

На правах рукописи

БОГДАНОВ Кирилл Андреевич

МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ЗАМЫКАНИЯ МОД В ЗАДАЧАХ  
МОДАЛЬНОГО СИНТЕЗА АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКИХ  
ОБЪЕКТОВ

01.02.01 – теоретическая механика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2018 год

Работа выполнена в ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С. П. Королёва»

Научный руководитель: Тимаков Сергей Николаевич, доктор технических наук, профессор кафедры аэрофизической механики и управления движением МФТИ(ГУ), ведущий научный сотрудник отдела 033 ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С. П. Королёва»

Официальные оппоненты: Заплетин Максим Петрович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общих проблем управления, Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова

Глумов Виктор Михайлович, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории 08, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова Российской академии наук (ИПУ РАН)

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН)

Защита состоится "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 2019 г. в \_\_\_\_\_ часов на заседании Диссертационного совета Д 002.024.01, созданного на базе ФГУ «ФИЦ Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН», по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМ им. М.В. Келдыша и на сайте института <http://keldysh.ru/>.

Автореферат разослан "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 2019 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук

А.Е. Бондарев

# ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

## Актуальность темы

Работа посвящена разработке численного алгоритма модального синтеза адаптивных динамических multi-input multi-output систем управления. В настоящее время разработка аналитических и численных методов модального управления динамическими Multi-input Multi-output системами большой размерности является одной из быстро развивающихся областей прикладной теории управления, о чем свидетельствует бурный, не ослабевающий поток публикаций по этой тематике. Практическая значимость модального подхода для разработки алгоритмов управления сложными системами обусловлена стремительным развитием космических и информационных технологий, появлением крупногабаритных и сложных конструкций космического базирования, проектированием спутниковых группировок и их формаций. Возросший интерес специалистов к автономному управлению полетом группировок беспилотных аппаратов сухопутного, морского, авиационного и космического базирования придает новый стимул в направлении создания конструктивных алгоритмов для решения проблем синтеза систем управления ММО динамическими системами.

К настоящему времени существует достаточно большое количество методов и алгоритмов, которые позволяют осуществлять поиск матрицы обратной связи для модального синтеза систем управления ММО динамических систем. Далеко не полный список алгоритмов модального синтеза включает следующие методы: Ackermann (Аккерманн), Mayne – Murdoch (Мейн – Мардох), Maki – Van de Vegte (Маки – Ван де Вейт), Barnett (Барнетт), Gourinshankar – Ramar (Гоуришанкар – Ремер), Klein – Moore (Клейн – Мур), Porter – D’Azzo (Портер – Д’Аццо), Wonham (Уонем), Moore (Мур), Flamm (Флемм), Fahmy – O’Reilly (Феми и О’Рейли), Varga (Варга), Kautsky – Nichols – Van Dooren (Каутский – Никольс – Ван Доорен). Среди современных отечественных разработок в области алгоритмов модального синтеза многомерных многосвязных систем можно выделить метод точного размещения полюсов, разрабатываемый Н.В. Зубовым, М.Ш., Мисрихановым и В.Н. Рябченко, основанный на принципе модальной декомпозиции сложной динамической системы.

Некоторые подобные алгоритмы реализованы в виде встроенных функций в программной среде MATLAB. У данных функций существует ряд недостатков. Основными недостатками можно назвать низкую точность при модальном синтезе систем управления большой размерности, а так же ряд ограничений, связанных с размещением и кратностью корней замкнутой системы. Вычислительные погрешности в размещении корней методом модального управления могут привести к несоответствию замкнутой системы тем критериям качества, которые задавались при ее

проектировании, а в худшем случае могут привести к потере устойчивости замыкаемой системы. Все это приводит к необходимости поиска новых численных и аналитических алгоритмов модального синтеза, что доказывает актуальность темы данной диссертации.

Для преодоления недостатков существующих методов решения задачи модального управления, в работе представлен новый численный алгоритм модального синтеза динамических систем, основанный на принципе последовательного перемещения, как пар комплексно сопряженных корней, так и одиночных с действительными значениями. Предлагаемый метод замыкания, использующий принцип последовательного замыкания системы, позволяет применять процедуры матричных преобразований к выделяемым матричным блокам размерности не более  $2 \times 2$ . При таком подходе, в силу ортогональности модального разложения, вычислительная погрешность численных преобразований матриц практически не накапливается с увеличением размерности. В результате матрицы обратной связи и матрицы весовых коэффициентов достаточно точно переводят корни характеристического полинома в желаемое место в левой полуплоскости  $s$ -плоскости для континуальных систем, либо во внутреннюю область единичной окружности  $z$ -плоскости для дискретных систем.

## **Цель работы**

Главной целью диссертационной работы является разработка численного алгоритма модального синтеза управления ММО динамическими системами. Данный алгоритм должен иметь возможность осуществлять поиск, как матрицы обратной связи для модального синтеза регулятора, так и матрицы весовых коэффициентов и одновременно весовых коэффициентов в методе градиентного спуска для модального синтеза адаптивного наблюдателя динамических систем большой размерности. Необходимо отметить, что размерность расширенного вектора состояния, в состав которого включаются компоненты, описывающие идентифицируемые параметры динамической системы (после ее линеаризации) может существенно увеличиваться.

Помимо разработки самого алгоритма целью работы является его тестирование и демонстрация работоспособности на примере некоторых задач из области управления движением космических аппаратов.

Первой задачей является построение алгоритма управления ориентацией Международной космической станции (МКС), в режиме поиска и поддержания равновесной орбитальной ориентации (вторая глава). Второй задачей является разработка адаптивного алгоритма управления движением космической платформы с вращающимся солнечным парусом (третья глава). В сформулированной в этой главе задаче решается проблема построения закона управления ориентацией космического аппарата с двойным вращением при неполном составе измерений и при наличии параметрической неопределенности. С помощью предложенного в работе метода

осуществляется как синтез регулятора обратной связи по оценкам компонент расширенного вектора состояния, так и построение наблюдателя, формирующего эти оценки. При этом обеспечивается, как асимптотическая сходимость оценок всех компонент расширенного вектора состояния, включая идентифицируемые параметры (конкретно – приведенный коэффициент жесткости подвеса мембранного диска), так и асимптотическая устойчивость динамического поведения в целом.

### **Научная новизна**

Научная новизна работы заключается в следующем:

- Разработан новый алгоритм модального синтеза ММО систем, основанный на принципе последовательного замыкания мод движения динамической системы. На каждой итерации представляемого алгоритма осуществляется поиск «элементарной» матрицы обратной связи, которая передвигает или «замыкает» одну пару корней (собственных чисел) в желаемое положение. Результирующая матрица обратной связи, равно как, и результирующая матрица весовых коэффициентов в задаче построения адаптивного наблюдателя, находятся путем композиции найденных на каждом шаге "элементарных" матриц, последовательно перемещающих пару комплексно сопряженных корней в желаемые места, тем самым замыкая соответствующую моду движения.
- Введено понятие обобщенного полинома Баттерворта, которое расширяет класс эталонных полиномов и придает замыкаемой системе требуемые свойства по критериям запаса устойчивости и колебательности. Класс введенных обобщенных эталонных полиномов включает в себя, как классические полиномы Баттерворта, так и биномы Ньютона.
- Проведено тестирование разработанного алгоритма на примере задачи поиска и удержания МКС в положении динамического равновесия. На основе полученных результатов представлены результаты сравнения разработанного алгоритма с аналогами, реализованными в виде функций в программной среде MATLAB, которые демонстрируют преимущества предлагаемого в данной работе метода.
- Разработан адаптивный алгоритм управления ориентацией платформы с вращающимся солнечным парусом при одновременном активном демпфировании упругих колебаний вращающегося мембранного диска. Получены численные значения матриц обратной связи и весовых коэффициентов, обеспечивающих устойчивость угловому положению космической платформы, а так же сходимость оценок неизвестных параметров динамической

системы и неизмеряемых напрямую переменных движения к их фактическим значениям.

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Алгоритм последовательного замыкания мод движения для ММО систем. Аналитические выражения для расчета матриц обратной связи на каждой итерации в алгоритма. Вариации алгоритма последовательного замыкания – для модального синтеза single-input и для модального синтеза multi-input систем.
2. Результаты тестирования алгоритма последовательного замыкания на примере решения задачи поиска положения динамического равновесия и удержания МКС в этом положении при изначально неопределенном векторе аэродинамического момента. Расчет компонент матрицы обратной связи для системы управления ориентацией МКС по каналам крен-рысканье и по каналу тангажа.
3. Адаптивный алгоритм управления движением космической платформы с вращающимся солнечным парусом. Расчеты компонент матрицы обратной связи и матрицы весовых коэффициентов, обеспечивающие, как активное демпфирование упругих колебаний вращающегося мембранного диска с центральной жесткой вставкой, так и приведение платформы в заданную ориентацию.

### **Объект и предмет исследования**

Объектом исследования являются космические объекты со сложным динамическим поведением в режимах угловых маневров и поддержания ориентации. Примерами таких аппаратов в данной работе являются Международная космическая станция (глава 2) и космическая платформа с вращающимся солнечным парусом (глава 3).

Предметом исследования в данной работе являются адаптивные алгоритмы управления и алгоритмы последовательного замыкания мод движения, которые применяется для решения задач модального синтеза ММО систем управления движением космических объектов с целью придания их управляемому движению заданные свойства.

### **Теоретическая и практическая ценность**

Представленный в первой главе алгоритм последовательного замыкания мод движения может быть применен для синтеза законов управления, в том числе адаптивных законов управления для многомерных многосвязных динамических систем. Достоинством данного метода является высокая точность в размещении корней замкнутой системы, а так же отсутствие ограничений на их кратность. Это дает возможность использовать данный алгоритм для синтеза линейный регуляторов для систем больших размерностей, обеспечивая нужный характер переходному процессу. Возможные сценарии применения алгоритма последовательного замыкания включают в себя задачи построения законов управления взаимным

положением аппаратов (агентов стаи) в спутниковой формации, построение адаптивных систем управления ориентаций крупногабаритными космическими объектами, таких как МКС, с учетом упругости их конструкции и другие.

Адаптивный алгоритм управления угловым положением космической платформы с вращающимся солнечным парусом, представленный в третьей главе, отрывает широкий спектр возможностей по созданию алгоритмов управления ориентацией крупногабаритных КА, имеющих параметрические неопределенности, без расхода рабочего тела.

Основные результаты, полученные в диссертации, включены в лекционные курсы "Динамическая фильтрация" и "Управление крупногабаритными космическими конструкциями", читаемые студентам МФТИ на базовой кафедре "Аэрофизическая механика и управление движением" ФАКИ МФТИ.

### **Методы исследований**

При разработке численного алгоритма модального синтеза multi-input multi-output систем применялись элементы матричного анализа, линейной алгебры, вычислительной математики. Во второй и третьей главе при построении алгоритма управления угловым движением космической платформы с вращающимся солнечным парусом применялись методы теории гироскопов, теории адаптивного управления и модального синтеза линейных регуляторов.

Для тестирования полученного в первой главе численного алгоритма модального синтеза, адаптивного алгоритма управления ориентацией КА с солнечным парусом использовались методы математического моделирования. Моделирование проводилось в среде программирования MATLAB. В ходе математического моделирования применялись конечно-разностные методы численного интегрирования, в том числе явная схема Эйлера, а так же метод Рунге-Кутты.

### **Апробация и публикации**

Результаты, представленные в работе, методы и алгоритмы докладывались, обсуждались и получили одобрение специалистов на: 56-й, 58-й, 59-й, 60-й научной конференции МФТИ (Москва – Долгопрудный, 2013, 2015, 2016, 2017) XXXVIII, XL, XLI и XLII академических чтениях по космонавтике (Москва, 2014, 2016, 2017, 2018), 7-й и 8-й Российской мультikonференции по проблемам управления, (Санкт-Петербург, 2014, 2016), XX и XXI научно-технической конференции молодых ученых и специалистов (Королев, 2014, 2017), Научно-технической конференции «Системы, комплексы и приборы автоматического управления летательными аппаратами» (Москва, 2018), семинарах по Механике космического полета им. В.А. Егорова на Механико-математическом факультете МГУ, под руководством Белецкого А.Ю. (Москва, 2014, 2015, 2016, 2017).

По теме диссертации опубликовано 12 работ, в том числе 4 [1,2,3,4] в изданиях, рекомендованных ВАК РФ.

## Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка использованных источников, включающего 48 наименований. Общий объем диссертации составляет 131 страницу.

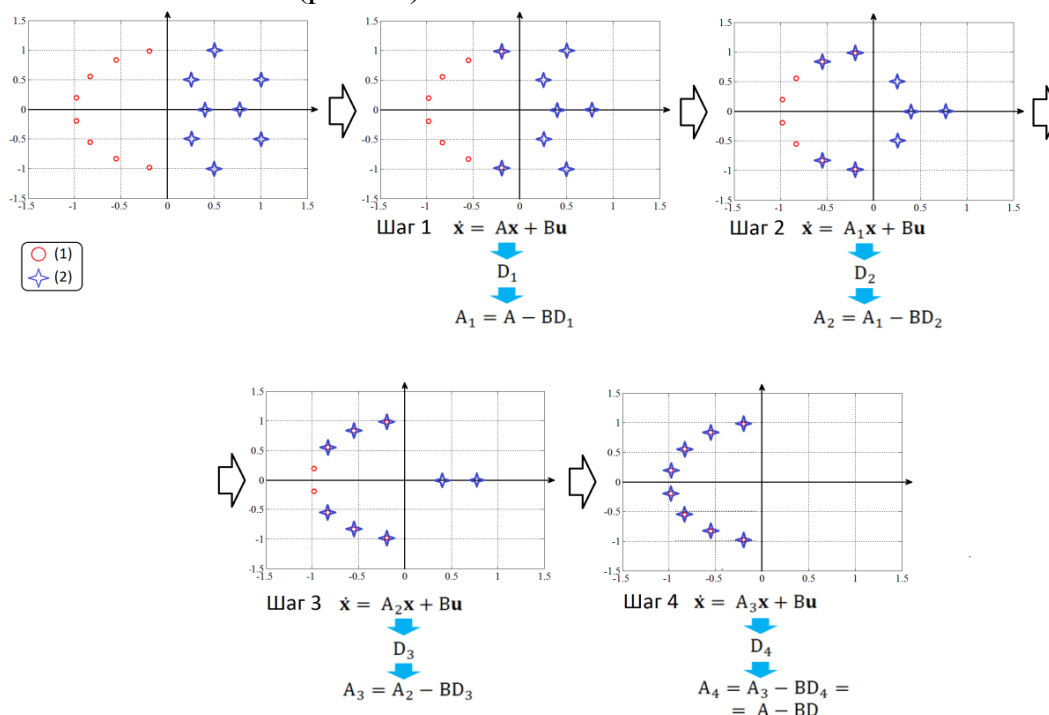
## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обосновывается актуальность темы диссертации, сформулированы цели работы, перечислены основные этапы исследования, основные положения, выносимые на защиту и полученные результаты.

**Глава 1** посвящена разработке численного алгоритма модального синтеза, основанного на принципе последовательного замыкания мод движения.

В разделах 1.1 и 1.2 приведены общие положения теории построения адаптивных систем управления с настраиваемой моделью и эталонной моделью. Один из главных выводов, который делается в данных разделах - это возможность отдельно осуществлять модальный синтез регулятора (самой системы управления) и отдельно осуществлять модальный синтез адаптивного наблюдателя, в силу того, что корни объекта управления не связаны с корнями наблюдателя.

В разделе 1.3 описывается суть представляемого в диссертации алгоритма. Она заключается в итеративной процедуре, на каждом шаге которой осуществляется поиск обратной связи, необходимой для «перестановки» одной пары собственных чисел системы в желаемое положение при этом преобразовании все остальные собственные числа остаются без изменения (рис. 1.)



*Рис. 1 Графическая иллюстрация «метода последовательного замыкания». (1) – эталонное расположение корней замкнутой системы, (2) – расположение корней матрицы системы на i-том шаге.*

В разделе 1.4 представляются и подробно описываются все численные процедуры, необходимые для построения матрицы обратной связи методом последовательного замыкания. Выводится аналитическая формула для матрицы обратной связи, «переносящей» в желаемое положение одной пары собственных чисел незамкнутой системы:

$$\mathbf{D}_1 = (\mathbf{T}_{1 \times n}^{-1} \mathbf{B})^{-1} (\Lambda_{1 \times 2} - \mathbf{X}_{2 \times 2} \Lambda_{1 \times 2}^c \mathbf{X}_{2 \times 2}^{-1}) \mathbf{T}_{1 \times n}^{-1}.$$

Доказывается, что любая обратная связь, найденная на каждой итерации работы алгоритма замыкает только одну пару собственных чисел, не влияя при этом на другие корни исследуемой системы. В результате искомая матрица обратной связи находится как сумма элементарных обратных связей, найденных на каждой итерации

$$\mathbf{D} = \sum_{i=1}^k \mathbf{D}_i,$$

где  $k$  – количество пар собственных чисел исследуемой системы управления.

В разделе 1.5 аналогично разделу 1.4 приводятся матричные операции, необходимые для поиска матрицы весовых коэффициентов адаптивного наблюдателя. Выводится формула для поиска «элементарной» матрицы весовых коэффициентов, переносящей одну пару собственных чисел наблюдателя в нужное положение:

$$\mathbf{W}_1 = \mathbf{T}_{1,2} (\Lambda_{1,2} - \mathbf{X}_{2 \times 2} \Lambda_{1,2}^c \mathbf{X}_{2 \times 2}^{-1}) \cdot (\mathbf{C} \mathbf{T}_{1,2})^{-1}.$$

В разделе 1.6 приводится ряд замечаний к алгоритму последовательного замыкания. Первое замечание касается тех случаев, когда матрица системы является недиагонализируемой, в таких случаях в роли канонической формы выступает жорданова форма матрицы системы, а преобразование подобия содержит не только собственные вектора, а также присоединенные. Следующее замечание касается матричных операций над полем комплексных чисел. Для избегания накопления комплекснозначной вычислительной ошибки, каноническая форма матрицы системы и матрицы собственных векторов заменены на их действительные аналоги

$$[\mathbf{k}_i + \mathbf{l}_i i \quad \mathbf{k}_i - \mathbf{l}_i i] \rightarrow [\mathbf{k}_i \quad \mathbf{l}_i].$$

В разделе 1.7 приводится сравнение точности размещения корней алгоритмом последовательного замыкания и функции `acker()`, реализованной в среде MATLAB, в основе которой лежит формула Аккермана. Проводится 2 численных эксперимента с размерностью вектора состояния 13 и 20, в ходе которых для произвольно сгенерированных систем управления указанных размерностей строится обратная связь, как алгоритмом последовательного замыкания, так и функцией `acker()`. В результате обратная связь, полученная при помощи представляемого в работе алгоритма лучше справилась с задачей размещения корней замкнутой системы (рис. 2.)

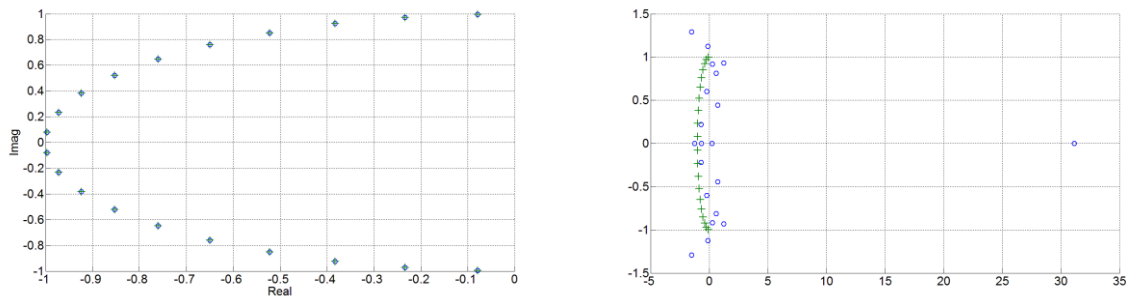


Рис. 2. Расположение собственных чисел замкнутой системы с размерностью 20. Первый случай – спектр замкнутой системы полученной методом последовательного замыкания (левый рисунок). Второй случай – спектр замкнутой системы полученной при помощи функции `acker()` (правый рисунок). Зеленым цветом обозначено эталонное расположение корней, синим цветом – расположение корней замкнутой системы.

Также в данном разделе вводится понятие погрешности при расстановке корней замкнутой системы и проводится еще одно численное моделирование с целью выявления зависимости этой погрешности от размерности системы управления. Получившаяся зависимость представлена на рис. 3.

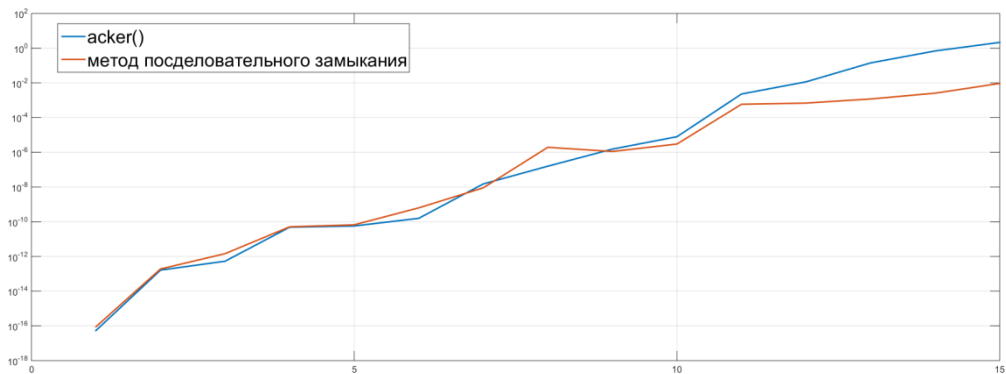


Рис. 3. Погрешность размещения корней замкнутой системы с использованием алгоритма последовательного замыкания и функции `acker()`.

По данным численного эксперимента делается вывод о том, что начиная с размерности 10 и выше погрешность расстановки корней алгоритмом последовательного замыкания в среднем на 2 порядка ниже, чем погрешность, полученная с использованием функции `acker()`.

В разделе 1.8 приводятся основные выводы и обсуждаются результаты, полученные в первой главе.

**Глава 2** посвящена применению алгоритма последовательного замыкания в задаче поиска и удержания МКС в положении динамического равновесия. Равновесная ориентация МКС определяется действующей на нее суперпозицией гравитационного, гироскопического и изначально не определенного аэродинамического моментов. В роли исполнительных органов в данной задаче выступает система трехстепенных силовых гироскопов, установленных на космической станции. Рассматривается угловое положение МКС по всем трем каналам – крена, рысканья и тангажа. В силу автономности канала тангажа (каналы крен и рысканья связаны гироскопически), синтез закона управления проводится отдельно для канала

тангажа, и для каналов крен-рысканье. Для более точного поддержания ориентации в вектор состояния объекта управления введена аэродинамическая составляющая, которая представляет собой 3 первых тона разложения функции плотности атмосферы в ряд Фурье.

В разделе 2.1 вводятся системы координат (орбитальный базис и связанный базис), в которых описывается угловое движение космической станции. Также выводится линеаризованная система уравнений, описывающая движение КА относительно центра масс, учитывающая кинетический момент инерционных исполнительных органов

$$\begin{cases} J_x \ddot{\gamma} = 4\omega_0^2 (J_z - J_y) \gamma - \omega_0 (J_x - J_y + J_z) \dot{\psi} - u_x + M_x; \\ J_y \ddot{\theta} = 3\omega_0^2 (J_z - J_x) \theta - u_y + M_y; \\ J_z \ddot{\psi} = \omega_0^2 (J_x - J_y) \psi + \omega_0 (J_x - J_y + J_z) \dot{\gamma} - u_z + M_z; \\ \dot{h}_x = h_z \omega_0 + u_x; \\ \dot{h}_y = u_y; \\ \dot{h}_z = -h_x \omega_0 + u_z. \end{cases}$$

К данной системе добавляются еще несколько уравнений для идентификации изначально неизвестного аэродинамического момента

$$\begin{cases} \ddot{q}_{1\psi} = \psi - \omega_0^2 q_{1\psi} \\ \ddot{q}_{2\psi} = \psi - 4\omega_0^2 q_{2\psi} \\ \ddot{q}_{3\psi} = \psi - 9\omega_0^2 q_{3\psi} \end{cases}, \quad \begin{cases} \ddot{q}_{1\theta} = \theta - \omega_0^2 q_{1\theta} \\ \ddot{q}_{2\theta} = \theta - 4\omega_0^2 q_{2\theta} \\ \ddot{q}_{3\theta} = \theta - 9\omega_0^2 q_{3\theta} \end{cases}.$$

В разделе 2.2 приводится описание МКС как объекта управления в пространстве состояний. В силу гироскопической связи каналов крена и рысканья, отдельно строится вектор состояния для управления по этим двум каналам, и отдельно строится вектор состояния для управления по каналу тангажа

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\gamma\psi} &= \left[ \gamma \quad \dot{\gamma} \quad h_x \quad \int h_x dt \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad h_z \quad \int h_z dt \quad q_{1\psi} \quad \dot{q}_{1\psi} \quad q_{2\psi} \quad \dot{q}_{2\psi} \quad q_{3\psi} \quad \dot{q}_{3\psi} \right]^T, \\ \mathbf{u}_{\gamma\psi} &= [u_x \quad u_z]^T, \\ \mathbf{x}_\theta &= \left[ \theta \quad \dot{\theta} \quad h_y \quad \int h_y dt \quad q_{1\theta} \quad \dot{q}_{1\theta} \quad q_{2\theta} \quad \dot{q}_{2\theta} \quad q_{3\theta} \quad \dot{q}_{3\theta} \right]^T, \\ \mathbf{u}_\theta &= [u_y]^T. \end{aligned}$$

В разделе 2.3 производится анализ различных типов эталонных полиномов на критерии качества. Вводится понятие степени устойчивости и степени колебательности. Основной целью данного раздела является ввод нового тип эталонных полиномов – обобщенных полиномов Баттерворта, отличающихся от классических полиномов Баттерворта наличием параметра  $\varphi$ , отвечающего за угловой размер дуги, на которой располагаются корни (рис. 4).

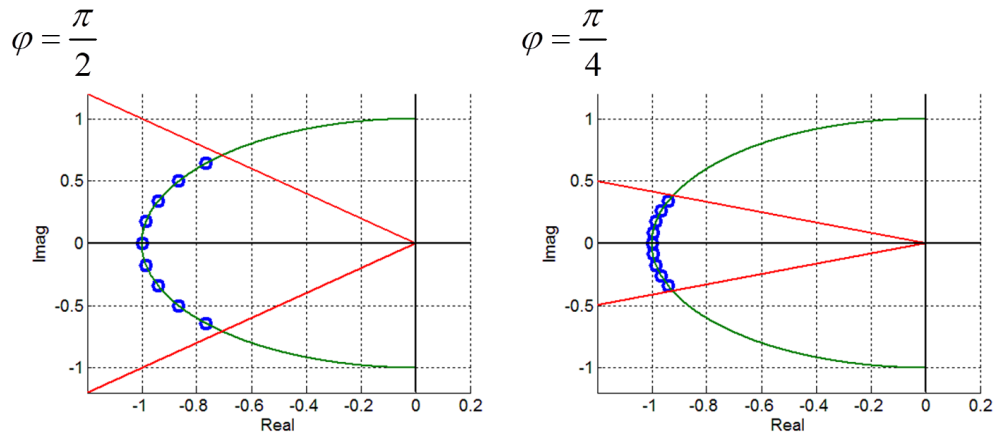


Рис. 4. Расположение корней обобщенного полинома Баттерворта при различных значениях параметра  $\varphi$ .

Главным достоинством обобщенных полиномов Баттерворта, является то, что они обладают высокой степенью устойчивости, низкой степенью колебательности, при этом не имеют кратных корней, что дает возможность обеспечить робастность системе управления.

В разделе 2.4 производится модальный синтез закона управления, обеспечивающего устойчивое управление ориентацией МКС, и приводятся результаты математического моделирования. Для модального синтеза регулятора используется алгоритм последовательного замыкания, представляемый в диссертации.

Как для системы управления по каналам крен-рысканье, так и для системы управления по каналу тангаж строятся 2 закона управления: для первого закона управления в качестве эталонного полинома берется обобщенный полином Баттерворта  $\left( \prod_{k=1}^n \left( s - \omega_c \exp \left( j \left( \frac{\varphi(2k-1)}{2n} + \pi - \frac{\varphi}{2} \right) \right) \right) \right)$ , где  $n$  – порядок полинома ( $n=14$  для системы «крен-рысканье» и  $n=10$  для системы «тангаж»),  $\omega_c$  – частота среза ( $\omega_c = \omega_0$ , где  $\omega_0$  – угловая скорость орбитального базиса),  $\varphi = \frac{\pi}{6}$  – параметр, отвечающий за величину дуги, на которой равномерно располагаются корни), для второго закона управления — классический полином Баттерворта  $\left( \prod_{k=1}^n \left( s - \omega_c \exp \left( \frac{j(2k+n-1)\pi}{2n} \right) \right) \right)$ , где частота среза равна  $\omega_c = 2\omega_0$ ,  $n=14$  и  $10$  для систем «крен-рысканье» и «тангаж» соответственно).

В результате применения алгоритма последовательного замыкания получаются следующие значения для матриц обратной связи для 1-го и для 2-го законов управления:

$$\mathbf{D}_{\gamma\psi_1}^T = \begin{bmatrix} -3.4016e+03 & -4.0010e+01 \\ -1.0579e+06 & 2.7802e+05 \\ -2.2689e-03 & -4.5300e-06 \\ -3.9957e-06 & -1.6083e-07 \\ -5.6192e+04 & -5.4692e+03 \\ -8.1673e+06 & -2.0093e+06 \\ -5.2800e-03 & -1.3821e-04 \\ 4.1534e-07 & 8.3227e-10 \\ 6.4422e-04 & -2.1171e-04 \\ 4.2873e+00 & 1.8422e-01 \\ 5.7898e-02 & -8.5687e-03 \\ 6.3898e+01 & 5.5456e+00 \\ 5.3289e-01 & 8.6280e-02 \\ -1.5005e+02 & 7.4592e+00 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{\theta_1}^T = \begin{bmatrix} -1.0028e+04 \\ -1.9021e+06 \\ -5.3961e-03 \\ -9.5254e-07 \\ 2.0197e-03 \\ -7.8249e-01 \\ 2.2999e-02 \\ -1.3564e+00 \\ 7.6629e-03 \\ -2.1173e+01 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{\gamma\psi_2}^T = \begin{bmatrix} -9.2642e+03 & 5.7158e+03 \\ 2.2672e+06 & -5.8619e+06 \\ 2.7193e-02 & -4.1871e-02 \\ 4.6806e-06 & 3.1351e-05 \\ 2.9367e+03 & -2.8407e+03 \\ -1.1700e+07 & 1.0268e+07 \\ -6.6631e-02 & 6.4046e-02 \\ -3.0921e-05 & 1.5060e-05 \\ 3.5352e-04 & 8.9431e-03 \\ 1.8997e+01 & -8.8208e+00 \\ -3.4739e-04 & -1.9733e-04 \\ 7.9223e-02 & -1.2335e-01 \\ -6.6505e-03 & 3.2664e-03 \\ -5.2919e-01 & -1.7878e+00 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_{\theta_2}^T = \begin{bmatrix} -9.3782e+03 \\ -5.1506e+06 \\ -4.6465e-02 \\ -1.6915e-05 \\ -6.4861e-03 \\ -8.8120e-01 \\ -2.1849e-17 \\ -1.5962e+00 \\ 4.5627e-03 \\ -7.1139e+00 \end{bmatrix};$$

где  $\mathbf{D}_{\gamma\psi_1}^T$  и  $\mathbf{D}_{\theta_1}^T$  — матрицы обратной связи для систем управления «крен-рысканье» и для системы «тангаж» соответственно для закона управления 1,  $\mathbf{D}_{\gamma\psi_2}^T$  и  $\mathbf{D}_{\theta_2}^T$  — матрицы обратной связи для систем управления «крен-рысканье» и для системы «тангаж» соответственно для закона управления 2. Следует обратить внимание, что коэффициенты матриц разнятся более чем на 10 порядков.

В конце раздела приводятся результаты математического моделирования (рис. 5 – 6).

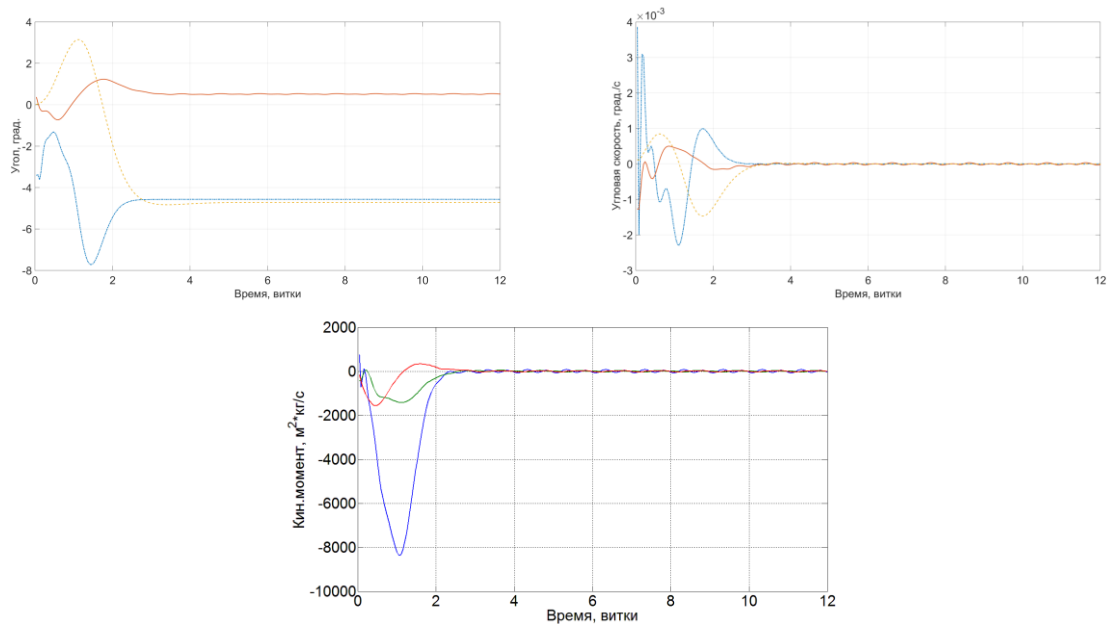
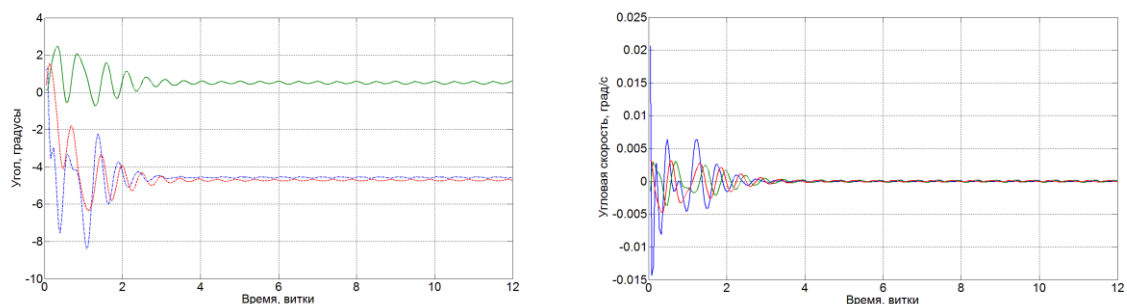


Рис. 5. Угловое положение МКС, Угловая скорость МКС и Компоненты кинетического момента по каналам крена, рысканья и тангажа Закон управления 1.



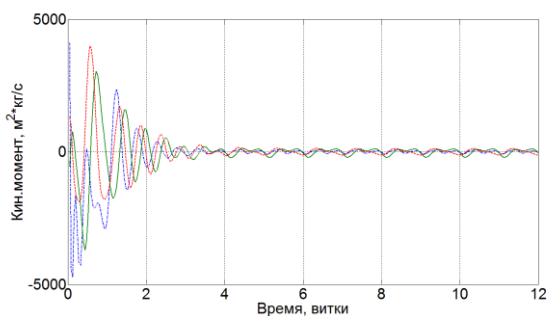


Рис. 6. Угловое положение МКС, Угловая скорость МКС и Компоненты кинетического момента по каналам крена, рысканья и тангажа Закон управления 2.

Математическое моделирование углового движения МКС показывает, что переходный процесс, динамику которого определяют корни обобщенного полинома Баттерворта (закон управления 1), имеет менее выраженную осцилляционную составляющую, и проходит более «плавно». Переходный процесс, определяющийся корнями классического полинома Баттерворта (закон управления 2) напротив, демонстрирует высокую колебательность. Более того, начальная амплитуда компонент вектора состояния ниже в переходном процессе, который определяется корнями обобщенного полинома Баттерворта. Таким образом, на основании полученных результатов можно сделать вывод, что обобщенный полином Баттерворта является более подходящим эталонным полиномом для модального синтеза многомерных многосвязных динамических систем.

В разделе 2.5 проведено сравнение точности в расстановке корней замкнутой системы методом модального управления, полученных при помощи алгоритма последовательного замыкания и при помощи функции `place()`, реализованной в среде MATLAB и основанной на алгоритме, представленном J. Kautsky, N. K. Nichols, P. Van Dooren в одной из своих работ. Сравнение проводилось на примере построения модального регулятора для системы управления «крен-рысканье» имеющей размерность 14. В качестве эталонного полиномов брался как классический полином Баттерворта, так и обобщенный (параметры полиномов взяты с предыдущего раздела). Спектр замкнутой системы полученной при помощи представляемого в диссертации алгоритма для обоих вариантов эталонного полинома представлен на рисунке 7.

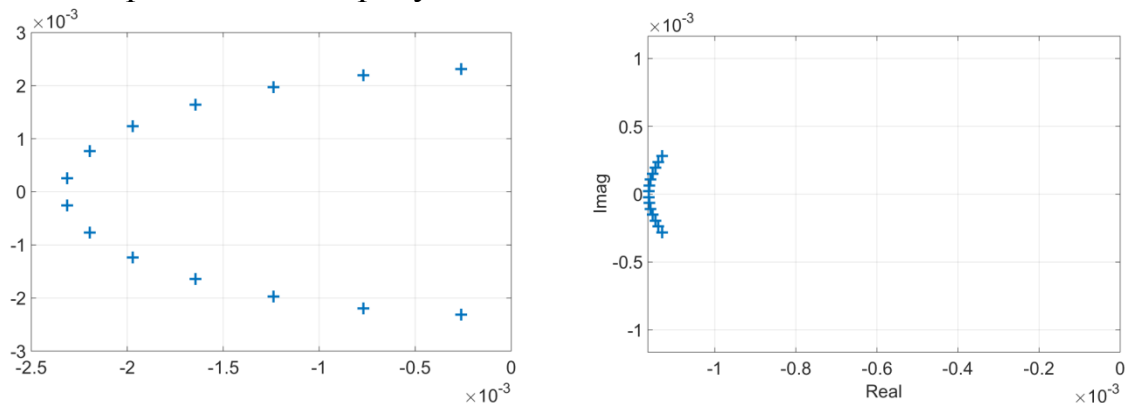


Рис. 7. Расположение корней замкнутой системы «крен-рысканье». Обратная связь получена алгоритмом последовательного замыкания. Левый рисунок – классический полином Баттерворта в качестве эталонного, правый рисунок – обобщенный полином Баттерворта в качестве эталонного.

Спектр замкнутой системы полученной при помощи функции `place()` для обоих вариантов эталонного полинома представлен на рисунке 8.

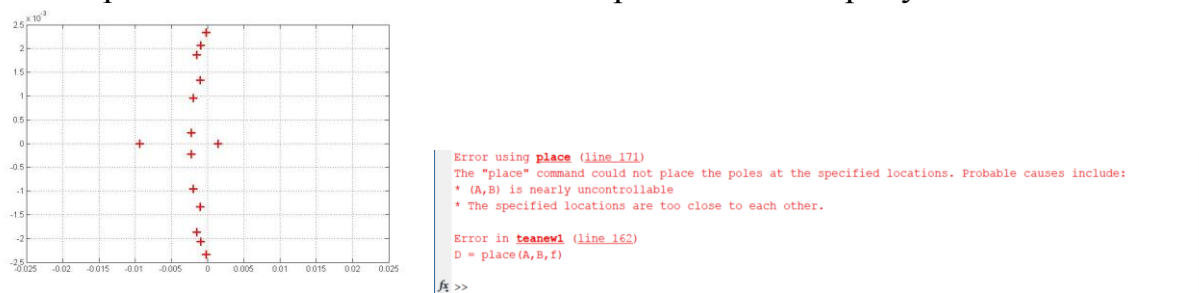


Рис. 8. Расположение корней замкнутой системы «крен-рысканье». Обратная связь получена при помощи функции `place()`. Левый рисунок – классический полином Баттерворта в качестве эталонного, правый рисунок – обобщенный полином Баттерворта в качестве эталонного.

Как можно видеть по рисункам 7 – 8, спектры замкнутой системы, полученной методом последовательного замыкания довольно точно совпадают с расположением корней эталонных полиномов. При этом спектр замкнутой системы, полученный при помощи функции `place()` в первом случае совершенно не совпадает с расположением корней классического полинома Баттерворта, а во втором случае функция `place()` вообще не может построить обратную связь и выдает ошибку. Таким образом, можно сделать вывод, что алгоритм последовательного замыкания достаточно конкурентоспособен и может осуществлять синтез обратной связи для систем большой размерности и без каких-либо ограничений на взаимное расположение корней.

**Раздел 2.6** посвящен обсуждению результатов второй главы.

**Глава 3** посвящена синтезу адаптивного алгоритма управления движением космической платформы с вращающимся солнечным парусом. В качестве объекта управления в данной задаче выступает КА, в состав конструкции которого входят солнечный парус в виде вращающегося мембранного диска, приборный отсек и компенсирующий силовой гироскоп в подвесе Гука.

В **разделе 3.1** приводится описание конструкции космической платформы с вращающимся солнечным парусом. Также приводится краткое описание принципа управления данной крупногабаритной конструкцией. В основу управления угловым движением космической платформы с большим вращающимся солнечным парусом положена известная схема спаренных силовых гироскопов. Одним из гироскопов является вращающийся солнечный парус, второй представляет собой вращающийся в противоположном направлении жесткий силовой гироскоп с регулируемыми углами поворота оси вращения ротора и с регулируемой угловой скоростью вращения ротора гироскопа. Таким образом, гиросистема платформы обладает скрытым кинетическим моментом, а сама платформа относится к

классу аппаратов с двойным вращением. Построение системы управления угловым движением КА с подобной конструкцией имеет ряд трудностей. Во-первых, для синтеза алгоритма, обеспечивающего устойчивое угловое движение такого КА, требуется измерять не только компоненты его ориентации и угловой скорости, но ориентацию и угловую скорость колебаний пленочного диска солнечного паруса. Во-вторых, для построения правильной математической модели движения платформы требуется достаточно точно знать ряд параметров, определяющихся динамикой ее конструкции. В данной задаче изначально неизвестна эффективная жесткость центральной вставки солнечного паруса, теоретическое значение которой можно рассчитать с точностью порядка 30%. Эти два фактора ведут к необходимости использовать в контуре управления угловым движением аппарата алгоритмы адаптивного управления с настраиваемой бортовой моделью.

В разделе 3.2 выводится математическая модель углового движения космической платформы. Для описания динамики объекта управления исследуемый аппарат разбивается на 2 тела: тело 1 – солнечный парус, тело 2 – приборный отсек и силовой гироскоп в подвесе Гука. Выражения для кинетического момента тела 1 и тела 2 выглядят следующим образом:

$$\mathbf{h}_1 = \mathbf{M}\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{M}^T\boldsymbol{\omega}), \quad \mathbf{h}_2 = \mathbf{J}_2\boldsymbol{\omega} + \mathbf{V}\mathbf{H};$$

Линеаризованная система уравнений, описывающая угловое движение КА вокруг осей ОУ и ОZ (полагается, что вокруг оси ОХ система управления достаточно точно удерживает аппарат) получается после применения теоремы об изменении кинетического момента ко всему объекту управления и отдельно к парусу и линеаризации с точностью до второго порядка малости:

$$\begin{cases} \Omega\dot{\mu}_z + \ddot{\mu}_y + (1 + \frac{J}{J_c})\dot{\omega}_y + 2\Omega\dot{\beta}_z = 0 \\ -\Omega\dot{\mu}_y + \ddot{\mu}_z + (1 + \frac{J}{J_c})\dot{\omega}_z - 2\Omega\dot{\beta}_y = 0 \\ 2\Omega\dot{\mu}_z + \ddot{\mu}_y + \dot{\omega}_y - 2\Omega\omega_z + k^2\mu_y = 0 \\ -2\Omega\dot{\mu}_y + \ddot{\mu}_z + \dot{\omega}_z + 2\Omega\omega_y + k^2\mu_z = 0 \end{cases}.$$

В разделе 3.3 космическая платформа как объект управления описывается в пространстве состояния, в контур управления вводится адаптивный наблюдатель.

Система управления, включающая в себя адаптивный наблюдатель, описывается в дискретном пространстве

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_n + \mathbf{B}\mathbf{u}_n.$$

Вектор состояния  $\mathbf{x}_n$  и вектор управления  $\mathbf{u}_n$  имеют следующий вид:

$$\mathbf{x}_n = [\omega_y^n \quad \omega_z^n \quad \mu_y^n \quad \mu_z^n \quad \dot{\mu}_y^n \quad \dot{\mu}_z^n]^T, \quad \mathbf{u}_n = (\dot{\beta}_y^n \quad \dot{\beta}_z^n)^T.$$

В силу того, что не все переменные вектора состояния поддаются непосредственному измерению, а так же в силу наличия неизвестного параметра  $k^2$  в контур управления вводится адаптивный наблюдатель

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{n+1} &= \hat{\mathbf{A}}_n \hat{\mathbf{x}}_n + \mathbf{B} \mathbf{u}_n + \mathbf{W}(\mathbf{y}_n - \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}_n), \\ \mathbf{y}_n &= \mathbf{C} \mathbf{x}_n\end{aligned}$$

где  $\hat{\mathbf{x}}_n$  и  $\hat{\mathbf{A}}_n$  - оценки вектора состояния и матрицы системы на  $n$ -ном такте.

Вводится вектор невязок, содержащий разности между оценками вектора состояния и оценками неизвестных параметров системы и их реальными значениями, после чего полная система управления с адаптивным наблюдателем может быть записана в виде одного матричного конечно-разностного уравнения

$$\mathbf{x}_e^{n+1} = \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e^n = \left[ \begin{array}{c|c|c} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{D} & \mathbf{B}\mathbf{D} & \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \hline \mathbf{0}_{7 \times 6} & \mathbf{A}_k - \mathbf{W}\mathbf{C} & \end{array} \right] \mathbf{x}_e^n,$$

где  $\mathbf{x}_e = [\mathbf{x}^T \quad \tilde{\mathbf{x}}^T]^T$  - расширенный вектор состояния, содержащий компоненты

вектора состояния и их невязки. В силу того, что матрица  $\left[ \begin{array}{c|c|c} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{D} & \mathbf{B}\mathbf{D} & \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \hline \mathbf{0}_{7 \times 6} & \mathbf{A}_k - \mathbf{W}\mathbf{C} & \end{array} \right]$

имеет верхний треугольный вид, модальный синтез регулятора (поиск матрицы обратной связи  $\mathbf{D}$ ) и модальный синтез наблюдателя (поиск матрицы весовых коэффициентов  $\mathbf{W}$ ) можно осуществлять отдельно.

В разделе 3.4 проводится модальный синтез адаптивного закона управления ориентацией космической платформы.

В качестве эталонного полинома, как для корней регулятора, так и для корней адаптивного наблюдателя берется «обобщенный» полином Баттерворта, который был выбран в качестве эталонного с целью обеспечения робастности динамической системе. Поскольку система управления рассматривается в дискретном пространстве, то к эталонному полиному применяется конформное дробно-линейное преобразование

$$s \rightarrow \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}.$$

Таким образом, расположение корней после преобразования для синтеза регулятора и для синтеза наблюдателя будет иметь следующий вид:

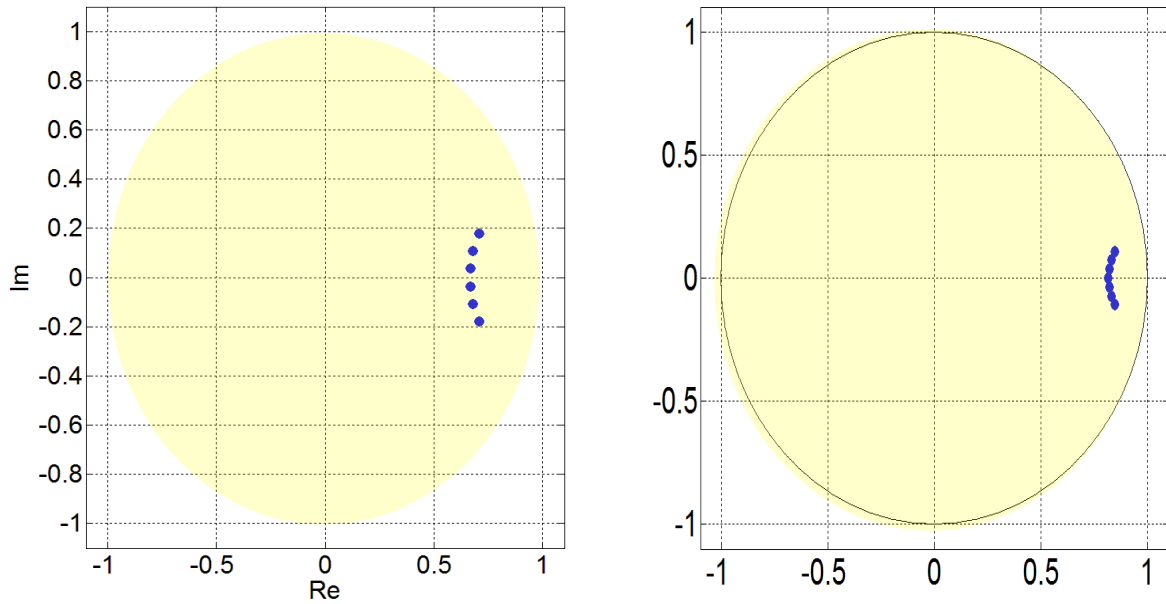


Рис. 9. Расположение корней эталонного полинома для синтеза регулятора (слева) и для синтеза наблюдателя (справа).

С использованием алгоритма последовательного замыкания были получены следующие значения матрицы обратной связи (регулятор) и матрицы весовых коэффициентов (наблюдатель):

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1.0572 & -0.0289 & 0.0744 & -0.0282 & 0.5881 & -0.6612 \\ 0.0484 & 1.0552 & -0.7130 & 0.8312 & 0.1306 & -0.0731 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} -0.1467 & 8.4543 & -1.8739 & 1.3515 & -0.0274 & -7.3389 & 1.6743 \\ -12.0309 & 1.3241 & -9.9768 & 22.6018 & 10.3394 & 9.0477 & 3.9568 \end{bmatrix}^T.$$

В разделе 3.5 приводятся результаты численного моделирования для режима гашения начальных угловых скоростей и для режима программного разворота. Результаты математического моделирования режима гашения начальных угловых скоростей представлены на рисунке 9.

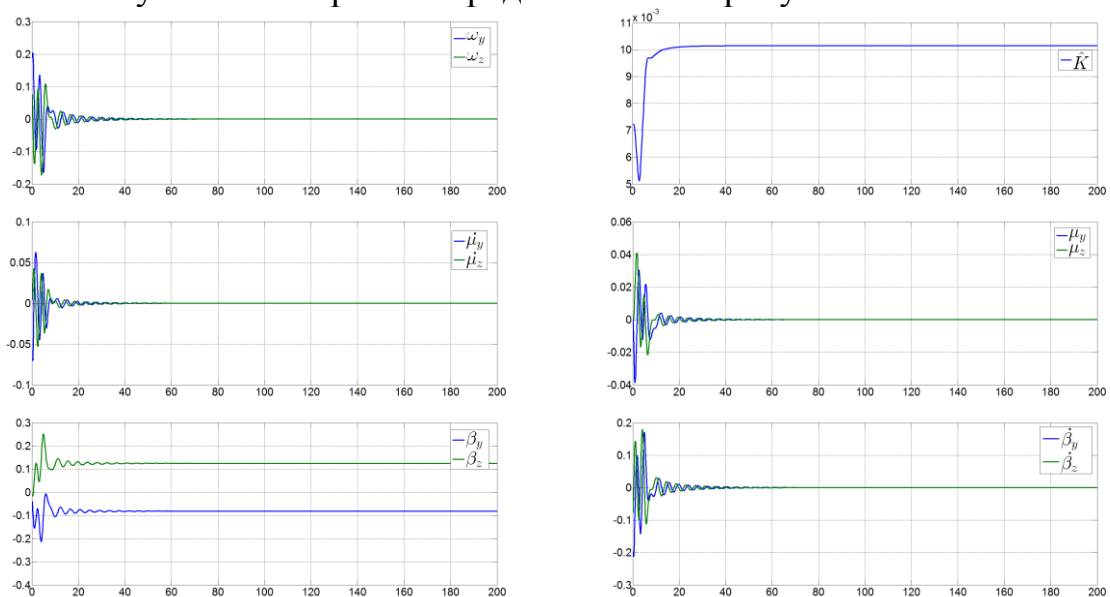


Рис. 10.

Результаты математического моделирования режима программного разворота представлены на рисунке 10.

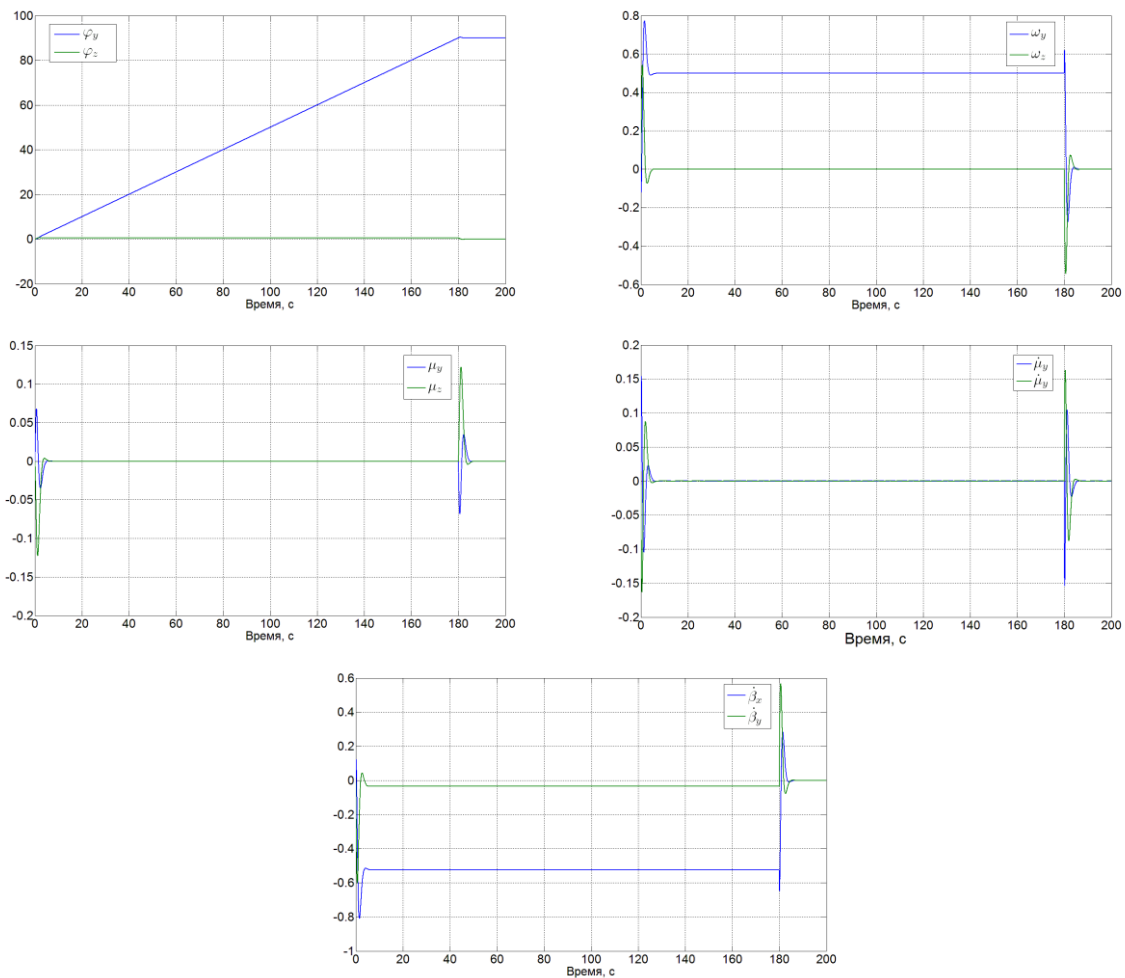


Рис. 11.

**Раздел 3.6** посвящен обсуждению результатов второй главы. В **заключении** формулируются основные результаты работы.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Предложен численный алгоритм модального синтеза многомерных многосвязных адаптивных систем управления, основанный на принципе последовательного замыкания мод. Данный алгоритм позволяет осуществлять как построение регулятора (матрицы обратной связи), обеспечивающего асимптотическую устойчивость синтезируемой системе управления, так и построение адаптивного наблюдателя (матрицы весовых коэффициентов), обеспечивающей асимптотическую сходимость оценок вектора состояния и оценок неизвестных параметров системы к их фактическим значениям.
2. Проведено исследование различных семейств эталонных полиномов на соответствие корневым критериям качества, таким как степень колебательности и степень устойчивости. Представлен новый тип полиномов (обобщенные полиномы Баттерворта), получающихся путем введения нового параметра в выражение для классического полинома

- Баттерворта, обеспечивающего большую степень устойчивости и меньшую колебательность.
3. С использованием алгоритма последовательного замыкания решена задача автономного поиска и удержания МКС в положении динамического равновесия (momentum management). Получены 2 варианта законов управления ориентацией космической станцией по каналам крен + рысканье и по каналу тангажа.
  4. Решена задача построения адаптивного закона управления ориентацией космической платформы с вращающимся солнечным парусом. Уравнения углового движения космической платформы рассматривались в конечно-разностном виде. При помощи метода последовательного замыкания получены значения матриц регулятора и коэффициентов адаптивного наблюдателя.

## **ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

1. *Тимаков С.Н., Богданов К.А., Нефедов С.Е.* Метод последовательного замыкания мод движения для многомерных, многосвязных динамических систем. // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана, серия Приборостроение, Том №5 (98), 2014, С. 40-59.
2. *Богданов К.А., Сумароков С.В., Тимаков С.Н.* О решении задачи наведения спутника осветителя на заданный район поверхности Земли и оценка освещенности. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Приборостроение, Том № 6 (117), 2017, С. 115-129.
3. *Е.А. Микрин, С.Н. Тимаков, А.В. Зыков, А.В. Сумароков, А.В. Жирнов, К.А. Богданов.* Опыт и перспективы создания бортовых алгоритмов управления движением космических аппаратов. // «Вестник РФФИ». № 3 (95) июль–сентябрь 2017 года, 2017, С. 23 - 45.
4. *К. А. Богданов, С. Н. Тимаков.* Задача поиска и поддержания положения динамического равновесия международной космической станции. // ТРУДЫ ФГУП «НПЦАП». Системы и приборы управления. № 2 (42) 2018, ФГУП «НПЦАП», 2018г, С. 16 - 17.
5. *Богданов К. А., Зыков А. В., Легостаев В.П., Субботин А. В., Сумароков А. В., Тимаков С. Н.,* Задачи управления движением космического аппарата с вращающимся солнечным парусом. Королев; РКК Энергия, 2016. – 116с. - монография
6. *Богданов К.А., Тимаков С.Н.* Синтез адаптивного алгоритма управления движением космической платформы с вращающимся солнечным парусом// Космическая техника и технологии, №1 (16), 2017, С. 89 – 102.

7. *Богданов К.А.* Метод последовательного замыкания мод движения для динамических систем Multi-input Multi-Output (МІМО систем). Труды 56-й научной конференции МФТИ. Всероссийской научной конференции «Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в современном обществе». Всероссийской молодежной научно-инновационной конференции «Физико-математические науки: актуальные проблемы и их решения». Аэрофизика и космические исследования. – 2013. – Т 1. – С. 78.
8. *Богданов К.А., Тимаков С.Н.* Метод последовательного замыкания мод движения для многомерных, многосвязных динамических систем (MULTI-INPUT MULTI-OUTPUT). // XXXVII Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П.Королева и других выдающихся отечественных учёных – пионеров освоения космического пространства. – 2014. – С. 480.
9. *Тимаков С. Н., Богданов К. А.,* Релейная система управления группировкой спутников // XL АКАДЕМИЧЕСКИЕ ЧТЕНИЯ ПО КОСМОНАВТИКЕ посвященные памяти академика С. П. Королева и других выдающихся отечественных ученых – пионеров освоения космического пространства: сборник тезисов, Москва, 2015, С. 362.
10. *Богданов К. А.* Алгоритмы удержания КА с большим солнечным парусом вблизи точки стояния на геостационарной орбите силами солнечного давления // Всероссийская молодежная научно-практическая конференция «Орбита молодежи» и перспективы развития российской космонавтики» Сборник материалов конференции, Москва- Самара, 2016, С. 19.
11. *Богданов К. А, Тимаков. С. Н,* Алгоритмы удержания КА с большим солнечным парусом вблизи точки стояния на ГСО силами солнечного давления // Материалы конференции «Управление в морских и аэрокосмических системах» (УМАС-2016), Санкт-Петербург, 2016 г, С.327

12. *Богданов К. А.* Алгоритм удержания КА с большим солнечным парусом вблизи точки стояния на геостационарной орбите силами светового давления // Труды 59-й научной конференции МФТИ, Москва-Долгопрудный-Жуковский, 2016, С. 121.
13. *Богданов К. А.* Терминальный алгоритм управления КА с большим солнечным парусом силами светового давления на геостационарной орбите // XLI академические чтения по космонавтике. Сборник тезисов, Москва, 2017, С. 393