

ОТЗЫВ

официального оппонента, кандидата физико-математических наук Серёжкина Алексея Александровича на диссертационную работу Алексева Михаила Владиславовича «Математическое моделирование термомеханических процессов в многофазных средах», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Актуальность. Диссертационная работа Алексева М.В. посвящена развитию методов математического моделирования для анализа гидродинамических и термомеханических процессов в многофазных средах, в частности, непосредственно разработке моделей, соответствующих вычислительных алгоритмов и их программной реализации.

Одним из наиболее перспективных направлений исследований в области моделирования процессов в многофазных средах является разработка методов моделирования, основанных на использовании чисто эйлеровых подходов, поскольку такие модели позволяют рассматривать постановки задач, допускающие высокоинтенсивные течения с сильными ударными волнами, сверхбольшие деформации, фрагментацию и фазовые переходы. В настоящее время известно множество моделей, ориентированных на численное решение озвученных задач.

По методу введения границ их можно разделить на два класса: методы с точно разрешенной границей и методы с диффузной границей. В моделях, относящихся к первому классу предполагается, что поверхности раздела фаз представляют собой достаточно гладкие многообразия размерности один во вмещающем пространстве. Параметры и физические поля решения могут терпеть разрыв на границе раздела фаз. В моделях, относящихся ко второму классу, многофазная среда рассматривается как набор зон однородности, отделенных друг от друга узким слоем конечной толщины, в пределах которого параметры и физические поля меняются непрерывно, фактически в каждой точке среды содержится полный набор фаз в определенных концентрациях (так называемое приближение взаимнопроникающих континуумов).

По набору переменных, описывающих течение многофазной среды, модели так же делятся на равновесные по той или иной переменной (например, по скорости движения фазы) и неравновесные. Наиболее общая модель динамики многофазных сред является полностью неравновесной, при этом каждая из фаз обладает собственной скоростью и собственным набором термодинамических параметров. В рассматриваемом классе такой моделью является широко известная модель Баера-Нунциато. Ее особенностью является рассмотрение сред только с шаровым тензором напряжений (давлением) для каждой из фаз. Это является существенным

ограничением, поскольку учет реологии фаз вносит весьма заметные коррективы в результаты моделирования.

В диссертации реализовано введение свойства упругопластического деформирования фаз в многофазную модель. В качестве основной модели упругопластического деформирования выбрана консервативная гиперболическая модель первого порядка Годунова-Роменского (GRP), описывающая гиперупругое поведение среды. Заметим, что в настоящее время известно крайне мало моделей, учитывающих многофазность среды с учетом гиперупругого поведения фаз в рамках системы гиперболических уравнений с учетом термодинамической согласованности. Построение таких моделей и разработка эффективных методов их численного решения является актуальной задачей, которой занимается ряд крупнейших лабораторий России и мира.

Общая характеристика работы. Диссертационная работа состоит из введения, 6 глав и заключения.

Во **введении** обосновывается важность и актуальность исследования, указаны сведения об апробации работы, а также сформулированы ее цели и задачи.

Первая глава диссертации посвящена анализу существующих подходов к созданию термодинамически согласованных многофазных моделей, выполнена классификация существующих моделей по разным критериям. Так, одним из критериев является учет полного тензора напряжений, следствием которого является наличие сдвиговых напряжений. В соответствии с данным критерием все модели можно поделить на два больших класса: гидродинамические и упругие модели. Помимо этого, представлено разделение моделей по методу их построения.

Во **второй главе** диссертант приводит подробный вывод физико-математической модели в рамках рациональной термодинамики К. Труделла. Вывод модели предваряется формулированием основных законов сохранения для каждой из фаз со слагаемыми в правых частях, имеющими общий вид и отвечающими за межфазное взаимодействие. В ходе вывода модели слагаемые, отвечающие за межфазное взаимодействие, уточняются и принимают, как отмечается, вид, характерный для всех многофазных моделей гиперболического типа. Помимо этого, результирующая модель включает в себя замыкающие соотношения в виде уравнения динамики объемных долей, а также определяющие соотношения для интерфейсных давлений и скоростей.

В **третьей главе** рассмотрены конкретные варианты математических моделей, используемые в дальнейшем, в частности, модель Баера-Нунциато, а также модель Годунова-

Роменского и ее модификация на случай наличия неоднородностей. Эти модели интересны для дальнейшей формулировки вычислительных алгоритмов, поскольку имеют характерный вид для многофазных моделей. В частности, они сформулированы в виде системы гиперболических уравнений первого порядка и имеют неконсервативные слагаемые, отвечающие за межфазное взаимодействие.

В четвертой главе автор формулирует вычислительный алгоритм, основанный на разрывном методе Галеркина высокого порядка с учетом неконсервативности исходной физико-математической модели. Особенностью представленного подхода является использование техники многоэтапного лимитирования, обеспечивающего как положительность объемных долей, плотностей и давления, так и устойчивость решения. Для решения поставленной задачи используются такие лимитеры, как лимитер Криводоновой, лимитер WENO-S и лимитер, обеспечивающий положительность физических полей. Показывается, что данная техника может быть успешно применена для случая решения многоматериальных задач в рамках модели Баера-Нунциато, когда объемные доли и плотности могут быть близки к нулевым значениям.

В пятой главе представлено описание программного комплекса DIMP-MULTIPHASE, основанного на программной платформе DIMP. Языком реализации выступает C++ с использованием сторонних библиотек (Metis, Boost, Eigen, Stan). Интересной особенностью является использование техники автоматического дифференцирования для вычисления значений тензора напряжений исходя непосредственно из вида свободной энергии системы.

Шестая глава посвящена результатам вычислительных экспериментов. Так, для модели Годунова-Роменского представлены результаты расчета как для однофазной, так и для многофазной моделей. Демонстрируется возможность решения представленных моделей в трехмерных постановках. Помимо этого, в главе рассматривается широкий круг задач для модели Баера-Нунциато, включающий в себя как одномерные, так и многомерные задачи. Исследованы как задачи с учетом релаксации, так и без ее учета. Особое место занимает валидационный расчет для задачи с пузырьком газа во вмещающей среде, по которой распространяется интенсивное возмущение в виде ударной волны. Продемонстрировано сходство полученных результатов моделирования как с лабораторными экспериментами, так и с вычислительными, полученными в рамках более простой равновесной модели.

В заключении формулируются выводы и основные результаты работы.

Ключевыми **результатами** диссертационной работы является разработанные автором математические модели для описания динамики многофазных сред с прямым разрешением динамики раздела фаз, в том числе для сред с гиперупругим поведением фаз; комплекс

вычислительных алгоритмов на основе разрывного метода Галеркина; параллельная программная реализация разработанных алгоритмов и результаты расчетов, подтверждающие корректность реализованных моделей и алгоритмов для целевого класса задач.

Новизна работы заключается в полученной автором новой полностью неравновесной чисто эйлеровой математической модели для описания динамики многофазной среды с гиперупругим поведением фаз, вычислительных алгоритмов решения уравнений модели типа Баера-Нунциато и модели типа Годунова-Роменского для описания динамики многофазных сред основе разрывного метода Галеркина и их параллельной программной реализацией.

Степень обоснованности научных положений и выводов диссертационной работы не вызывает сомнений. Корректность построенных автором математических моделей и применимость предлагаемых вычислительных алгоритмов подтверждена как обоснованными теоретическими соображениями, так и валидационными и верификационными расчетами. Результаты исследования опубликованы в рецензируемых изданиях, в том числе, входящих в перечень ВАК.

Практическая и научная значимость результатов работы заключается в предложенной автором многофазной полностью неравновесной математической модели с учетом гиперупругого поведения фаз, вычислительных алгоритмах на основе разрывного метода Галекркина, параллельной программной реализации разработанных алгоритмов, пригодной для решения задач в содержательных постановках.

К **достоинствам** работы несомненно относится глубокая проработка автором материала, полный обзор современных достижений по теме диссертации. При выводе автор опирался не только на классические работы, но и на новейшие разработки по теме диссертации. В процессе скрупулезного вывода системы уравнений модели автор продемонстрировал отличное знание фундаментальных математических теорий и практики их применения. Кроме того автор продемонстрировал отличные знания и навыки владения современными вычислительными технологиями и языками программирования.

Соответствие содержания диссертации специальности. Содержание и результаты работы полностью соответствуют паспорту специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Замечания по работе. Стоит отметить ряд замечаний к данной работе:

1. В главе 2 при выводе физико-математической модели автор постоянно меняет обозначение фаз с цифрового обозначения (1) и (2) к буквенному p и p при том,

что весь вывод можно провести в едином формате обозначений. Вывод модели сделан корректно, но смена формата обозначений усложняет восприятие.

2. В параграфе 2.3 при сопоставлении выведенной модели с известными равновесными моделями (например, с моделью Капиллы) автор показывает, что равновесные модели могут быть редуцированы из выведенной модели выбором определенных замыкающих соотношений. В то же время физически обоснованный вывод равновесной модели предполагает строгий асимптотический анализ полных неравновесных уравнений, который в работе отсутствует.
3. В работе приведено описание разработанного автором программного комплекса. Однако его возможности в полной мере не демонстрируются. В частности, не приводятся результаты, демонстрирующие эффективность распараллеливания и зависимости скорости расчета от числа потоков исполнения.
4. В главе 6 не представлено сравнение результатов тестовых расчетов с расчетами, приведенными в опубликованных работах других авторов. Было бы желательно в явном виде показать данные сравнения. Кроме того, присутствуют недочеты оформления и представления результатов. Например, распределения полей на рис. 6.6 (стр.94) мало информативны - более информативны были бы одномерные графики распределения расчетных величин.

Общая оценка работы. Указанные замечания не снижают общей ценности диссертационной работы и ее положительной оценки. Рассматриваемые в работе задачи являются актуальными. Постановка и методы решения задач ясно изложены и обоснованы. Результаты работы обладают научной новизной и практической ценностью. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

Диссертационная работа Алексева Михаила Владиславовича на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук является научно-квалификационной работой, выполненной на высоком научном уровне. Полученные автором результаты в части построения математических моделей, соответствующих вычислительных алгоритмов и их программной реализации имеют важное значение для исследования и анализа термомеханических процессов в многофазных средах методами математического моделирования и вычислительного эксперимента, что соответствует требованиям п. 9 Положения о присуждении ученых степеней, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2. – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент,
Серёжкин Алексей Александрович,
кандидат физико-математических наук (01.02.04 - Механика деформируемого твердого тела),
Федеральное государственное унитарное предприятие «Всероссийский научно-
исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова» (ФГУП «ВНИИА»),
ведущий научный сотрудник,
127055, г. Москва, ул. Суцневская, д. 22,
адрес эл.почты: aaserezhkin@gmail.com



А.А. Серёжкин

«23» октября 2023 г.

Подпись Серёжкина А.А. удостоверяю
ученый секретарь НТС ФГУП «ВНИИА»



К.Т.Н.

тел.: +7(499)972-36-96

Феоктистова Любовь Валерьевна

e-mail: vniia@vniia.ru

Федеральное государственное унитарное предприятие Всероссийский научно-
исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, 127055, г. Москва, ул.
Суцневская, д. 22, тел.: +7(499)978-26-76, e-mail: vniia@vniia.ru

«23» октября 2023