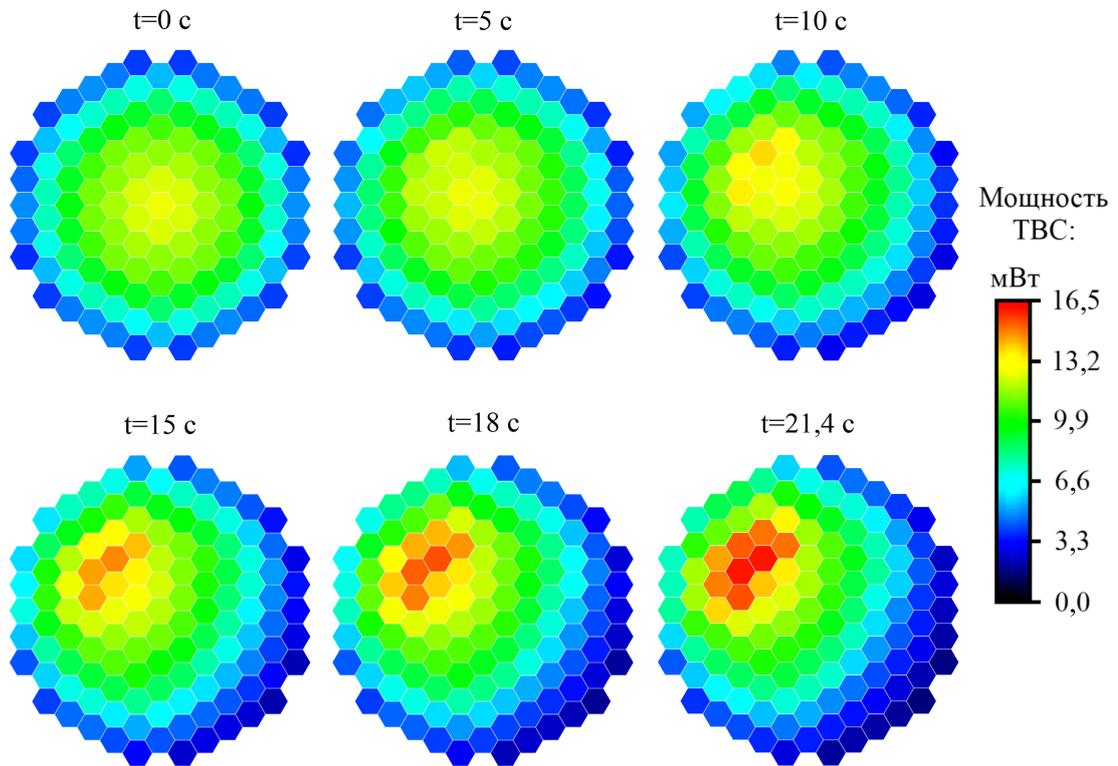


Рисунок 3.27 – Изменение распределения энерговыделения по ТВС активной зоны в различные моменты времени (t)

Результаты расчета плотности потока в ионизационных камерах. Результаты расчета плотности потока тепловых нейтронов в ионизационных камерах приведены на рисунках 3.28-3.29.

Как видно из представленных результатов плотность потока в камере ИК-3 заметно растет, так как основное влияние на утечку нейтронов в область камеры оказывает извлечение стержней ГР-3 (рисунок 3.24). По противоположной причине плотность потока в камере ИК-1 падает по мере погружением стержней ГР-1. Результаты расчета по программам MRNK и КИР для обеих камер практически

совпадают. Расхождение не превышает 4%. В камерах ИК-2 и ИК-4 плотности потока меняются заметно слабее. Так же, как и для камер ИК-1 и ИК-3, отклонение между результатами программ на всем участке моделирования не превышает 4%.

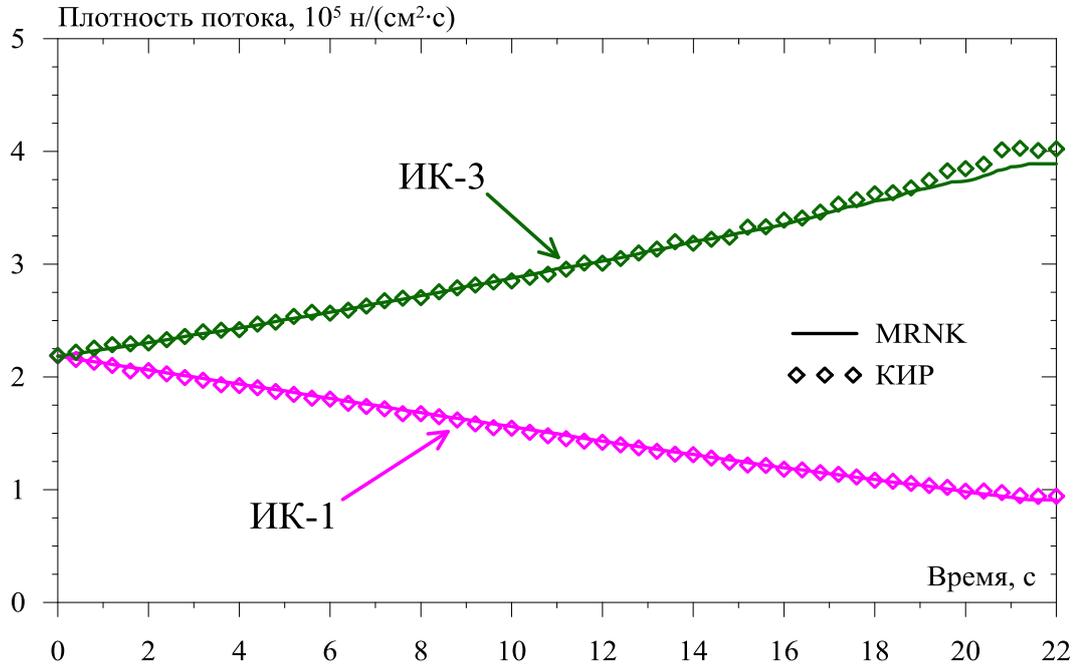


Рисунок 3.28 – Плотность потока тепловых нейтронов в ионизационных камерах ИК-1 и ИК-3

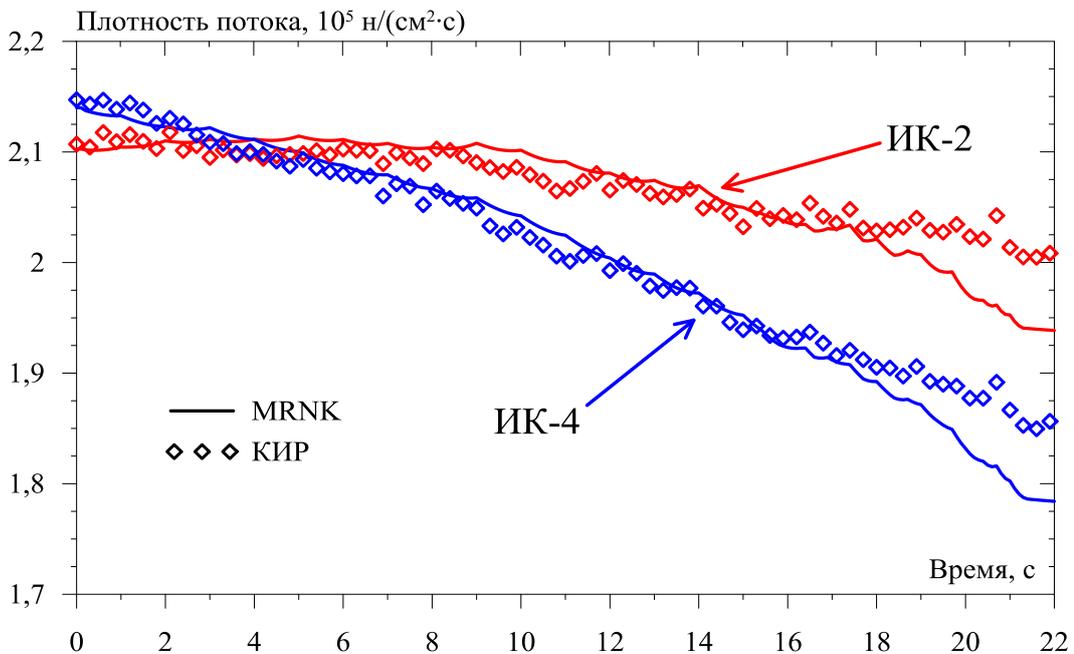


Рисунок 3.29 – Плотность потока тепловых нейтронов в ионизационных камерах ИК-2 и ИК-4

3.4 Расхождение результатов расчета и сравнение вычислительных затрат

В таблице 3.4 представлены максимальные расхождения между программами MRNK и КИР в результате расчета тестов ВВЭР-ВН, ВВЭР-ВВ, ВВЭР-КР и моделирования двух нестационарных процессов в активной зоне КЛТ-40С. Кроме этого в таблице представлено соотношение вычислительных затрат на решение задач, выраженное как отношение величин, которые определяются как число используемых ядер на расчет помноженное на время решения задачи.

Сравнивая результаты расчета по программам MRNK и КИР, можно сказать что они, в целом, согласуются друг с другом. Время моделирования по программе КИР в большинстве процессов превышает на порядок время решения по программе MRNK

Таблица 3.4. - Концентрации нуклидов топлива теста ВВЭР-ВВ, 10^{24} яд/см³

Задача	Отклонения MRNK от КИР		Соотношение вычислительных затрат: $\frac{(N_{\text{ядер}} \times \text{часы})_{\text{КИР}}}{(N_{\text{ядер}} \times \text{часы})_{\text{MRNK}}}$
	По интегральным характеристикам	По локальным характеристикам в значимых величинах (в распределениях потока или энерговыделения по высоте и их значениях в областях реактора)	
ВВЭР-ВН	3%	4%	49
ВВЭР-ВВ	6%	6%	35
ВВЭР-КР	3%	7%	6
КЛТ-40С, перемещение стержней в центральной ТВС	2.5%	4,5%	13
КЛТ-40С, перемещение групп стержней	4%	4%	10

Заключение к главе 3

В главе 3 представлены результаты верификации разработанного комплекса программ MRNK.

Корректность работы алгоритма программы подтверждалась на тесте RPCEU235 и серии тестов ВВЭР: ВВЭР-ВН, ВВЭР-ВВ и ВВЭР-КР. Серия тестов была разработана совместно с авторами программы КИР. Также представлены результаты совместных с программой КИР кросс-верификационных расчетов кинетики реактора КЛТ-40С.

1) В результате расчета теста RPCEU235 по комплексу MRNK получено удовлетворительное согласие с опорными данными по значениям плотности потока. Максимальные отклонения результатов MRNK от КИР и MRNK от TRIPOLI составляют, соответственно 5% и 11%. Различие можно объяснить использованием в этих программах разных библиотек ядерных данных.

2) Сопоставление результатов расчетов серии тестов ВВЭР по программам MRNK и КИР показало, что отклонения по интегральной плотности потока нейтронов от программы КИР во всех задачах лежат в пределах 1-6%. Максимальное различие между программами MRNK и СТАРТ-UNK в задаче ВВЭР-ВН составило 7%.

Расхождение между программами MRNK и КИР по распределению плотности потока по высоте не превышает 7% в зонах, где формируется пик мощности энерговыделения.

Следует отметить, что значения плотности потока широко варьируются в зависимости от типа теста следующим образом:

- В задаче ВВЭР-ВН с вводом отрицательной реактивности плотность потока падает до 30% от первоначального и затем возрастает с 56% до 72% после возврата системы в исходное состояние.
- В задаче ВВЭР-ВВ с вводом положительной реактивности плотность потока увеличивается в 10000 раз.
- В задаче ВВЭР-КР с вводом возмущения плотность потока падает за короткое время до 10,8% и затем медленно уменьшается до стационарного значения 5,57%.

Такие незначительные расхождения дают основание считать, что разработанные программы КИР и MRNK практически одинаково описывают “быстрые” и “медленные” процессы в предложенных тестах.

Кроме этого в результатах расчета тестов по программе MRNK с различным числом слоев разбиения по высоте показано, что при решении этих задач по односточному приближению без учета спектра испускания запаздывающих нейтронов появляется сильное отклонение (до 18 раз) от результатов расчета в многозонном приближении.

3) Для активной зоны КЛТ-40С рассмотрено два нестационарных процесса. В первом процессе моделировалось извлечение пучка стержней в центральном канале до верхнего края топливной части и, после двухсекундной паузы, их обратного спуска с той же скоростью до исходного состояния. Реактивность, вносимая стержнями, составила $0,07\beta$. После извлечения стержней мощность растет на 16% и затем с погружением падает до 5-7 % от первоначальной. На всем интервале моделирования результаты расчета мощности и плотности потока в ионизационных камерах по программам MRNK и КИР удовлетворительно согласуются друг с другом. Расхождения по мощности и плотности потока не превышают 2,5%.

Во втором нестационарном процессе моделировалось синхронное погружение и извлечение двух противоположных групп стержней. Ход стержней определялся таким образом, чтобы в любой момент времени обеспечивалась стационарная критичность модели. Для подбора положения стержней использовалась программа MSU-TR. Представлены результаты расчета нестационарного процесса для следующих величин:

- Мощности энерговыделения, как интегральной, так и локальной в отдельных участках системы. Рассчитанная по программам MRNK и КИР мощность в итоге падает на 3-6%, в то время как мощность, полученная в односточном приближении, остается практически постоянной в течение всего процесса. Расхождение результатов программ MRNK и КИР не превышает 4%.

- Плотность потока тепловых нейтронов в ионизационных камерах по программам MRNK и КИР. Все результаты удовлетворительно согласуются друг с другом. Расхождение на участке моделирования не превышает 4% для всех камер.

4) Время моделирования процессов по программе КИР для большинства рассмотренных задач превышает на порядок время моделирования по программе MRNK

Глава 4 Верификация комплекса MRNK+КЕДР-Д на примере международного численного бенчмарка PWR MOX/UO₂

Один из главных аспектов современного расчета переходных процессов в ректорах является корректный учет теплогидравлических обратных связей. Известно, что изменения температуры топлива в твэлах и плотности теплоносителя влияют на реактивность системы, в то же самое время как отклонение реактивности приводит к изменению мощности, что в свою очередь приводит к росту или падению значений теплофизических параметров. При проектировании ядерного реактора, крайне важно учитывать эти эффекты, так как, в основном, они определяют динамику переходных процессов.

Для учета таких обратных связей к нейтронно-физическим программам подключают теплогидравлические программы. Теплогидравлические программы вычисляют профили плотности, температур теплоносителя и топлива, которые затем поступают в нейтронно-физическую программу с последующей коррекцией свойств материалов. Теплогидравлические и нейтронно-физические программы могут быть связаны между собой несколькими способами [1]:

1. “внутренним” образом – оба расчета проводятся в едином оптимизированном коде;
2. “внешним” образом – обе программы проводят расчет независимо, а контроль и обмен данными, в основном, осуществляются специально разработанной программой-оболочкой.

Достоинства первого способа объединения – программы оптимизированы и обладают быстрым действием для решения задач в конкретных системах, но отсутствует универсальность их применения. Для решения физических задач в таких комплексах применяются обычно программы инженерного класса.

Объединение программ в комплекс по второму способу позволяет достичь более высокого уровня универсальности. Так как, большинство теплогидравлических программы предназначено для моделирования конкретных систем, а нейтронно-физические программы, использующие метод Монте-Карло, способны решать нейтронно-физические задачи для практически любых систем, поэтому создание программы оболочки, к которой могут подключаться разные теплогидравлические программы, представляет практический интерес, особенно в задачах для проектируемых

реакторов. Кроме этого, нет нужды проводить по отдельности дополнительную верификацию объединяемых программ, так как в текст кода вносятся минимальные изменения.

В главе 4 представлен комплекс расчета динамики MRNK+КЕДР-Д пример, объединяющий нейтронно-физический комплекс MRNK с разрабатываемым в НИЦ “Курчатовский институт” кодом КЕДР-Д для расчета теплогидравлических процессов в реакторах с легководным теплоносителем. Для тестирования разработанного комплекса выбран международный численный бенчмарк PWR MOX/UO₂ core transient benchmark.

4.1 Описание комплекса программ MRNK+КЕДР-Д

Краткое описание программы КЕДР-Д. Программа КЕДР-Д разработана в НИЦ “Курчатовский институт”. Она создана на базе программы КЕДР [20,72] и предназначена для решения нестационарной сопряженной задачи теплообмена как в чехловых, так и в бесчехловых ТВС с регулярной расстановкой твэлов. Для определения теплогидравлических параметров применяется поканальный (поячеечный) метод. Задача теплообмена записывается в виде:

- нестационарных одномерных уравнений сохранения массы, импульса и энергии для гомогенной пароводяной смеси в гидравлических ячейках;
- двумерного нестационарного уравнения теплопроводности для твэлов;
- условия сопряжения на границе твэл-вода.

Решение вышеперечисленных уравнений проводится на основе конечно-разностного метода.

Описание комплекса MRNK+КЕДР-Д. Объединение комплекса MRNK и программы КЕДР-Д осуществляется под управлением программы-оболочки, которая обеспечивает запуск программ, контроль над расчетом, обмен данными, генерацию вариантов программы MCU-TR, проверку сходимости параметров, обработку результатов и т.д. Оболочка написана на языке FORTRAN и оптимизирована для работы на суперкомпьютере НИЦ “Курчатовский институт”. В оболочке используется итерационная схема объединения программ, представленная на рисунке 4.1. Хотя в практике часто используются явные схемы [1] выбор итерационной схемы был

обусловлен точностью получаемых результатов и более сильной устойчивостью алгоритма к шагу по времени по сравнению с безытерационными схемами.

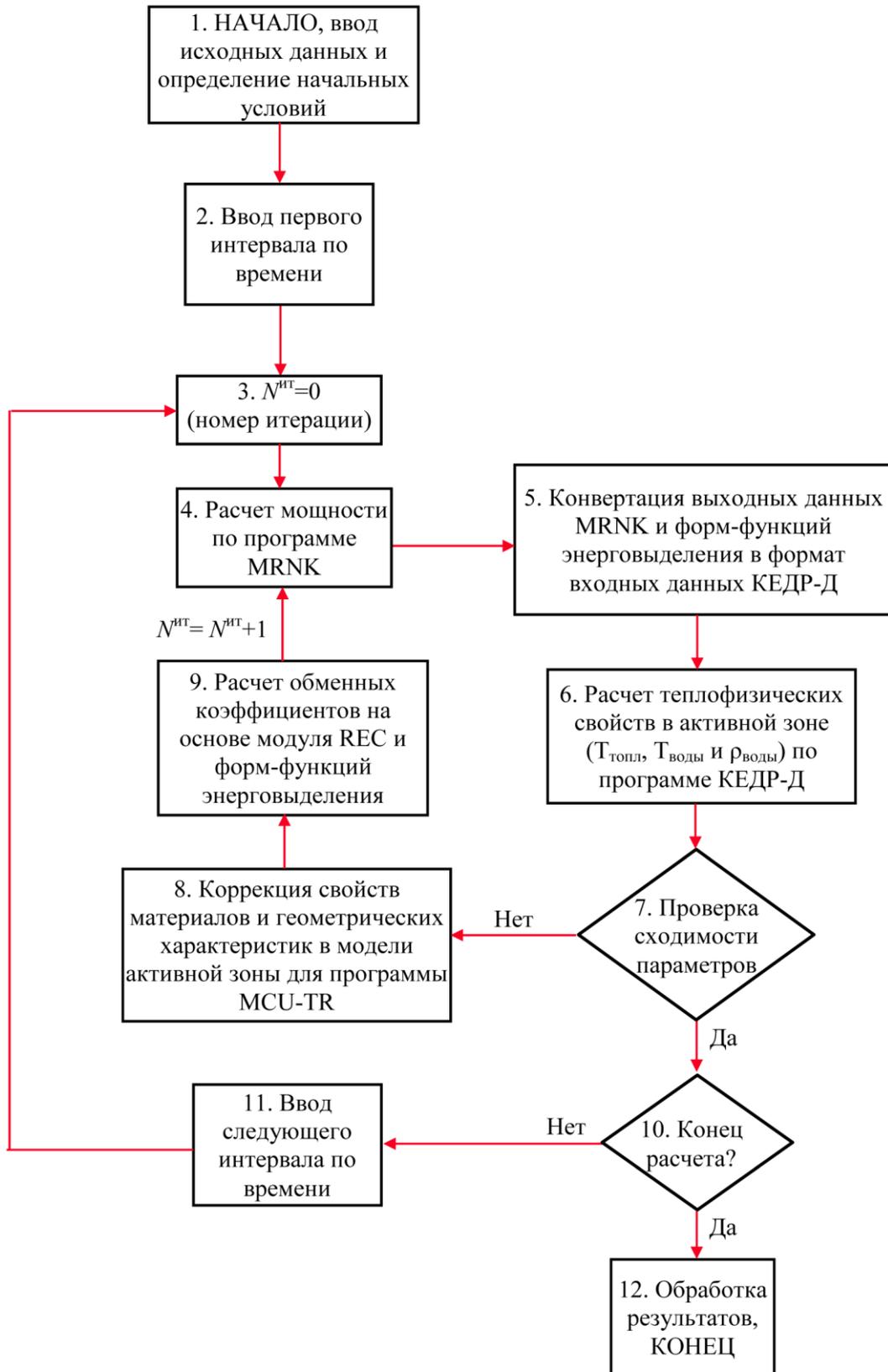


Рисунок 4.1 – Итерационная схема расчета по комплексу MRNK+КЕДР-Д

Перед расчетом нестационарного процесса проводится формирование начальных данных – подготовка варианта активной зоны на языке исходных данных MCU-TR в рамках комплекса MRNK и соответствующей ей модели для программы КЕДР-Д. Поскольку обмен (распределением энерговыделения, температурой и плотностью теплоносителя, температурой топлива) между трехмерными программами может быть осуществлен при сколь угодно степени детализации, то заранее определяется схема межпрограммного обмена данными. Поэтому модели по программам КЕДР-Д и MCU-TR подготавливаются как с учетом проводимой в процессе счета коррекции материалов в модели MCU-TR при передачи в неё усредненных данных по температурам и плотностям материалов из программы КЕДР-Д, так и с учетом передачи распределения энерговыделения из результатов расчета по программам MRNK и MCU-TR в программу КЕДР-Д. Условия межпрограммного обмена данными в настоящее время задаются вручную в тексте алгоритма программы-оболочки MRNK+КЕДР-Д.

Для решения задачи на основе метода многозонной кинетики в модели MCU-TR также отдельно проводится выделение подобластей с использованием регистрационных объектов.

После подготовки моделей, на основе модуля REC рассчитываются обменные коэффициенты для начального критического состояния ($t_0=0$). Эти коэффициенты передаются в комплекс MRNK, на основе которой формируются начальные условия для уравнений многозонной кинетики (уравнения 2.6-2.12).

Алгоритм расчета по комплексу MRNK+КЕДР-Д, в соответствии с нумерацией блоков (этапов расчета) в приведенной схеме (рисунок 4.1), описывается следующим образом:

1. На этом этапе в качестве исходных данных для оболочки MRNK+КЕДР-Д задаются временные интервалы для пересчета обменных коэффициентов с целью учета обратных связей по свойствам материалов. Вместе с этим, определяются дополнительные интервалы, на которых задается изменение геометрических характеристик системы, например, движение стержней регулирования.
2. По введенным исходным данным программа-оболочка комплекса MRNK+КЕДР-Д формирует последовательность временных интервалов $(t_0, t_1), \dots, (t_{i-1}, t_i), \dots, (t_{k-1}, t_k)$, где t_0 – время начала процесса, t_k – время окончания моделирования нестационарного процесса. В пределах каждого такого интервала далее будет проводиться совместное

итерационное решение нейтронно-физической и теплогидравлической задач. На этом этапе программа-оболочка подготавливает данные для первого интервала (t_{i-1}, t_i) , $i=1$ и определяет его в качестве текущего.

3. Все необходимые данные о текущем временном интервале передаются в итерационный цикл. Для контроля числа итераций вводится параметр $N^{ит}$ и ему присваивается нулевое значение.

4. Программа-оболочка проводит решение задачи нейтронной кинетики на интервале (t_{i-1}, t_i) по комплексу MRNK. На границах интервала задаются, соответствующие им обменные коэффициенты. Если на границе t_i обменные коэффициенты не были вычислены, то сюда передаются коэффициенты на момент времени t_{i-1} . В результате расчета определяются выходные данные – значения мощностей в подобластях активной зоны.

5. На этом этапе проводится конвертация рассчитанных данных – мощности подобластей и форм-функции энерговыделения на границах текущего временного интервала в формат программы КЕДР-Д. Если на границе t_i форм-функция не определена, то, аналогично п.4, она берется на момент времени t_{i-1} .

6. Программа-оболочка проводит решение нестационарной задачи теплообмена на интервале (t_{i-1}, t_i) по программе КЕДР-Д. В результате расчета определяются выходные данные – усредненные значения температур топлива и теплоносителя, а также плотности теплоносителя. Эти параметры усредняются в соответствии с принятой детализацией при их подстановки в модель MCU-TR. То есть, например, если усредняются температуры по твэлам в пределах высотного слоя ТВС, то после подстановки в соответствующий слой той же ТВС в модель MCU-TR все температуры в пределах этого слоя будут иметь одинаковое значение.

7. Если $N^{ит} = 0$, то проверка итерационных параметров не осуществляется, и алгоритм переходит в п.8. Иначе проводится проверка точности по теплофизическим параметрам - по всем усредненным температурам теплоносителя и топлива, а также по значениям мощности в подобластях. Если условия сходимости выполнены, то алгоритм выходит из итерационного цикла в п.10, иначе он остается в цикле и переходит в п.8

8. Проводится коррекция материалов в исходных данных программы MCU-TR на основе усредненных температур и плотностей, рассчитанных по программе КЕДР-Д. Если $N^{ит} = 0$, то также, если требуется, проводится изменение геометрических

характеристик модели, например, изменение положения стержней регулирования. Таким образом, формируется новый вариант на момент времени t_i .

9. Проводится расчет обменных коэффициентов и форм-функции энерговыделения (распределение скорости реакции деления по топливным зонам) на момент времени t_i по программе MCU-TR с модулем REC. Далее алгоритм переходит в п.4.

10. Значения нейтронно-физических и теплогидравлических параметров для точки t_{i-1} печатаются в файлы выходных данных. Если правая граница временного интервала t_i является временем окончания расчета нестационарного процесса, то алгоритм переходит в п.12, иначе в п. 11.

11. Программа-оболочка подготавливает данные для следующего интервала (t_i, t_{i+1}) и определяет его в качестве текущего. После этого алгоритм переходит в п.3.

12. Конец расчета.

4.2 Численный бенчмарк PWR MOX/УO₂

Высокая стоимость проведения сложных экспериментов послужила толчком к разработке численных бенчмарков, в которых сравнение проводится с результатами расчета нескольких программ, использующих, как правило, различные методы. Одним из таких тестов является рассматриваемый в настоящей работе бенчмарк PWR MOX/УO₂ core transient benchmark [21]. В бенчмарке принимали участие авторы программ разных стран: Корея - NUREC, Япония - SKETCH-INS, Швейцария - CORETRAN, США - PARCS, а также Россия - программа BARS.

Следует отметить упомянутые в работе [54] бенчмарки: PBMR coupled neutronics/thermal-hydraulics transient benchmark [73]; Prismatic coupled neutronics/thermal fluids transient benchmark of MHTGR-350 MW core design [74]. В них, кроме изменения теплофизических параметров, требуется учитывать остаточное энерговыделение и изменение концентрации ксенона в топливе.

Бенчмарк PWR MOX/УO₂ по сегодняшний день является одним из наиболее сложных бенчмарков, посвящённых расчетам динамики реакторов. В нём рассматривается полномасштабная модель активной зоны со смешанным MOX и уран-диоксидным топливом. ТВС активной зоны имеют строение, схожее с Вестингаузским реактором типа PWR.

Несмотря на трудозатраты, требуемые для описания модели, в бенчмарке подробно изложены все необходимые данные для расчета по программам, основанных практически на любых методах решения уравнения переноса нейтронов. Также имеется широкая база данных для сопоставления получаемых результатов. Поэтому его расчет полезен для подтверждения применимости создаваемого программного обеспечения для моделирования динамики полномасштабных активных зон.

Полный расчет бенчмарка включает в себя серию стационарных расчетов на критичность и нестационарный расчет с учетом обратных связей – моделируется аварийное извлечение связки стержней в одной из ТВС.

4.3 Описание модели активной зоны

Схема $\frac{1}{4}$ части активной зоны приведена на рисунке 4.2. Активная зона состоит из 193 бесчехловых квадратных ТВС, с поперечными размерами $21,42 \times 21,42$ см². В 54 ТВС используется МОХ-топливо. Номинальная тепловая мощность активной зоны – 3565 МВт. Высота активной части твэлов – 373 см. Активная зона окружена рядом ячеек отражателя, имеющих размер, совпадающий с габаритными размерами ТВС. В каждой ячейке содержится прилегающая к активной зоне стальная перегородка, толщиной 2,52 см, и слой воды, имеющий такую же температуру как температура воды на входе в активную зону. Хотя модель и обладает симметрией, в расчетах используется её полномасштабный вариант.

По внутреннему составу ТВС разделены на четыре типа: U 4,2%, U 4,5%, M 4,0% и M 4,3%. При этом для каждой ТВС введен уровень глубины выгорания её внутренних элементов. Всего используется 7 уровней – 0,15, 17,5, 20,0, 22,5, 32,5, 35,0, 37,5 ГВт·сут/т. Изотопный состав и ядерные концентрации выгоревших материалов получены на основе расчетов ячеек по программе HELIOS.

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	U 4,2% (CR-D) 35,0	U 4,2%	U 4,2% (CR-A) 22,5	U 4,5%	U 4,5% (CR-SD) 37,5	M 4,3%	U 4,5% (CR-C) 0,15	U 4,2% 32,5
B	U 4,2% 0,15	U 4,2%	U 4,5%	M 4,0%	U 4,2%	U 4,2% (CR-SB) 32,5	M 4,0%	U 4,5% 17,5
C	U 4,2% (CR-A) 22,5	U 4,5%	U 4,2% (CR-C) 22,5	U 4,2%	U 4,2%	M 4,3%	U 4,5% (CR-B) 0,15	M 4,3%
D	U 4,5% 0,15	M 4,0%	U 4,2%	M 4,0%	U 4,2%	U 4,5% (CR-SC) 20,0	M 4,3%	U 4,5% 20,0
E	U 4,5% (CR-SD) 37,5	U 4,2%	U 4,2%	U 4,2%	U 4,2% (CR-D) 37,5	U 4,5%	U 4,2% (CR-SA) 17,5	
F	M 4,3% 17,5	U 4,2% (CR-SB) 32,5	M 4,3%	U 4,5% (CR-SC) 20,0	U 4,5%	M 4,3%	U 4,5% 32,5	
G	U 4,5% (CR-C) 0,15	M 4,0%	U 4,5% (CR-B) 0,15	M 4,3%	U 4,2% (CR-SA) 17,5	U 4,5%		
H	U 4,2% 32,5	U 4,5%	M 4,3%	U 4,5%				

Рисунок 4.2 – Схема $1/4$ части активной зоны: 1 – тип ТВС, 2 – группа поглощающих стержней, 3 – глубина выгорания (ГВт·сут/м), 4 – извлекаемая группа стержней

На рисунке 4.3 приведена схема расстановки внутренних элементов ТВС. Расстановка этих элементов выполнена по квадратной решетке с шагом 1,26 см. В каждой ТВС расположено 264 твэла, которые могут различаться по составу и геометрии. В ТВС с MOX-топливом используются выгорающие WABA поглотители. Элементы ТВС омываются легководным теплоносителем под давлением 15,5 МПа (температура входа в активную зону – 560 К). Кроме этого, в ТВС с UO_2 топливом расположена связка поглощающих стержней. Все связки стержней подразделяются на две группы: стержни регулирования (CR-A, CR-B, CR-C, CR-D) и аварийные стержни (CR-SA, CR-SB, CR-SC, CR-SD).

По геометрическому строению внутренние элементы в ТВС группируются в пять типов (рисунок 4.4): «Топливный стержень» - элементы с MOX-топливом и UO_2 -топливом разных обогачений, «Топливный стержень с поглотителем IFBA» - UO_2 -топливо с поглотителем IFBA, «Направляющая труба», «Поглощающий стержень» и «WABA поглотитель». В каждом элементе материальный состав однороден в

аксиальном направлении. Материалы элементов расположены по кольцевым слоям, как представлено в таблице 4.1.

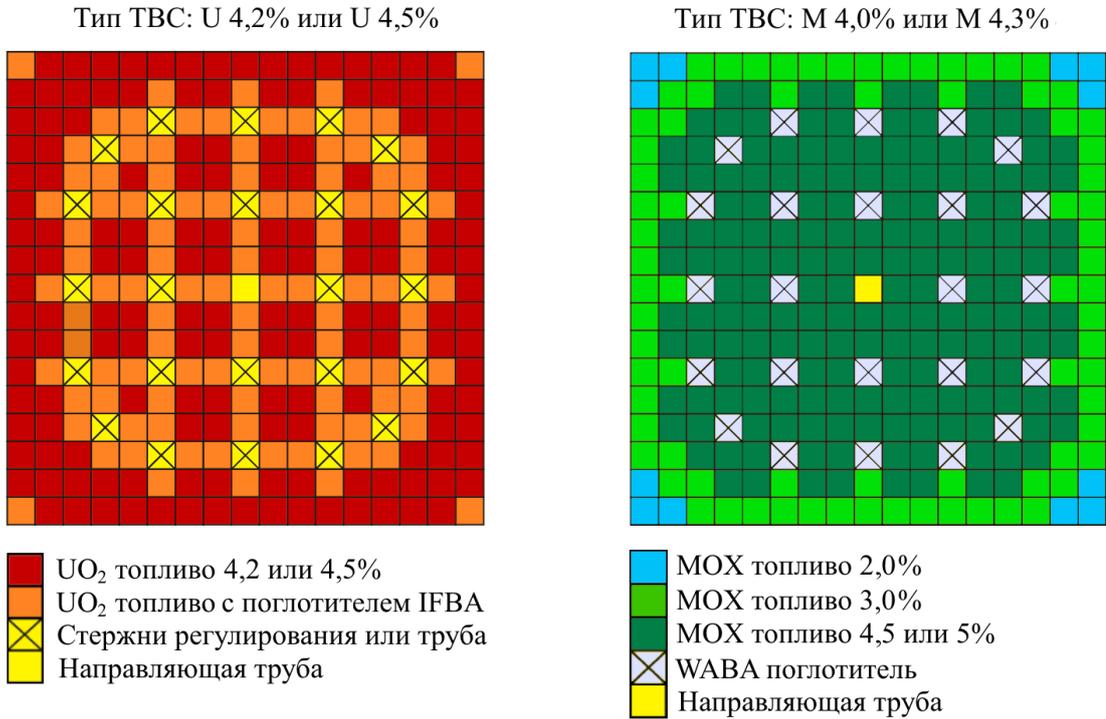


Рисунок 4.3 - Схема расстановки внутренних элементов ТВС

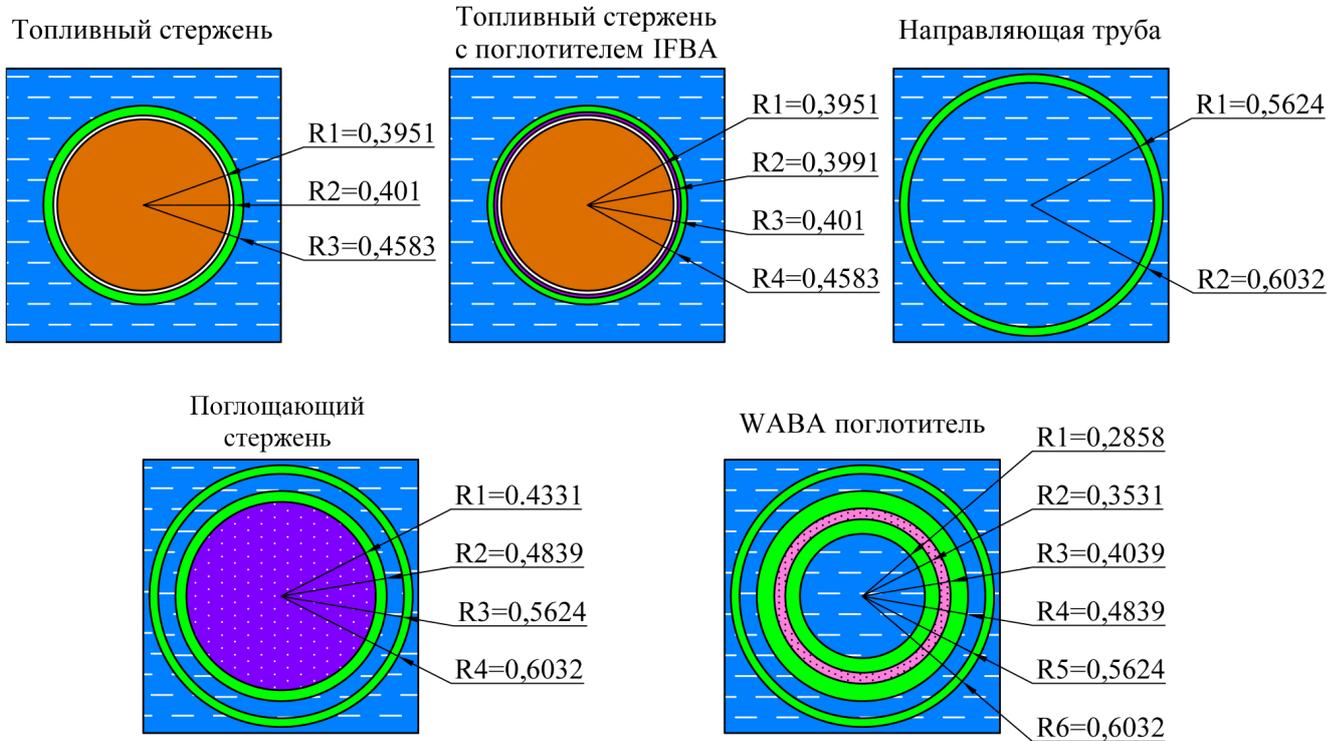


Рисунок 4.4 – Геометрические размеры (в сантиметрах) элементов ТВС

Таблица 4.1 – Материалы во внутренних элементах ТВС

Внутренний и внешний радиусы кольцевого слоя	Тип элемента				
	Топливный стержень	Топливный стержень с поглотителем IFBA	Направляющая труба	Стержень регулирования	WABA поглотитель
0-R1	Топливо	Топливо	Вода	Бор	Вода
R1-R2	Зазор	IFBA	Оболочка	Оболочка	Оболочка
R2-R3	Оболочка	Зазор		Вода	WABA
R3-R4		Оболочка		Оболочка	Оболочка
R4-R5					Вода
R5-R6					Оболочка

Численные значения ядерных концентраций нуклидов в материалах, в силу их громоздкости, в настоящей работе не приводятся. Эти данные полностью представлены в полной версии бенчмарка [21].

4.4 Результаты расчета стационарных состояний

По данным бенчмарка была создана полномасштабная модель активной зоны на языке исходных данных MCU-TR. В первую очередь для подтверждения корректности созданной модели проводились расчеты стационарных состояний.

Расчеты на $K_{эф}$. В таблице 4.2 приведены результаты расчета $K_{эф}$ для двух состояний активной зоны: все стержни подняты (ARO) и все стержни введены (ARI). Температуры всех материалов одинаковы и равны 560 К.

Таблица 4.2 – Сопоставление результатов расчета $K_{эф}$

Программы	$K_{эфф}$		Отклонение результатов MCU-TR, %	
	ARO	ARI	ARO	ARI
Нодальные				
CORETRAN	1,06379	0,99154	-0,31	-0,22
NUREC	1,06378	0,99153	-0,31	-0,22
PARCS	1,06354	0,99114	-0,29	-0,18
SCETCH	1,06379	0,99153	-0,31	-0,22
Гетерогенные				
BARS	1,05826	0,98775	0,21	0,16
DeCART	1,05852	0,98743	0,19	0,20
DORT	1,06036	-	0,01	-
MCNP	1,05699	0,98540	0,33	0,40
MCU-TR	1,06050±0,00003	0,98936±0,00003	-	

Результаты расчета по программе MCU-TR хорошо согласуются с результатами расчета как по нодальным, так и по гетерогенным программам. Отклонение не превышает 0,4%.

Расчет начального состояния для нестационарного процесса. В таблице 4.3 приведено сопоставление результата подбора критической концентрации бора в воде с результатами других программ для начального критического состояния, из которого в нестационарной задаче будет моделироваться аварийное извлечение стержня. В этом состоянии все аварийные стержни подняты, а стержни регулирования опущены. Максимальное отклонение по величине концентрации составило ~ 8%.

Таблица 4.3 - Сопоставление критической концентрации бора в воде

Программа	CORETRAN	NUREC	PARCS	SCETCH	BARS	DeCART	MCU-TR
Критическая концентрация бора, ppm	1346	1343	1334	1341	1296	1265	1236
Отклонение результатов MCU-TR, %	-8,17	-7,97	-7,35	-7,83	-4,63	-2,29	-

Следует отметить близость результатов расчета по нодальным программам. Это обусловлено тем фактом, что в расчетах использовалась одинаковая библиотека нейтронно-физических констант, подготовленная авторами бенчмарка. В отличие от нодальных программ в гетерогенных программах использовались собственные библиотеки ядерных констант.

С целью проверки корректности формирования начального распределения энерговыделения по комплексу MRNK (аналогично верификации в разделе 2.7) на основе модуля REC были получены обменные коэффициенты уравнений многозонной кинетики. В модели было выделено 193 подобластей. Каждой подобластью считалась совокупность топливной части твэлов внутри отдельной ТВС.

Расчет обменных коэффициентов был проведен со статистикой $20 \cdot 10^9$ историй нейтронов. С использованием соотношения (2.16) для критического состояния были получено распределение мощности по ТВС.

На рисунке 4.5 приведены результаты расчета распределения энерговыделения. Представленное распределение нормировано на число ТВС – 193. На рисунке 4.6 приведены отклонения этих величин от результатов программ DeCART и PARCS.

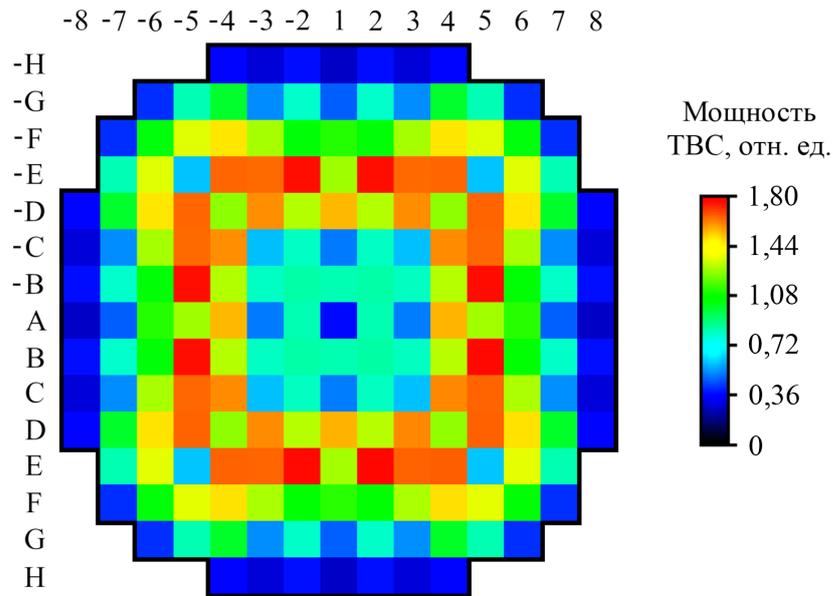


Рисунок 4.5 – Распределение энерговыделения по ТВС в активной зоне

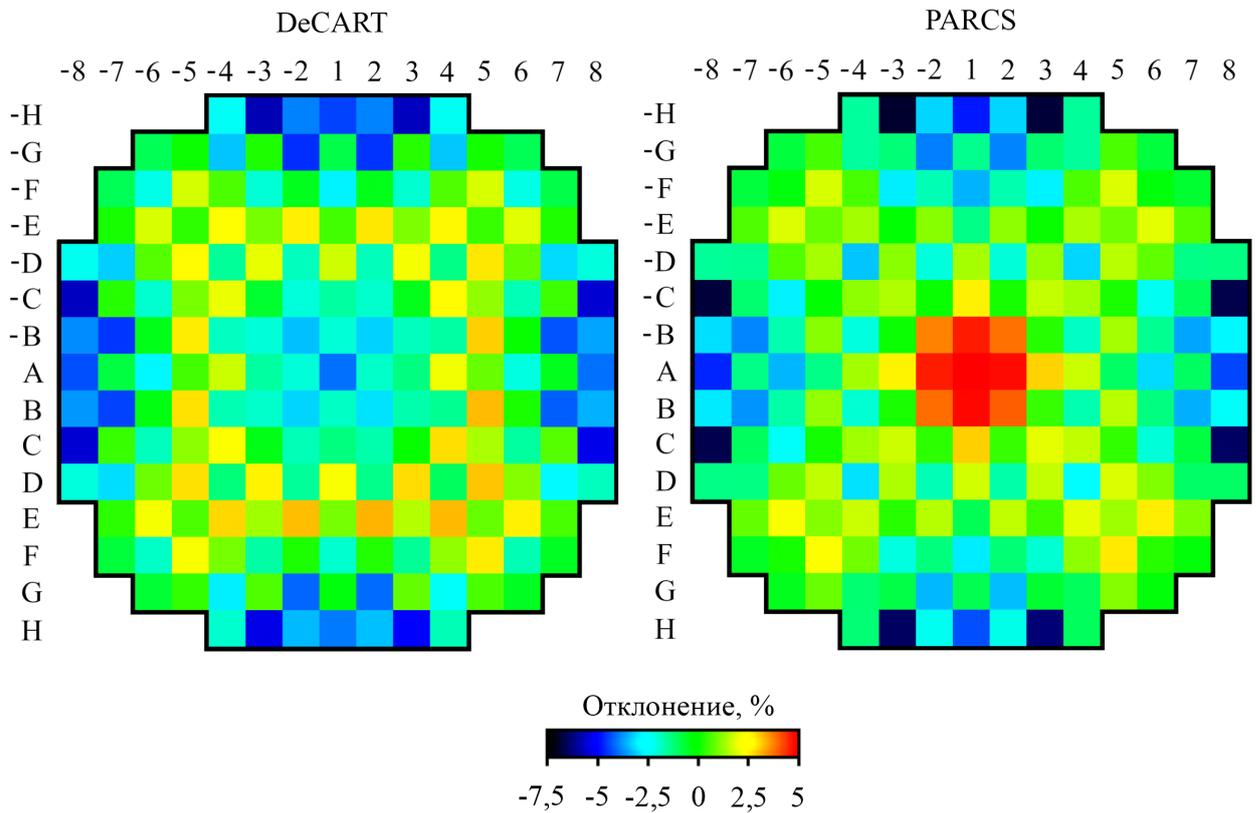


Рисунок 4.6 – Отклонение результатов расчета энерговыделения в ТВС по программе MRNK от результатов программ DeCART и PARCS

Как видно из рисунка 4.5 распределение энерговыделения имеет высокую неравномерность по активной зоне - максимальные значения достигаются в ТВС (E,2),

(В,5) и составляют $\sim 1,79$ отн. ед., а минимальные значения расположены в ТВС (А,8), (Н,1) и составляют $\sim 0,28$ отн. ед.

Анализируя рисунок 4.6, можно сказать, что наибольшие по модулю отрицательные отклонения от программ PARCS и DeCART сосредоточены в группах ТВС, расположенных вблизи отражателя: (Н,-3 : 3), (D : -D,-8), (-Н,-3 : 3) и (D : -D,8). Кроме этого, максимальное расхождение в положительную сторону формируется в средних рядах ТВС активной зоны (в случае отклонений от программы DeCART) и в центре активной зоны (в случае отклонений от программы PARCS).

Для определения расхождения между программами авторами бенчмарка рекомендуется использовать “взвешенные” отклонения, которые вычисляются на основе следующих формул:

$$\delta_{PWE} = \frac{\sum_i |e_i| \cdot W_i}{\sum_i W_i}, \quad (4.1)$$

$$\delta_{EWE} = \frac{\sum_i |e_i| \cdot |e_i|}{\sum_i |e_i|}. \quad (4.2)$$

Здесь $|e_i|$ - отклонение в ТВС под номером i ; W_i - значение мощности этой ТВС в “эталонном” расчете.

При взвешивании по мощности (величина δ_{PWE}) уменьшается вес ошибки в областях с малой мощностью и повышается вклад областей с высокой мощностью. Величина δ_{EWE} аналогична среднеквадратичному отклонению и не связана с распределением мощности.

Сопоставление отклонений δ_{PWE} и δ_{EWE} для распределения энерговыделения, полученного по разным программам, от результатов программы DeCART, считавшейся “эталонной”, представлено в таблице 4.4.

Такие незначительные расхождения в расчетах стационарных состояний дают основание считать, что модель для программы MCU-TR создана корректно и может использоваться при решении нестационарной задачи по комплексу MRNK+КЕДР-Д.

Таблица 4.4 - сопоставление взвешенных отклонений от результатов расчета

“эталонной” программы DeCART

Программы	$\delta_{PWE}, \%$	$\delta_{EWE}, \%$
Нодальные		
CORETRAN	1,09	3,72
NUREC	1,05	3,43
PARCS	1,2	2,85
SKETCH-INS	1,06	3,77
Гетерогенные		
BARS	2,65	5,66
MRNK	1,97	2,87

4.5 Результаты расчета нестационарного процесса

Описание процесса. Моделируется аварийный процесс – полное извлечение связки стержней регулирования в ТВС (Е,5) (рисунок 4.2) с постоянной скоростью в течение 0,1 с. После этого стержни остаются неподвижными до конца процесса (полное время процесса – 1 с.). Начальная тепловая мощность активной зоны – 0,0001% от 3565 МВт.

Извлечение связки стержней дает сильный рост надкритичности системы, что приводит к быстрому разгону мощности на мгновенных нейтронах. За счет отрицательных обратных связей по теплофизическим свойствам системы, в основном из-за нагрева топлива, в течение короткого времени формируется пик, после которого мощность спадает на новый уровень.

Параметры расчета по комплексу MRNK+КЕДР-Д. С целью минимизации расхождения между программами в соответствии с рекомендациями авторов бенчмарка были введены следующие допущения:

- 1) Спектр рождения запаздывающих нейтронов равен спектру испускания мгновенных нейтронов. В случае метода многозонной кинетики это эквивалентно приближению Эйвери (2.19-2.20).
- 2) Используются предложенные авторами бенчмарка характеристики запаздывающих нейтронов.
- 3) В нейтронно-физических расчетах нагрев топлива описывается на основе доплеровской температуры топлива:

$$T_f = 0,3 \cdot T_{F,C} + 0,7 \cdot T_{F,S}, \quad (4.3)$$

где $T_{F,C}$ - температура в центре топлива, $T_{F,S}$ - температура на поверхности топливного стержня.

В расчете переходного процесса использовались следующие параметры:

- число разбиений на размножающие подобласти для программы MRNK – 193;
- статистика при расчете обменных коэффициентов уравнений (2.6-2.8) по программе MCU-TR - $2 \cdot 10^9$ историй нейтронов;
- обменные коэффициенты пересчитывались с шагами по времени: $20 \times 0,005$, $0,1$, $20 \times 0,01$, $4 \times 0,025$, $5 \times 0,1$ с.;
- используемое число ядер на итерацию при расчете обменных коэффициентов – 1240;
- для передачи теплофизических свойств материалов из программы КЕДР-Д в модель программы MCU-TR в каждой ТВС введено шестислойное разбиение по высоте. В пределах слоя температуры и плотности теплоносителя, а также температуры топлива твэлов усреднялись по объему.

Результаты расчета и сопоставление с результатами других программ.

Результаты расчета мощности по комплексу MRNK+КЕДР-Д представлены на рисунке 4.7. На том же графике приведены данные расчета по комплексам BARS, NUREC, SKETCH-INS, CORETRAN и PARCS. Эти комплексы использовали собственные теплофизические модули, описанные в спецификации бенчмарка [21].

Результаты изменения усредненной по активной зоне доплеровской температуры топлива (4.3), рассчитанные по тем же комплексам, представлены на рисунке 4.8.

Как видно из результатов расчета кривая изменения мощности, рассчитанная по комплексу MRNK+КЕДР-Д, согласуется с результатами расчета нодальных программ. До начала влияния обратных связей по нагреву топлива результаты практически совпадают с программой PARCS. Далее кривая мощности лежит ниже всех остальных кривых, за исключением программы BARS.

Подогрев топлива за счет роста мощности (рисунок 4.8) приводит к снижению скорости роста энерговыделения, и после достижения пика, к его падению. Результаты расчета подогрева топлива, также как и для мощности, наилучшим образом согласуются с комплексом PARCS.

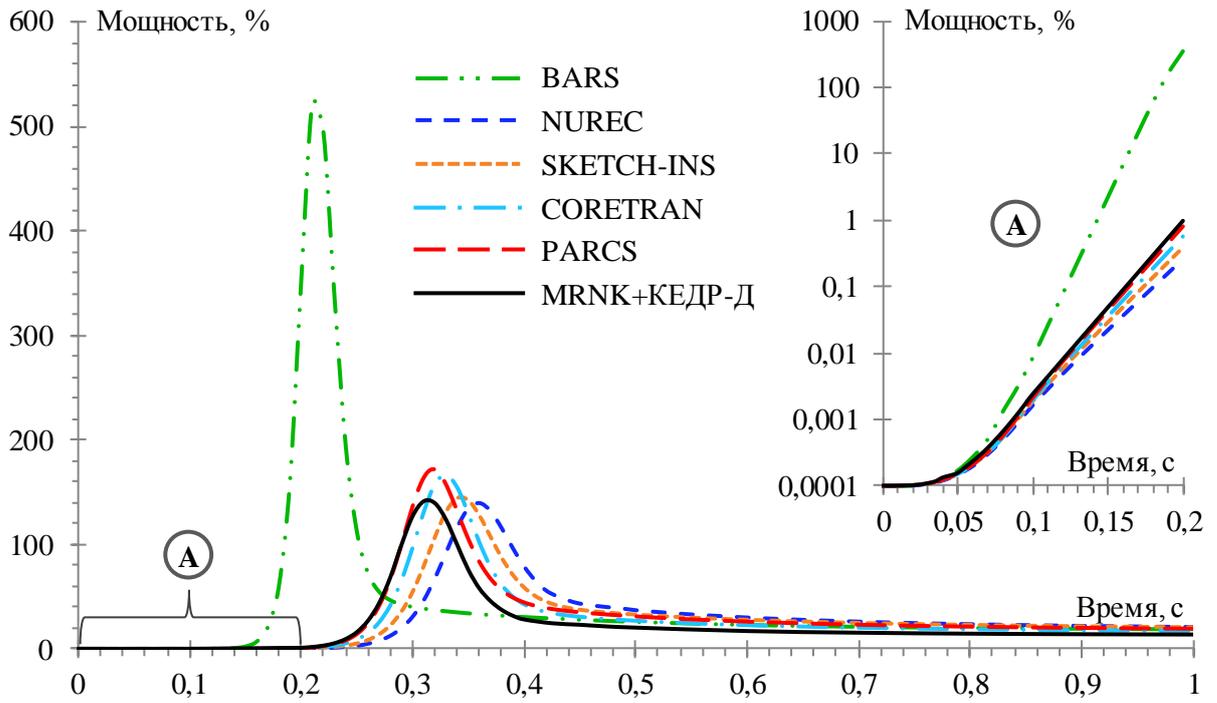


Рисунок 4.7 - Результаты расчета изменения тепловой мощности активной зоны

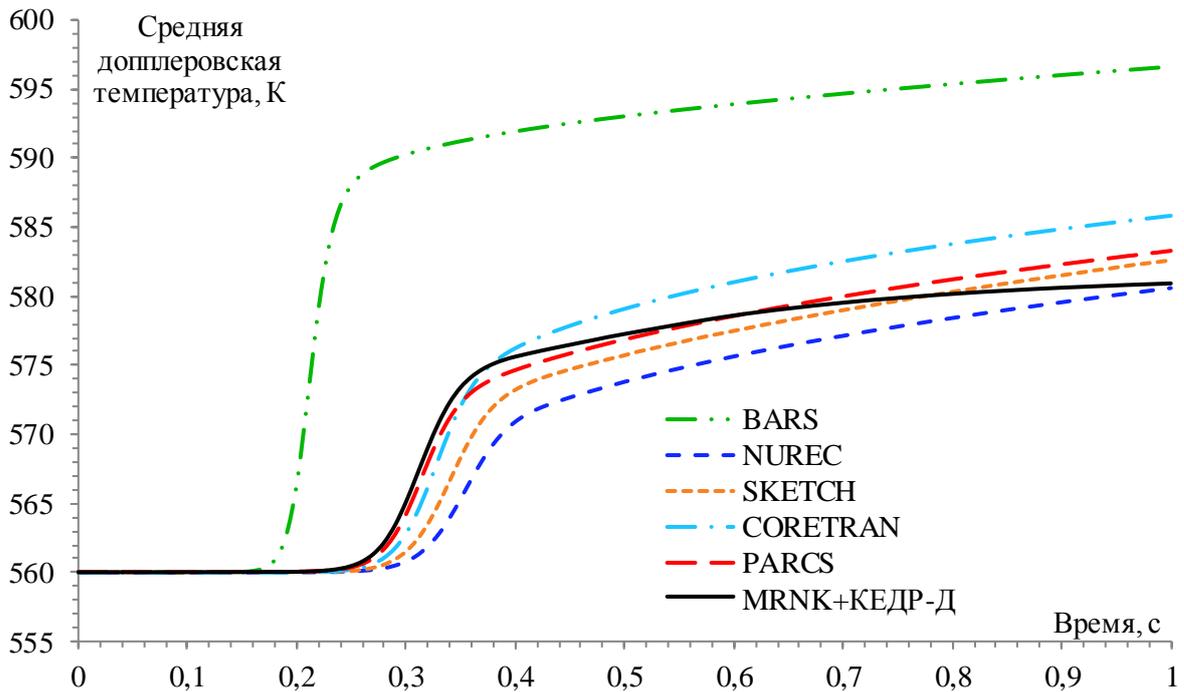


Рисунок 4.8 - Результаты расчета изменения усредненной по активной зоне доплеровской температуры топлива

Характеристики процесса изменения мощности (момент достижения пика и пиковая мощность), полученные по нодальным программам и по комплексу MRNK+КЕДР-Д сведены в таблице 4.5. Как видно из приведенных данных время

достижения пика и его мощность несущественно отклоняются от других программ. Максимальное отклонение по мощности в пике составляет 18% от программы PARCS, а по времени достижения пика - 14% от программы NUREC.

Таблица 4.5 – Сопоставление времени пика и пиковой мощности

Программы	Момент достижения пика, с	Пиковая мощность, %
CORETRAN	0,33	166
NUREC	0,36	139
PARCS	0,32	172
SKETCH-INS	0,34	144
MRNK	0,31	141

На рисунке 4.9 приведены результаты расчета распределения энерговыделения по активной зоне в моменты времени 0, 0,1, 0,3, 0,4 и 1 с. Каждое распределение нормировано на число ТВС - 193. На рисунке 4.10 для тех же моментов времени приведено отклонение нормированных энерговыделений от результатов программы PARCS.

В таблице 4.6 приведены максимальные и минимальные значения нормированного распределения энерговыделения в ТВС по активной зоне, рассчитанного по комплексу MRNK+КЕДР-Д, а также положения ТВС с этими значениями энерговыделения. В таблице 4.7 приведены отклонения результатов расчета нормированного распределения энерговыделения по комплексу MRNK+КЕДР-Д от результатов программы PARCS.

Таблица 4.6 - Максимальные и минимальные значения нормированного энерговыделения

Время, с	Максимальное		Минимальное	
	Положение ТВС	Энерговыделение, отн. ед.	Положение ТВС	Энерговыделение, отн. ед.
0	(В,5)	1,82	(-Н,1)	0,28
0,1	(Е,6)	5,20	(-С,-8)	0,09
0,3	(Е,6)	5,13	(-Н,-3)	0,09
0,4	(F,5)	4,78	(-Н,-3)	0,11
1	(Е,6)	4,37	(-С,-8)	0,13

Таблица 4.7 - Отклонения результатов расчета нормированного распределения энерговыделения по комплексу MRNK+КЕДР-Д от результатов программы PARCS

Время, с	Максимальное в положительную сторону		Максимальное в отрицательную сторону		$\delta_{PWE}, \%$	$\delta_{EWE}, \%$
	Положение ТВС	Отклонение, %	Положение ТВС	Отклонение, %		
0	(А,2)	5,66	(-С,-8)	-8,58	1,77	3,10
0,1	(-В,1)	6,14	(Н,-3)	-8,11	1,86	3,41
0,3	(-Е,-6)	11,03	(С,8)	-8,17	2,68	5,63
0,4	(-Е,-6)	11,10	(Н,3)	-9,21	3,30	5,82
1	(-F,-5)	12,59	(Н,3)	-8,77	3,32	6,18

В начале процесса ($t=0$ с.) энерговыделение распределено в соответствии со стационарным состоянием (рисунок 4.9). После извлечения стержня на момент времени 0,1 с. теряется симметричность распределения энерговыделения и появляется существенный всплеск, сосредоточенный в группах ТВС, находящихся рядом с ТВС (Е,5). Далее мощность незначительно перераспределяется по активной зоне вследствие влияния обратных связей по нагреву топлива.

Поканальное отклонение от программы PARCS (рисунок 4.10) на момент времени 0 с. распределено аналогично результатам расчета стационарного состояния (рисунок 4.6). Результаты незначительно отличаются вследствие разной используемой статистики (20 млрд. и 2 млрд.). После извлечения стержня на момент времени 0,1 с. расхождения практически не меняются. Однако после нагрева топлива резко увеличиваются расхождения в наименее энергонапряженной части. Максимальное расхождение составляет 12,59 % в ТВС (-F, -5) на момент времени 1 с. При этом интегральное взвешенное по мощности отклонение гораздо меньше $\delta_{PWE}=3,32\%$. Это является следствием малого расхождения в областях, с наибольшим энерговыделением и более высоких расхождений в областях с незначительным энерговыделением.

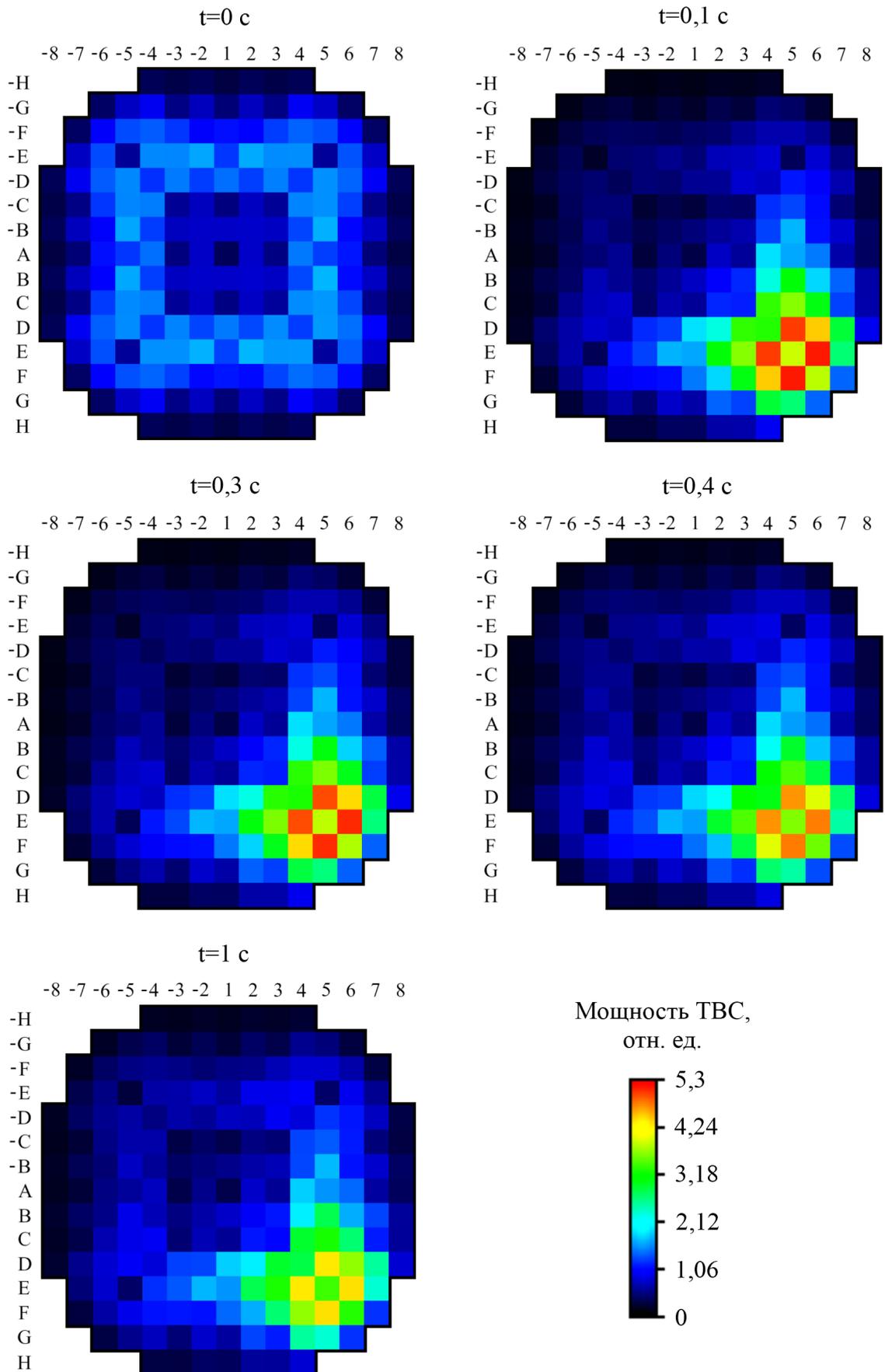


Рисунок 4.9 – Нормированное энерговыделение по ТВС активной зоны в моменты времени $t=0, 0,1, 0,3, 0,4$ и 1 с.

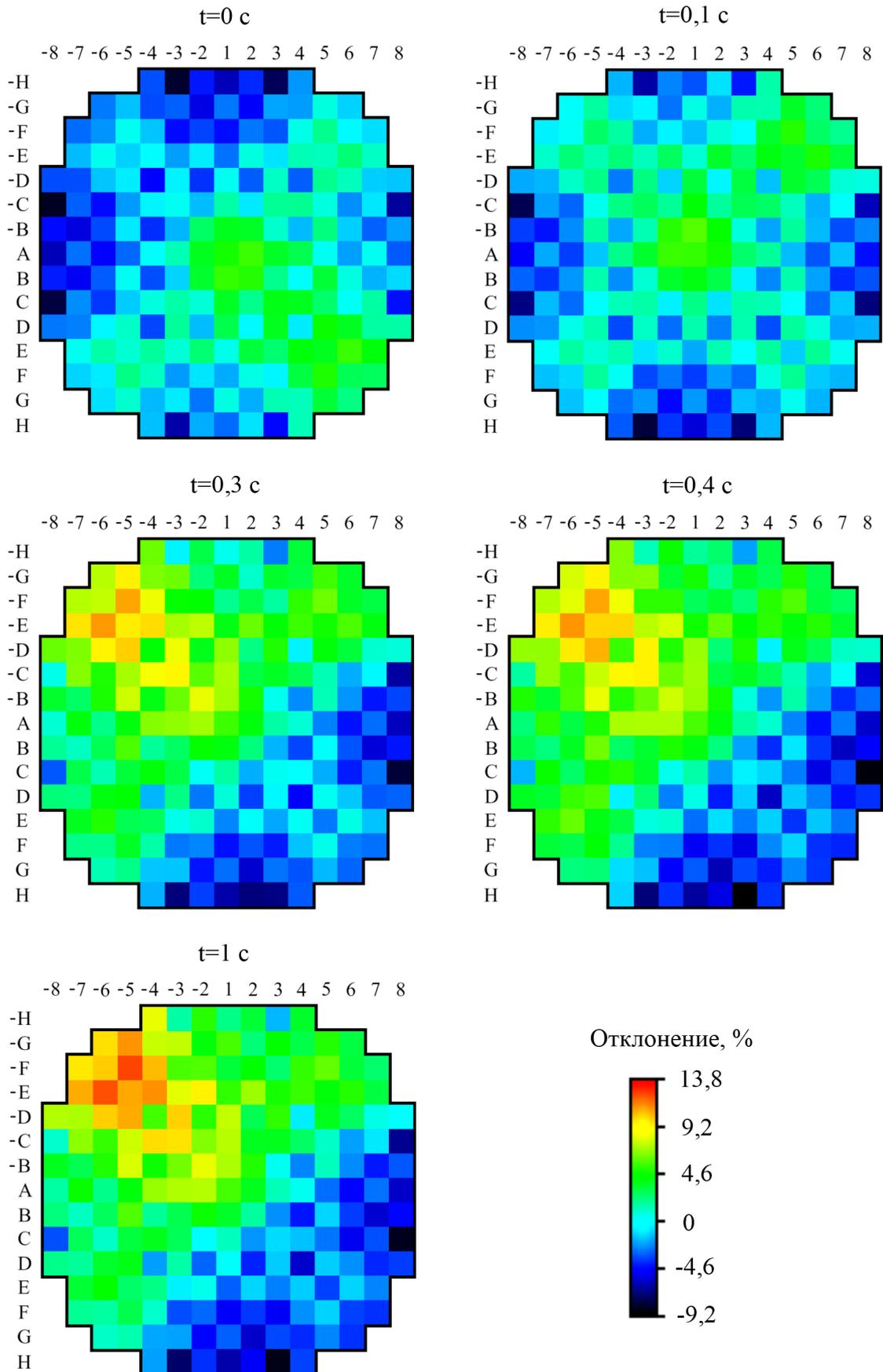


Рисунок 4.10 – Распределения отклонений нормированного энерговыделения по ТВС активной зоны от программы PARCS в моменты времени $t=0, 0,1, 0,3, 0,4$ и 1 с.

Заключение к главе 4

Разработан комплекс программ MRNK+КЕДР-Д расчета динамики реакторов, который обеспечивает решение нестационарного уравнения переноса нейтронов на основе метода многозонной кинетики с учетом обратных связей по теплофизическим свойствам материалов реактора, вычисляемые на основе нестационарной теплогидравлической программы КЕДР-Д. Комплекс работает на основе программы-оболочки, которая обеспечивает запуск программ, контроль над расчетом, обмен данными, генерацию вариантов программы MCU-TR, проверку сходимости параметров, обработку результатов и т.д. Для расчета процесса на заданных временных интервалах используется итерационная схема.

На основе разработанного комплекса был проведен расчет международного численного бенчмарка PWR MOX/UO₂. Особенностью этого бенчмарка является то, что, кроме изменения нейтронно-физических характеристик, в расчете требуется учет изменения теплофизических свойств материалов.

В первую очередь, по результатам расчетов ряда стационарных состояний и сопоставлению с приведенными опорными данными подтверждена корректность разработанной модели для программы MCU-TR. По значениям $K_{эф}$ максимальное расхождение составляет 0,4% от программы MCNP. В результате расчета начального стационарного состояния для переходного процесса также было получено согласие в критической концентрации бора в воде. Максимальное отклонение составляет 8% от программы CORETRAN.

Кроме этого представлено детальное сравнение распределения энерговыделения по ТВС с программами DeCART и PARCS. Максимальные отклонения составляют 5,7% и 7%, соответственно, от программ DeCART и PARCS.

Результаты расчета переходного процесса, согласуются с программами, которые используют нодальные методы, и наиболее близки к программе PARCS. Момент времени достижения пика и его мощность несущественно отклоняются. Максимальное отклонение по мощности в пике составляет 18% от программы PARCS, а по времени достижения пика - 14% от программы NUREC. Изменение усредненной по активной зоне доплеровской температуры топлива наилучшим образом согласуется с программами CORETRAN и PARCS.

Кроме этого приведены результаты расчета распределения нормированного энерговыделения по ТВС активной зоны и отклонения этой величины в каждой ТВС от результатов программы PARCS. Основное расхождение проявляется в конце процесса в группах ТВС с наименьшим энерговыделением, максимальное отклонение составляет 12,59%. Однако взвешенное по мощности отклонение $\delta_{PWE} = 3,3\%$, показывает, что в областях с наибольшим энерговыделением отклонение незначительно.

Исходя из сравнения с опорными данными, можно заключить, что, в целом, результаты удовлетворительно согласуются с результатами расчета по программам, использующим нодальные методы.

Заключение

Цель диссертационной работы состояла в разработке вычислительных алгоритмов и комплексов программ для решения нестационарных задач реакторной физики на основе математической модели пространственной многозонной кинетики с возможностью вычисления распределенной групповой плотности потока нейтронов и учета обратных связей по теплофизическим свойствам материалов.

В диссертации получены следующие основные результаты.

1. Предложена расширенная математическая модель многозонной кинетики с возможностями вычисления групповой плотности потока нейтронов в выделенных областях системы и учета обратных связей по теплофизическим свойствам материалов.

2. Для решения уравнений многозонной кинетики разработана двухэтапная методика, в которой обменные коэффициенты для всех типов рожденных нейтронов, в том числе и запаздывающих нейтронов, вычисляются на основе метода Монте-Карло с применением современной многопроцессорной вычислительной техники, а численное решение дифференциальных уравнений проводится с использованием быстродействующего адаптированного неявного (3,2) метода. Проведена проверка корректности разработанных алгоритмов и численной схемы на основе опубликованных экспериментальных и расчетных данных.

3. На основе разработанных алгоритмов и численных схем созданы комплексы программ расчета нейтронно-физических процессов MRNK и расчета динамических процессов MRNK+КЕДР-Д. Комплексы были верифицированы применительно к активным зонам реакторов водо-водяного типа на основе результатов решения тестовых и модельных задач нейтронной кинетики, а также расчета динамического процесса международного бенчмарк-теста PWR MOX/UO₂ core transient benchmark.

4. Продемонстрирована эффективность использования модели многозонной кинетики для решения представленных в работе задач, связанных с моделированием нейтронной кинетики. В частности, показана возможность получения высокой точности результатов, сопоставимой с точностью прямого моделирования методом Монте-Карло, но с использованием меньших вычислительных ресурсов.

Работа была выполнена с использованием оборудования центра коллективного пользования «Комплекс моделирования и обработки данных исследовательских установок мега-класса» НИЦ «Курчатовский институт» (субсидия Минобрнауки, идентификатор работ RFMEFI62117X0016), <http://ckp.nrcki.ru/>.

Обозначения и сокращения

ЯЭУ - ядерная энергетическая установка

НИЦ – научно-исследовательский центр

ЭВМ - Электронно-вычислительная машина

СЛАУ – система линейных алгебраических уравнений

$K_{эф}$ – эффективный коэффициент размножения нейтронов

ТВС – Тепловыделяющая сборка

ИК – ионизационная камера

Т.к. – приближение точечной кинетики без учета ценности нейтронов

ГР - группа

СВП – стержень выгорающего поглотителя

АЗ – аварийная защита

Список литературы

1. *Sjenitzer B.L.* The Dynamic Monte Carlo Method for Transient Analysis of Nuclear Reactors. TUDelf, Netherlands, 2013. – 178 p.
2. *Zhitnik A.K., Ivanov N.V., Marshalkin V.E., Ognev S.P., Pevnitsky A.V., Povyshev V.M., Ponomarev I.E., Roslov V.I., Semenova T.I., Tarasov V.A., Fomin V.P., Taivo T.A. and Yang W.S.* Code TDMCC for Monte Carlo Computations of Spatial Reactor Core Kinetics. The Monte Carlo Method: Versatility Unbounded in a Dynamic Computing World. Chattanooga, Tennessee, USA, April 17–21, 2005.
3. *Житник А.К., Иванов Н.В., Маршалкин В.Е., Огнев С.П., Повышев В.М., Рослов В.И., Семёнова Т.В., Тарасов В.А.* Программа TDMCC для расчётов пространственной нейтронной динамики активных зон АЭС методом Монте-Карло. Всероссийский семинар «НЕЙТРОНИКА-2009». 1-5 ноября 2009 г., Обнинск.
4. *Гомин Е.А., Давиденко В.Д., Зинченко А.С., Харченко И.К.* Моделирование кинетики ядерного реактора методом Монте-Карло // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов. 2016, вып. 5, стр. 4-16.
5. *Зинченко А.С.* Разработка алгоритмов и программного обеспечения для расчета кинетики ядерных реакторов методом Монте-Карло: Диссертация кандидата технических наук: 05.13.18 / Зинченко Александр Сергеевич. – М., 2017. – 93 с.
6. *Bart L. Sjenitzer, J. Eduard Hoogenboom, Javier Jimenez Escalante, Victor Sanchez Espinoza.* Coupling of dynamic Monte Carlo with thermal-hydraulic feedback // Annals of Nuclear Energy, 76, 2015, pp. 27–39.
7. *Эйвери Р.* Теория связанных реакторов. В кн.: II Межд. конф. по мирному использованию атомной энергии. Избр. докл. иностр. учёных, т. 2. Женева, 1958.
8. *Пупко С.В.* Модель пространственной кинетики реактора. Ч. 1. Теория. Препринт ФЭИ-2054, 1989.
9. *Гулевич А.В., Дьяченко П.П., Зродников А.В., Кухарчук О.Ф.* Связанные реакторные системы импульсного действия. М.: Энергоатомиздат, 2003.
10. *Гулевич А.В., Кухарчук О.Ф.* Численные методы анализа динамических характеристик связанных реакторных систем. Учеб. пособие. М-во образования и науки РФ, Обнинск, 2010.
11. *Олейник Д.С.* Расчёт слабосвязанных систем методом Монте-Карло // Атомная энергия, 2005, т. 99, вып. 4, с.256-264.

12. *Иоаннисиан М.В.* Определение потока нейтронов на основе метода многоточечной кинетики // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2018, вып. 1, с. 10–23.
13. *Иоаннисиан М.В.* Расчёт коэффициентов связи для уравнений многоточечной кинетики // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2012, вып. 1. Стр 27-33.
14. *Ioannisian M.V.* Calculation of Coupling Coefficients for Equations of Multipoint Kinetics // Physics of Atomic Nuclei, 2013, Vol. 76, No. 13, pp. 1572–1577.
15. *Гольцев А.О., Гомин Е.А., Давиденко В.Д., Зинченко А.С., Иоаннисиан М.В., Ковалишин А.А.* Тестовая задача ВВЭР-ВН для верификации нестационарных программных комплексов // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2018, вып. 1, с. 36–42.
16. *Давиденко В.Д., Иоаннисиан М.В.* Тестовые задачи для верификации нестационарных программных комплексов // ВАНТ. Серия: ЯДЕРНО-РЕАКТОРНЫЕ КОНСТАНТЫ, вып. 1, 2018, стр. 137-149.
17. *М.В. Иоаннисиан, Е.А. Гомин, В.Д. Давиденко.* Моделирование нейтронной кинетики активной зоны реактора КЛТ-40С с применением метода Монте-Карло // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов, 2018, вып. 1, с. 24–35.
18. *Иоаннисиан М.В., Давиденко В.Д.* Расчетное моделирование кинетических процессов с использованием метода Монте-Карло // ВАНТ. Сер. ЯДЕРНО-РЕАКТОРНЫЕ КОНСТАНТЫ, вып. 1, 2018, стр. 47-56.
19. *Иоаннисиан М.В., Закиров С.Ю.* Верификационные расчеты тестовой задачи и бенчмарка PWR MOX/UO₂ с использованием метода многоточечной кинетики. Сборник трудов конференции молодых специалистов “ИННОВАЦИИ В АТОМНОЙ ЭНЕРГЕТИКЕ”, г. Москва, 23-24 мая 2017 г.
20. *Иоаннисиан М.В., Быков В.П., Закиров С.Ю., Дьячков И.И.* Верификация метода многозонной кинетики на примере численного бенчмарк-теста // Атомная энергия, 2019, том 126, номер 2, с. 116-119.
21. *Kozłowski T., Downar T. J.* The PWR MOX/UO₂ Core Transient Benchmark, Final Report // NEA/NSC/DOC(2006), 20
22. *Быков В.П., Шаталов Г.Е.* Взаимодействие связанных реакторов (обзор). Отчёт ИАЭ им. И.В. Курчатова инв. № 36/307, 1970.

23. *Kugo T.* Applicability of Avery's Coupled Reactor Theory to Estimate Subcriticality of Test Region in Two Region System // *J. Nucl. Sci. Technol.*, 29[6], p. 513, 1992.
24. *Kobayashi, K.* Rigorous derivation of static and kinetic nodal equations for coupled reactors using transport equation // *J. Nucl. Sci. Technol.*, 28, p. 389, 1991.
25. *Kobayashi, K.* Rigorous derivation of multi-point reactor kinetics equations with explicit dependence on perturbation // *J. Nucl. Sci. Technol.*, 29, p. 110, 1992.
26. *Kobayashi, K.* Calculation of Coupling Coefficients of Coupled Reactors Theory Using the Generalized Perturbation Theory // *J. Nucl. Sci. Technol.*, 34:11, p. 1047, 1997.
27. *Kobayashi, K.* Numerical Validation of the Theory of Coupled Reactors for the Heavy Water Critical Assembly DCA // *J. Nucl. Sci. Technol.*, 36:3, p. 265, 1999.
28. *Кухарчук О.Ф., Гулевич А.В., Зродников А.В.* Комплекс программ РОКЕР для моделирования нестационарных процессов в системах связанных реакторов. Препринт, ФЭИ-2065. Обнинск, 1990.
29. *Абрамов Б.Д.* Некоторые вопросы математического моделирования реакторов. Препринт ФЭИ-2778. Обнинск, 2000.
30. *Абрамов Б.Д.* Некоторые модификации теории связанных реакторов // *Атомная энергия*, 2001, т. 90, вып. 5, с. 337.
31. *Гулевич А.В., Дьяченко П.П., Кухарчук О.Ф., Лихачев Ю.И., Разумовский Д.В., Рогов Д.А., Кравченко Е.Н., Фокина О.Г.* Расчетные исследования динамических характеристик активной зоны импульсно-периодического реактора в системе с каскадным умножением нейтронов // *Атомная энергия*, т. 97, вып. 4, октябрь 2004
32. *Гулевич А.В., Кухарчук О.Ф.* Методы расчета связанных реакторных систем // *Атомная энергия*, т. 97, вып. 6, декабрь 2004.
33. *Кухарчук О.Ф.* Основы комплексного анализа проблем динамики связанных реакторных систем: Диссертация доктора физико-математических наук : 05.13.18 / Кухарчук Олег Филаретович. Обнинск, 2005. – 312 с.
34. *Гулевич А.В., Кухарчук О.Ф.* Импульсные реакторы и связанные реакторно-лазерные системы. Учеб. Пособие, Обнинск, 2007.
35. *Aufiero M., Palmiotti G., Salvatores M., Sen S.* Coupled reactors analysis: New needs and advances using Monte Carlo methodology // *Annals of Nuclear Energy*, 98, p. 218, 2016.
36. *Leppänen J.* The SERPENT Monte Carlo code: Status, development and applications in 2013 // *Ann. Nucl. Energy*, 82, p. 142, 2015.

37. *Obara T., Tuya D., Takezawa H.* Fission Probability Density Functions for Kinetic Analysis in Weakly Coupled Fuel Debris // Transactions of the American Nuclear Society, Vol. 113, Washington, D.C., November 8-12, p. 1150, 2015.
38. *Tuya D., Obara T.* Kinetic Analysis of Weakly Coupled Fuel Debris by Integral Kinetic Model // Transactions of the American Nuclear Society, Vol. 113, Washington, D.C., November 8-12, p. 1158, 2015.
39. *Tuya D., Obara T.* Supercritical transient analysis in coupled fuel debris systems of symmetric and asymmetric geometry using integral kinetic model // Annals of Nuclear Energy, 109, p. 113, 2017.
40. *Белл Д., Глестон С.* Теория ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1974.
41. *Дубовская В.А.* Об одном методе аппроксимации экспериментальных данных. Препринт, ФЭИ-2028, Обнинск, 1989.
42. *Петровский И.Г.* Лекции по теории интегральных уравнений. М.: изд. МГУ 1984.
43. *Downar T., Lee D., Seker V.* PARCS v3.0, U.S. NRC Core Neutronics Simulator. User manual. 2010. <https://www.nrc.gov/docs/ML1016/ML101610098.pdf>
44. *Фомиченко П.А.* Решение задач пространственной нейтронной кинетики методами улучшенной квазистатики в программе JAR-IQS. Препринт ИАЭ-5880/5, М., 1995.
45. *Селезнёв Е.Ф., Белов А.А.* Расчётное сопровождение эксплуатации БН-600 // Атомная энергия, 2010, т. 108, вып. 4, с. 256–259.
46. *Лизоркин М.П.* Двухгрупповое редкосеточное нодальное уравнение баланса нейтронов программы БИПР-8 // Атомная энергия, 2008, т. 105, вып. 1, с. 8-14.
47. *Гольцев А.О.* СТАРТ4 - программа комплексного расчета ядерного реактора произвольного состава в R-Z геометрии // В сб.: Интегрированные математические модели и программы, с.321-325, М., МИФИ, 1998.
48. *Akimushkin S., Avvakumov A., Malofeev V.* Validation of a Pin-by-pin Heterogeneous Method Against LWR MOX Benchmarks. Proc. of the International Conference on the New Frontiers of Nuclear Technology: Reactor Physics, Safety and High-performance Computing (PHYSOR 2002), Korea, October 2002.
49. *Моряков А.В.* Программа *LUCKY_TD* для решения нестационарного уравнения переноса с использованием параллельных вычислений // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, 2015, вып. 2, с. 15-19.

50. *Pautz A., Birkhofer A.* DORT-TD: A Transient Neutron Transport Code with Fully Implicit Time Integration // Nuclear Science and Engineering, Vol. 145, p. 299, 2003.
51. *Saubert A., Sureda A., Bader J. et. al.* The 3-D time-dependent transport code TORT-TD and its coupling with the 3D thermal-hydraulic code ATTICA3D for HTGR applications // Nuclear Engineering and Design, Vol. 251, pp. 173–180, 2012.
52. *Laletin N.I.* Basic Principles for Developing of Equations for Heterogeneous Reactors – A Modification of the Homogenization Method // Nucl. Sci. Eng., 1983, 85, p. 133-138.
53. *Boyarinov V.F., Kondrushin A.E., Fomichenko P.A.* Two Dimensional Equations of the Surface Harmonics Method for Solving Problems of Spatial Neutron Kinetics in Square Lattice Reactors // Physics of Atomic Nuclei, Vol. 77, No. 13, pp. 1572–1582, 2014.
54. *Кондрушин А.Е.* Развитие метода поверхностных гармоник для решения задач нейтронной пространственной кинетики в ядерных реакторах: Диссертация кандидата физико-математических наук: 05.13.18 / Кондрушин Антон Евгеньевич. М., 2014. – 171 с.
55. *Шафаревич И. Р., Ремизов А. О.* Линейная алгебра и геометрия. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 512 с.
56. *Колобов А.Г., Молчанова Л.А.* Численные методы линейной алгебры. Учебно-методическое пособие. Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 2008. 36 с.
57. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2011619384 «MCU-TR с банком данных MDBTR50». Правообладатель НИЦ «Курчатовский институт».
58. *Горелик А.М.* Программирование на современном Фортране. М.: Финансы и статистика, 2006, - 352 с.
59. *Алексеев Н.И., Большагин С.Н., Гомин Е.А., Городков С.С., Гуревич М.И., Калугин М.А., Кулаков А.С., Марин С.В., Новосельцев А.П., Олейник Д.С., Пряничников А.В., Сухино-Хоменко Е.А., Шкаровский Д.А., Юдкевич М.С.* Статус MCU-5. // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов, Вып. 4, 2011.
60. *Гуревич М.И., Шкаровский Д.А.* Расчет переноса нейтронов методом Монте-Карло по программе MCU. Учебное пособие. М.: НИЯУ МИФИ, 154 с.
61. *Камаев А.В., Дубовский Б.Г., Вавилов В.В., Попов Г.Г., Паламарчук Ю.Д., Иванов С.И.* Экспериментальное изучение эффектов взаимодействия двух реакторов. В кн.: Исследование критических параметров реакторных систем. М.: Госатомиздат, 1960.

62. Деев В.И., Шукин Н.В., Черезов А.Л. Основы расчета судовых ЯЭУ. М.: НИЯУ МИФИ, 2012, - 256 с.
63. Котельникова Г.В., Кузьминов Б.Д., Ловчикова Г.Н. Энергетический спектр нейтронов спонтанного деления Cf^{252} в области энергий от 0,5 до 7 МэВ. Препринт - ФЭИ-575.- Обнинск, 1975.
64. Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. Пер. с англ.. М.: Мир, 1999. - 685 с.
65. Новиков Е.А., Ващенко Г.В. L-устойчивый метод третьего порядка численного интегрирования жестких задач // Фундаментальные исследования. 2014 г. № 9-4. С. 734–740.
66. Новиков Е.А., Шорников Ю.В. Компьютерное моделирование жестких гибридных систем. Монография, Новосибирск :Изд-во НГТУ, 2012. 451 с.
67. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, 2007.
68. Haofeng Li, Wenzhen Chen, Lei Luo, Qian Zhu. A new integral method for solving the point reactor neutron kinetics equations // Annals of Nuclear Energy, 36, 2009, pp. 427–432.
69. Yeh, K. Polynomial approach to reactor kinetics equations // Nucl. Sci. Eng. 66, 1978, pp. 235–242.
70. Argonne Code Center: Benchmark Problem Book. ANL-7416, 1968, last rev. Dec. 1985.
71. Hageman L.A., Yasinsky J.B. Comparison of Alternating-Direction Time-Differencing Methods with Other Implicit Methods for the Solution of the Neutron Group-Diffusion Equations // Nuclear Science and Engineering, Vol. 38, pp. 8 – 33, 1969.
72. Закиров С.Ю. Расчет теплогидравлических параметров активной зоны, составленной из бесчехловых ТВС // Атомная энергия, т. 107, выпуск 6, 2009, стр.312.
73. PBMR coupled neutronics/thermal-hydraulics transient benchmark the PBMR-400 core design, NEA/NSC/DOC(2013)10.
74. Gougar H. et al. Prismatic Coupled Neutronics/Thermal Fluids Transient Benchmark of MHTGR-350 MW Core Design – Benchmark Definition, Revision 0.a, INL, 2010.

Таблица А.1 - Основные характеристики модели активной зоны КЛТ-40С

Наименование характеристики	Значение
Число ТВС АЗ	121
Температура воды на выходе из реактора	316 °С
Температура воды на входе в реактор	294,7 °С
Давление воды в активной зоне	12,7 МПа
Загрузка урана-235	179,2 кг
Загрузка урана-238	1093,6 кг

Регулирующие стержни в активной зоне объединены в пять групп (рисунок А.1): группа ГР-0, охватывающая все ТВС центрального массива и состоящая из 19х7 стержней; четыре периферийных группы ГР-1, ГР-2, ГР-3, ГР-4 (охватывающие все ТВС основного массива), каждая из которых состоит из 23х7 стержней.

На расстоянии 69,58 см от центра активной зоны в водяной экран помещены цилиндрические стальные трубы, имитирующие четыре ионизационные камеры (ИК-1, ИК-2, ИК-3, ИК-4). Камеры-трубы выполнены на всю высоту топливной части активной зоны, имеют внешний диаметр 5 см., толщину оболочки 0,1 см. и заполнены воздухом. В исходных данных модели оболочка трубы выделялась как область для регистрации потока нейтронов.

В верхней и нижней областях модели за пределами топливной части активной зоны расположены торцевые отражатели, представленные железноводной гомогенной смесью, толщиной по 20 см. каждый. Активная зона помещена в стальную корзину, внешний диаметр которой составляет 131,32 см. За корзиной расположен водяной экран.

Схема расстановки внутренних элементов в ТВС трех типов показана на рисунке А.2. В гильзе ТВС центрального и основного массива перемещается пучок из семи поглощающих борных стержней. Перемещение стержней аварийной защиты в ТВС под АЗ не рассматривается – пространство внутри гильзы заполнено воздухом. Внутри ТВС каждого типа расположено 72 твэла и 9 выгорающих поглотителей (СВП-1 и СВП-2). Твэлы и СВП имеют цилиндрический сердечник и покрыты оболочкой. Используются как “легкие” твэлы с обогащением 13% по ^{235}U , так и “тяжелые” твэлы, с увеличенным обогащением 15% по ^{235}U . Для определения пространственного энерговыделения в модели активной зоны введено разбиение топливной части каждого твэла на 20 равнообъемных зон по высоте.

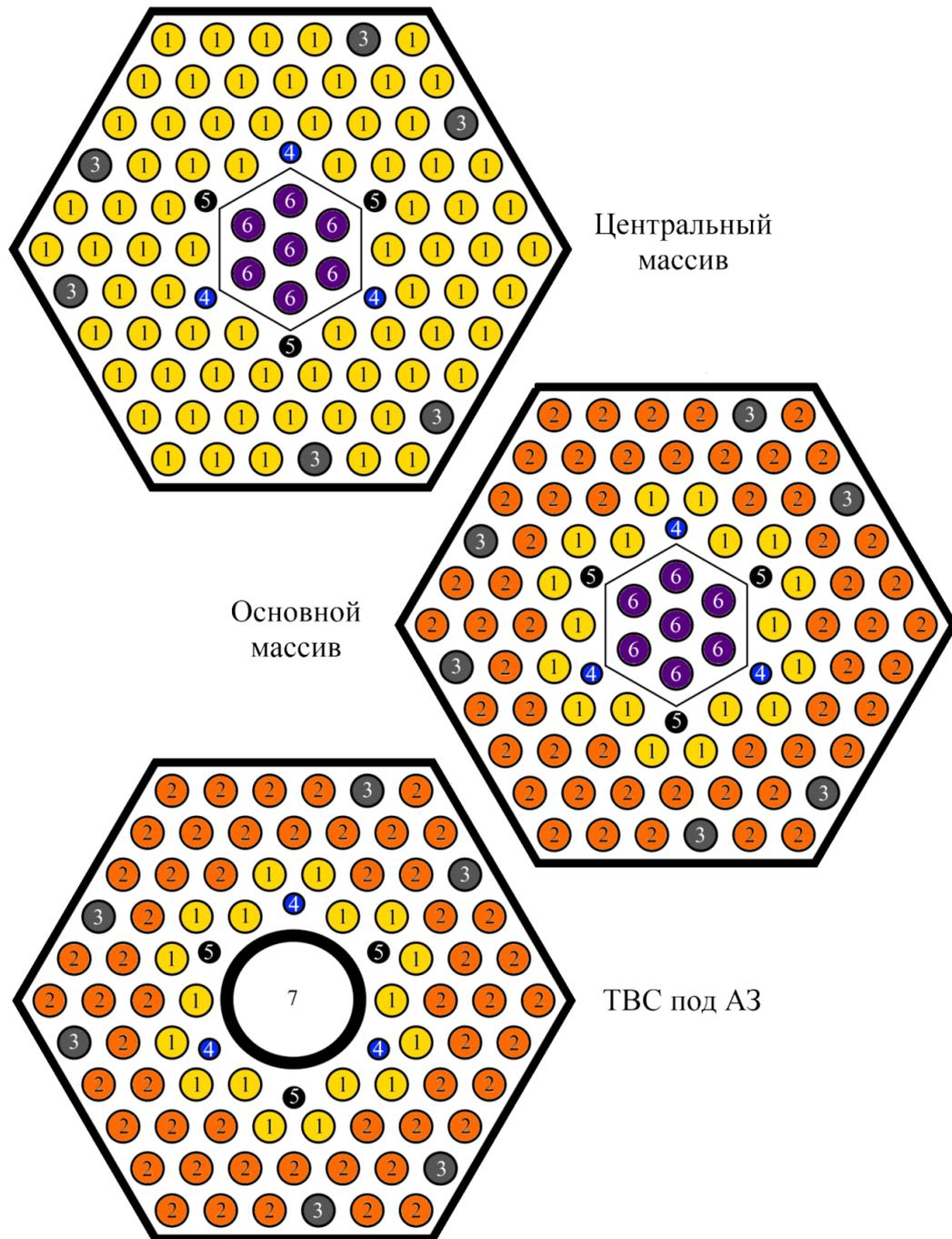


Рисунок А.2 – внутренние элементы ТВС 1-3 типов.

На рисунке обозначено: 1 – “легкий” твэл, 2 – “тяжелый” твэл, 3 – СВП 1 типа, 4 – СВП 2 типа, 5 – циркониевый вытеснитель, 6 – компенсирующие стержни, 7 - канал для аварийной защиты

Геометрические характеристики элементов активной зоны приведены в таблице А.2, а материальный состав элементов активной зоны приведен в таблице А.3.

Таблица А.2 - Геометрические характеристики элементов активной зоны

Наименование характеристики	Значение, см
Высота активной части	120
Высота верхнего и нижнего отражателей	20
Диаметр корзины	131,32
Шаг расстановки ТВС	9,8
Размер чехла ТВС под ключ	9,6
Толщина чехла ТВС	0,165
Шаг решетки твэлов	0,96
Внешний диаметр твэла, СВП 1 типа и компенсирующего стержня	0,68
Внешний диаметр СВП 2 типа и циркониевого вытеснителя	0,45
Толщина оболочек твэла, СВП 1-2 типов и компенсирующего стержня	0,05
Размер чехла вытеснителя под ключ	2,82
Толщина чехла вытеснителя	0,07
Диаметр пустого канала в ТВС под АЗ типа	2,8
Толщина стенки пустого канала	0,25
Расстояние от центра АЗ до ионизационных камер	69,58
Диаметр ионизационных камер	5

Таблица А.3 - Описание материалов

Элемент	Описание материала (ω – объемная доля, γ – плотность, T – температура)
Сердечник "тяжелого" твэла, обогащение изотопом ^{235}U 15 %	Диоксид урана, UO_2 , $\omega=50\%$, $\gamma=11\text{ г/см}^3$; Алюминий, AL , $\omega=50\%$, $\gamma=2,7\text{ г/см}^3$, $T=500\text{ }^\circ\text{C}$
Сердечник "легкого" твэла обогащение изотопом ^{235}U 13 %	
Сердечники СВП-1 и СВП-2	Оксид гадолиния, Gd_2O_3 , $\omega=52,5\%$, $\gamma=7,618\text{ г/см}^3$; Алюминий, AL , $\omega=47,5\%$, $\gamma=2,7\text{ г/см}^3$, $T=294,7\text{ }^\circ\text{C}$
Сердечник поглощающего стержня	B_4C , естественная смесь изотопов, $\gamma = 2,5\text{ г/см}^3$, $T=294,7\text{ }^\circ\text{C}$
Чехол ТВС, оболочка твэла, оболочка СВП	Сплав Э110 (99% Zr, 1% Nb)
Оболочка поглощающего стержня	Сплав 42ХНМ (42 % Cr, 56 % Ni, 1,5 % Mo, 0,5 % Fe)
Стенка гильзы (ТВС под АЗ)	Сплав Э-125 (97,5% Zr, 2,5 % Nb)
Корзина	Сталь 12Х18Н10Т (67% Fe, 18% Cr, 10% Ni, 2% Mn, 0,8% Si, 0,7% Ti), $T=294,7\text{ }^\circ\text{C}$
Межканальный и внутриканальный теплоноситель	Вода, H_2O , $T=305,4\text{ }^\circ\text{C}$, $\gamma=0,721\text{ г/см}^3$
Вода в боковом отражателе (экран)	Вода, H_2O , $T=294,7\text{ }^\circ\text{C}$, $\gamma=0,7321\text{ г/см}^3$
Воздушное пространство в гильзе ТВС под АЗ	Воздух (75% N_2 , 25% O_2), $\gamma = 6,15 \cdot 10^{-4}\text{ г/см}^3$, $T=294,7\text{ }^\circ\text{C}$
Нижний и верхний торцевые отражатели	Железководная смесь (50% Сталь 12Х18Н10Т + 50% H_2O), $T=294,7\text{ }^\circ\text{C}$ (нижний отражатель) и $316\text{ }^\circ\text{C}$ (верхний отражатель)
Материал оболочки ионизационных камер	Сталь 12Х18Н10Т