ОТЗЫВ

официального оппонента доктора физико-математических наук Красильникова Павла Сергеевича на диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук Батхина Александра Борисовича на тему: «Семейства периодических и стационарных решений в гамильтоновой механике» по специальности 01.02.01 – «Теоретическая механика»

Актуальность темы исследований

Диссертационная работа посвящена исследованию классических проблем гамильтоновой механики: построению периодических орбит, стационарных решений, исследованию устойчивости положений равновесия в системах со многими параметрами. Поскольку периодические и стационарные решения входят в структуру «каркаса» фазового потока, порождаемого гамильтоновой системой, то проведенные исследования являются актуальными. Актуальность исследований обусловлена также решением важных задач гамильтоновой механики, связанных с изучением нового класса периодических орбит, описанием новых подходов в построении поверхностей раздела, отделяющих область устойчивости от неустойчивости в пространстве параметров.

Краткий анализ содержания работы

Во введении обоснована актуальность темы исследований, описана постановка задачи, кратко изложена структура диссертации.

Первая глава посвящена краткому описанию известных результатов, связанных с задачей Хилла: функции Гамильтона, дискретной симметрии фазового потока в задаче Хилла, обобщенному интегралу Якоби. Особое внимание уделяется предельному варианту задачи Хилла, когда $x \to \infty$ -- задаче Энона. Описан класс порождающих решений, представляющих собой последовательности дуг – решений. Каждая из дуг является траекторией, начинающейся и заканчивающейся в начале координат. Для порождающих последовательностей дуг-решений исследованы их свойства, определяющие свойства соответствующих симметрических периодических решений задачи Хилла: тип симметрии, глобальную кратность орбиты, асимптотику начальных условий.

Во второй главе рассмотрены вопросы ветвления двояко-симметричных орбит в критических случаях. Рассматриваются однопараметрические семейства решений, где в качестве параметра выбирается константа интеграла Якоби.

Рассмотрены методы исследования критических орбит, основанные на анализе матрицы монодромии. Для трех случаев индекса устойчивости периодического решения доказаны три теоремы, описывающие свойства матрицы монодромии двояко-симметричного периодического решения, свойство не изолированности таких решений. Найдены и продолжены новые семейства решений, которые получены в результате бифуркации потери симметрии и удвоения периода.

Построено и исследовано 20 новых семейств периодических решений задачи Хилла, порождающие решения которых состоят из некоторых дуг-решений задачи Энона.

Третья глава диссертации посвящена так называемой обобщенной задаче Хилла, потенциал притяжения которой может содержать член, отвечающий силе отталкивания. Исследованы некоторые свойства решений обобщенной задачи Хилла: отсутствуют орбиты столкновения, глобальная кратность этих решений есть инвариант, периодические орбиты вокруг меньшего из притягивающих тел существуют только при $C < 0$, исследованы вопросы продолжения по параметру C.

Показано, что принципиальное отличие задачи Хилла от задачи анти-Хилла состоит в том, что паре дуг ii соответствует, как последовательности порождающих решений, два семейства периодических орбит задачи анти-Хилла. Вводится понятие связанных семейств периодических орбит задачи Хилла и задачи анти-Хилла, показано, что связанные семейства орбит образуют разные ветви одного и того же семейства периодических орбит, если предварительно провести регуляризацию задачи по алгоритму Леви-Чивита. Исследовано около 20-ти семейств периодических орбит задачи Хилла, продолжаемых до орбит задачи анти-Хилла. Показано, что семейство двояко-симметричных орбит образует некий «скелет» сети периодических решений, который реализуется через предельные решения, либо через общие орбиты (с целой локальной кратностью).

Глава 4 посвящена описанию методов исследования алгебраической задачи построения явных поверхностей раздела, отделяющих области устойчивости положения равновесия от областей неустойчивости в пространстве параметров системы. Вводится понятие дискриминантного множества многочлена порядка n, описано разбиение этого множества на алгебраические подмногообразия размерностей $k = 0,1, \dots, n-1$, на каждом из которых исходный многочлен имеет определенную структуру кратных корней. Описана предварительная техника исследования этих многообразий с помощью субдискриминантов многочлена, инноров матрицы Сильвестра: получены явные выражения для общих делителей исследуемого многочлена и его производной, описаны алгоритмы нахождения числа вещественных корней многочлена, описан критерий вещественности всех корней многочлена. Описана параметризация дискриминантного множества через понятие разбиения натурального числа, конструктивный алгоритм параметризации составляющих его подмногообразий. В конце главы 4 обсуждается метод исследования особенностей алгебраического многообразия в R^3.

В главе 5 исследуется устойчивость в первом приближении равновесий механической системы, состоящей из осесимметричных тел, связанных между собой шарнирами Кардано, и вращающихся вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью. Учитывается потенциальная энергия сил упругости изгибных и крутильных деформаций в шарнирах. Выписана квадратичная часть функции Лагранжа. Показано, что границей множества устойчивости в первом приближении служит часть дискриминантного множества характеристического многочлена системы. Описано множество устойчивости в пространстве параметров.

В главе 6 продолжено изучение задачи главы 5, но число параметров увеличено на два в силу произвольности выбора длин стержней системы. Исследованы поверхности раздела в пространстве параметров системы, описано множество устойчивости в первом приближении.

Далее, была исследована устойчивость по Ляпунову положения равновесия задачи в нелинейной постановке. Построена поверхность в виде прямого кругового конуса, разделяющая пространство параметров на 3 области. Показано, что в одной из этих областей выполняются условия теоремы Лагранжа-Дирихле, поэтому эта область является областью устойчивости по Ляпунову.

В заключении диссертации перечислены основные результаты исследований.

Новизна результатов исследований, их достоверность

Построено новое семейство периодических орбит в плоской круговой задаче Хилла на основе вычисления порождающего семейства периодических решений с помощью техники сингулярных возмущений предельной, интегрируемой задачи

Показано, что новый вариант задачи Хилла (проблема анти-Хилла) объединяет известные семейства периодических орбит в единую сеть, а его «скелетом» являются двояко-симметричные орбиты задачи Хилла

Разработана теория дискриминантных множеств, позволяющая исследовать поверхности, отделяющие области устойчивости от областей неустойчивости в пространстве параметров задачи

Исследована многопараметрическая задача устойчивости многозвенной механической системы с двумя степенями свободы, построены области устойчивости как в линейном приближении, так и в нелинейном.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций

Полученные результаты и выводы являются обоснованными вследствие корректности использованных моделей, достоверности математических методов исследования и численных расчетов, а также сопоставлении результатов моделирования с результатами других авторов.

Соответствие автореферата диссертации

Основные результаты и выводы представлены в автореферате. Автореферат полностью отражает содержание диссертации.

Замечания

1. Основное замечание состоит в следующем. Задача Энона предполагает стремление позиционных координат $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ гравитирующего тела (Луны) к бесконечности. Тогда Луна оказывается в окрестности Солнца, либо за Солнцем. Но в этом случае влияние Солнца становится преобладающим. Как следствие, для описания реальных движений материального объекта (Луны) следует использовать планетную задачу трех тел Солнце-Земля- Луна, либо, считая массу Луны малой, модель астероидной задачи трех тел. Но эти модели сильно отличаются от хилловской. В частности, несоответствие идет по форме представления силы притяжения $\mathbf{F}$ со стороны Солнца: в хилловской модели сила $\mathbf{F}$ линейно зависит от координат, в планетной задаче – нелинейно.

Это означает, что периодические орбиты, для которых порождающими решениями являются дуги-решения задачи Энона, нефизичны.

2. Стр. 201. Следствие 5.2.1. надо дополнить условием невырожденности матрицы R.

Следующие замечания имеют редакционный характер.

3. На стр. 15 автор пишет: "...границей множества устойчивости в пространстве параметров не может быть многообразие с нулевыми корнями характеристического многочлена." Так как во введении отсутствует объяснение в необходимости исследования многообразий с нулевыми корнями характеристического многочлена, то цитируемое предложение оказывается непонятным и малосодержательным.

4. В пунктах 4.2.2, 4.2.3. диссертации неудачно обозначены кратности корней: в одном случае имеем i_k (п. 4.2.2), в другом случае -- n_k (п. 4.2.3)

Заключение

Указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация Батхина А.Б. на тему «Семейства периодических и стационарных решений в гамильтоновой механике» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук является законченной научной работой. Автором получены новые теоретические результаты, которые, без сомнения, можно квалифицировать как новое научное достижение. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.02.01 – «Теоретическая механика» (по физико-математическим наукам), отвечает требованиям Положения ВАК РФ, предъявляемым к докторским диссертациям.

Таким образом, соискатель Батхин Александр Борисович заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.01 – «Теоретическая механика».

Официальный оппонент:
Доктор физико-математических наук, профессор,
Зав. кафедрой «Моделирование динамических систем»,
институт № 8 «Компьютерные науки и прикладная математика», Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»
Красильников Павел Сергеевич 27.05.22

Контактные данные:
Тел. 8-903-687-9171, e-mail: krasil06@rambler.ru
Специальность, по которой защищена докторская диссертация:
01.02.01

Адрес места работы:
Волоколамское шоссе, д. 4, Москва, 125993,
Телефон: 8-499-158-43-95, e-mail: mai@mai.ru

Подпись сотрудника МАИ
П.С. Красильникова удостоверяю:
Зам. начальника управления по работе
с персоналом МАИ Иванов М.А