

На правах рукописи

ПРИЛЕПСКИЙ Илья Владимирович

ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ И ПОЛУНАТУРНОЙ ОТРАБОТКИ
СИСТЕМ ОРИЕНТАЦИИ СПУТНИКОВ

01.02.01 – теоретическая механика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2011 год

Работа выполнена в Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша
РАН

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Мирер Сергей Александрович

Официальные
оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Карапетян Александр Владиленович

кандидат физико-математических наук,
доцент Гутник Сергей Александрович

Ведущая организация: Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)

Защита состоится 13 декабря 2011 года в 11 час. на заседании
диссертационного совета Д 002.024.01 при Институте прикладной
математики им. М.В. Келдыша РАН по адресу: 125047, Москва, Миусская
пл., д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института прикладной
математики им. М.В. Келдыша РАН

Автореферат разослан «___» ноября 2011 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
доктор физ.-мат. наук

Т.А. ПОЛИЛОВА

Общая характеристика работы

Объект исследования и актуальность работы

Объектом исследования в диссертационной работе являются пассивные гравитационные и активные (маховичные, магнитные) системы ориентации спутников, причем последние рассматриваются также применительно к задаче стабилизации макета спутника на лабораторном стенде (при проведении лабораторных испытаний макет, подвешенный на струне, помещается в рабочую область имитатора геомагнитного поля).

Совершенствование систем ориентации искусственных спутников Земли остается одним из важных направлений развития космической техники. Известно, что ориентация спутника может быть осуществлена с использованием пассивных или активных методов. При этом, независимо от используемого метода, актуальной задачей является повышение скорости приведения космического аппарата в номинальный режим. Часто для оценки скорости протекания переходных процессов используется величина степени устойчивости - взятая с обратным знаком действительная часть ближайшего к мнимой оси корня характеристического уравнения линеаризованных в окрестности номинального режима уравнений движения. Можно, в частности, упомянуть цикл исследований, выполненных В.А. Сарычевым и его учениками в Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. В настоящей работе под оптимизацией понимается определение значений параметров, при которых достигается максимум степени устойчивости номинального движения системы. Анализируются различные системы, в частности, система спутник-стабилизатор, представляющая собой два твердых тела, соединенных шарниром P (рис. 1). Известно решение этой задачи в случае, когда в шарнире имеется вязкое трение и упругая связь. В диссертации рассмотрена система без упругой связи в шарнире. При этом, поскольку оптимизация выполнена

аналитически, некоторые из результатов характеризуются значительной общностью: хотя они получены при исследовании конкретной механической системы, они могут быть применены для любой системы, характеристическое уравнение которой имеет аналогичный вид.

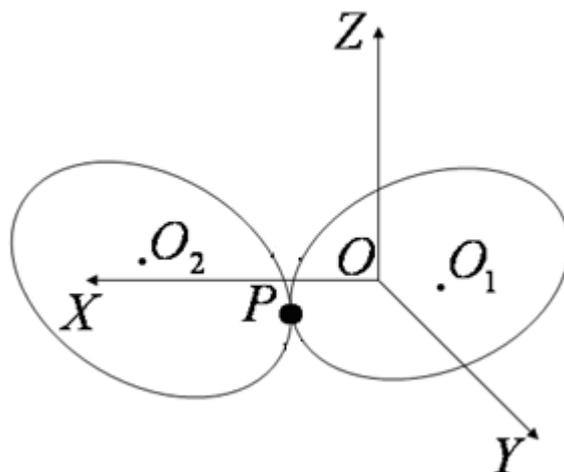


Рис. 1.

Важным этапом разработки активных систем ориентации является их полунатурная отработка на стендах, позволяющая оценить адекватность функционирования датчиков и исполнительных элементов. При этом представляет интерес и проблема сопоставления наблюдаемого в лабораторных условиях движения макета аппарата с прогнозируемым движением спутника на орбите. При тестировании алгоритмов управления на макете на стенде также большое значение имеет сокращение длительности переходных процессов в системе. В диссертации эта задача решена для ряда алгоритмов магнитной и маховичной ориентации, реализованных на макете спутника, помещенном в рабочую область имитатора геомагнитного поля на струнном подвесе. Что касается сопоставления движения макета и прогнозируемого движения спутника, в работе выделены классы движений и соотношения между параметрами спутника и макета, когда можно говорить о подобии углового движения макета и спутника.

Цель работы

Основной целью диссертационной работы является исследование скорости демпфирования колебаний спутника вблизи номинального движения. Соответствующая задача решается и для макетов спутника с активными системами ориентации на лабораторном стенде, на котором проводится полунатурная отработка алгоритмов системы управления. При этом получают оценки скорости протекания переходных процессов и определяются оптимальные параметры, при которых переходные процессы протекают максимально быстро.

Научная новизна работы

Выполнена аналитическая оптимизация степени устойчивости системы с характеристическим уравнением 4-го порядка специального вида. Пространство безразмерных параметров системы разбито на области, в каждой из которых найдено оптимальное значение коэффициента демпфирования, а максимальная степень устойчивости достигается на определенной конфигурации корней. Построена полная классификация механических систем рассмотренного вида с точки зрения выбора алгоритма определения оптимального коэффициента демпфирования и способа вычисления максимальной степени устойчивости.

Такое уравнение возникает, в частности, при исследовании системы спутник-стабилизатор без упругой связи в шарнире. С применением предложенной методики аналитически решена задача определения оптимальных параметров системы спутник-стабилизатор в частном случае, когда шарнир совмещен с центрами масс обоих тел системы. Показано, что оптимум достигается при подравнивании всех корней характеристического уравнения.

Рассмотрена система с модельным демпфированием, т.е. твердое тело, на котором вдоль трех некопланарных осей установлены устройства, создающие вдоль этих осей демпфирующие моменты, пропорциональные соответствующим проекциям угловой скорости тела. Решена задача повышения эффективности гашения малой угловой скорости за счет оптимального выбора направлений осей демпфирующих устройств относительно главных осей инерции тела. Доказано, что максимальная степень устойчивости достигается при коллинеарности осей демпфирования и главных центральных осей инерции тела. Доказано также ранее неизвестное неравенство, которому удовлетворяют элементы тензора инерции произвольного твердого тела.

Проведено математическое моделирование, численное и аналитическое исследование динамики макета спутника на лабораторном стенде в ИПМ им. М.В.Келдыша РАН. Решена задача улучшения демпфирующих характеристик ряда алгоритмов активных магнитных систем ориентации спутников при их реализации на испытательном стенде. Определены частные движения и ограничения на параметры макета, при которых возможно прямое сопоставление его движения в лабораторных условиях с движением спутника на орбите.

Практическая и теоретическая ценность

Работа носит теоретический характер. Полученные результаты позволяют оценить скорость демпфирования колебаний спутника вблизи номинального движения и выбирать значения параметров, при которых достигается максимальная эффективность демпфирования, и, таким образом, могут быть использованы на этапе предварительного проектирования систем ориентации спутников. Решена также задача повышения эффективности алгоритмов демпфирования колебаний при их реализации на макете спутника на лабораторном стенде.

Выносимые на защиту результаты и положения:

1. Выполнена аналитическая оптимизация степени устойчивости по коэффициенту демпфирования для характеристического уравнения 4-го порядка специального вида. Пространство безразмерных параметров системы разбито на области, в каждой из которых найдено оптимальное значение коэффициента демпфирования, а максимальная степень устойчивости достигается на определенной конфигурации корней. Для частного случая совпадения шарнира с центрами масс спутника и стабилизатора аналитически найдены оптимальные инерционные параметры.
2. Для системы с модельным демпфированием доказано, что максимальная степень устойчивости достигается при коллинеарности осей демпфирования и главных центральных осей тела. Доказано ранее неизвестное экстремальное соотношение между элементами тензора инерции твердого тела.
3. Сформулированы рекомендации по улучшению демпфирующих характеристик алгоритмов при их реализации на лабораторном стенде. Определены частные движения и ограничения на параметры макета, при которых возможно сопоставление его движения с реальным движением спутника относительно центра масс.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на следующих конференциях и семинарах: XXXIII, XXXIV Академические чтения по космонавтике, секция “Прикладная небесная механика и управление движением” (Москва, 2008, 2009); 44 Чтения, посвященные разработке научного наследия и развитию идей К.Э. Циолковского” (Калуга, 2009); V научно-практическая конференция “Микротехнологии в авиации и космонавтике” (Москва, 2007); международная конференция «Научные и технологические эксперименты на автоматических космических аппаратах и

малых спутниках» (Самара, 2008); 48 - 53 научные конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных наук» (Долгопрудный, 2005 - 2010); X Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, 2011); семинар «Динамика относительного движения» (рук.: чл.-корр. РАН В.В. Белецкий, проф. Ю.Ф.Голубев, доц. К.Е.Якимова, доц. Е.В. Мелкумова - Москва, МГУ, 2011); семинар «Аналитическая механика и теория устойчивости» им. В.В. Румянцева (рук.: чл.-корр. РАН В.В. Белецкий, проф. А.В. Карапетян – Москва, МГУ, 2011); семинар «Механика космического полета» им. В.А. Егорова (рук.: чл.-корр. РАН В.В. Белецкий, проф. В.В. Сазонов – Москва, МГУ, 2011).

Публикации. Результаты диссертации опубликованы в 17 печатных работах, в том числе в трех статьях в изданиях из Перечня ведущих научных журналов и изданий ВАК РФ [1-3]. Список работ приведен в конце автореферата.

Личный вклад соискателя. Все результаты диссертационной работы получены лично соискателем в процессе научной деятельности. Из совместных публикаций в диссертацию включен лишь тот материал, который непосредственно принадлежит соискателю. Заимствованный материал обозначен в работе ссылками.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Работа изложена на 93 страницах, содержит 30 иллюстраций, библиография включает 38 наименований.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 07-01-00040, 09-01-0043).

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность темы, приведен краткий обзор литературы, сформулированы цели диссертационной работы и дано описание ее структуры.

В первой главе проводится оптимизация степени устойчивости для систем ориентации спутников, для которых характеристическое уравнение линейризованной в окрестности асимптотически устойчивого положения равновесия (номинального режима) системы уравнений движения имеет вид

$$a_0(\mathbf{x})p^4 + ka_1(\mathbf{x})p^3 + a_2(\mathbf{x})p^2 + ka_3(\mathbf{x})p + a_4(\mathbf{x}) = 0, \quad (1)$$

где k - коэффициент демпфирования, \mathbf{x} - вектор прочих параметров.

В разделе 1.1 приведено описание системы спутник-стабилизатор, при оптимизации скорости демпфирования плоских колебаний которой возникает необходимость решения подобной задачи.

В разделе 1.2 проводится оптимизация степени устойчивости уравнения (1) по k . Устанавливается, что оптимум может достигаться на одной из следующих конфигурациях корней уравнения:

I: совпадают действительные части у двух пар комплексно сопряжённых корней: $p_{1,2} = -d \pm i\omega_1$, $p_{3,4} = -d \pm i\omega_2$, $\omega_1 \neq 0$, $\omega_2 \neq 0$;

II: совпадают действительные части у двух вещественных корней (кратный вещественный корень, $p_1 = p_2 = -d$);

III: совпадают вещественные части у пары комплексно сопряжённых корней и одного вещественного корня: $p_{1,2} = -d \pm i\omega$, $p_3 = -d$;

IV: для действительной части одного из корней выполнено условие экстремальности: $d_i'(k) = 0$.

Для каждой из конфигураций на плоскости безразмерных параметров $\theta = a_0 a_3 / a_1 a_2$, $\gamma = a_1 a_4 / a_2 a_3$ определена область, в которой достигается оптимум степени устойчивости (рис. 2). При этом для области I оптимальное значение коэффициента демпфирования k^* и максимум степени устойчивости $\xi_1(\mathbf{x})$ выписаны в явном виде; в остальных случаях, эти величины выражаются через корни уравнений 3 или 4 порядка.

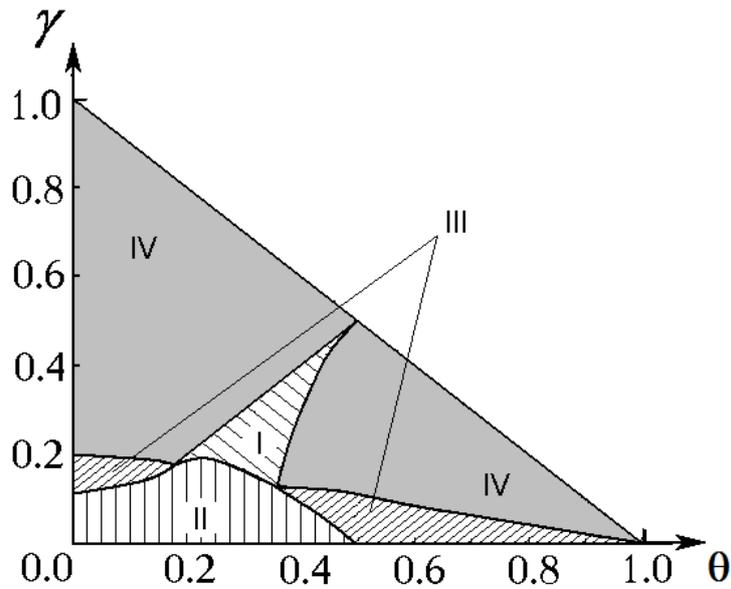


Рис. 2.

В разделе 1.3 для частного случая совпадения шарнира с центрами масс обоих тел проведена оптимизация по инерционным параметрам. Установлено, что максимум степени устойчивости $\sqrt{3}(\sqrt{2}-1)\omega_0$ достигается при вырождении одного из тел в пластину (здесь ω_0 - орбитальная угловая скорость центра масс системы). При этом все корни уравнения (1) действительны и совпадают.

Во второй главе проводится оптимизация степени устойчивости для системы с модельным демпфированием (твердое тело, на котором вдоль ортов \mathbf{e}_i установлены демпфирующие устройства, вырабатывающие моменты, пропорциональные проекциям угловой скорости на эти орты). В разделе 2.1 приведены уравнения движения в форме уравнений Эйлера

$$I_1 \dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2) \omega_2 \omega_3 + \sum_{i=1}^3 k_i(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{e}_i)(\mathbf{e}_i, \mathbf{E}_1) = 0,$$

$$I_2 \dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3) \omega_3 \omega_1 + \sum_{i=1}^3 k_i(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{e}_i)(\mathbf{e}_i, \mathbf{E}_2) = 0,$$

$$I_3 \dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1) \omega_1 \omega_2 + \sum_{i=1}^3 k_i(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{e}_i)(\mathbf{e}_i, \mathbf{E}_3) = 0.$$

Здесь ω_i - проекции угловой скорости тела, $\mathbf{I} = \text{diag}(I_1, I_2, I_3)$ - тензор инерции; \mathbf{E}_i - орты главных центральных осей инерции тела; k_i - коэффициенты

демпфирования. Ориентация ортов \mathbf{e}_i относительно главных центральных осей определяется матрицей \mathbf{A} . Характеристическое уравнение линеаризованной в окрестности нулевого решения системы имеет вид¹

$$I_1 I_2 I_3 p^3 + (k_1 L_1 + k_2 L_2 + k_3 L_3) p^2 + (k_1 k_2 J_3 + k_2 k_3 J_1 + k_3 k_1 J_2) p + k_1 k_2 k_3 = 0, \quad (2)$$

где

$$J_i = I_1 a_{i1}^2 + I_2 a_{i2}^2 + I_3 a_{i3}^2, \quad L_i = I_2 I_3 a_{i1}^2 + I_3 I_1 a_{i2}^2 + I_1 I_2 a_{i3}^2, \quad (i = 1, 2, 3).$$

Доказывается соотношение между инерционными параметрами

$$I_1^2 I_2^2 I_3^2 \leq L_1 L_2 L_3,$$

в котором равенство достигается только при коллинеарности осей демпфирования и главных центральных осей инерции.

Раздел 2.2 посвящен непосредственно оптимизации степени устойчивости. Сначала показывается, что для характеристического уравнения

$$I_1 I_2 I_3 p^3 + (\bar{k}_1 J_1 L_1 + \bar{k}_2 J_2 L_2 + \bar{k}_3 J_3 L_3) p^2 + (\bar{k}_1 \bar{k}_2 + \bar{k}_2 \bar{k}_3 + \bar{k}_3 \bar{k}_1) J_1 J_2 J_3 p + \bar{k}_1 \bar{k}_2 \bar{k}_3 J_1 J_2 J_3 = 0,$$

в котором вместо коэффициентов демпфирования используются их приведенные значения $\bar{k}_i = k_i / J_i$, оптимальным является размещение осей демпфирования параллельно главным центральным осям инерции тела. Для доказательства делается замена переменной $s = p + \bar{k}_3$. В результате приходим к уравнению $b_0 s^3 + b_1 s^2 + b_2 s + b_3 = 0$, для которого не выполняются условия Рауса-Гурвица. Чтобы в этом убедиться, достаточно проверить, что система неравенств $b_2 > 0$, $b_3 > 0$ несовместна, что в итоге сводится к проверке условия

$$2\sqrt{(J_1 J_2 J_3 - J_1 L_1)(J_1 J_2 J_3 - J_2 L_2)(1 - I_1 I_2 I_3 / J_1 J_2 J_3)} \geq \sum_{i=1}^3 J_i L_i - 2J_1 J_2 J_3 - I_1 I_2 I_3,$$

которое действительно выполнено в силу известного условия $J_3 L_3 \geq I_1 I_2 I_3$ и установленного в диссертации тождества

¹ Аналогичный вид характеристическое уравнение имеет для системы с управляющими маховиками вдоль осей \mathbf{e}_i , кинетические моменты которых изменяются по закону $\dot{H}_i = k_i(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{e}_i)$, $H_i(0) = 0$.

$$4(J_2J_3 - L_1)(J_3J_1 - L_2)(J_1J_2 - L_3) \equiv \left(\sum_{i=1}^3 J_i L_i - 2J_1J_2J_3 - I_1I_2I_3 \right)^2.$$

Результаты оптимизации в дальнейшем применяются при анализе исходного характеристического уравнения (2). В этом случае также показано, что максимальная степень устойчивости $\xi_1(k_1, k_2, k_3) = \min\{k_1/I_1, k_2/I_2, k_3/I_3\}$ достигается, если оси демпфирования направлены вдоль главных центральных осей инерции тела (предполагается, что коэффициенты демпфирования и моменты инерции занумерованы таким образом, что $k_1 \leq k_2 \leq k_3, I_1 \leq I_2 \leq I_3$).

В третьей главе изучается динамика макета спутника на лабораторном стенде в ИПМ им. М.В.Келдыша РАН (рис. 3). Стенд представляет собой струнный подвес, помещенный в рабочую область имитатора геомагнитного поля. На макете могут устанавливаться управляющие элементы, позволяющие реализовывать алгоритмы магнитной и маховичной ориентации.

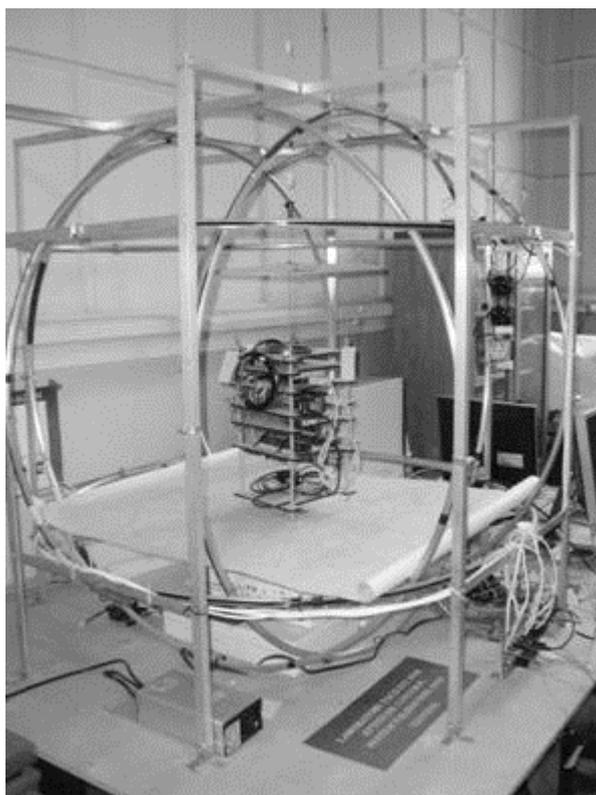


Рис. 3. Лабораторный стенд.

В разделе 3.1 приводится описание систем координат и уравнений движения. Струна моделируется как невесомый и нерастяжимый, но упругий на кручение, стержень. Предложены модели для случаев, когда в точках

крепления стержня к макету и неподвижному основанию установлены двух- либо трехстепенные шарниры; отдельно рассмотрен случай, когда на макете установлены маховики. Например, для случая трехстепенных шарниров и отсутствия маховиков уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \boldsymbol{l} &= \frac{\boldsymbol{l}}{l^2} \left[-\dot{l}^2 - \boldsymbol{l} \boldsymbol{F} / m + \boldsymbol{l} (\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{d}) + (\boldsymbol{l} \boldsymbol{\omega}) (\boldsymbol{d} \boldsymbol{\omega}) - (\boldsymbol{l} \boldsymbol{d}) \omega^2 \right] + \boldsymbol{F} / m - \\ &\quad - \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{d} - (\boldsymbol{\omega} \boldsymbol{d}) \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{d} \omega^2 - \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{l}), \\ \boldsymbol{J} \dot{\boldsymbol{\omega}} &= \frac{m}{l^2} (\boldsymbol{d} \times \boldsymbol{l}) \left[-\boldsymbol{l} (\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{d}) + \dot{l}^2 + \boldsymbol{l} \boldsymbol{F} / m - (\boldsymbol{l} \boldsymbol{\omega}) (\boldsymbol{d} \boldsymbol{\omega}) + (\boldsymbol{l} \boldsymbol{d}) \omega^2 \right] + \boldsymbol{M} - \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{J} \boldsymbol{\omega}, \end{aligned}$$

где m - масса тела; $\boldsymbol{l} = \boldsymbol{O}_1 \boldsymbol{O}_2$, $\boldsymbol{d} = \boldsymbol{G} \boldsymbol{O}_2$ - смещение точки подвеса тела к стержню от центра масс (рис. 4), \boldsymbol{F} - главный вектор внешних сил, приложенных к телу; \boldsymbol{J} - тензор инерции тела; \boldsymbol{M} - управляющий механический момент, $\boldsymbol{\Omega}$ и $\boldsymbol{\omega}$ - угловые скорости стержня и тела соответственно.

В случае использования магнитных алгоритмов управляющий момент задается выражением $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{B} = \sum_{i=1}^3 \mu_i \boldsymbol{e}_i \times \boldsymbol{B}$,

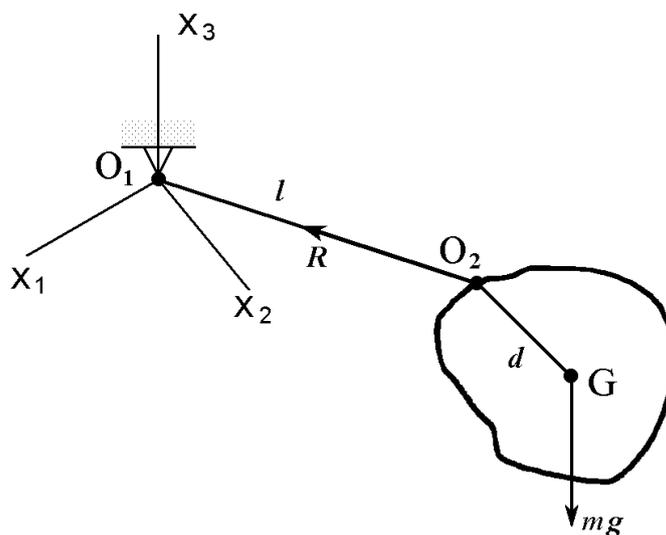


Рис. 4.

где \boldsymbol{e}_i - единичные векторы осей, вдоль которых установлены управляющие катушки, μ_i - магнитные моменты катушек. В случае маховичных алгоритмов,

управляющее воздействие задается величиной $-\dot{\mathbf{H}}$, где \mathbf{H} - кинетический момент маховика. В диссертации рассматривается маховичный алгоритм

$$-\dot{\mathbf{H}} = -k_{\omega}\boldsymbol{\omega} - k_a\mathbf{S} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}, \quad \mathbf{S} = [a_{23} - a_{32}, \quad a_{31} - a_{13}, \quad a_{12} - a_{21}]^T.$$

Здесь \mathbf{A} - матрица, задающая ориентацию связанной с телом системы координат, оси которой совпадают с главными центральными осями инерции, относительно инерциальной системы координат. Кроме того, рассматриваются два магнитных алгоритма демпфирования колебаний

$$\langle\langle 1 \rangle\rangle: \mu_3 = -\mu_{\max} \operatorname{sign}(\dot{B}_3);$$

$$\langle\langle 2 \rangle\rangle: \boldsymbol{\mu} = -k\dot{\mathbf{B}}.$$

В п. 3.2 для магнитных алгоритмов проводится численное моделирование в случае дискретного управления. Установлен характер зависимости эффективности демпфирования от соотношения интервалов пассивного и управляемого движения, от длины стержня, а также (для алгоритма $\langle\langle 2 \rangle\rangle$) от смещения точки подвеса.

В п. 3.3 аналитически исследуется эффективность демпфирующих алгоритмов в случае непрерывного управления и малых плоских колебаний макета в вертикальной плоскости. Для маховичного алгоритма определены максимальная степень устойчивости и оптимальные параметры

$$\xi^* = \omega_l \sqrt{\kappa}, \quad k_a^* = (\omega^2 - \omega_l^2) A, \quad k_{\omega}^* = 4A\omega_l \sqrt{\kappa}.$$

Здесь A - момент инерции макета относительно оси, перпендикулярной плоскости движения; $\omega_l^2 = mgd/A$, $\omega^2 = g/l$, $\kappa = d/l$, $\bar{k}_{\omega} = k_{\omega}/A$, $\bar{k}_a = k_a/A$. Для алгоритма $\langle\langle 1 \rangle\rangle$ эффективность демпфирования оценивается с применением метода осреднения, который позволил получить следующие оценки времени затухания колебаний

$$\frac{\pi \sqrt{mgd(A + md^2)}}{2 \mu B} \quad \text{при } l \rightarrow 0 \quad \text{и} \quad \frac{\pi \sqrt{mgdA}}{2 \mu B} \quad \text{при } l \rightarrow \infty;$$

кроме того, было показано, что при $\omega = \omega_l$ происходит примерно двукратное падение эффективности (что соответствует выявленной в численных

экспериментах немонотонной зависимости от l). Для алгоритма «2» получена оценка степени устойчивости

$$\xi = \frac{kB^2}{4ml^2} \frac{1 - |\kappa^2 + \kappa - \delta| + \sqrt{(\kappa^2 + \kappa - \delta)^2 + 4\delta\kappa^2}}{\sqrt{(\kappa^2 + \kappa - \delta)^2 + 4\delta\kappa^2}} + O\left(\left(kB^2/mgl\right)^2\right),$$

где $\delta = A / ml^2$, и найдено ее оптимальное по κ значение

$$\xi^* = \frac{kB^2}{2ml^2 \left(\sqrt{1 + 4A/ml^2} - 1 \right)} + O\left(\left(kB^2/mgl\right)^2\right).$$

В п. 3.4 обсуждается возможность достижения подобия движения макета и спутника. Показано, что для произвольных начальных условий это возможно только в случае, если тензоры инерции спутника и макета сферически симметричны и, кроме того, точка подвеса совпадает с центром масс. Проанализированы также частные случаи подобия движений – малые плоские и пространственные колебания. Для пространственных колебаний (в случае двухстепенных шарниров в O_1 и O_2) выписаны необходимые и достаточные условия такого подобия, представляющие собой ограничения на параметры стенда и макета

$$\theta_A = \frac{3\tilde{\theta}_A(\tilde{\theta}_A - \tilde{\theta}_C)}{4(1 - \tilde{\theta}_C)}, \quad \theta_C = \frac{3\tilde{\theta}_C(\tilde{\theta}_A - \tilde{\theta}_C)}{4(1 - \tilde{\theta}_C)},$$

$$\sigma^2 = 3\xi(\tilde{\theta}_A - \tilde{\theta}_C), \quad \tilde{\eta} = \xi\theta_C \frac{1 - \tilde{\theta}_A}{\tilde{\theta}_C}, \quad \tilde{\Lambda} = \xi\theta_C \frac{\tilde{\theta}_A + \tilde{\theta}_C - 1}{\tilde{\theta}_C}.$$

Здесь $\tilde{\theta}_A = \tilde{J}_1/\tilde{J}_2$, $\tilde{\theta}_C = \tilde{J}_3/\tilde{J}_2$ - инерционные параметры спутника, θ_A , θ_C - соответствующие инерционные параметры макета; $\sigma^2 = mdl/J_2$; ξ - параметр подобия (изменения масштаба времени); $\tilde{\eta} = \eta l/J_2 g$, η - модуль кручения стержня; $\tilde{\Lambda} = \Lambda l/J_2 g$, Λ - кинетический момент дополнительного маховика, установленного вдоль оси Gz_2 (необходимость в установке такого маховика для достижения подобия динамики возникает из-за того, что движение макета наблюдается в инерциальной системе координат, а спутника – во вращающейся с угловой скоростью ω_0). Отметим, что в силу неравенств треугольника,

которым должны удовлетворять моменты инерции тела, подобия уравнений движения удастся добиться только в случае, если для инерционных параметров спутника выполнено соотношение

$$\tilde{\theta}_A \geq \sqrt{\tilde{\theta}_C^2 + 4(1 - \tilde{\theta}_C)/3}.$$

В **Заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

Список работ, опубликованных по теме диссертации

- 1. С.А. Мирер, И.В. Прилепский. Оптимальные параметры гравитационной системы спутник-стабилизатор. Космические исследования, 2010, т. 48, №2, с. 198-208.**
- 2. С.А. Мирер, И.В. Прилепский. Оптимальные параметры спутника с модельным демпфированием. Труды МФТИ, 2011, т.3, №2, с. 148-162.**
- 3. С.А. Мирер, И.В. Прилепский. Оптимальные параметры спутника с модельным демпфированием. Вестник НГУ им. Н.И. Лобачевского, 2011, т. 4, №2, с. 233-234.**
4. S.A. Mirer, I.V. Prilepskiy. Optimal damping of satellite's attitude motion. Journal of Aerospace Engineering, Sciences and Applications, 2010, Vol. II, №1, pp. 32-46.
5. М.Ю. Овчинников, С.А.Мирер, С.О.Карпенко, А.А.Дегтярев, С.С.Ткачев, А.С. Середницкий, И.В. Прилепский, Н.В. Куприянова. Методы лабораторной отработки динамических моделей и алгоритмов ориентации наноспутников. Актуальные проблемы российской космонавтики: Труды XXXI Академических чтений по космонавтике. М.: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2007, с.110.
6. С.А. Мирер, И.В. Прилепский. Об оптимальных параметрах пассивных систем ориентации спутников. Актуальные проблемы российской

- космонавтики: Труды XXXII Академических чтений по космонавтике. М.: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2008, с.130-131.
7. С.А. Мирер, И.В. Прилепский. Уточнение инерционных характеристик макета наноспутника по результатам лабораторных испытаний. Актуальные проблемы российской космонавтики: Труды XXXIII Академических чтений по космонавтике. Москва, январь 2009. М.: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2009, с. 138-139.
 8. С.А. Мирер, И.В. Прилепский. Математическое моделирование динамики малого спутника с активной магнитной системой ориентации на испытательном стенде. Научные и технологические эксперименты на автоматических космических аппаратах и малых спутниках. Самара: СНЦ РАН, 2008, с. 166.
 9. С.А. Мирер, И.В. Прилепский. Математическое моделирование динамики малого спутника с активной магнитной системой ориентации на испытательном стенде. Труды XLIV Чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К.Э.Циолковского. Секция “Проблемы ракетной и космической техники”, Калуга, 2009. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2010, С.256-266.
 10. С.Ф. Галимов, И.В. Прилепский. Струнный подвес в составе стенда для экспериментальной отработки макета малого спутника. Тр. 48-й научной конференции МФТИ “Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук”. Часть VII. М.: МФТИ, 2005, с. 200-201.
 11. И.В. Прилепский. Математическое моделирование динамики прототипа малого спутника с активной МСО на испытательном стенде. Тр. 49-й научной конференции МФТИ “Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук”. Часть III. Аэрофизика и космические исследования. М.: МФТИ, 2006, с. 230-231.

12. И.В. Прилепский. Об оптимальных параметрах пассивных систем ориентации спутников. Тр. 50-й научной конференции МФТИ “Совр. проблемы фундаментальных и прикладных наук”. Часть VII. Управление и прикладная математика. Т. 2. М.: МФТИ, 2007, с.45-48.
13. И.В. Прилепский. Уточнение эллипсоида инерции макета малого спутника по результатам лабораторных испытаний. Труды 51-й научной конференции МФТИ “Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук”. Часть VII. Управление и прикладная математика. Том 2. М.: МФТИ, 2008, С.16-18.
14. И.В. Прилепский. Отработка алгоритмов активной магнитной и маховичной ориентации на испытательном стенде. Труды 52-й научной конференции МФТИ “Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук”. Часть VII. Управление и прикладная математика. Том 3. М.: МФТИ, 2009, С.158-159.
15. И.В. Прилепский. Сопоставление углового движения космического аппарата и макета космического аппарата на струнном подвесе. Труды 53-й научной конференции МФТИ “Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук”. Часть VII. Управление и прикладная математика. Том 3. М.: МФТИ, 2010, С.60-61.
16. С.А. Мирер, И.В. Прилепский. Оптимальные параметры гравитационной системы спутник-стабилизатор. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2008, №48, 28 с.
17. С.А. Мирер, И.В. Прилепский. Моделирование динамики макета малого спутника на лабораторном стенде. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2009, №41, 28 с.