

На правах рукописи

БОРОДАЧЁВ ЛЕОНИД ВАСИЛЬЕВИЧ

**ДИСКРЕТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НИЗКОЧАСТОТНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПЛАЗМЕ**

05.13.18 — Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ.

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва — 2012

Работа выполнена на кафедре математики Физического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор
Рухадзе Анри Амвросиевич (ИОФРАН)

доктор физико-математических наук
Поталенко Ирина Федоровна (ИПМ РАН)

доктор физико-математических наук
Калегаев Владимир Владимирович (НИИЯФ МГУ)

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение Институт космических исследований Российской академии наук.

Защита состоится _____ года на заседании диссертационного совета Д 002.024.03 в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по адресу: 125 047, г. Москва, Миусская пл. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМ РАН.

Автореферат разослан _____ 2012 года.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук

Змитренко Н.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность.

Интенсивное развитие вычислительной техники и теории численных методов способствовало быстрому становлению в последние десятилетия нового направления физических исследований, называемого математическим моделированием, численным анализом, компьютерным экспериментом (см. классические труды [1–5]). Особенно высока его роль в исследовании процессов, протекающих в статистически неравновесных плазменных системах и характерных для большинства режимов лазерного взаимодействия с веществом, циклотронного нагрева плазмы, распространения пучков заряженных частиц, управляемого термоядерного синтеза, крупномасштабных магнитосферных явлений и т.д. [6–10]. Существенная нелинейность подобных процессов, обуславливающая трудность аналитического описания, и значительная сложность (или принципиальная невозможность) натурального воспроизведения создают условия, при которых вычислительный эксперимент зачастую оказывается единственно возможным средством их изучения. Одно из центральных мест в численном моделировании самосогласованной разреженной плазмы занимает метод макрочастиц [11, 12], который можно охарактеризовать как способ приближенного решения кинетического уравнения Власова по характеристикам. Относительно малая стоимость, широкие диагностические возможности и высокая универсальность обуславливают эффективность метода в широком спектре нелинейных задач плазмифизики [13, 14]. Однако полные самосогласованные расчеты на его основе, особенно в многомерных случаях, все еще остаются уникальными. Последнее объясняется все возрастающим уровнем требований к достоверности численных результатов и, как следствие, резким повышением используемого для адекватного представления плазмы количества модельных частиц, усложнением геометрии расчетной области, необходимостью учета высокочастотных эффектов излучения. Вместе с тем, множество явлений в плазме, связанных с коллективными движениями, носят нерелятивистский и низкочастотный характер, что позволяет безболезненно опу-

стить при их изучении эффекты, связанные с распространением свободных электромагнитных волн. В этом аспекте весьма привлекательным является дарвинское (безызлучательное) полевое представление [15]. Являясь низкочастотным по характеру и "незапаздывающим" по сути, оно адекватно описывает магнитоиндукционные эффекты, включает известные представления электро и магнито-статики (и следовательно дает возможность гибридных описаний плазмы), допускает "естественное" понижение фазовой размерности пространства за счет его конфигурационной части. Открывая широкие перспективы практического применения дарвинского моделирования при численном изучении нелинейной плазмифики, указанные обстоятельства объясняют устойчивый интерес к использованию метода макрочастиц в безызлучательном пределе ([16–24]) и стимулируют разработки более совершенных методик построения дискретных дарвинских моделей, создание новых экономичных магнитоиндукционных (дарвинских) алгоритмов, их компьютерные реализации с использованием технологий последовательных [25] и параллельных [26] вычислений.

Цели диссертации.

Разработка оптимального подхода к корректной численной аппроксимации самосогласованной системы электромагнитных полей и заряженных частиц в безызлучательном пределе.

Формулировка основных принципов построения и программной организации дискретных низкочастотных плазменных алгоритмов на базе высокопроизводительных вычислений.

Развитие методики проведения крупномасштабных вычислительных экспериментов по изучению кинетики плазмы в рамках несимметричных по фазовой геометрии открытых систем.

Построение расширенной модели Власова-Дарвина в гамильтоновом и лагранжевом представлениях и создание по методу макрочастиц соответствующих экономичных безызлучательных алгоритмов.

Эффективная компьютерная реализация разработанных алгоритмов в

виде проблемно-ориентированного пакета программ, адаптируемых к аппаратным платформам с общей и распределенной памятью.

Применение созданного прикладного пакета в численном решении ряда актуальных задач нелинейной плазмифизики, демонстрирующих специфику и возможности дарвинского моделирования.

Научная новизна и практическая ценность.

Предложен и практически реализован новый подход к построению численно оптимизированной и физически адекватной дискретной низкочастотной модели разреженной плазмы на основе расширения канонического дарвинского (безызлучательного) приближения, эллиптической переформулировки полевого описания самосогласованного формализма и модифицированной неявной аппроксимации его динамической части. В рамках конечно-разностных методов разработаны эффективные процедуры численного решения модели и построены экономичные мультисхемные алгоритмы в лагранжевой и гамильтоновой формулировках. Введена системная нормализация (обезразмеривание) модельных уравнений, минимизирующая вычислительные затраты и получен общий набор нормирующих множителей, который может быть использован для безразмерного представления кинетических моделей плазмы с любым описанием внутренних электромагнитных полей.

Развита методика эффективной программной реализации дискретных (по методу макрочастиц) магнитоиндукционных алгоритмов на базе современных технологий последовательных и параллельных [25, 26] вычислений и создан оригинальный комплекс (пакет кодов) кинетического моделирования разреженной безызлучательной плазмы в дробномерных фазовых геометриях, ориентированный на программно-аппаратные платформы разных классов: от мощных персональных компьютеров до супер-ЭВМ кластерного типа. Указанный комплекс может быть использован для решения нелинейных задач физики плазмы и плазмopodobных сред в приложениях к проблемам управляемого термоядерного синтеза, астрофизики, разра-

ботки высокотехнологичных плазменных приборов, физики магнитосферы Земли, активных плазменных экспериментов в космосе и т.п.

Выполнено численное моделирование диамагнетизма потенциальных электронно-циклотронных волн (мод Бернштейна) в плазме. Впервые в компьютерном эксперименте показано существование высокочастотного эффекта, заключающегося в нелинейном вытеснении магнитного поля из областей локализации волновых пакетов. Подтверждены основные положения концепции ВЧ диамагнетизма циклотронных колебаний [27] и получена детальная картина развития связанной с ним модуляционной неустойчивости. Важно отметить, что позднее указанное явление было обнаружено и в лабораторном опыте [28]. Результаты численных расчетов могут быть использованы как в фундаментальных исследованиях взаимодействия поля с веществом, так и в реальных экспериментах по циклотронному нагреву и диагностике плазмы [7, 29]

Численно изучен процесс поглощения ультракороткого лазерного импульса большой мощности конденсированной мишенью. Впервые кинетические расчеты проводились в той области параметров излучения, где натурные опыты в силу технических причин только предполагались. При этом было установлено, что режим взаимодействия электромагнитной волны с приповерхностной плазмой мишени оказывался нелинейным и его теоретическая концепция не сводилась к известным положениям теории аномального скин-эффекта [30]. В компьютерных экспериментах была подробно показана динамика проникновения поля в вещество и найдены зависимости коэффициента поглощения и средней тепловой энергии электронов от интенсивности лазерного излучения и плотности плазмы. Полученные данные позволили уточнить прогнозируемую картину бесстолкновительного нагрева плазмы мощным световым импульсом, представляющего один из возможных способов практической реализации управляемого термоядерного синтеза [31].

Проведено многомерное кинетическое моделирование низкочастотной электромагнитной (вайбелевской) неустойчивости [34], где впервые детально исследована ее нелинейная стадия. В ходе численных экспериментов

изучены зависимости базовых параметров неустойчивости от исходной анизотропии среды, а также выявлены коллективный характер и направленность динамической трансформации токовых жгутов, сопровождающей процесс распада неустойчивости на ее поздней стадии. Полученные результаты позволили существенно дополнить общую картину классической вайбелевской неустойчивости как одного из фундаментальных механизмов бесстолкновительной релаксации плазменных систем с выраженной температурной анизотропией электронной компоненты, присутствующих во многих практически важных областях физики плазмы [35–37].

Достоверность результатов подтверждается их хорошим совпадением с теоретическими прогнозами и аналитическими оценками, а также с данными аналогичных численных исследований или натуральных экспериментов (см. работы [27, 28, 30, 32, 33, 38, 39]).

Положения, выносимые на защиту

1. Предложен подход к корректной численной аппроксимации безызлучательного приближения плазмы и построена расширенная модель Власова - Дарвина с модифицированным (эллиптическим) описанием полевой части.
2. Разработаны экономичные процедуры численного решения модельных уравнений и построены многомерные, фазово асимметричные дискретные дарвинские алгоритмы в базовых (гамильтоновом и лагранжевом) представлениях.
3. Введена система обезразмеривания кинетических моделей плазмы с любым описанием самосогласованных полей и показана оптимальность полученного набора нормирующих множителей в контексте численных расчетов.
4. Сформулированы принципы эффективной программной реализации дарвинских алгоритмов и создан прикладной пакет кодов, адапти-

руемый к аппаратным платформам с технологиями параллельных и последовательных вычислений.

5. Развита методика проведения компьютерных экспериментов по изучению кинетики разреженной магнитоактивной плазмы в открытых системах на основе несимметричных по фазовой геометрии постановок. Использование в ее рамках программного пакета позволило:
 - впервые численно подтвердить теоретически предсказанное существование высокочастотного диамагнетизма потенциальных электронно-циклотронных волн (мод Бернштейна) и определить область параметров, позволивших далее обнаружить указанный нелинейный эффект в лабораторных экспериментах;
 - впервые получить количественные характеристики процесса бесстолкновительного поглощения мощного ультракороткого лазерного импульса плазмой конденсированной мишени в том диапазоне параметров падающего излучения, где натурные опыты в силу технической сложности только предполагались;
 - впервые показать детальное развитие низкочастотной электромагнитной (вайбелевской) неустойчивости в конкурентном многомодовом режиме и выявить особенности ее фазы насыщения, связанные с нелинейным механизмом динамической перестройки токовой структуры, образующейся на этапе генерации.

Апробация работы.

Основные результаты диссертации докладывались:

на Юбилейной конференции по физике горячей плазмы, посвященной 75-летию со дня рождения академика Л. А. Арцимовича (Звенигород, 1984); на Всесоюзном семинаре по параметрической турбулентности и нелинейным явлениям Объединенного научного совета по комплексной проблеме "Физика плазмы" (Москва, 1984); на Всесоюзной конференции по физике и технике интенсивных ионных источников и пучков (Киев, 1985);

на научной конференции "Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики"(Новосибирск, 1989); на международной конференции "Математическое моделирование и прикладная математика"(Москва, 1990); on International Conferences "Annual Anomalous Absorption"(Lake-Placid, US, 1992); на научной конференции "Ломоносовские чтения"(МГУ, Москва, 2002); на "Международной конференции по физике плазмы и УТС"(Звенигород, 2003); на "Международной конференции по физике плазмы и УТС"(Звенигород, 2004); on "7-th International Simposium for Space Simulation (ISSS-7)"(Kyoto, Japan, 2005); на "Международной конференции по физике плазмы и УТС"(Звенигород, 2005); на международной конференции "Тихонов и современная математика"(МГУ, Москва, 2006); на научной конференции "Ломоносовские чтения"(МГУ, Москва, 2006); на конференции по программе Отделения физических наук РАН "Плазменные процессы в солнечной системе"(ИКИ РАН, Москва 2007); на "Международной конференции по физике плазмы и УТС"(Звенигород, 2007); на научной конференции "Ломоносовские чтения"(МГУ, Москва, 2009); на научной конференции "Физика плазмы в солнечной системе"(ИКИ РАН, Москва, 2010);

на научных семинарах: Физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова, Института общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Научно-исследовательского вычислительного центра МГУ им. М.В. Ломоносова, Института космических исследований РАН, Научно-исследовательского института ядерной физики МГУ им. М.В. Ломоносова, Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,

Публикации.

Основные результаты, полученные автором и изложенные в диссертации, представлены в 15 работах, опубликованных в рецензируемых журналах из списка ВАК. Всего по теме диссертации опубликовано 39 работ.

В список положений, выносимых на защиту, включены результаты, полученные автором самостоятельно, и результаты тех совместных исследо-

ваний, где вклад автора был определяющим.

Объем и структура диссертации.

Диссертация изложена на 222 страницах; состоит из введения, семи глав, заключения; содержит 28 рисунков и 2 таблицы; библиографический указатель включает 202 наименования.

Содержание работы.

Во введении дана общая картина современного состояния дискретного моделирования коллективных процессов разреженной плазмы.

Коротко представляются базовые идеи и ключевые подходы, определившие историческое развитие математического моделирования плазмы на основе уравнения Власова с самосогласованным электромагнитным полем. Рассматриваются принципиальные трудности аналитического решения власовского формализма и эффективность метода макрочастиц как способа его численного анализа на базе компьютерных экспериментов. Показываются достоверность безызлучательного (дарвинского) описания коллективных полей и его оптимальность при изучении низкочастотных плазменных явлений. Обсуждаются достоинства метода макрочастиц в дарвинском приближении самосогласованной плазмы, обосновывается актуальность построения и программной реализации экономичных безызлучательных алгоритмов. Сжато формулируются цели диссертации, приводится ее структура, краткое содержание работы и список основных публикаций.

Глава 1 посвящена развитию идей кинетического моделирования низкочастотной разреженной плазмы на основе самосогласованного подхода.

Рассматривается уравнение Больцмана для одночастичной функции распределения как базовое в кинетике газовой плазмы и его бесстолкновительное приближение (кнудсеновский предел). Обсуждается переход к системе уравнений Власова с усредненной функцией, определяемой дви-

жением заряженных частиц в коллективных электромагнитных полях

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{r}} + \frac{q}{m} \left(\vec{E} + \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c} \right) \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (\alpha = i, e).$$

Анализируется общий вид власовского уравнения, его физический смысл, основные свойства и границы применимости в кинетике плазмы.

Формулируется концепция самосогласованной модели, выписывается система ее уравнений, анализируются характерные черты, условия адекватности и проблемы аналитического решения. Обсуждаются дискретная интерпретация формализма и возможность его теоретического анализа методом характеристик. Обосновывается необходимость и способы упрощенного представления самосогласованной плазменной модели как за счет приближенных описаний динамических уравнений, так и за счет различных аппроксимаций ее полевой части.

Описывается метод макрочастиц (ММ) как способ численного решения уравнения Власова по характеристикам. Дается обзор наиболее важных работ, отражающих становление метода. Излагаются его общие положения и приводятся наиболее распространенные модификации (в основном определяемые видом форм-фактора модельных частиц $R(\vec{r}, \vec{r}_j)$, $j = 1, \dots, N_p$). Обсуждаются физические основания и критерии применимости метода в кинетическом моделировании бесстолкновительной плазмы. Коротко рассматриваются особенности практической реализации ММ в современной концепции Cloud-In-Cell (CIC) — "облака в ячейках" [13, 14]:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r}_j}{dt} &= \vec{v}_j; & \frac{d\vec{v}_j}{dt} &= \frac{q_j}{m_j} \int \left(\vec{E}(\vec{r}) + \frac{\vec{v}_j \times \vec{B}(\vec{r})}{c} \right) R(\vec{r} - \vec{r}_j) d\vec{r}; \\ \nabla \vec{E} &= 4\pi \sum_j q_j R(\vec{r} - \vec{r}_j); & \nabla \times \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \\ \nabla \vec{B} &= 0; & \nabla \times \vec{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_j q_j \vec{v}_j R(\vec{r} - \vec{r}_j). \end{aligned}$$

Анализируются характерные черты модельной плазмы и возможные источники нефизических эффектов, встречающихся в расчетах.

Приводятся основные результаты работ, связанных с исследованием существования и характера решения самосогласованной эволюционной задачи [40, 41], сходимости приближенного решения по методу макрочастиц к точному [42, 43]. С позиций практики вычислительных экспериментов оценивается существующий уровень математического обоснования метода макрочастиц и физической достоверности [12] получаемых на его основе результатов.

Обсуждается малая (в аспекте требуемых вычислительных затрат) эффективность власовского описания плазмы с максвелловским представлением полей в дискретном моделировании низкочастотных процессов, составляющем предмет настоящей работы.

Таким образом, в главе показано, что для оптимизации исследований кинетики низкочастотной разреженной плазмы необходимо использование адекватного инструмента численного анализа и его создание возможно на основе дискретной аппроксимации (по методу частиц) самосогласованного формализма в дарвинском приближении.

Глава 2 включает детальную разработку корректной безызлучательной модели разреженной плазмы.

В начале главы рассматривается низкочастотное (дарвинское) приближение [15] самосогласованных полей слаборелятивистской ($v \ll c$) плазмы, цель которого — получение лагранжиана совокупности заряженных частиц, точного до членов порядка $(v/c)^2$, в системе без запаздывания. Дается вывод канонического представления в терминах полей

$$\begin{aligned} \nabla \vec{E}_l &= 4\pi\rho, & \nabla \vec{E}_t &= 0 \\ \nabla \times \vec{E}_l &= 0, & \nabla \times \vec{E}_t &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \nabla \vec{B} &= 0, & \nabla \times \vec{B} &= \frac{4\pi}{c} \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_l}{\partial t}, \\ \vec{E} &= \vec{E}_l + \vec{E}_t \end{aligned}$$

и электромагнитных потенциалов (с кулоновской калибровкой: $\nabla \vec{A} = 0$)

$$\Delta\varphi = -4\pi\rho, \quad \Delta\vec{A} = -\frac{4\pi}{c}\vec{J}_t$$

$$\vec{J} = \vec{J}_l + \vec{J}_t$$

и показываются его принципиальные отличия от максвелловского описания. Обсуждаются безызлучательный характер дарвинского приближения, его основные свойства и области эффективного приложения в нелинейной плазмифизике. В контексте математического обоснования приводятся результаты работ, где показано, что дарвинский формализм аппроксимирует максвелловский с точностью представления дарвинского лагранжиана, а система Власова - Максвелла сходится к системе Власова - Дарвина со скоростью $O(c^{-3})$ при $c \rightarrow \infty$ [44, 45].

Анализируются проблемы численной интерпретации по методу макро-частиц самосогласованного дарвинского формализма, связанные с развитием в расчетной области сильной паразитной неустойчивости при любых явных конечно-разностных аппроксимациях полевых уравнений [18] и невязкой разностного аналога следствия из уравнения непрерывности [23]. Дается математическое обоснование и физическое содержание неустойчивости, описывается ее внешнее проявление и механизмы генерации. Рассматриваются причины невязки и возможность ее устранения в рамках самосогласованного подхода.

Предлагается новый подход к построению оптимизированной дарвинской модели на базе расширения ее канонического описания, эллиптической переформулировки полевой части и модификации неявного разностного представления динамических уравнений. Для конкретного наполнения методики ставится общая начально-краевая задача для системы Власова - Дарвина (с обсуждением граничных условий, накладываемых на функции распределения частиц и самосогласованные поля). В рамках указанного подхода она преобразуется к виду, удобному для эффективной алгоритмической разработки, причем в гамильтоновых и лагранжевых переменных, ибо перспективы практического приложения имеют оба варианта дискретной модели. В каждом представлении выписываются динамические урав-

нения частиц и система краевых задач для уравнений поля.

Проводится детальное сравнение гамильтоновой и лагранжевой версий с позиций их алгоритмической реализации по методу макрочастиц в его общепринятой Cloud-In-Cell концепции.

Таким образом, на основе расширения и дальнейшей модификации (эллиптической переформулировки) канонического дарвинского описания в главе представлена эффективная методика построения численно корректной самосогласованной модели низкочастотной разреженной плазмы в гамильтоновых и лагранжевых терминах; определены условия адекватного практического использования обоих представлений.

Глава 3 посвящена разработке дискретных низкочастотных (безызлучательных) алгоритмов.

Прежде всего рассматривается важный для общей минимизации вычислений вопрос нормализации (обезразмеривания) модельных уравнений. Формулируются необходимые условия оптимальной нормализации и строится соответствующий базовый набор размерных множителей, адекватный для самосогласованных плазменных моделей с любым полевым описанием. Показывается его единственность и замкнутость (размерный масштаб любой физической величины однозначно определятся на основе уже полученного набора нормирующих множителей).

Обсуждаются основные аспекты разработки эффективных дарвинских алгоритмов: выбор представления и фазовой геометрии, порядка и вида схем разностной аппроксимации модельных уравнений; их общая организация и возможность оптимизации в контексте проведения численных экспериментов.

С позиций практического приложения выработанных рекомендаций описываются 1.5 - мерный гамильтонов и 2.5 - мерный лагранжев алгоритмы, построенные на основе оптимизированной модели Власова - Дарвина. Представляются их структуры, процедуры численного решения краевых задач для уравнений поля (или потенциалов), схемы численного интегрирования динамических уравнений (традиционная "с перешагиванием" в га-

мильтоновом случае и классическая симметричная в лагранжевом случае), их физические и разностные свойства.

Предлагается редукция неявной динамической схемы (и специализированный итерационный процесс ее решения), дающая значительную экономию вычислений по сравнению с каноническим аналогом при сохранении свойств последнего. При этом показывается возможность совмещения неявной модифицированной схемы с наиболее употребительной схемой Leap-Frog [13], что дает дополнительную численную оптимизацию лагранжева алгоритма. Отметим, что указанная редукция неявного разностного представления динамики частиц по сути снимает проблему малой вычислительной эффективности, традиционно сопутствующую неявным плазменным алгоритмам.

Таким образом, на основе предложенного в главе подхода разработаны экономичные устойчивые дарвинские алгоритмы в дробно-мерных фазовых геометриях, позволяющие существенно снизить вычислительные затраты компьютерных экспериментов по кинетике низкочастотной плазмы за счет: редукции координатного пространства, модификации динамической схемы, двухуровневой структуры алгоритма.

Глава 4 содержит основные моменты программной реализации разработанных алгоритмов.

В начале главы обсуждается ключевой (в контексте ММ) аспект технологии параллельных вычислений: сегментное разделение модельного пространства, - актуальный при использовании аппаратных платформ с распределенной памятью. Проводится сравнительный анализ базовых методик: декомпозиция области и разделение частиц, - на основе которого определяется оптимальная, применительно к безызлучательным моделям, схема сегментации пространства (по методу разделения частиц).

Далее формулируются основные принципы эффективной программной реализации дискретных (по ММ) низкочастотных плазменных алгоритмов, связанные с их формальным представлением, структурной организацией, динамикой функционирования, применяемой технологией вычислений,

классом (и архитектурой) используемых компьютеров.

Приводится краткий обзор единственного в России проблемно-ориентированного комплекса программ численного моделирования кинетики низкочастотной разреженной плазмы, разработанного под руководством и при непосредственном участии диссертанта. Комплекс состоит из 1.5 - мерного (три скорости, одна координата) последовательного магнитоиндукционного кода DC4DF (содержащего в виде подмножества одномерный открытый (с самосогласованным нарушением квазинейтральности) электростатический код ESC1), ориентированного на мощные РС (или средние рабочие станции) и 2.5 - мерного (три скорости, две координаты) параллельного безызлучательного кода DarWin, ориентированного на супер - ЭВМ, в частности, кластерного типа. Дается краткое описание кодов, включающее их общие возможности и технические характеристики.

Таким образом, на основе разработанных в главе принципов компьютерной реализации вычислительных дарвинских алгоритмов создан эффективный инструмент кинетического моделирования низкочастотных процессов разреженной плазмы в виде прикладного программного пакета, адаптируемого к аппаратным платформам с общей и распределенной памятью. Он предполагает как индивидуальные качественные исследования в упрощенных постановках, так и организацию детальных многомерных компьютерных экспериментов, сопоставимых по достоверности результатов с натурными.

Следующие главы посвящены практическому приложению разработанного комплекса программ к исследованиям ряда актуальных физических проблем. Помимо значительного научного интереса их выбор был продиктован возможностью продемонстрировать эффективность дискретных дарвинских алгоритмов в решении нелинейных задач физики плазмы.

Глава 5 содержит результаты численного изучения диамагнетизма циклотронных волн высокой частоты в плазме.

В начале главы обсуждается предмет исследования и физическая кар-

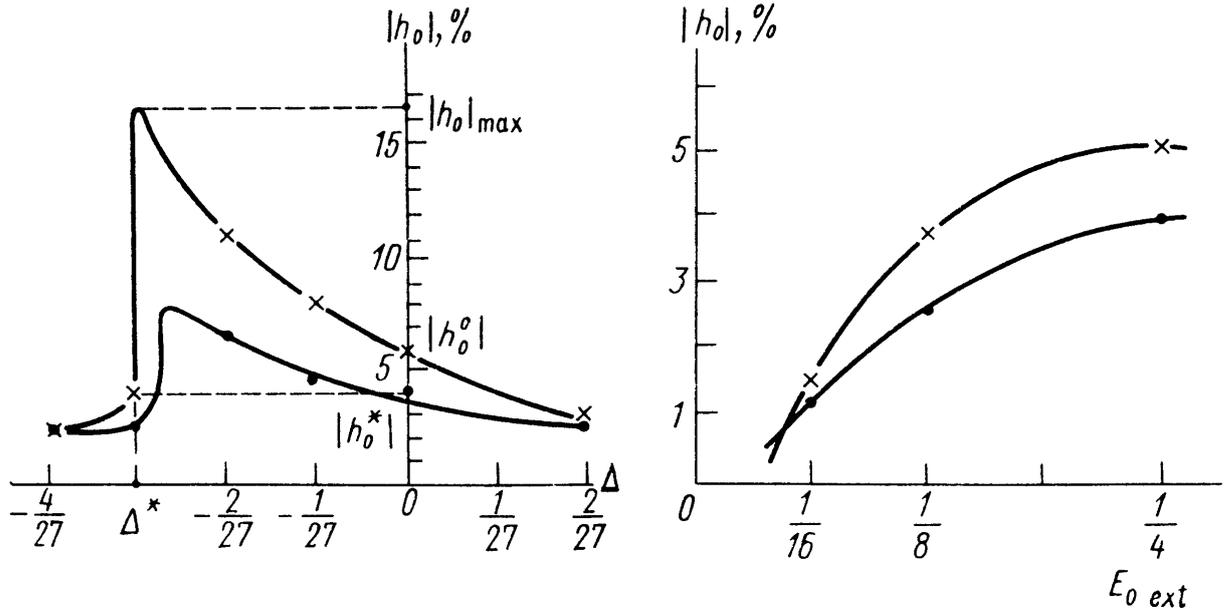


Рис. 1. Зависимость относительной глубины магнитной ямы $|h_0|$ от Δ (эффективной расстройки частоты внешней возмущающей волны $\omega_0 \approx 2\omega_{e0}$) при $E_0^{\text{ext}}/B_0 = 0.25$ и от E_0^{ext} при $\Delta = 0$ (x — теория, • — эксперимент).

тина высокочастотного (ВЧ) диамагнитного эффекта.

Отдельно рассматривается общий вид уравнений потенциальных электронно-циклотронных волн конечной амплитуды (мод Бернштейна), учитывающих диамагнитный эффект [27]. Приводятся выражение для нелинейной поправки магнитного поля и дисперсионное уравнение.

Подробно описывается формулировка задачи, процедура выбора параметров и обоснования вычислительной корректности модели.

Диамагнитный эффект циклотронных колебаний исследуется в присутствии слабой волны накачки ($E_0 \ll B_0$), перпендикулярной внешнему магнитному полю $B_0/\sqrt{4\pi n_0 m_e c^2} = 1$. Частота приложенного электрического поля ω_0 близка к удвоенной электронно-циклотронной. Колебания рассматриваются в полуторамерной ($x \in [0, L], v_x, v_y$) ионно-электронной ($T_i = T_e$) плазменной системе длиной $L = 10r_D$.

В ходе первой серии вычислительных экспериментов (со стоячей внешней волной) показано существование высокочастотного диамагнитного эффекта; выявлен механизм нелинейного вытеснения магнитного поля в об-

ластях самофокусировки колебаний; получены опытные зависимости величины диамагнитной поправки от частоты и амплитуды волны накачки.

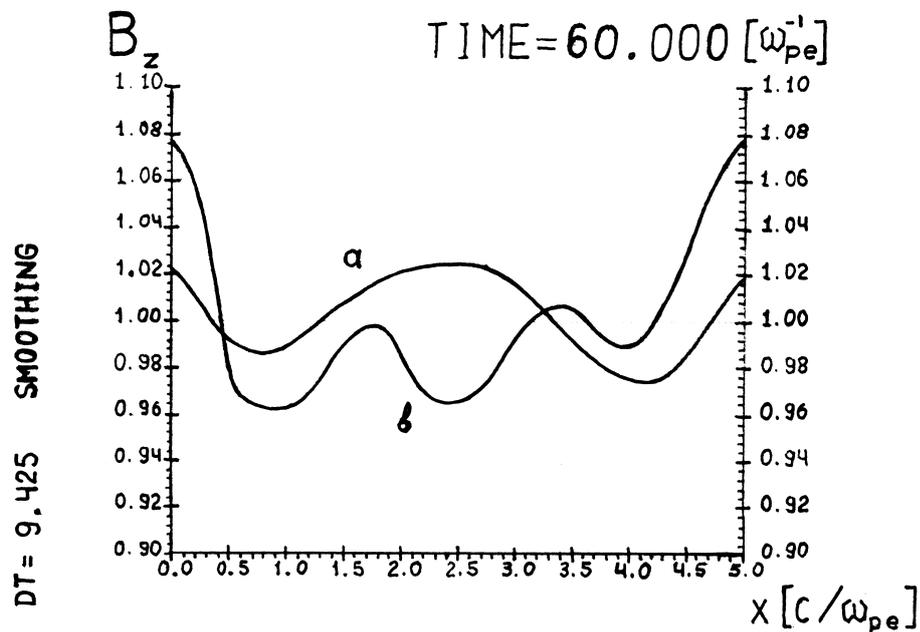


Рис. 2. Усредненный по времени профиль магнитного поля $B_z(x)$, $0 \leq x \leq L$ ($\omega \leq 1$: $E_0^{\text{ext}}/B_0 = 0.1$ (а), $E_0^{\text{ext}}/B_0 = 0.175$ (б), $k_0L = 2\pi$; бегущая волна накачки).

Предметом второй серии расчетов (с бегущей внешней волной) являлась связанная с ВЧ диамагнетизмом модуляционная неустойчивость электронно-циклотронных волн.

Здесь получена детальная картина неустойчивости, исследована ее структура и динамика развития, оценена величина инкремента. Показана связь между пространственной локализацией циклотронных волновых пакетов и интенсивностью внешней накачки.

Таким образом, впервые методом численного эксперимента, не зависящим от ограничений теории, подтверждена концепция ВЧ диамагнитного эффекта циклотронных колебаний, исследованы его основные свойства и характеристики сопутствующей модуляционной неустойчивости, определена область параметров, позволившая затем обнаружить эффект и в натурном опыте [28]. Последнее показательно в контексте идеологии математического моделирования [1] и доказывает физическую адекватность расчетов.

Глава 6 включает численный анализ проблемы взаимодействия мощного лазерного излучения с плотной плазмой конденсированной мишени.

Приводится ретроспектива основных работ по данной тематике, определяется место и основная задача настоящих исследований. Дается краткое теоретическое представление возможных режимов поглощения светового импульса, зависящих от его параметров (длительности и интенсивности), и ожидаемый характер взаимодействия излучения с веществом в рассматриваемом случае – бесстолкновительный и существенно нелинейный [30].

Далее содержится описание математической модели процесса взаимодействия лазер – плазма и обсуждение специфики ее численной аппроксимации в рамках дискретного дарвинского формализма, в частности, реализации излучающих границ в "незапаздывающей" системе. Дается общая постановка вычислительных экспериментов с обоснованием выбора начально-краевых условий и значений базовых параметров моделирования.

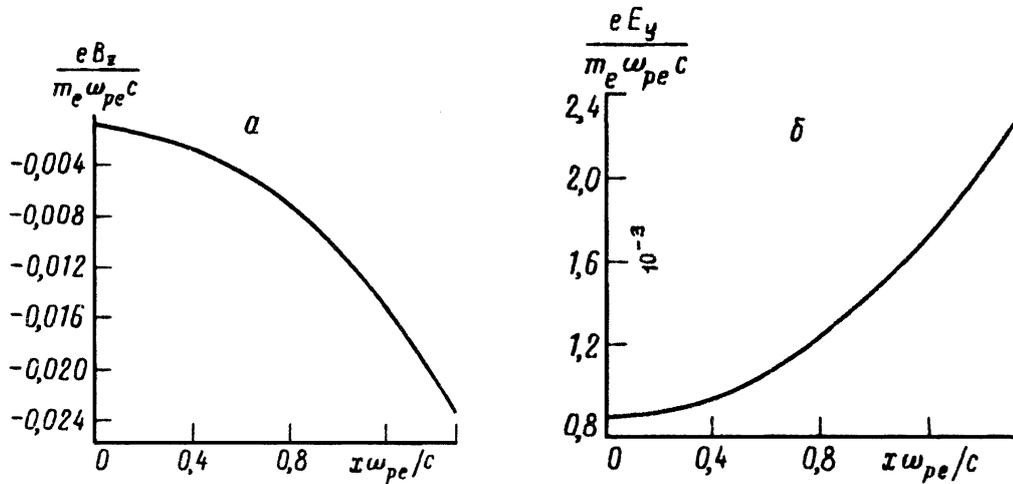


Рис. 3. Характерные пространственные распределения магнитного B_z (а) и электрического E_y (б) полей в плазме (время $t\omega_{pe} = 10^3$)

Обсуждаются кинетические расчеты, выполненные для слоя плазмы толщиной L , большей глубины проникновения поля в вещество l_s , частотой $\omega_0 = 0.035\omega_{pe}$ и амплитудой $B_0/\sqrt{4\pi n_0 m_e c^2} \sim 0.01 - 0.1$ внешней волны накачки. При плотности конденсированной мишени $n_0 = 10^{24} \text{ см}^{-3}$ эти значения отвечают интенсивностям лазерного излучения $I_0 \sim 10^{17} - 10^{19}$

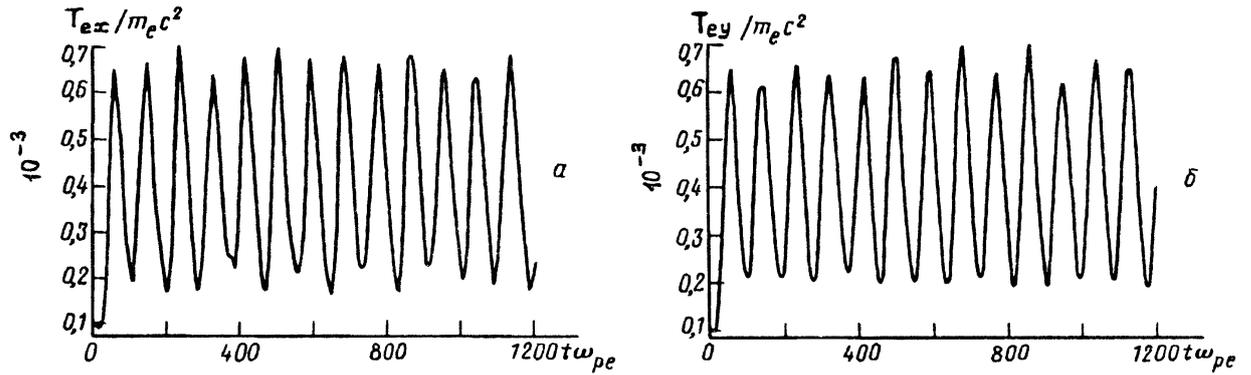


Рис. 4. Временные зависимости средней энергии электронов вдоль: оси x (а), оси y (б)

Вт/см² и плотности приповерхностной плазмы примерно в 825 раз выше критической.

В ходе вычислений выявлен характер связи величины поглощения лазерного излучения и его интенсивности, показаны типичные пространственные профили полей в области скин-эффекта, найдены временные зависимости средней энергии электронов и, тем самым, получена детальная картина взаимодействия лазер – плазма в практически важном случае сильных полей излучения.

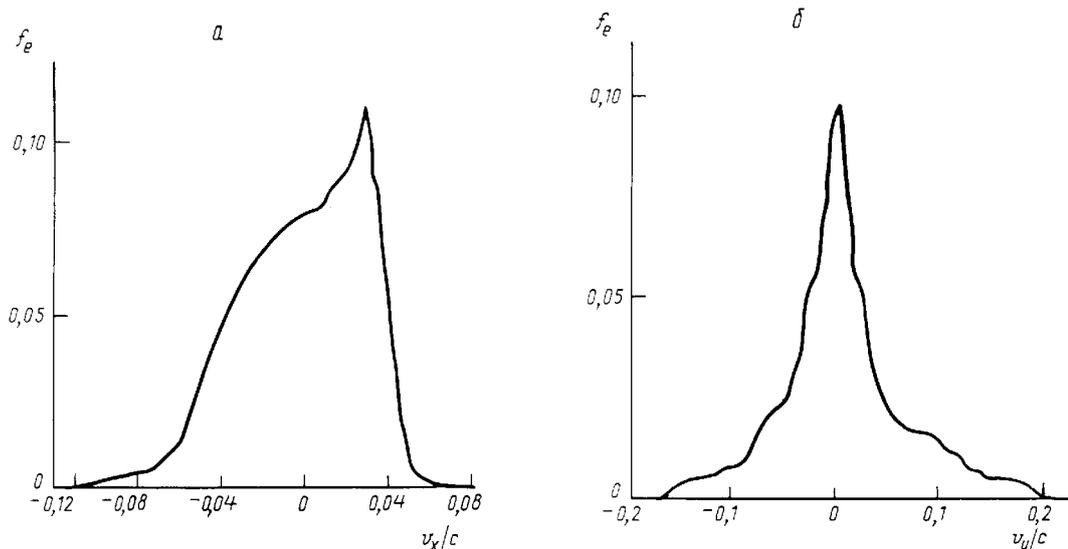


Рис. 5. Усредненная по времени функция распределения электронов вдоль оси x (а) и оси y (б) ($t\omega_{pe} = 1000$)

Отдельно представлены эксперименты с модифицированной моделью,

в частности, включающей более адекватную реализацию левого краевого условия для частиц, соответствующего сопряжению горячей оболочке мишени с ее ядром. Здесь, помимо уточнения уже полученных данных, дополнительное внимание было уделено связи поглощенной электромагнитной энергии с распределением скоростей электронов в скин-слое.

Отметим, что сравнение данных первой и второй серии компьютерных экспериментов с прогнозами теории и результатами соответствующих кинетических расчетов на базе сеточных методов [32] и метода крупных частиц [33] в рамках полной электромагнитной модели с электрон-ионными столкновениями позволило сделать вывод об их разумном совпадении и достоверности полученной выше физической картины.

Глава 7 посвящена численным исследованиям вайбелевской неустойчивости (ВН) в системах с ионным фоном.

Рассматривается общая схема и характерные черты развития низкочастотной электромагнитной неустойчивости в бесстолкновительной плазме с существенной температурной анизотропией электронной компоненты [34]. Обсуждаются фундаментальный характер и многообразие форм проявления неустойчивости. Приводится обзор основных работ и краткая предыстория исследований по указанной тематике. Формулируются конкретные задачи численных экспериментов.

Дается краткое изложение физических механизмов спонтанного возникновения и быстрого роста магнитного поля, составляющего суть рассматриваемой неустойчивости. Формулируются основные положения ее линейной теории, позволяющие, в частности, оценить инкремент развития и величины электрического и магнитного полей на стадии насыщения.

Описывается постановка компьютерных экспериментов в 2.5 - мерной фазовой геометрии, где акцентированная компонента температуры электронов выбрана вдоль оси Z , перпендикулярной плоскости моделирования X - Y .

Анализируется выбор основных физических параметров модели: величины превалирующей тепловой скорости $u_z = 0.1 [c]$, исходного значения

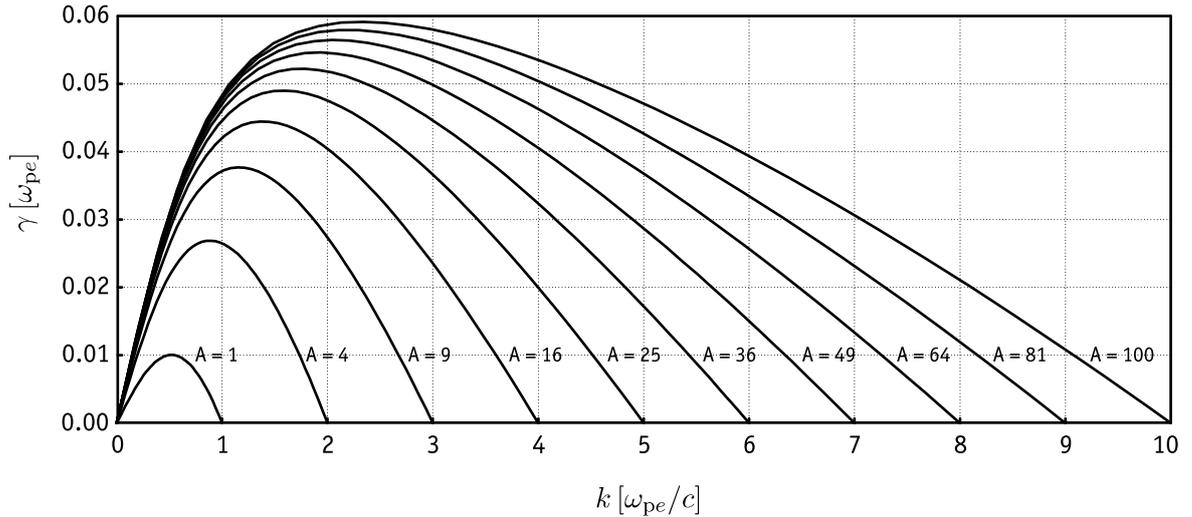


Рис. 6. Инкремент вайбелевской неустойчивости для различных значений параметра анизотропии при постоянном значении акцентированной тепловой скорости $u_z = 0.1 [c]$

показателя анизотропии $A_0 = 9$ и связанных с решением дисперсионного уравнения линейных размеров области ($L_x = L_y = 25 [c/\omega_{pe}]$). На основе критериев вычислительной корректности расчетов (прежде всего, времени бесстолкновительности и собственного шума системы) обосновывается выбор базовых дискретных параметров постановки.

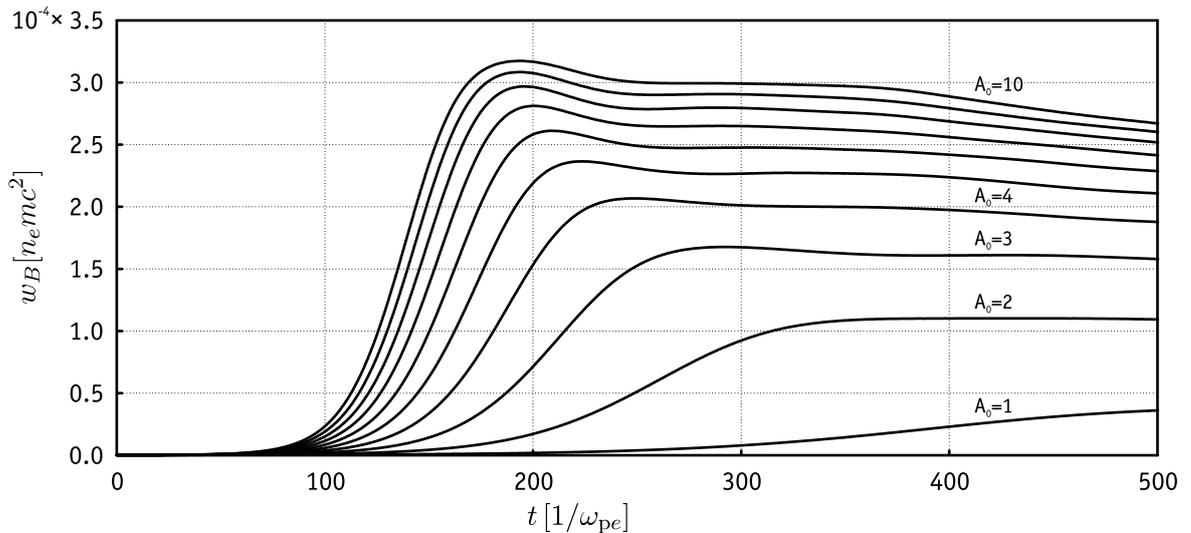


Рис. 7. Зависимость величины средней плотности энергии магнитного поля от времени для различных значений начальной анизотропии ($A_0 = 1...10$) при постоянном значении акцентированной тепловой скорости.

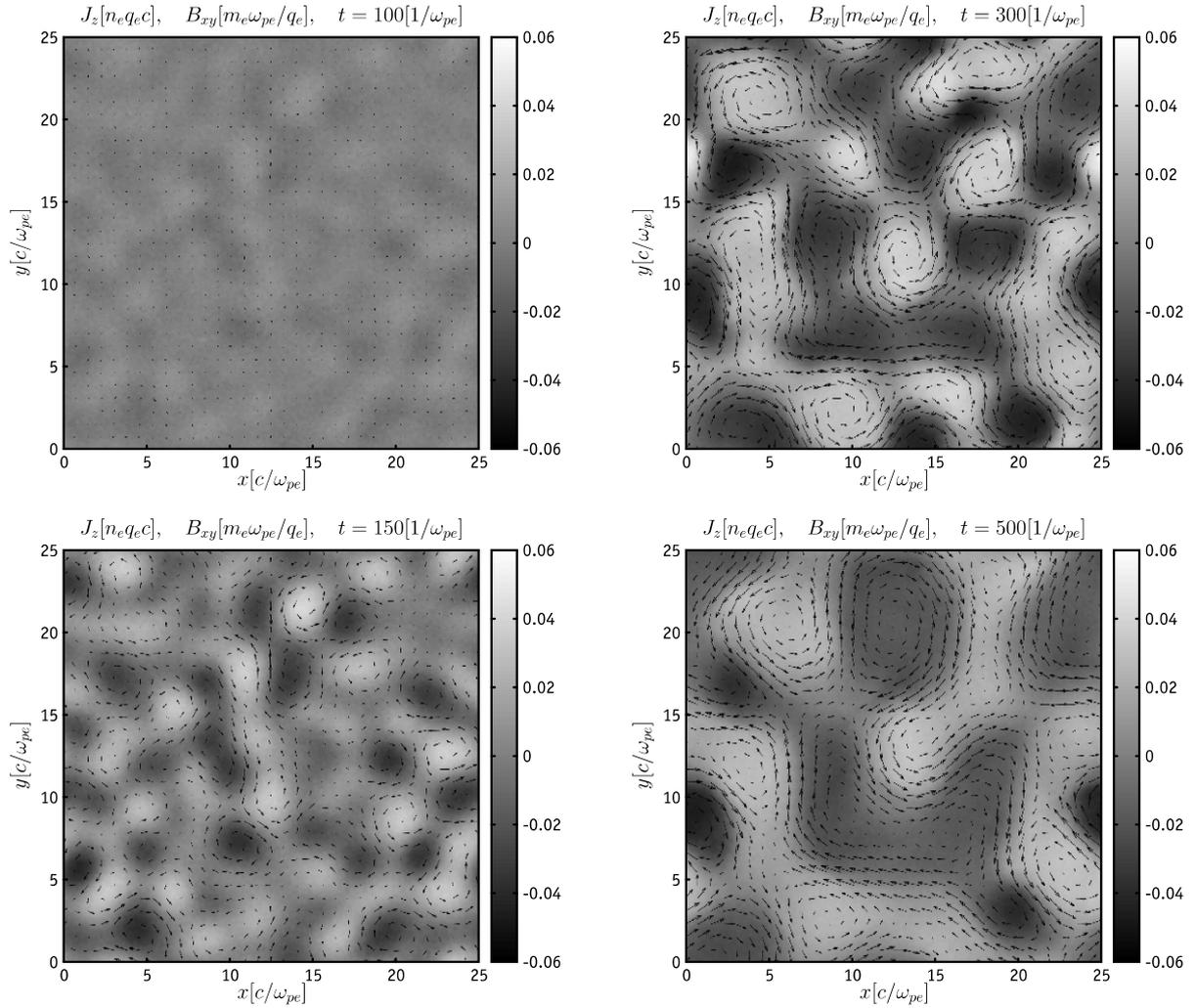


Рис. 8. Плотность тока J_z и магнитное поле B_{xy} в характерные моменты времени развития вайбелевской неустойчивости в 2.5-мерной постановке для случая $A_0 = 9$.

Отдельно приводится обсуждение численных результатов, которые позволили существенно уточнить этапы исходной генерации и нелинейного развития, а также малоисследованной стадии насыщения однокомпонентной вайбелевской неустойчивости. В частности, получить зависимости характерного времени развития и максимального значения плотности энергии магнитного поля от величины исходной анизотропии среды; выявить направленность динамической перестройки системы токовых жгутов, сопровождающей стадии насыщения и дальнейшего распада; оценить долю запасенной энергии, идущей на формирование неустойчивости; проследить эволюцию исходной анизотропии электронной компоненты плазмы.

Важно отметить, что в компьютерных экспериментах получено хорошее совпадение как с теоретическими прогнозами [38], так и с результатами аналогичных численных исследований ВН в рамках полных электромагнитных описаний самосогласованной плазмы [39].

Заключение

Сформулируем общие результаты, полученные в работе.

1. Рассмотрено кинетическое описание разреженной плазмы на основе уравнений Власова – Максвелла и обоснована возможность его упрощения за счет аппроксимации уравнений поля. Проанализированы основные черты и границы адекватности самосогласованного представления. Показана проблема его аналитического решения и возможность численного анализа по методу макрочастиц.

Установлена недостаточная вычислительная эффективность самосогласованной модели с полным электромагнитным описанием полевой части в численных исследованиях кинетики низкочастотной плазмы и возможность использования для этих целей самосогласованного формализма с безызлучательным (дарвинским) приближением коллективных полей.

2. Представлена модель Власова – Дарвина и исследованы базовые проблемы ее дискретной интерпретации по методу макрочастиц, связанные с появлением неустойчивости при явной разностной аппроксимации уравнений поля и возникновением невязки разностного аналога следствия из уравнения непрерывности. Разработан подход к их исключению, основанный на расширении канонического безызлучательного описания с его дальнейшей эллиптической модификацией, позволяющий построить оптимизированную численно корректную самосогласованную дарвинскую модель разреженной плазмы.

Поставлена общая начально-краевая задача для расширенной системы уравнений Власова – Дарвина и на основе предложенного подхода показана процедура ее преобразования в гамильтоновых и лагранжевых переменных к виду, удобному для алгоритмической реализации. Проанализирована эф-

фективность практического (по методу макрочастиц) приложения обеих версий модифицированного формализма.

3. Предложена оптимальная в контексте минимизации вычислений процедура системной нормализации (обезразмеривания) самосогласованных плазменных моделей с любым полевым описанием и выработаны рекомендации по созданию экономичных низкочастотных плазменных алгоритмов, связанные с выбором представления, фазовой геометрии, порядка и вида используемых разностных схем, общей структуры.

С их учетом построены: линейный 1.5 - мерный гамильтонов алгоритм, использующий традиционные схемы разностного решения модельных уравнений и характеризующийся простотой и особой экономичностью в случае замкнутых систем; 2.5 - мерный мультисхемный лагранжев алгоритм, имеющий двухуровневую структуру и специально разработанные итерационные процедуры решения (каждая на своем структурном уровне) оптимизированных уравнений движения и поля.

4. Предложена методология программной реализации безызлучательных алгоритмов с использованием высокопроизводительных вычислений, где сформулированы основные требования к организации эффективных дарвинских кодов, учитывающие как специфику области их приложения, так и архитектуру предполагаемых аппаратных платформ.

В ее рамках разработан проблемно-ориентированный пакет численного моделирования низкочастотной разреженной плазмы, включающий $1\frac{1}{2}$ - мерный последовательный магнитоиндукционный код DR4DF и $2\frac{1}{2}$ - мерный параллельный безызлучательный код DarWin. Программные коды носят машинно-независимый характер и могут быть поставлены на любую вычислительную систему соответствующего класса.

5. Развита методика проведения компьютерных экспериментов по изучению кинетики безызлучательной магнитоактивной плазмы в открытых (с накачкой и выносом энергии) системах на основе несимметричных по фазовой геометрии постановок. Использование этой методики на базе созданного программного комплекса позволило получить новые результаты в исследовании ряда актуальных проблем взаимодействия поля с веществом,

часть из которых представлена в настоящей работе, и на их примере показать широкие возможности дарвинских алгоритмов в решении нелинейных задач плазмифики.

6. Проведены кинетические расчеты по изучению высокочастотного (ВЧ) диамагнетизма потенциальных циклотронных колебаний — нелинейного явления, заключающегося в вытеснении магнитного поля из областей локализации электронно-циклотронных волн. Впервые независимым методом, лишенным ограничений теории, подтверждено существование и исследованы основные свойства диамагнитного эффекта; показаны структура и динамика развития связанной с ним модуляционной неустойчивости.

Экспериментальные оценки и зависимости, сопоставленные с аналитическими прогнозами [27], дали хорошее качественное совпадение, подтверждающее справедливость основных положений рассматриваемой теоретической концепции и послужили хорошей базой для натуральных опытов, в которых указанный эффект был позднее обнаружен [28].

7. Проведено дарвинское моделирование процессов бесстолкновительного поглощения ультракороткого лазерного импульса сверхплотной плазмой в той области параметров, где натурные испытания были еще технически неосуществимы. Настоящий подход позволил впервые адекватно описать практически важный случай сильных электромагнитных полей, когда энергия осцилляции электронов плазмы больше (или порядка) их характерной тепловой энергии. Вследствие этого режим лазерного взаимодействия с плазмой оказывается существенно нелинейным и его теоретическая концепция не сводится к известным положениям линейной теории аномального скин-эффекта [30].

Построенная на базе открытых самосогласованных систем численная модель представляется перспективной и для анализа взаимодействия мощного излучения с плотной плазмой в усложненных геометриях, и для сравнения различных описаний нелинейного процесса проникновения короткого светового импульса большой интенсивности в вещество [32].

8. Проведены многомерные компьютерные эксперименты по генерации вайбелевской неустойчивости (ВН), обусловленной температурной анизот-

тропией электронной компоненты плазмы с ионным фоном. Впервые в многомодовом конкурентном режиме удалось проследить полную эволюцию неустойчивости и получить данные, позволившие существенно дополнить ее общую картину [39]. В частности, оценить значения базовых параметров ВН на нелинейной стадии насыщения; найти их зависимости от коэффициента анизотропии пространства скоростей; выявить динамику структурной перестройки системы локализованных токов, определяющих механизм бесстолкновительной релаксации исходно неравновесной среды [46].

Анализ полученных результатов как в содержательном, так и в вычислительном аспектах и пробные расчеты по изучению двухкомпонентной вайбелевской неустойчивости (что предусматривает кинетическое представление и ионной компоненты плазмы во временных масштабах, на порядки превосходящих масштабы настоящего рассмотрения) свидетельствует о высокой эффективности созданного программного пакета, включающего использованный в данных экспериментах код DarWin.

Публикации по теме диссертации

1. Бородачев Л.В., Сигов Ю.С. Численные эксперименты по параметрическому возбуждению магнитоактивной плазмы. М.: Препринт ИПМ АН СССР, 1979, №65, 32 с.
2. Бородачев Л.В., Сигов Ю.С. Численное исследование параметрического нагрева плазмы в поперечном магнитном поле вблизи верхнегибридного резонанса. М.: Препринт ИПМ АН СССР, 1981, №82, 24 с.
3. Бородачев Л.В., Некрасов А.К., Сигов Ю.С. Численное исследование диамагнетизма циклотронных волн в плазме. М.: Препринт ИПМ АН СССР, 1981, №23, 20 с.
4. Бородачев Л.В., Сигов Ю.С. О параметрическом возбуждении ленгмюровской турбулентности в системах с выбыванием быстрых электронов. М.: Препринт ИПМ АН СССР, 1984, №52, 20 с.
5. Бородачев Л.В., Некрасов А.К. Диамагнитная неустойчивость циклотронных волн в плазме. Вестник МГУ. Сер. 3, 1984, т. 25, №5, с. 91-98.

6. Бородачев Л.В., Кулыгин В.М. О функции распределения электронов, компенсирующей положительный объемный заряд. М.: Препринт ИАЭ, 1984, №3967, 8 с.
7. Бородачев Л.В., Кулыгин В.М. Численное моделирование динамики электронов в пространственно-ограниченной плазменной системе. Математические модели прикладной электродинамики. Под ред. В.И. Дмитриева и А.С. Ильинского. М.: Изд. МГУ, 1984, с. 194-211.
8. Бородачев Л.В., Кулыгин В.М. Динамика электронов, компенсирующих положительный объемный заряд. Труды научной конференции по физике и технике интенсивных ионных пучков и источников. Киев, 1985, с. 180-182.
9. Бородачев Л.В. Численное моделирование магнитоактивной плазмы. Тезисы докладов научной конференции "Актуальные проблемы выч. и прикл. математики". Новосибирск, 1989, с. 16.
10. Бородачев Л.В. Дискретное моделирование безызлучательной плазмы. Труды международной конференции "Математ. моделир. и прикл. математика". Москва, 1990, с. 189-190.
11. Бородачев Л.В. Неявная аппроксимация уравнений движения дарвинской модели плазмы. Ж. Вычислит. Математ. и Математ. Физики, 1991, т. 31, №6, с. 934-939.
12. Бородачев Л.В. Многомерные алгоритмы физики плазмы и параллельные вычисления. Материалы всесоюзной школы "Автоматизация создания мат. обеспечения и архитектуры систем реального времени". Иркутск, 1990, с. 189-201.
13. Borodachev L.V., Tikhonchuk V.T. Interaction of the short powerful electromagnetic pulse with dense plasma layer. Proceeding of "Annual Anomalous Absorption". US, Lake-Placid, 1992, p. 4P25.
14. Бородачев Л.В., Тихончук В.Т. Взаимодействие короткого электромагнитного импульса большой амплитуды со слоем плотной плазмы. Физика Плазмы, 1993, т. 19, №6, с. 813-819.
15. Бородачев Л.В. К проблеме математического моделирования безызлучательной плазмы. Вестник МГУ. Сер. 3, 1993, т. 34, №3, с. 87.

16. Borodachev L.V., Rozmus W., Tikhonchuk V.T. Interaction of the short powerful electromagnetic pulse with dense plasma layer. Preprint AL-DP-94-12. University of Alberta (Canada), 1994, 25 p.
17. Бородачев Л.В., Гофман П.А. Поглощение мощного электромагнитного импульса малой длительности слоем плотной плазмы. Вестник МГУ. Сер. 3, 1998, №5, с. 32-37.
18. Бородачев Л.В. Дарвинское описание самосогласованных электромагнитных полей плазмы и особенности его дискретной интерпретации. Препринт Физического факультета МГУ №19/2000. 14 с.
19. Бородачев Л.В., Мингалев И.В., Мингалев О.В. Оптимальная нормализация модели Власова – Максвелла. Вестник МГУ. Сер. 3, 2001, №4, с. 42-45.
20. Бородачев Л.В. Метод крупных частиц в моделировании разреженной плазмы. Препринт Физического факультета МГУ №19/2002, 22 с.
21. Бородачев Л.В., Мингалев И.В., Мингалев О.В. Дрейфовый алгоритм движения частицы в дарвинской модели плазмы. Ж. Вычислит. Математ. и Математ. Физики, 2003, т. 43, №3, с. 467-480.
22. Бородачев Л.В., Мингалев И.В., Мингалев О.В. Дискретный алгоритм расчета динамики частиц в безызлучательной модели магнитоактивной плазмы. Тезисы докладов "XXX международной (Звенигородской) конференции по физике плазмы и УТС". Москва, 2003, с. 72.
23. Бородачев Л.В., Мингалев И.В., Мингалев О.В. Численный расчет траекторий замагниченных частиц в дискретной модели плазмы без излучения. Тезисы докладов "XXXI международной (Звенигородской) конференции по физике плазмы и УТС". Москва, 2004, с. 83.
24. Бородачев Л.В. Численная аппроксимация уравнений поля в самосогласованной модели Дарвина с неявным интегрированием уравнений движения частиц. Тезисы докладов "XXXII международной (Звенигородской) конференции по физике плазмы и УТС". Москва, 2005, с. 48.
25. Бородачев Л.В. Численная интерпретация полевого описания в дискретной дарвинской модели с неявной схемой расчета динамики частиц. Мат. Моделирование, 2005, т. 17, №9, с. 53-59.

26. Borodachev L.V. Elliptic formulation of discrete Vlasov-Darwin model with the implicit finite-difference representation of particle dynamics. Proceeding of International School-Symposium for Space Simulation (ISSS - 7). Japan, Kyoto, 2005, p. 265-266.

27. Бородачев Л.В. Эллиптическое преобразование уравнений поля в неявной безызлучательной модели плазмы. Вестник МГУ. Сер. 3, 2006, №1, с. 7-10

28. Бородачев Л.В., Коломиец Д.О. Оптимизация неявной схемы интегрирования динамических уравнений частиц в дарвинской модели плазмы. Тезисы докладов международной конференции "Тихонов и современная математика". Москва, МГУ, 2006, с. 37-38.

29. Бородачев Л.В., Мингалев И.В., Мингалев О.В. Численное решение дискретной модели Власова - Дарвина на основе оптимальной переформулировки полевых уравнений. Мат. Моделирование, 2006, т. 18, №11, с. 117-125.

30. Бородачев Л.В., Коломиец Д.О., Литвинюк В.В. Численное решение уравнений для соленоидального электрического поля в дарвинской модели плазмы. Вестник МГУ. Сер. 3, 2006, №6, с. 14-17.

31. Бородачев Л.В., Коломиец Д.О. Моделирование вайбелевской неустойчивости в рамках низкочастотного (дарвинского) приближения плазмы. Тезисы докладов "XXXIV международной (Звенигородской) конференции по физике плазмы и УТС". Москва, 2007, с. 237.

32. Бородачев Л.В., Мингалев И.В., Мингалев О.В. Система Власова – Дарвина. Энциклопедия низкотемпературной плазмы (серия Б), т. VII. М.: Янус-К, 2008, с. 136-146.

33. Бородачев Л.В., Коломиец Д.О. Однокомпонентная вайбелевская неустойчивость безызлучательной плазмы. Препринт Физического факультета МГУ №2/2009, 13 с.

34. Borodachev L.V., Kolomiets D.O. Single-Species Weibel Instability of Radiationless Plasma. Электронный препринт arXiv 0910.0361.2 Oct 2009, 6 с.

35. Бородачев Л.В., Коломиец Д.О. Электронная вайбелевская неустойчивость плазмы с температурной анизотропией. Вестник МГУ. Сер. 3, 2010,

№2, с. 14-18.

36. Бородачев Л.В., Коломиец Д.О. Расчет динамики частиц в безызлучательной модели плазмы. *Мат. Моделирование*, 2010, т. 22, №10, с. 83-92.

37. Бородачев Л.В., Коломиец Д.О. Моделирование вайбелевской неустойчивости. Тезисы докладов конференции "Физика плазмы в солнечной системе". Москва, ИКИ РАН, 2010, с. 39.

38. Borodachev L.V., Kolomiets D.O. Single-Species Weibel Instability of Radiationless Plasma. *J. Plasma Phys.*, 2011, v. 77, p. 277-288.

39. Borodachev L.V., Kolomiets D.O. Calculation of Particle Dynamics in Nonradiative Model of Plasma. *Math. Models and Comp. Simulations*, 2011, v. 3, p. 356-363.

Список литературы

- [1] Самарский А.А. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. *Вестник АН СССР*, 1979, №5, с. 38–49.
- [2] Поттер Д. Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 1975, 392 с.
- [3] Вычислительные методы в физике плазмы. Под ред. Б. Олдера, С. Фернбаха, М. Ротенберга. М.: Мир, 1974, 514 с.
- [4] Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П. Математическое моделирование плазмы. М.: Наука, 1982, 320 с.
- [5] Бэдсел Ч., Ленгдон А. Физика плазмы и численное моделирование. М.: Энергоатомиздат, 1989, 404 с.
- [6] Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М., Кутасов С.А. Численное моделирование взаимодействия лазерного излучения с веществом методом крупных частиц. М.: ВЦ АН СССР, сообщения по прикладной математике, 1984, 53 с.
- [7] Аликаев В.В. ВЧ и СВЧ — методы нагрева плазмы. В кн.: Итоги науки и техники (Физика плазмы). М.: ВИНТИ, 1981, т. 1, ч. 2, с. 80–98.

- [8] Захаров А.В., Самарский А.А., Свешников А.Г. Расчет движения заряженного пучка методом больших частиц с учетом собственного заряда. ДАН СССР, 1971, т. 197, №3, с. 554–556.
- [9] Управляемый термоядерный синтез. Под ред. Дж. Киллина. М.: Мир, 1980, 479 с.
- [10] Зелёный Л.М., Х.В. Малова, А.В. Артемьев, В.Ю. Попов, А.А. Петрукович. Тонкие токовые слои в бесстолкновительной плазме: равновесная структура, плазменные неустойчивости и ускорение частиц, Физика плазмы, 2011, т. 37, № 2, с. 137–182.
- [11] Harlow F.H. The Particle-in-Cell Computing Method in Fluid Dynamics, Methods Comput. Phys. Edited by Alder B. Fernbach S., Rotenberg M., N-Y, Acad. Press, 1964, v. 3, p. 319–343.
- [12] Сигов Ю.С. Дискретное моделирование коллективных процессов в плазме (метод макрочастиц). В сб.: Численное моделирование коллективных процессов в плазме. Под ред. М.В. Масленникова. М.: ИПМ АН СССР, 1980, с. 18–50.
- [13] Hockney R.W., Eastwood J.W. Computer Simulation Using Particles. N.-Y.: McGraw-Hill, 1981, 540 p.
- [14] Григорьев Ю.Н., Вшивков В.А. Численные методы "частицы в ячейках". Новосибирск: Наука. Сиб. изд. РАН, 2000, 184 с.
- [15] Darwin C.G. Dynamical Motions of Charged Particles, Phil. Mag., 1920, v. 39, p. 537–551.
- [16] Haber I., Wagner C.E., Boris J.P., Dawson J.H. A Self-Consistent Electromagnetic Particle Code. In: Proc. 4-th Conf. on Numer. Simul. of Plasmas. Eds. J.P. Boris, R.A. Shanny. Washington, 1970, p. 467–495.
- [17] Buznardo-Neto J., Pritchett P.L., Lin A.T., Dawson J.M. A Self-Consistent Magnetostatic Particle Code for Numerical Simulation of Plasmas. J. Comput. Phys., 1977, v. 23, p. 300–312.
- [18] Hewett D.W. Elimination of Electromagnetic Radiation in Plasma

Simulation: the Darwin or Magnetoinductive Approximation. *Space Sc. Rev.*, 1985, v. 42, p. 29–40.

- [19] Бородачев Л.В. Неявная аппроксимация уравнений движения дарвинской модели плазмы. *Ж. Вычислит. Математ. и Математ. Физ.*, 1991, т. 31, №6, с. 934-939.
- [20] DiPeso G., Hewett D.W., Simonson G.F. Extension of the Streamlined Darwin Model to Quasineutral Plasmas. *J. Comput. Phys.*, 1994, v. 111, p. 237–247.
- [21] Бородачев Л.В., Мингалев И.В., Мингалев О.В. Дрейфовый алгоритм движения частицы в дарвинской модели плазмы. *Ж. Вычислит. Математ. и Математ. Физ.*, 2003, т. 43, №3, с. 467-480.
- [22] Beque M.L., Ghizzo A., Bertrand P. Two-dimensional Vlasov solution of Raman scattering and plasma beatwave acceleration on parallel computers. *J. Comput. Phys.*, 1999, v.151, No. 2, p. 458-478.
- [23] Бородачев Л.В. Численная интерпретация полевого описания в дискретной дарвинской модели с неявной схемой расчета динамики частиц. *Мат. Моделирование*, 2005, т. 17, №9, с. 53-59.
- [24] Schmitz H., Grauer R. Darwin-Vlasov simulations of magnetised plasmas. *J. Comput. Phys.*, 2006, v. 214, No. 2, p. 731-756.
- [25] Карпов В.Я., Корягин Д.А., Самарский А.А. Принципы разработки пакетов прикладных программ для задач математической физики. *Ж. Вычислит. Математ. и Математ. Физ.*, 1978, т. 18, №2, с. 458–467.
- [26] В.В. Воеводин, Вл.В. Воеводин. Параллельные вычисления. СПб.: БХВ-Петербург, 2002, 608 с.
- [27] Некрасов А.К. Петвиашвили В.И. Диамагнетизм циклотронных волн в плазме. *Ж. Эксперим. и Теорет. Физики*, 1979, т. 77, №2, с. 605–616.
- [28] Залеский Ю.Г., Зинченко В.И., Назаров Н.И., Демченко В.В. Экспериментальное наблюдение нелинейных эффектов при возбуждении в

плазме циклотронных волн большой амплитуды. Письма в ЖЭТФ, 1982, т. 35, №7, с. 281–286.

- [29] Сковорода А.А., Тимофеев А.В., Швилкин Б.Н. Определение температуры плазмы по циклотронному поглощению в неоднородном магнитном поле. Ж. Эксперим. и Теорет. Физики, 1977, т. 73, с. 526–536.
- [30] Гамалий Е.Г., Тихончук В.Т. О воздействии мощных ультракоротких импульсов света на вещество. Письма в ЖЭТФ, 1988, т. 48, №8, с. 413–415.
- [31] Андреев А.В, Гордиенко В.М, Савельев А.Б. Ядерные процессы в высокотемпературной плазме, индуцируемой сверхкоротким лазерным импульсом. Квантовая электроника, 2001, т. 31, с. 941–956.
- [32] Андреев А.А., Тамалий Е.Г., Новиков В.Я. и др. Нагрев плотной плазмы ультракоротким лазерным импульсом в режиме аномального скин-эффекта. Ж. Эксперим. и Теорет. Физики, 1992, т. 101, с. 1808–1816.
- [33] Denavit J. Phys. Rev. Lett. Absorption of high-intensity subpicosecond lasers on solid density targets. 1992, v. 69, p. 3052–3055.
- [34] Weibel E. S. Spontaneously Growing Transverse Waves in a Plasma Due to an Anisotropic Velocity Distribution. Phys. Rev. Lett., 1959, v. 2, p. 83–84.
- [35] Pukhov A., Meyer-ter-Vehn J. Relativistic Magnetic Self-Channeling of Light in Near-Critical Plasma: Three-Dimensional Particle-in-Cell Simulation. Phys. Rev. Lett., 1996, v. 76, No. 21, p. 3975–3978.
- [36] Yoon P. H., Lui A.T.Y. Nonlocal ion-Weibel instability in the geomagnetic tail. J. Geophys. Res., 1996, v. 101, No. A3, p. 4899–4906.
- [37] Tsintsadze L. N., Shukla P. K. Weibel instabilities in dense quantum plasmas. J. Plasma Phys., 2008, v. 74, No. 4, p. 431–436.
- [38] Lemons D.S., Winske D., Gary S.P. Nonlinear theory of the Weibel instability. J. Plasma Phys., 1979, v. 21, part 2, p. 287–300.

- [39] Morse R. L., Nielson C. W. Numerical Simulation of the Weibel Instability in One and Two Dimensions. *The Physics of Fluids*, 1971, v. 14, No. 4, p. 830–840.
- [40] Арсеньев А.А. Существование и единственность классического решения системы уравнений Власова. *ЖВМ и МФ*, 1975, т. 15, №5, с. 1344–1349.
- [41] Wollman S. An Existence and Uniqueness Theorem for the Vlasov-Maxwell System. *Comm. Pure and Appl. Math.*, 1984, v. 37, p. 457–462.
- [42] Brawn W., Hepp K. The Vlasov Dynamics and its Fluctuations in the $1/N$ Limit of Interacting Classical Particles. *Commun. Mathem. Phys.*, 1977, v. 56, p. 101–113.
- [43] Мокин Ю.М. О сходимости и точности метода макрочастиц. *ЖВМ и МФ*, 1979, т. 19, №3, с. 665–674.
- [44] Raviart P.A., Sonnendrucker. A hierarchy of approximate models for the Maxwell equations. *Numer. Math.*, 1996, v. 73, p. 329–372.
- [45] Bauer S. and Kunze M. The Darwin approximation of the relativistic Vlasov-Maxwell system. *Annales Henri Poincare*, 2005, v. 6, No. 2, p. 283–308.
- [46] Borodachev L.V., Kolomiets D.O. Single-Species Weibel Instability of Radiationless Plasma. *J. Plasma Phys.*, 2011, v. 77, p. 277–288.