

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

На правах рукописи

Гришко Дмитрий Александрович

**ИССЛЕДОВАНИЕ СХЕМ ОБЛЁТА ОБЪЕКТОВ КРУПНОГАБАРИТНОГО
КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА НА НИЗКИХ ОРБИТАХ**

Специальность 01.02.01 – «Теоретическая механика»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель: д.ф.-м.н. профессор В.В. Лапшин

Научный консультант: к.ф.-м.н. А.А. Баранов

Москва - 2018

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА I. ОБЪЕКТЫ КРУПНОГАБАРИТНОГО КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА НА НИЗКИХ ОКОЛОКРУГОВЫХ ОРБИТАХ	13
1.1. Проблема увеличения количества объектов космического мусора	13
1.2. Компактные группы ККМ	16
1.3. Портрет эволюции отклонений долгот восходящих узлов	22
Выводы к I главе.....	29
ГЛАВА II. ВОПРОСЫ МИНИМИЗАЦИИ ЗАТРАТ СУММАРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ ПРИ ОБЛЁТЕ ОБЪЕКТОВ ККМ НА НЕКОМПЛАНАРНЫХ ОКОЛОКРУГОВЫХ ОРБИТАХ	30
2.1. Перевод КА в целевую точку вдоль орбиты ($u_1 \neq u_2$)	31
2.2. Перевод КА в целевую точку орбиты, имеющей существенное отклонение долготы восходящего узла ($u_1 \neq u_2, \Omega_1 \neq \Omega_2$)	40
2.3. Общий случай перевода КА в целевую точку другой некомпланарной околокруговой орбиты.....	49
2.3.1. Перевод КА в целевую точку орбиты, имеющей отличие в долготе восходящего узла и большой полуоси ($u_1 \neq u_2, a_1 \neq a_2, \Omega_1 \neq \Omega_2, i_1 = i_2$)	50
2.3.2. Перевод КА в целевую точку орбиты, имеющей отличие по всем параметрам ($u_1 \neq u_2, a_1 \neq a_2,$ $\Omega_1 \neq \Omega_2, i_1 \neq i_2$)	55
Выводы ко II главе	60
ГЛАВА III. ОБЛЁТ ОБЪЕКТОВ ККМ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ С ОТДЕЛЯЕМЫМИ МОДУЛЯМИ (I ВАРИАНТ УВОДА)	63
3.1. Постановка задачи.....	63
3.2. Возможные схемы облёта при уводе объектов ККМ с использованием отделяемых модулей.....	65
3.3. Продолжительность перелёта к очередному объекту при использовании последовательной схемы облёта.....	71
3.4. Пример расчёта манёвров облёта групп ККМ №1-№3	74
3.5. Пример расчёта манёвров облёта группы ККМ №5	80
3.6. Пример расчёта манёвров облёта группы ККМ №4	85
Выводы к III главе	88
ГЛАВА IV. ОБЛЁТ ОБЪЕКТОВ ККМ И ИХ УВОД НА ОРБИТУ ЗАХОРОНЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОБСТВЕННОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ АКТИВНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА (II ВАРИАНТ УВОДА).....	90
4.1. Выбор орбиты захоронения.....	90
4.2. Стратегия маневрирования в группах ККМ №1-№3	93
4.3. Пример расчёта манёвров облёта групп ККМ №1-№3	95
4.4. Стратегия маневрирования в группах ККМ №4 и №5.....	99
4.5. Сравнение двух вариантов увода объектов ККМ	105
Выводы к IV главе.....	107
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	109
Список литературы	112
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	119
ПРИЛОЖЕНИЕ 2	119
ПРИЛОЖЕНИЕ 3	120
ПРИЛОЖЕНИЕ 4	120
ПРИЛОЖЕНИЕ 5	122

ВВЕДЕНИЕ

За время освоения космического пространства на различных орбитах скопилось по данным NASA [1] около 300 тысяч объектов космического мусора. За последние 25 лет имели место несколько случаев непреднамеренного столкновения космических аппаратов (КА) с объектами крупногабаритного космического мусора (ККМ) [2]. В декабре 1991г. КА серии «Космос» столкнулся с фрагментом КА этой же серии, 24.07.1996г. неизвестный фрагмент вывел из строя французский военный микроспутник «Cerise», 17.01.2005г. ступень ракеты-носителя (РН) «Тор» была повреждена фрагментом китайского происхождения и, наконец, 10.02.2009г. нефункционирующий КА «Космос-2251» столкнулся с КА «Iridium 33».

Помимо случайных столкновений необходимо отметить и последние испытания противоспутникового оружия: в 1985 г. США сбили свой КА «P78-1 Solwind» на высоте 525 км, а в 2008 году – КА «USA-193» на высоте 250 км. Вследствие того, что поражение обоих КА имело место на низких высотах, где сказывается наличие верхних слоёв атмосферы, все наблюдаемые фрагменты этих взрывов на момент написания данной работы уже сошли с орбиты. Совсем иная ситуация имеет место с результатами аналогичных китайских испытаний 2008 года. После поражения КА-цели (FY-1C) на высоте 800 км образовалось около 150 000 объектов. Примерно 2800 объектов из этого количества имели размеры больше 5 см и отслеживались наземными службами контроля космического пространства. По состоянию на февраль 2009 года только 2% от этих 2800 объектов сошли с орбиты [2, 3]. Предполагается, что причиной выхода из строя КА-ретрорефлектора VLITS в 2013 году стало столкновение с одним из фрагментов FY-1C [4].

Столкновения/взрывы в космосе *крупногабаритных* объектов сопровождаются их механическим разрушением и взрывом остатков топлива в баках КА, последних ступеней ракет и разгонных блоков. В результате появляется значительное число фрагментов, в течение длительного времени остающихся в

рабочей зоне функционирующих КА, что может привести к неуправляемой цепной реакции роста количества объектов космического мусора (эффект Кесслера) [5]. Таким образом, именно крупногабаритные объекты космического мусора требуют особого внимания. Кроме того, при столкновении или взрыве образовавшиеся фрагменты получают дополнительные приращения скорости, вследствие чего их орбиты будут отличаться от орбит двух столкнувшихся объектов. Учитывая то, что каждый фрагмент получает разное по направлению и по величине приращение скорости, образуется облако фрагментов. Эволюция такого облака происходит примерно одинаково при любой его начальной форме; за несколько сот суток частицы облака практически равномерно распределяются по долготе восходящего узла, оставаясь в узкой трубке высот [6, 7].

Дальнейшее использование орбит с высотой перицентра, превышающей 600 км, в ближайшем будущем может быть существенно осложнено всё возрастающей угрозой столкновения с КМ [8]. Согласно результатам исследований [9, 10, 11, 12] удаление 3-5 крупных объектов в год с низких околоземных орбит в сочетании с выполнением требований Межагентского комитета по космическому мусору [13] по уводу заканчивающих работу КА позволяет предотвратить цепную реакцию роста объектов космического мусора в будущем, в связи с чем необходима разработка методов оптимизации увода крупногабаритных объектов с орбиты. В перспективе задача расчистки наиболее используемых орбит станет одной из основных в отечественной и мировой космонавтике. Совокупность проблем, которые должны быть решены для успешной реализации программ очистки низких околоземных орбит, проанализирована в работах [14, 15]. Неотъемлемой частью задачи по очистке околоземных орбит от крупных объектов является составление схем перелётов активного космического аппарата-сборщика между объектами ККМ.

В настоящее время для низкоорбитальных крупных объектов КМ рассматриваются два основных варианта их увода. Первый [16, 17, 18] предполагает облёт объектов с внедрением в их сопло специальных модулей

(Thruster de-orbiting kit, TDK) с автономным управлением и запасом топлива для тормозного воздействия, достаточного для перевода объекта на орбиту захоронения. Вторым вариантом [19, 20] предусматривается использование КА, маневрирующего между объектами и с помощью своей двигательной установки последовательно уводящего их на орбиту захоронения. В данной диссертационной работе для одного и того же начального состава и пространственного распределения объектов ККМ рассмотрены оба варианта увода, проведено сравнение их эффективности.

Вопросы, связанные с обеспечением механической связи между объектом ККМ и активным КА [20] и с дальнейшим управлением полученной сцепкой [21] с целью её увода на орбиту захоронения, в данной работе не рассматриваются. Задача состоит в составлении плана облёта выделенной группы объектов ККМ, позволяющего минимизировать затраты суммарной характеристической скорости (СХС) при приемлемом времени облета. В случае принятия решения о реализации программы по очистке космического пространства требуется иметь в наличии уже готовые технологии по составлению для конкретного КА плана облёта крупногабаритных объектов. Такой план должен позволять находить компромисс между требуемыми энергетическими и временными затратами, а также учитывать возможности современных КА. Таким образом, актуальным является вопрос о разработке методики построения схем облёта объектов ККМ.

Целью представляемой диссертационной работы является разработка схем облёта объектов ККМ на низких орбитах для их последующего увода на орбиты захоронения и определение требований к КА-сборщику.

Задачами работы являются:

- 1) анализ каталога космических объектов с целью выявления компактных групп крупногабаритного космического мусора, допускающих возможность увода на орбиты захоронения значительной части объектов этих групп;

- 2) определение затрат суммарной характеристической скорости, необходимой для перелёта между объектами крупногабаритного космического мусора на некомпланарных околокруговых орбитах;
- 3) разработка методики минимизации затрат СХС при облёте объектов ККМ внутри группы за приемлемое время с использованием КА с отделяемыми модулями на борту (I вариант увода);
- 4) разработка методики минимизации затрат СХС при облёте объектов ККМ внутри группы за приемлемое время с использованием КА, последовательно уводящего объекты группы на орбиты захоронения (II вариант увода);
- 5) сравнение вариантов увода объектов ККМ по требуемым затратам суммарной характеристической скорости, времени облёта и количеству дозаправок топливом и отделяемыми модулями;
- 6) выдача рекомендаций по составлению схем облёта объектов космического мусора и по конструкции КА-сборщика.

В рамках решения третьей и четвёртой задач разрабатываемая методика должна включать в себя следующие пункты:

- определение времени на перелёт между двумя объектами ККМ, обеспечивающего компромисс между продолжительностью перелёта и затратами СХС, которые растут с уменьшением продолжительности перелёта;
- выбор последовательности облётов объектов ККМ.

После выпуска Межагентским комитетом по космическому мусору (IADC) в 2007 рекомендаций по уменьшению засорения околоземного пространства [22], в известных международных журналах космического профиля появились публикации по тематике данной работы. Из российских публикаций стоит отметить работы [19], [20] и [21], в которых рассматриваются специальные устройства, позволяющие маневрирующему КА захватить объект ККМ с целью последующего его сведения с орбиты. Публикации других авторов, содержащие примеры решения задачи облёта объектов ККМ, на середину 2017 года в

русской научной литературе представлены не были. Такие исследования проводились только за рубежом. Например, в работе [23] рассмотрен второй вариант увода, при этом предполагается, что орбиты выбранных объектов ККМ лежат примерно в одной плоскости. В [24] речь идёт о спутниковой системе из 38 КА на некомпланарных орбитах, КА могут маневрировать, и каждый из них имеет возможность свести с орбиты 25 опасных объектов. Увод ККМ с солнечно-синхронных орбит исследовался в работах [17] и [25]. В работе [17] рассматривается первый вариант увода: запуск КА, облетающего объекты ККМ и несущего на своём борту некоторое количество "сводящих с орбиты устройств". В качестве цели был намечен 41 объект ККМ, предполагалось сводить с орбиты по пять объектов в год. Проведенные расчеты показали, что возможен увод 35 объектов за семь лет, при этом потребуется 7 дополнительных запусков КА-заправщиков. В работе [25] предполагается второй вариант увода с использованием либо химической, либо электроракетной двигательной установки для маневрирования. Работа [26] представляет собой некоторое сочетание первого и второго вариантов: первый объект уводится при помощи специального модуля, который находится на маневрирующем КА, а следующий объект уводится самим КА; такой способ реализации более надёжен, но требует многократного повторения. Необходимо отметить следующее.

- Сложность полученной задачи после её математической формализации приводит к тому, что в лучшем случае удаётся получить её решение для частного случая в рамках принятой схемы маневрирования. Этот подход был применен в работах [23] и [27].
- С учётом того, что объекты ККМ в действительности распределены во всём диапазоне значений долгот восходящих узлов, предложенная в [23] постановка задачи и, соответственно, решение не применимы к реальным объектам ККМ.
- Использование в работах [24, 28] уравнения Ламберта для решения задачи встречи показывает, что авторы не учитывают эффект влияния полярного сжатия. Прямая коррекция ориентации плоскости орбиты, использованная в [28], требует

наличия на борту активного КА запаса СХС более 10 км/с. Кроме того, возможность увода каждым КА в работе [24] до 25 объектов ККМ явно избыточна и не была реализована авторами в найденных решениях.

- Недостатком работ [17] и [25] является фиксация уводимого в год количества объектов ККМ. По признанию самих авторов работы [25] жёсткие временные и количественные рамки формируют чрезмерно большие требуемые затраты СХС. Более правильным видится критерий максимизации количества объектов ККМ, сведённых с орбиты за время выполнения всей миссии, и минимизация количества используемых для этого КА.

Стоит отметить, что результаты, полученные в упомянутых работах носят частный характер и не могут рассматриваться как решение задачи по составлению плана облёта объектов ККМ на низких околоземных орбитах. В данной диссертационной работе предложено общее решение задачи, основанное на возможностях современной и перспективной космической техники и оптимизированное по затратам суммарной характеристической скорости при приемлемом времени облёта. Всемирное признание проблемы увода объектов ККМ с орбиты определяет её актуальность. Научная новизна данной работы заключается в разработке целостной методики, позволяющей оптимизировать схемы перелётов между объектами ККМ. Отсутствие российских работ по этой тематике в сочетании с полученными результатами международного уровня определяют её научную новизну. Практическая значимость работы подтверждается существующими в настоящее время проектами по отработке технологий, необходимых для увода объектов ККМ с орбит. Эти проекты финансируются концерном EADS Astrium (миссия DEOS), Европейским космическим агентством (миссия e.Deorbit), а также NASA и DARPA (миссии Orbital Express и Phoenix).

Представляемая к защите диссертационная работа состоит из четырёх глав.

В первой главе обоснована необходимость очистки орбит от ККМ. Выполнена классификация объектов ККМ на низких околоземных орбитах по

пяти группам; в качестве основного критерия классификации была принята близость значений наклонов орбит. Приведены основные Кеплеровы элементы орбит в рамках каждой из групп. Для отображения динамики изменения взаимного расположения орбитальных плоскостей внутри каждой группы предложено использовать портрет эволюции отклонений ДВУ.

Во второй главе для околокруговых орбит исследованы затраты суммарной характеристической скорости, необходимой для перевода активного КА в точку встречи с объектом ККМ за заданное число витков полёта цели с использованием орбиты ожидания. В данной задаче возможны 4 варианта начальных условий, отличающиеся друг от друга количеством Кеплеровых элементов, по которым начальная и конечная орбиты имеют рассогласование. Использование нецентральности гравитационного поля Земли (J_2), которая приводит к прецессии линии узлов, позволяет уменьшить затраты СХС на маневрирование. В случае перевода КА вдоль орбиты получена аналитическая зависимость, позволяющая определить необходимое время нахождения активного КА на орбите ожидания. Эта величина представляет собой компромисс между временем перелёта и затратами СХС. Для целенаправленного изменения долготы восходящего узла показана предпочтительность осуществления поворота орбитальной плоскости в направлении естественной прецессии. Те же рекомендации остаются и в случае незначительных (до 0.5°) отличий по наклону применительно к группам ККМ №1-№4, отличия по большой полуоси орбит которых в среднем не превышают 50 км.

В третьей главе рассматривается первый вариант увода объектов ККМ с орбиты, предполагающий использование маневрирующего КА с отделяемыми модулями на борту, специально спроектированного для решения этой задачи. После полной выработки топлива к активному КА запускается КА-заправщик, несущий также дополнительные отделяемые модули. Для наглядного представления пространственного распределения орбит объектов ККМ вводится рассмотрение портрета эволюции отклонений ДВУ, как основное средство графического отображения динамики относительного движения объектов ККМ в

конкретной группе. Объекты ККМ в группах №1-№3 устойчивы по ДВУ в своём относительном движении, поэтому конфигурация орбитальных плоскостей внутри группы мало изменяется с течением времени. В этом случае можно применить последовательный облёт объектов в направлении естественной прецессии. Группа №5 представлена солнечно-синхронными орбитами, для которых последовательный облёт объектов является неэффективным. Для этой группы предложено оригинальное "диагональное решение", основанное на особенностях динамики изменения пространственного положения орбит объектов в группе, проявляющихся на портрете эволюции отклонений ДВУ. Для облёта объектов, не охваченных диагональными решениями, можно применить последовательную схему с использованием орбиты ожидания. Облёт объектов группы №4 сочетает в себе диагональное решение, применённое для группы №5, и последовательный облёт, принятый в группах №1-№3. Отдельно изучен вопрос о количестве необходимых активных КА, а в случае групп №1-№4 – о выборе продолжительности перелёта от одного объекта к другому.

В четвёртой главе рассматривается второй вариант увода объектов ККМ, предполагающий использование КА, который после обеспечения механической связи с объектом ККМ уводит его на орбиту захоронения (орбиту, существующую менее 25 лет), остаётся на этой ОЗ, а затем возвращается за новым объектом в момент совмещения орбитальных плоскостей по ДВУ. Изучен вопрос о выборе орбиты захоронения с использованием программного комплекса TRACE, созданного на основе теории движения космических объектов THEONA, разработанной в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Для рассматриваемых групп ККМ рассмотрены два основных типа ОЗ: круговая и эллиптическая. Для формирования эллиптической ОЗ требуются меньшие затраты топлива, однако апогей ОЗ в течение некоторого времени остается в зоне рабочих орбит других КА.

В заключении даны рекомендации по составлению схем облёта объектов ККМ на низких околокруговых орбитах и описаны требуемые характеристики КА-сборщика.

Диссертационная работа состоит из 123 страниц, включает в себя 18 таблиц и 47 рисунков, 5 приложений.

Основные результаты диссертации опубликованы в 10 статьях (все входят в перечень ВАК, 5 статей опубликовано в журналах, входящих в базы данных Web of Science и Scopus), доложены на Всероссийских и международных конференциях, а также на научных семинарах:

- International Astronautical Congress, International student workshop IAF-SUAC Tsinghua, Beijing, 2013;
- XLVIII научные чтения памяти К.Э. Циолковского, Калуга, 2013;
- XXXVIII академические чтения по космонавтике, Москва, 2014;
- Российско-китайский инновационный студенческий форум по малым спутникам, Благовещенск, 2014;
- XLIX научные чтения памяти К.Э. Циолковского, Калуга, 2014;
- VI Белорусский космический конгресс, Минск, 2014;
- Международная научная конференция «Физико-математические проблемы создания новой техники», посвященная 50 – летию НУК «Фундаментальные науки» МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 2014;
- XXXIX Академические чтения по космонавтике, Москва, 2015;
- XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Казань, 2015
- International Astronautical Congress, Jerusalem, 2015
- XL Академические чтения по космонавтике, Москва, 2016;
- International Astronautical Congress, Guadalajara, 2016
- XLI Академические чтения по космонавтике, Москва, 2017;
- 7th European Conference on Space Debris, Darmstadt, 2017.
- 3rd IAA Conference on Dynamics and Control of Space Systems (DYCOSS), Moscow, 2017.
- Семинар «Механика космического полета (имени В.А.Егорова)» кафедры «Теоретическая механика и мехатроника» Московского государственного

университета им. М.В. Ломоносова под руководством д.ф.-м.н. профессора В.В. Сазонова. Москва, 23 ноября 2016 г.

- Московский городской научно-методический семинар по теоретической механике при кафедре ФНЗ «Теоретическая механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана под руководством д.т.н. профессора И.Г. Благовещенского. Москва, 21 декабря 2016 г.
- Семинар кафедры 601 Московского авиационного института под руководством д.т.н. профессора М.С. Константинова. Москва, 09 июня 2017 г.
- Семинар отдела №5 Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН под руководством д.ф.-м.н. профессора Ю.Ф. Голубева. Москва, 21 сентября 2017 г.
- International Astronautical Congress, Adelaide, 2017.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках мероприятия 1.2 федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» (Соглашение от 26 сентября 2017 года № 14.574.21.0146, уникальный идентификатор работ RFMEFI57417X0146).

ГЛАВА I. ОБЪЕКТЫ КРУПНОГАБАРИТНОГО КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА НА НИЗКИХ ОКОЛОКРУГОВЫХ ОРБИТАХ

1.1. Проблема увеличения количества объектов космического мусора

Под термином «космический мусор» (КМ) понимается вся совокупность искусственных объектов, которые появились в космическом пространстве вследствие деятельности человека и в настоящий момент совершают неуправляемый орбитальный полёт. Эти объекты принято подразделять на четыре категории:

- продукты столкновений/взрывов (Fragmentation debris);
- нефункционирующие космические аппараты (Spacecraft);
- объекты, образованные при проведении динамических операций в космосе, например, при разделении ступеней, при отделении КА от ракеты-носителя или разгонного блока (Mission-related Debris);
- верхние ступени ракет-носителей и разгонные блоки (Rocket bodies).

На рисунке 1 показано изменение общего числа наблюдаемых объектов КМ, начиная с 1961 года, а также приведены данные о численности объектов КМ каждой из указанных четырёх категорий.

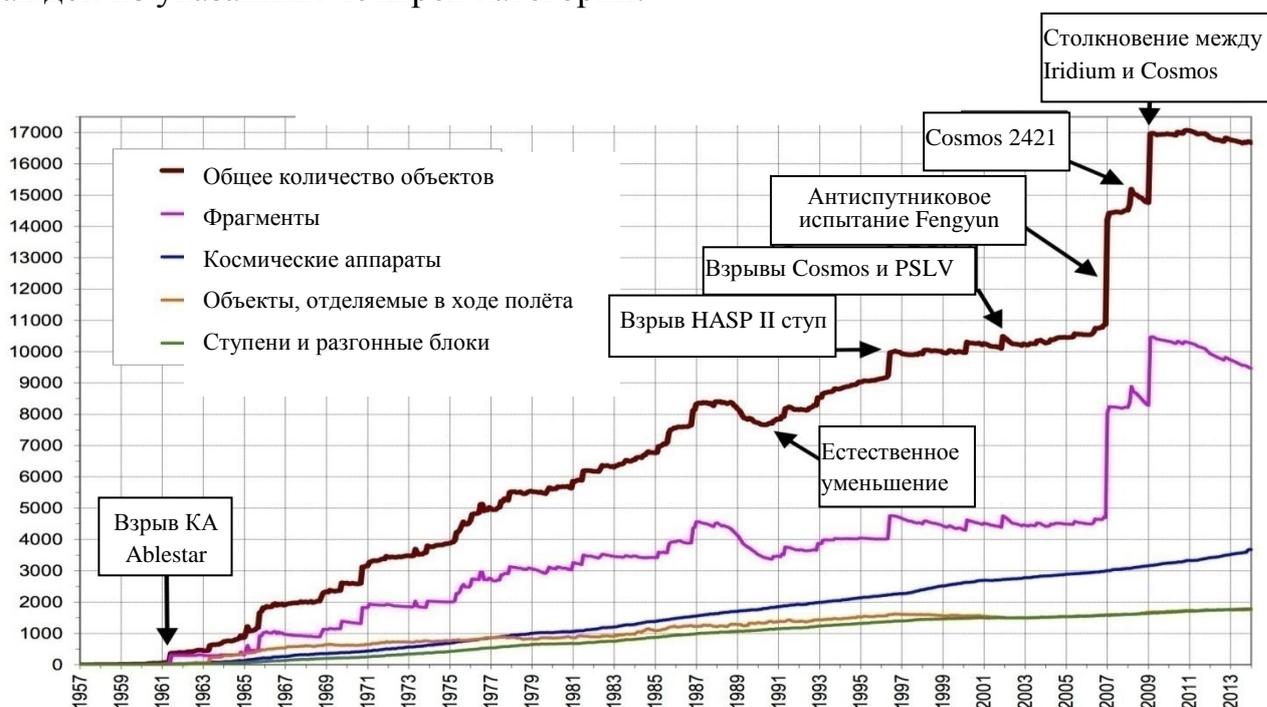


Рисунок 1. Количество отслеживаемых объектов КМ по годам

Количество объектов КМ постоянно росло по близкому к линейному закону вплоть до 2007 года, когда Межагентским комитетом по космическому мусору (IADC) были выпущены Рекомендации по уменьшению засорения околоземного пространства [22]. Эти рекомендации являются обязательными для всех стран, осуществляющих запуски, однако одного их выполнения недостаточно. Столкновение двух объектов в околоземном пространстве приводит к резкому увеличению числа объектов КМ за счёт образовавшихся новых, меньших по размеру и массе, фрагментов (Рисунок 1). Особенно сильное влияние на засорённость ближнего космоса (двукратное увеличение количества объектов КМ) оказали испытание КНР своего антиспутникового вооружения (Fengyun anti-satellite test) в 2008 г. и непреднамеренное столкновение КА «Космос-2251» с КА Iridium 33 в 2009 г. [29].

Объекты крупногабаритного космического мусора (ККМ) представляют серьёзную опасность, так как вследствие своей массы (порядок тонны) и размеров обладают большой кинетической энергией. Столкновение двух таких объектов даже в случае нелобового удара приводит к полному их разрушению и появлению значительного количества новых фрагментов. Остатки топлива, которые могут оставаться в баках объектов ККМ (запущенных до принятия положения о необходимости стравливания остатков топлива перед окончанием эксплуатации), могут сдетонировать при столкновении двух объектов. Это будет способствовать дроблению фрагментов столкновения до размеров, неотслеживаемых в настоящее время при помощи наземных средств наблюдения (менее 10 см). Приобретаемые в результате столкновения импульсы скорости у каждого фрагмента будут незначительно отличаться, что приведёт к формированию трубки орбит фрагментов [6]. Эта трубка в течение одного года расплзается по всему диапазону значений ДВУ, оставаясь примерно на одной высоте в течение десятилетий (для высот, превышающих 600 км). Образовавшиеся фрагменты могут выводить из строя функционирующие КА, а также поражать и разрушать

другие объекты КМ, что в итоге может привести к началу неуправляемой цепной реакции роста объектов КМ.

Впервые проблема космического мусора и опасности возникновения цепной реакции была описана специалистами космического центра им. Джонсона (NASA) D. Kessler и В. Cour-Palais [5] в 1978 г. В статье также были даны прогнозы по времени первого случайного столкновения объектов на низких орбитах при разных ежегодных темпах запусков. Так, в период с 1968 г. по 1974 г. количество отслеживаемых космических объектов увеличивалось со скоростью 320 объектов в год [5], первое столкновение прогнозировалось в 1997г. В период 1975-1978 гг. эта величина возросла до 510 объектов в год. Осредненный темп запусков в период 1968-1975 гг. составил +13% ежегодно, соответственно первое столкновение ожидалось примерно в 1989 г. На рисунке 2 отображено количество новых космических объектов (КА, ступени и разгонные блоки), которые ежегодно появлялись в околоземном пространстве, начиная с 1957 года. В период 1970-1990 гг. средний темп добавления новых объектов оставался примерно постоянным (рисунок 2). Первое случайное столкновение двух крупных объектов произошло в 1991 г. (КА серии «Космос» столкнулся с фрагментом КА этой же серии). Таким образом, несмотря на многочисленные осреднения и допущения, принятые в [5], результаты моделирования оказались вполне достоверными.

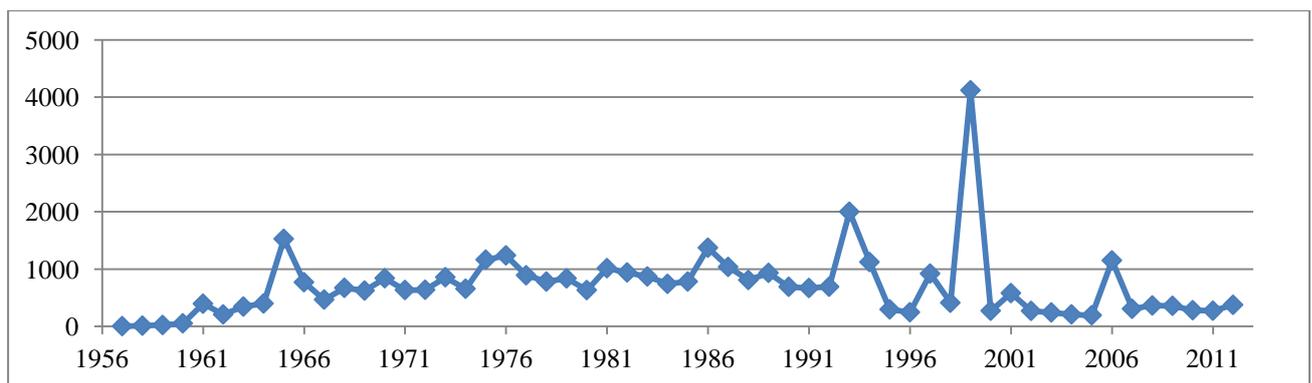


Рисунок 2. Данные из каталога космических объектов по количеству новых объектов по годам

После резонансного случайного столкновения КА «Космос-2251» с КА «Iridium 33» в 2009 году усилия отечественных и зарубежных специалистов были

направлены на каталогизацию нефункционирующих космических объектов и их фрагментов, а также на создание специальных программ, способных прогнозировать динамику изменения количества объектов КМ в околоземном пространстве. Среди созданных зарубежных программ стоит отметить такие программы, как *Debris Analysis and Monitoring Architecture to the Geosynchronous Environment* (DAMAGE) и *Computational Adaptive Strategy to Control Accurately the Debris Environment* (CASCADE), разработанные в университете Саутгемтона, Великобритания, *Meteoroid and Space Debris Terrestrial Environment Reference* (MASTER), ESA, а также *LEO-to-GEO Environment Debris model* (LEGEND), созданную в NASA. Указанные программы были использованы [9, 10, 11, 12, 30, 31, 32] для выработки необходимых условий минимизации рисков столкновений в ближнем космосе. Согласно результатам этих исследований для предотвращения цепной реакции роста объектов КМ необходимо одновременное выполнение двух условий: следование требованиям Межагентского комитета по космическому мусору [22] по уводу заканчивающих работу КА и удаление 3-5 крупных объектов в год с низких околоземных орбит.

Сведение с орбиты неуправляемых объектов является сложной и дорогостоящей операцией. Изначально все предложения по подобного рода миссии предполагали увод нескольких объектов одним маневрирующим КА. Перед тем, как обсуждать последовательность облёта объектов, проводить оценку требуемых временных и энергетических затрат и искать пути их уменьшения, необходимо сначала определиться с составом объектов ККМ.

1.2. Компактные группы ККМ

В данной работе предполагается, что объектами, переводимыми на орбиты захоронения, являются последние ступени ракет-носителей и разгонные блоки, то есть космические объекты, которые могут быть захвачены с минимальными рисками разрушения посредством гарпуна / металлической сетки, или имеющие сопло, в которое можно вставить специальный модуль, способный перевести эти объекты на орбиту захоронения. В таблице 1 приведены геометрические

характеристики некоторых таких объектов. На основании анализа этой таблицы можно сделать вывод, что площадь минимального поперечного сечения объектов в основном превышает 5 м^2 [33].

Таблица 1

Характеристики разгонных блоков и последних ступеней
некоторых ракет-носителей *

Тип объекта	Диаметр, м	Длина, м	Минимальная площадь, м^2	Максимальная площадь, м^2
3 ступень РН «Протон»	4.098	4.11	13.19	16.84
3 ступень РН «Союз»	2.66	6.745	5.56	17.94
2 ступень РН «Зенит-2»	3.9	10.4	11.95	40.56
2 ступень «Ариан-5»	3.963	3.356	12.33	13.30
2 ступень «Ариан-4»	2.6	9.9	5.31	25.74
2 ступень Тор-Аджена А	1.52	4.73	1.81	7.19
2 ступень "Космос-3М"	4.2	2.4	13.85	10.08
3 ступень "Циклон-3"	2.2	2.7	3.8	5.94
4 ступень PSLV	2.02	2.6	3.2	5.25
РБ «Бриз»	2.49	2.654	4.87	6.61
РБ «Фрегат»	3.35	1.5	8.81	5.03
РБ «Центавр»	3.05	12.68	7.31	38.67
РБ ДМ	3.7	6.28	10.75	23.24

В силу целевой направленности запусков КА, сформировались выраженные группы ККМ. При рассмотрении каталога космических объектов [34] из всей совокупности нефункционирующих объектов можно выделить пять компактных групп ККМ (таблица 2), исходя из следующих критериев отбора:

- площадь поперечного сечения не менее 5 м^2 ;
- минимальные отличия в наклонении орбит объектов одной группы (как правило, не более 1°);
- высота перигея не менее 600 км;
- высота апогея не более 2000 км.

* Габаритные размеры разгонных блоков даны в базовой комплектации, без учёта дополнительных отделяемых баков с топливом.

В отличие от [18], где в качестве целей наравне со ступенями и разгонными блоками рассматривались ещё и нефункционирующие КА и был принят критерий классификации высота-наклонение, в данной работе классификация групп КKM проведена только по значению наклона, так как изменение этого элемента орбит требует наибольших затрат СХС.

Таблица 2

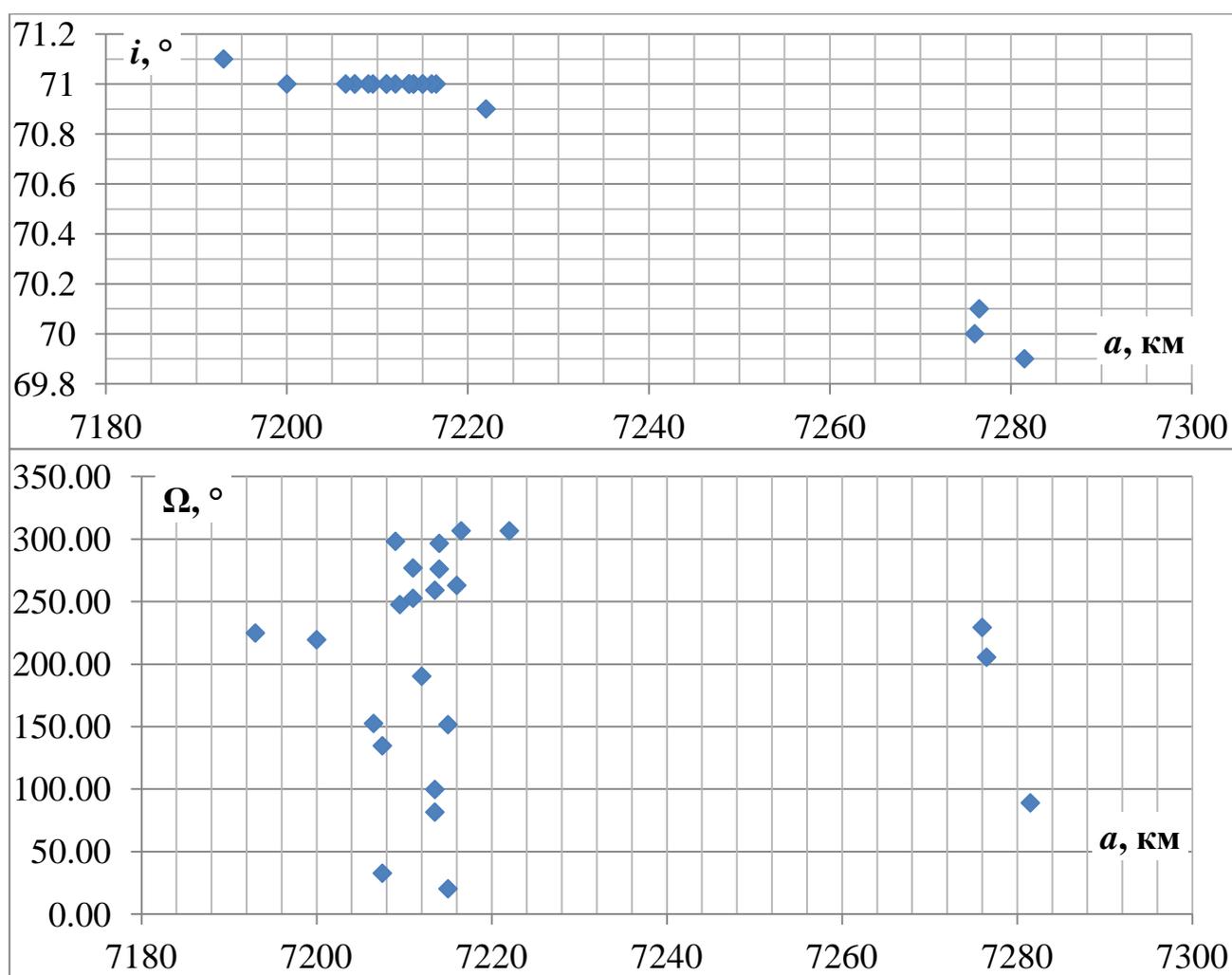
Компактные группы КKM на низких околокруговых орбитах

Номер группы	Наклонение орбит элементов группы, °	Диапазон значений большой полуоси, км	Диапазон изменения эксцентриситетов	Количество объектов КKM
1	71	7193-7281	0.0002-0.0036	23
2	74	7122-7152	0.0006-0.0092	11
3	81	7211-7262	0.0031-0.0095	28
4	83	7318-7358	0.0008-0.0081	52
5	97-100	6973-7500	0.0003-0.0099	46

Первая группа (71°) в основном представлена 2-ми ступенями РН «Зенит-2». Вторая группа (74°) образована 2-ми ступенями РН «Космос-3М». Третья группа (81°) состоит из 3-их ступеней РН «Восток-2М». Четвёртая группа (83°) состоит преимущественно из вторых ступеней РН «Космос-3М» и нескольких третьих ступеней РН «Циклон-3». Объекты, образующие пятую группу представлены верхними ступенями нескольких РН, среди которых можно отметить «Великий поход -2, -4», «Зенит-2», PSLV, семейство «Ariane» и Thor Agena. Самым массивным из упомянутых объектов является вторая ступень РН «Зенит-2», обладающая массой 9000 кг, длиной 11.5 м и диаметром 3.9 м.

Орбиты первых четырех групп имеют малое отклонение по величине большой полуоси. Последняя группа обязана своим появлением запускам КА на солнечно-синхронные орбиты, в связи с чем наклонение составляющих её объектов является функцией высоты, а сама высота орбиты изменяется в 500 км диапазоне. Для изменения высоты на 50 км в случае выделенных групп КKM №1-

4 требуется примерно 25 м/с, тогда как для поворота плоскости орбиты на 1 градус – примерно 130 м/с. Таким образом, из четырёх Кеплеровых элементов, отличия по которым имеются у объектов выделенных групп, наиболее критичными являются отличия по долготе восходящего узла (ДВУ) и наклонению, которое и было использовано для выделения этих пяти групп. Распределение параметров орбит объектов всех пяти групп ККМ на 21 ноября 2013 года показано на рисунках 3-7.



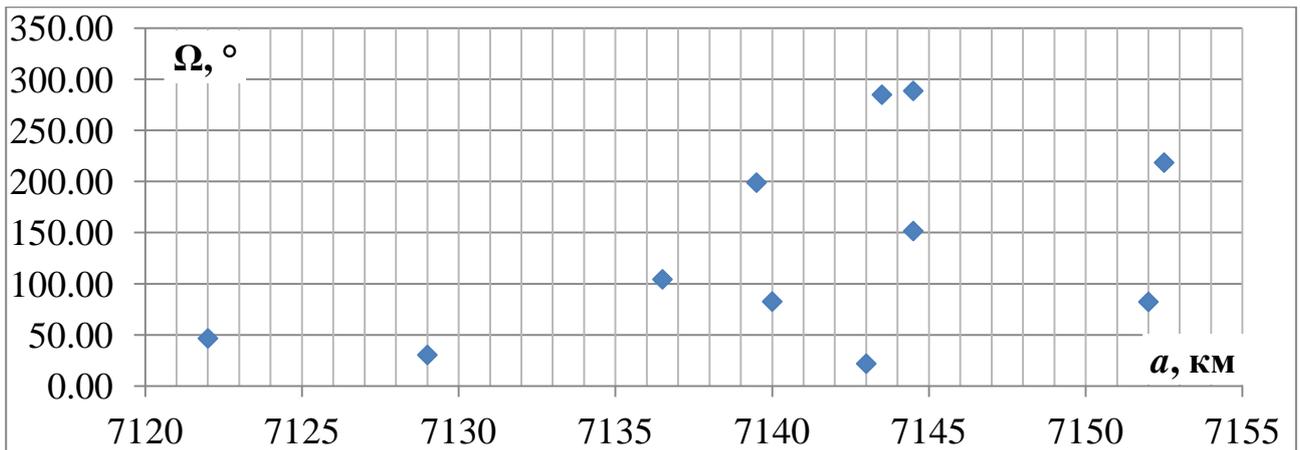
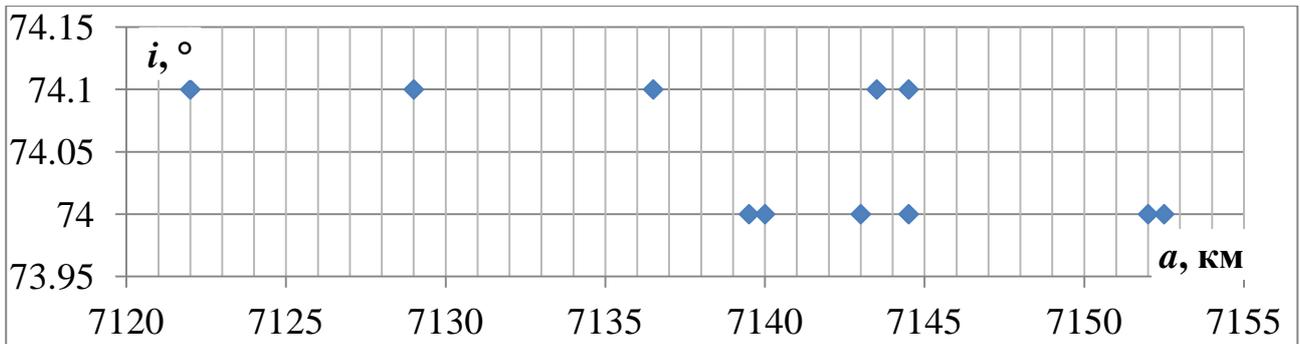


Рисунок 4. Некоторые орбитальные параметры объектов группы ККМ №2

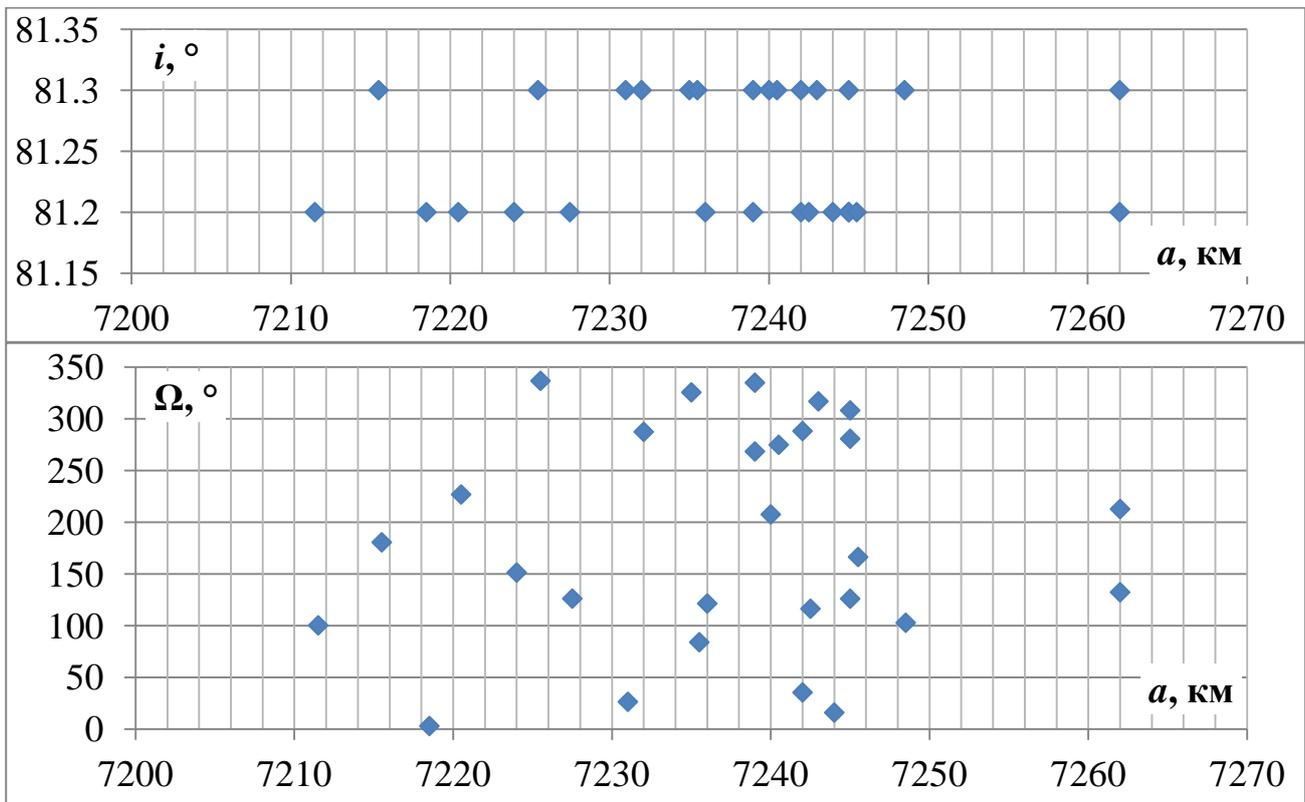


Рисунок 5. Некоторые орбитальные параметры объектов группы ККМ №3

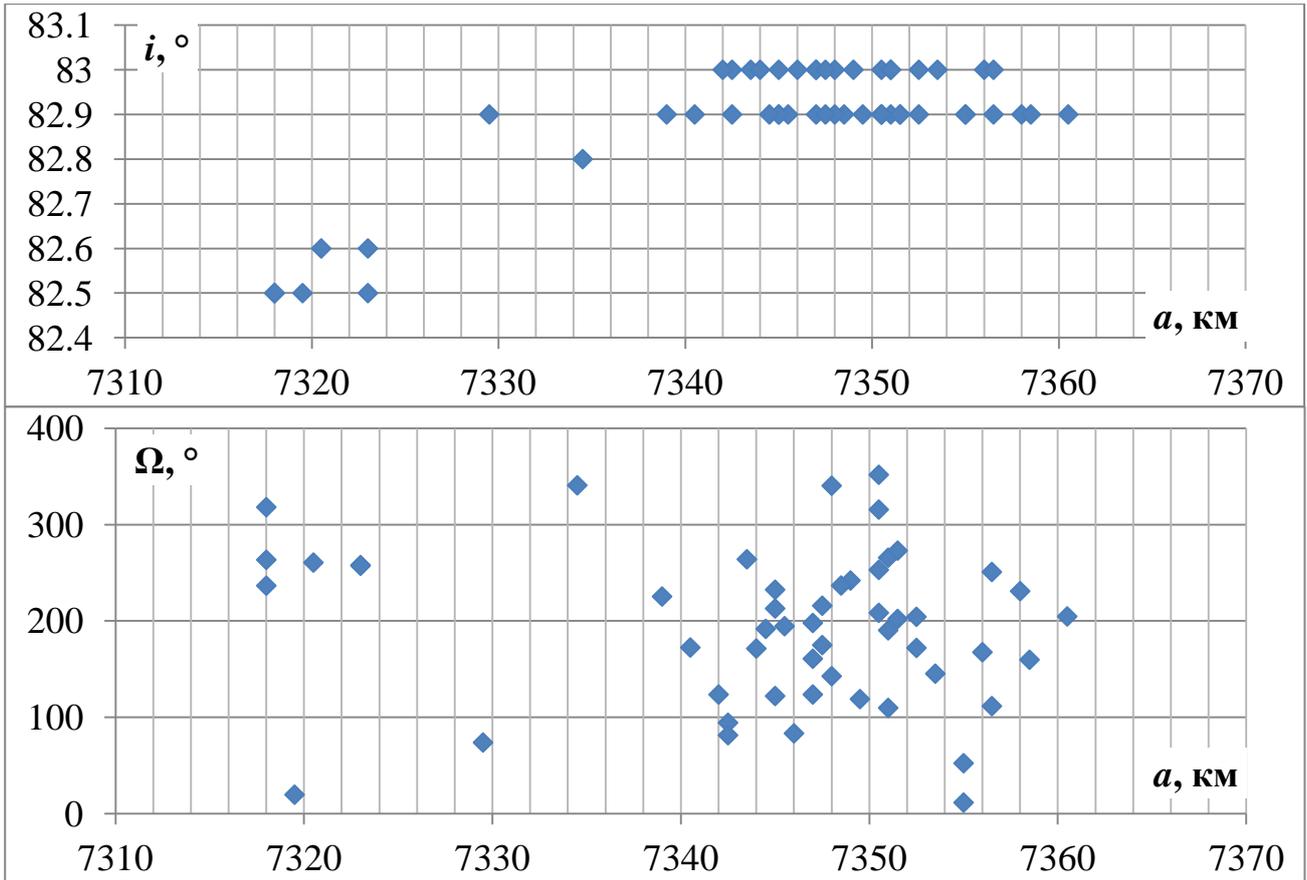


Рисунок 6. Некоторые орбитальные параметры объектов группы ККМ №4

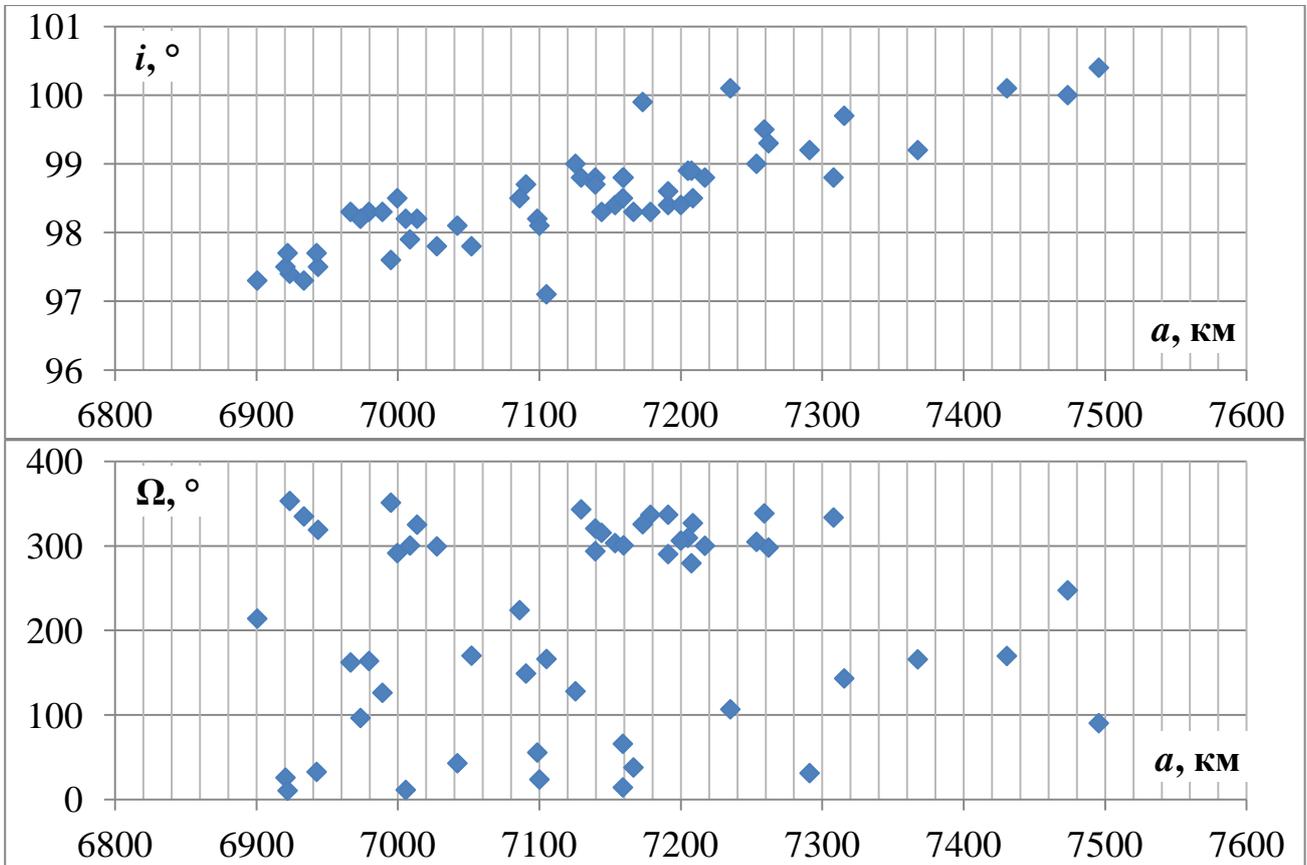


Рисунок 7. Некоторые орбитальные параметры объектов группы ККМ №5

1.3. Портрет эволюции отклонений долгот восходящих узлов

Объекты ККМ образуют группу, элементы которой не синхронизированы по своему относительному движению. Их орбиты незначительно, но отличаются по большой полуоси (a), эксцентриситету (e) и наклонению (i), расхождение по ДВУ (Ω) может быть любым по величине. Разные скорости прецессии орбитальных плоскостей приводят к изменению относительного расположения плоскостей орбит на длительном интервале времени. В качестве параметра, характеризующего это расположение, целесообразно использовать $\Delta\Omega_{ik} \in (-\pi; +\pi]$ – отклонение ДВУ орбит всех i -х объектов группы от ДВУ орбиты одного специально выбранного объекта с номером $k \in \overline{1; m}$. При таком подходе прямые $\Delta\Omega_{ik}(t)$ для орбит с близкими параметрами (которых в группах №1-4 большинство) будут представлять собой линии с малым углом наклона, а угловое относительное расстояние $\Delta\Omega_{ik}$ будет медленно изменяющимся во времени. Закон изменения углового расстояния по ДВУ (в радианах) i -ых объектов ККМ относительно выбранного k -го объекта в первом приближении представляет собой линейную зависимость от времени, которое измеряется в сутках:

$$\Delta\Omega_{ik}(t) = \Delta\Omega_{ik}(0) + \Delta k_{ik} \cdot t, \quad (1)$$

где

$$\Delta\Omega_{ik}(0) = \Omega_i(0) - \Omega_k(0); \quad (2)$$

$$\Delta k_{ik} = \left(\frac{\delta\Omega_i}{T_i} - \frac{\delta\Omega_k}{T_k} \right) \cdot 86400; \quad (3)$$

$$\delta\Omega = \frac{-2\pi\varepsilon}{\mu p^2} \cos i, \quad (4)$$

здесь $\Omega_i(0), \Omega_k(0)$ – начальные значение ДВУ i -го и k -го объекта ККМ; $\varepsilon = 2.634 \cdot 10^{10}$ км⁵/с² – константа сжатия; $\mu = \gamma M = 398600.44$ км³/с² (γ – гравитационная постоянная, M – масса Земли); i – наклонение орбиты; p – фокальный параметр; a – большая полуось; ω – аргумент перицентра; e – эксцентриситет орбиты; $\delta\Omega$ – изменение ДВУ за один виток, вследствие влияния второго члена разложения потенциала гравитационного поля в ряд по сферическим функциям геоцентрической широты. T_i и T_k – драконические периоды орбит i -го и k -го объектов, измеряемые в секундах и вычисляемые по формуле [35, 36]:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \left\{ 1 - \frac{\varepsilon}{a^2 \mu} \left[3 - \frac{5}{2} \sin^2 i - e \cdot \cos \omega (1 - 5 \sin^2 i) \right] \right\}. \quad (5)$$

Величина $\delta\Omega$ измеряется в радианах за виток, поэтому для определения векового изменения ДВУ за некоторое время t , выраженное в сутках, необходимо умножить

величину $\delta\Omega$ на количество витков в сутках, то есть на отношение 86400 секунд к периоду обращения.

Портреты эволюции отклонений ДВУ показаны на рисунках 8-12 для групп ККМ №1-№5 соответственно, их анализ позволяет сделать вывод о трёх возможных случаях взаимного расположения прямых относительного рассогласования по ДВУ $\Delta\Omega_{ik}(t)$. В первом случае прямые $\Delta\Omega_{ik}(t)$, имеют малый угол наклона к оси абсцисс и образуют семейство квазипараллельных прямых. Такая картина характерна для групп ККМ №1-№3. Во втором случае прямые $\Delta\Omega_{ik}(t)$ имеют угловые коэффициенты различного знака и абсолютной величины, что приводит к значительному числу пересечений этих прямых на портрете эволюции отклонений ДВУ. Такая картина имеет место в случае группы ККМ №5. Третий случай взаимного расположения прямых $\Delta\Omega_{ik}(t)$ представляет собой комбинацию первых двух, он имеет место для группы №4.

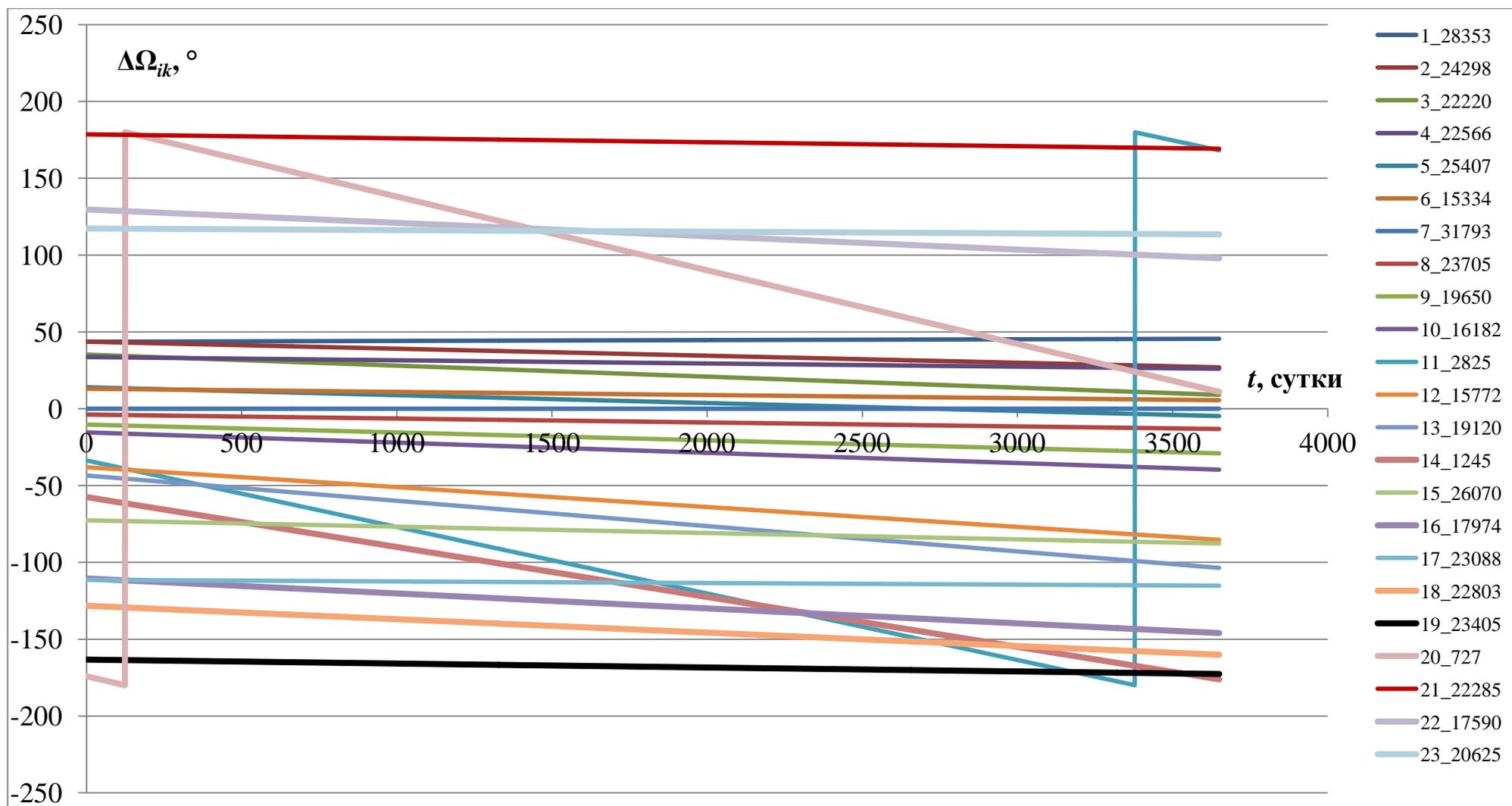


Рисунок 8. Портрет эволюции отклонений ДВУ для группы ККМ №1

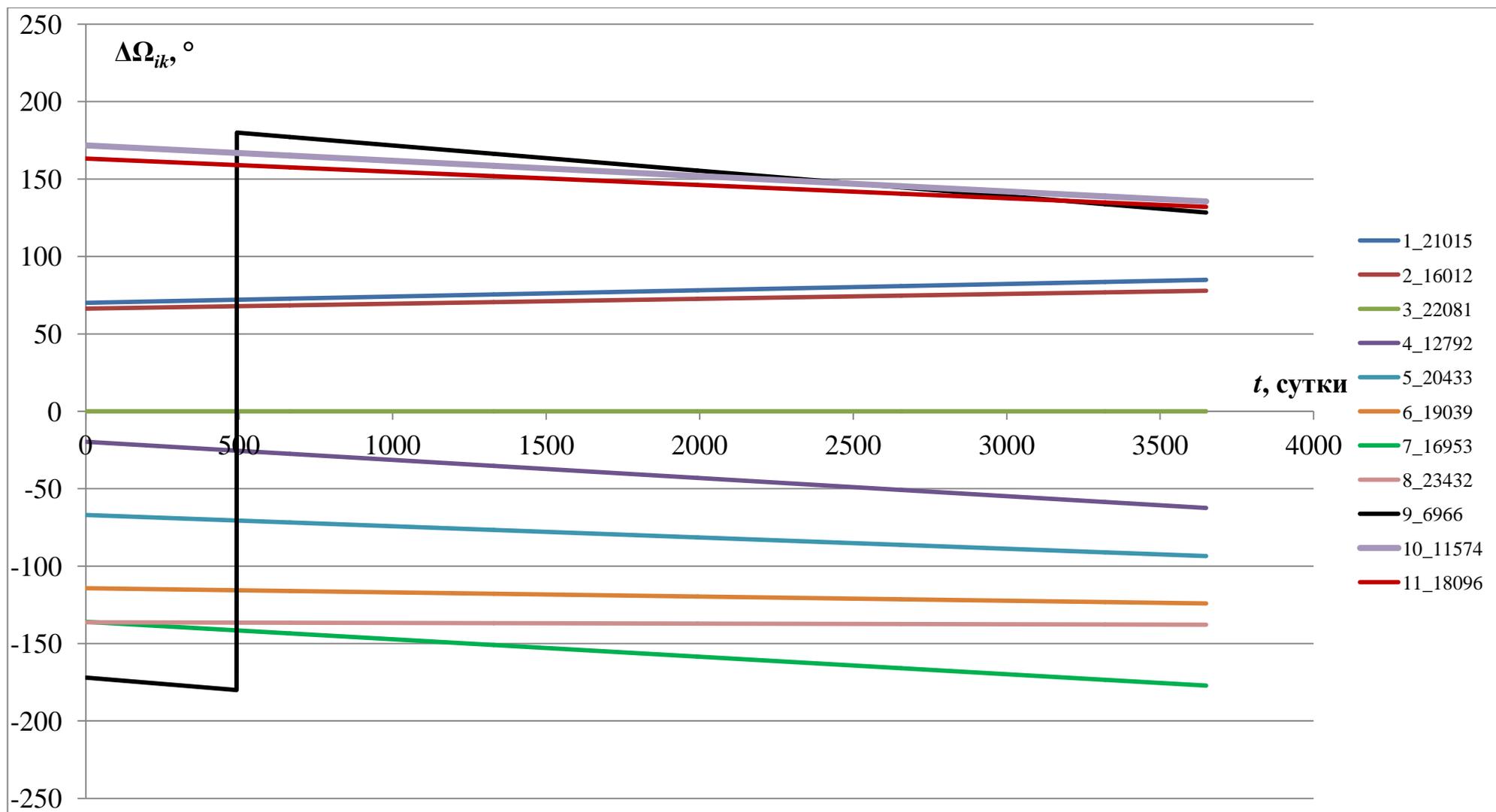


Рисунок 9. Портрет эволюции отклонений ДВУ для группы ККМ №2

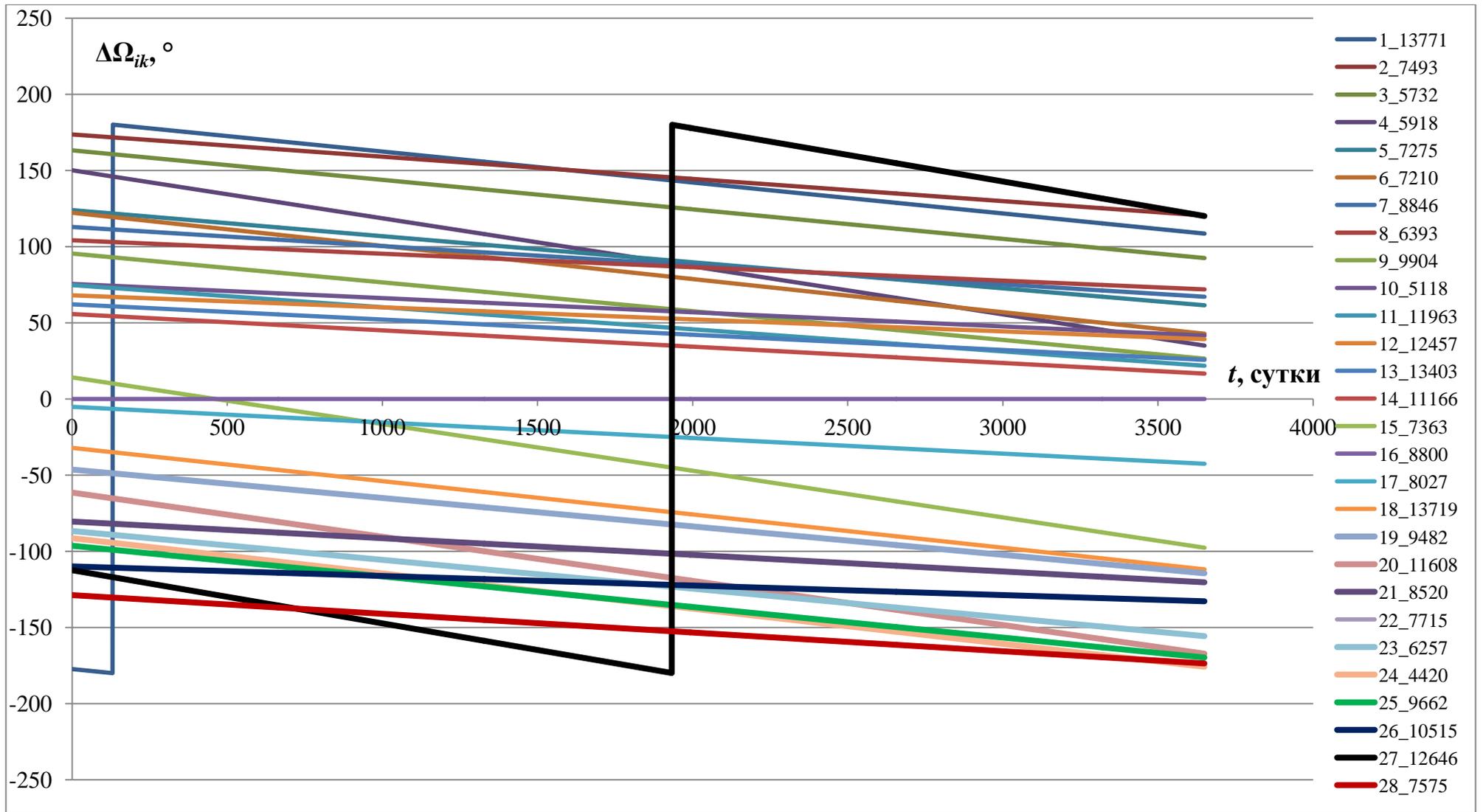


Рисунок 10. Портрет эволюции отклонений ДВУ для группы ККМ №3

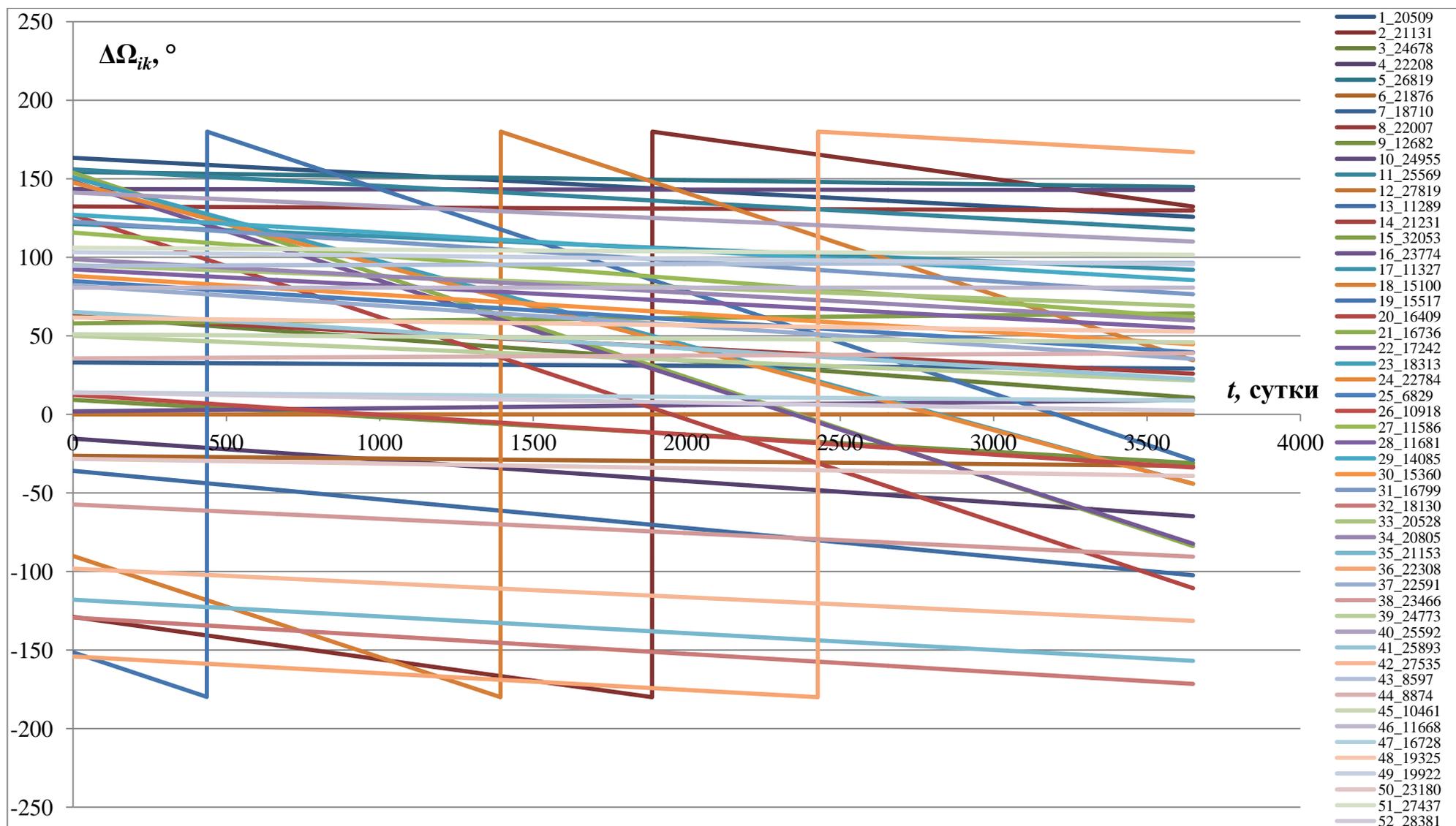


Рисунок 11. Портрет эволюции отклонений ДВУ для группы ККМ №4

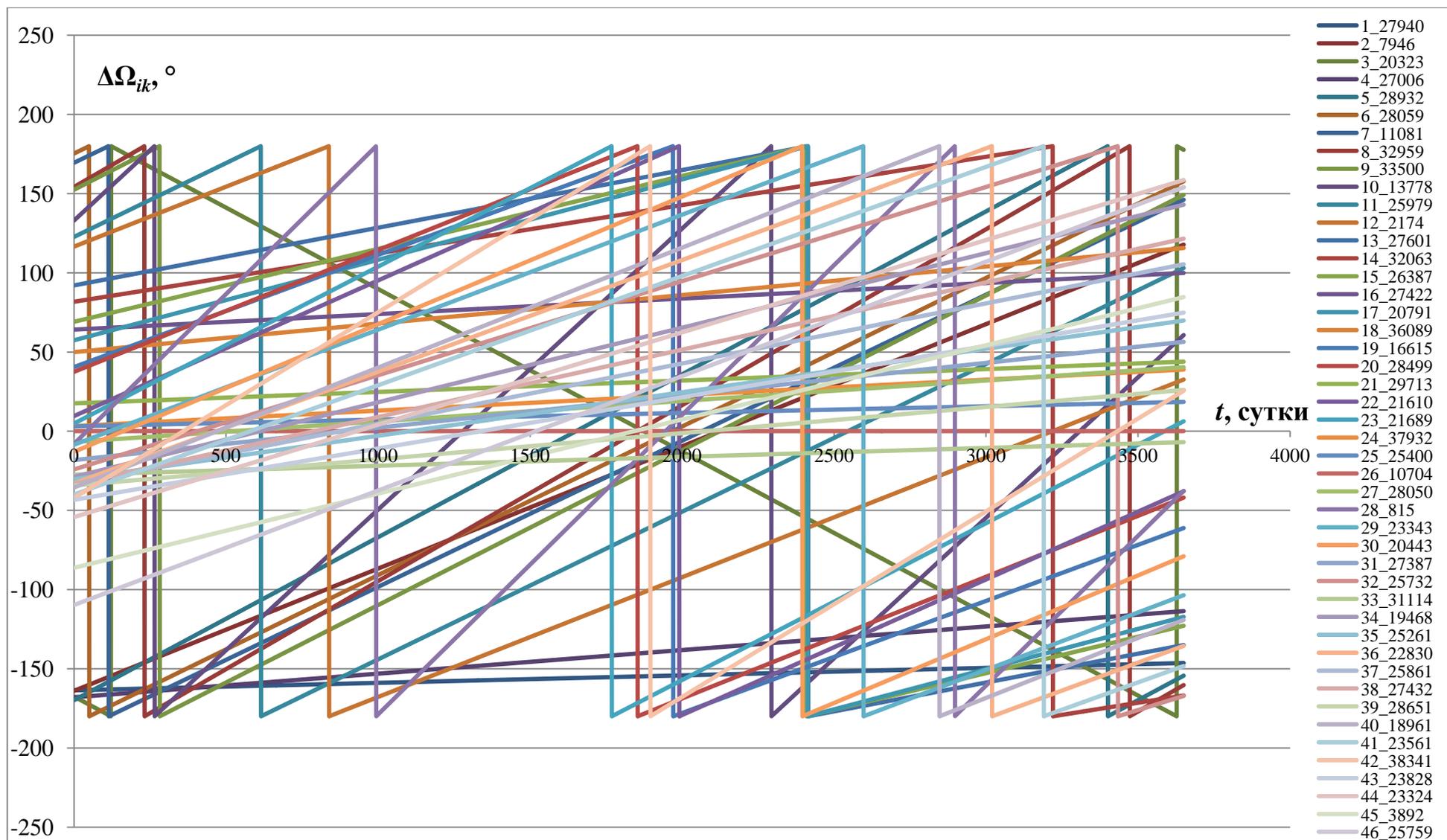


Рисунок 12. Портрет эволюции отклонений ДВУ для группы ККМ №5

Выводы к I главе

1. Объекты ККМ в случае столкновений являются источником множества новых фрагментов более мелкого КМ, поэтому их увод с рабочих орбит является актуальной задачей.
2. По результатам анализа каталога космических объектов на низких околокруговых орбитах выделены пять компактных групп ККМ (ступени РН и разгонные блоки), допускающих облёт нескольких объектов каждой группы одним современным КА.
3. Портрет эволюции отклонений ДВУ является наглядным средством отображения взаимного положения орбитальных плоскостей объектов группы во времени.
4. Три возможных случая взаимного расположения прямых относительного рассогласования по ДВУ $\Delta\Omega_{ik}(t)$ на портрете эволюции отклонений ДВУ могут стать основой для различных подходов к составлению схем облёта объектов ККМ.
5. Орбиты объектов внутри группы являются околокруговыми, незначительно отличаются по большой полуоси и наклонению, разница по ДВУ может изменяться от долей градуса до нескольких десятков градусов. В связи с этим необходимо рассмотреть некомпланарные перелёты с заданной продолжительностью между двумя объектами ККМ и исследовать изменение затрат СХС.

ГЛАВА II. ВОПРОСЫ МИНИМИЗАЦИИ ЗАТРАТ СУММАРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ ПРИ ОБЛЁТЕ ОБЪЕКТОВ ККМ НА НЕКОМПЛАНАРНЫХ ОКОЛОКРУГОВЫХ ОРБИТАХ

В данной главе рассмотрены перелёты между двумя объектами на некомпланарных околокруговых орбитах. При таком перелёте возможны четыре основных варианта начальных условий, отличающихся друг от друга количеством орбитальных параметров, по которым имеется рассогласование. Гравитационное поле учитывается до второй зональной гармоники.

Движение КА задаётся в оскулирующих Кеплеровых элементах, показанных на рисунке 13. Кеплеровы элементы представляют собой 6 параметров, описывающих положение КА на орбите (u – аргумент широты), тип орбиты (a – большая полуось и e – эксцентриситет) и ориентацию орбитальной плоскости в инерциальной системе координат (Ω – долгота восходящего узла, i – наклонение орбиты, ω – аргумент перицентра).

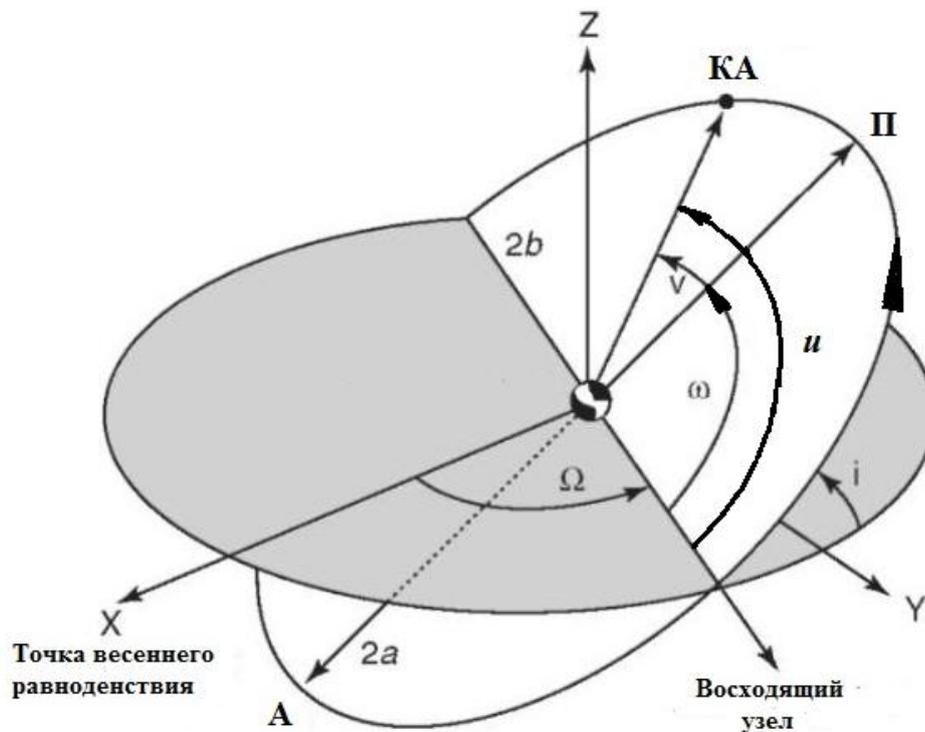


Рисунок 13. Кеплеровы элементы, используемые для описания движения КА

В основе предлагаемой минимизации затрат СХС на маневрирование лежит использование орбиты ожидания, скорость изменения ДВУ для которой отличается от таковой для начальной и конечной орбит. Подразумевается, что возможное количество витков ожидания задаётся, исходя из разумного соотношения между продолжительностью перехода между орбитами и требуемыми для этого затратами СХС. Параметры манёвров КА на околокруговых орбитах находятся в результате решения линеаризованных дифференциальных уравнений движения КА [35, 37].

При последовательном облёте крупногабаритных объектов космического мусора с целью их увода с орбиты требуется так распланировать схему облёта, чтобы затраты СХС и, соответственно, потери топлива активного КА были минимальны. Вместе с тем, при минимизации СХС необходимо принимать во внимание продолжительность перелётов, которая определяет общий срок функционирования активного КА-сборщика.

2.1. Перевод КА в целевую точку вдоль орбиты ($u_1 \neq u_2$)

В данном разделе рассматривается задача об изменении положения КА вдоль орбиты на угол Δu ($\Delta u > 0$, если новая точка расположена впереди исходной). Угол Δu измеряется в долях витка, его максимальное по модулю значение не может быть больше 0,5. Требуемое изменение позиции осуществляется за счёт перевода КА на более низкую (если необходимо сдвинуть КА вперед вдоль орбиты) или на более высокую орбиту ожидания (промежуточную орбиту). Манёвры исполняются на первом и последнем витках перелета, которые отстоят друг от друга на N витков. Затраты трансверсальной скорости, необходимые для перевода КА на угол Δu вдоль орбиты, определяются по формуле [38]:

$$\Delta V \approx \frac{2|\Delta u|}{3N} V_0, \quad (6)$$

где $V_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}}$, r_0 – радиус опорной круговой орбиты, рассчитываемый как полусумма больших полуосей орбиты активного КА и орбиты цели; $\mu = \gamma M = 398600.44 \text{ км}^3/\text{с}^2$ (γ – гравитационная постоянная, M – масса планеты).

За время нахождения на промежуточной орбите вследствие разной скорости изменения ДВУ рабочей и промежуточной орбит произойдёт уход КА из плоскости рабочей орбиты [38]:

$$\Delta\Omega = \frac{4}{3}\delta\Omega\Delta u, \quad (7)$$

где $\delta\Omega = -\frac{2\pi\varepsilon}{\mu p^2}\cos i$ – изменение ДВУ за один виток, вследствие влияния второго члена разложения потенциала гравитационного поля в ряд по сферическим функциям геоцентрической широты; i – наклонение орбиты, p – фокальный параметр, $\varepsilon = 2,634 \cdot 10^{10} \text{ км}^5/\text{с}^2$.

Отклонение $\delta\Omega$ можно компенсировать бинормальным импульсом, прикладываемым в точке с аргументом широты $u=90^\circ$ или $u=270^\circ$. Оптимальным является одновременное приложение трансверсальной и бинормальной составляющих импульсов скорости в начале и в конце маневрирования в некоторой точке орбиты с аргументом широты u_0 , что предполагает использование также влияния изменённого наклонения на скорость эволюции ДВУ [39]:

$$u_0 = \text{arctg} \frac{2}{Nk\sin i}, \quad (8)$$

где

$$k = \frac{2\pi\varepsilon}{\mu p^2}\sin i. \quad (9)$$

В этом случае затраты СХС на перевод КА вдоль орбиты определяются как:

$$\Delta V = 2\sqrt{\Delta V_t^2 + \Delta V_z^2} = \frac{2}{3}|\Delta u|V_0\sqrt{\frac{1}{N^2} + \frac{4\delta\Omega^2\sin^2 2i}{N^2\delta\Omega^2\sin^4 i + 4\cos^2 i}}. \quad (10)$$

Анализ формулы (10) показывает, что затраты суммарной характеристической скорости в первом приближении находятся в линейной зависимости от величины рассогласования по фазе Δu (рисунок 14).

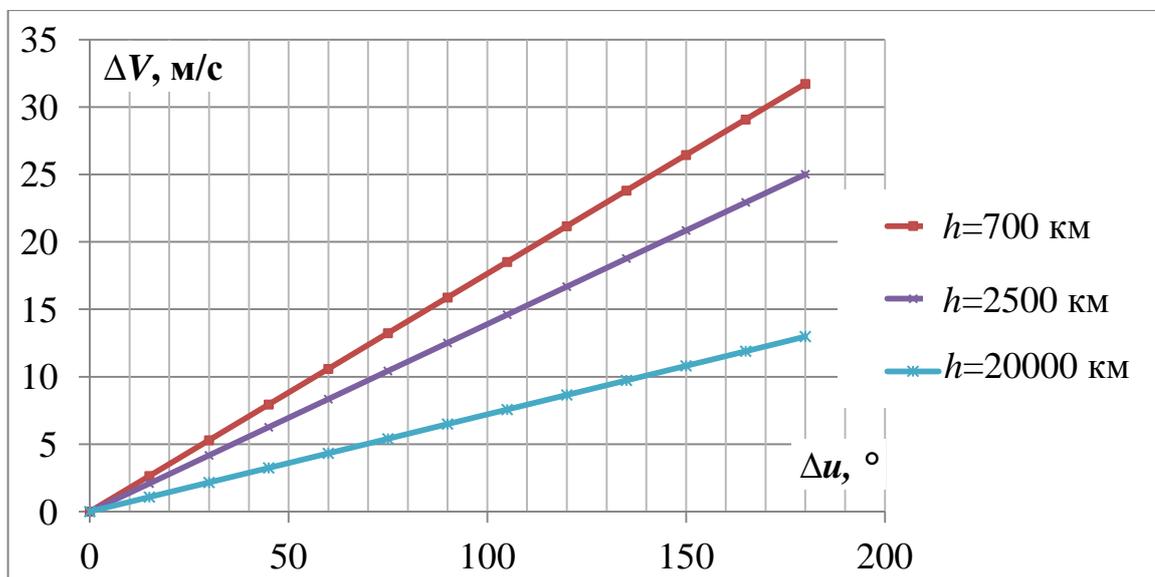


Рисунок 14. Зависимость затрат СХС перелёта от рассогласования по фазе для разных высот при наклонении 51.6° для 100 витков ожидания

Сравнение энергетики переходов с использованием графиков, представленных на рисунке 14, проводится при фиксированном числе витков для всех высот, что приводит к разному времени перелёта. Представляет интерес сравнение изохронных затрат скорости для разных высот, для чего необходимо пересчитать количество витков ожидания для всех высот на время, необходимое, к примеру, для совершения 100 витков на базовой высоте 300 км (рисунок 15). Рисунок 15 даёт представление о том, что для низких орбит ($<2500 \text{ км}$) энергетика перевода КА в другую точку орбиты растёт с увеличением радиуса орбиты. При рассмотрении изохронного количества витков затраты характеристической скорости для высоких орбит больше чем для низких орбит, то есть наблюдается противоположная ситуация по сравнению с рисунком 14.

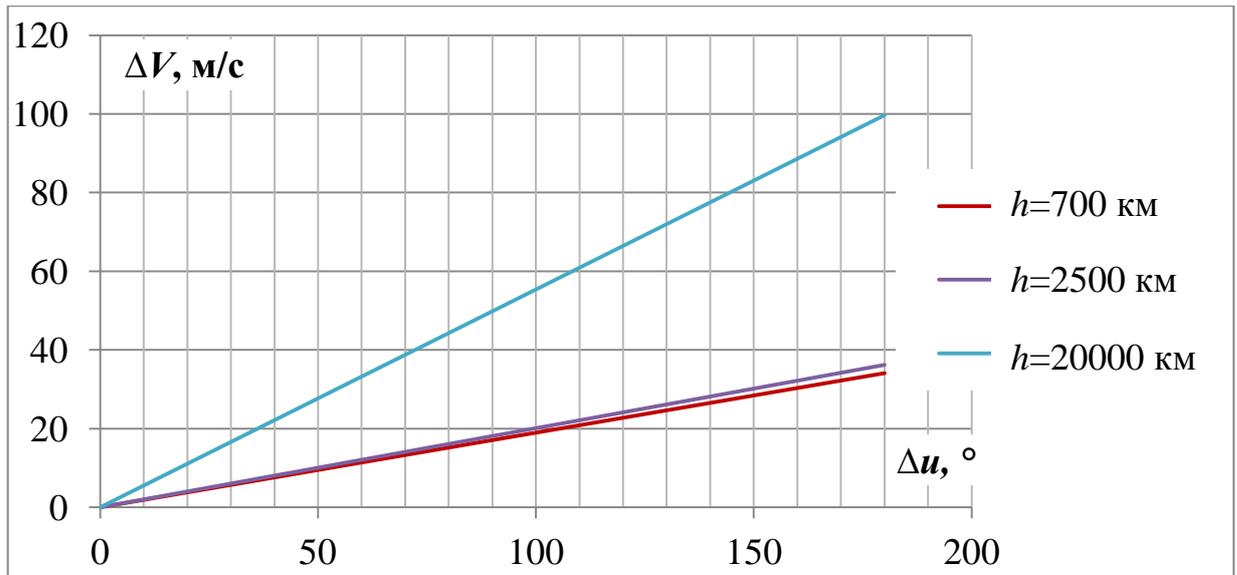


Рисунок 15. Зависимость затрат скорости перелёта от рассогласования по фазе для разных высот при наклонении 51.6° для изохронного количества витков N : $N=100$ для 300 км, $N=65$ для 2500 км, $N=13$ для 20000 км

В формулу (10) в качестве параметра также входит наклонение орбиты к экватору. На рисунке 16 приведены затраты СХС для высоты 700 км, необходимые для устранения рассогласования по фазе для различных наклонений. Максимум затрат скорости приходится на значения, близкие к 45° , а минимум на полярные и экваториальные орбиты.

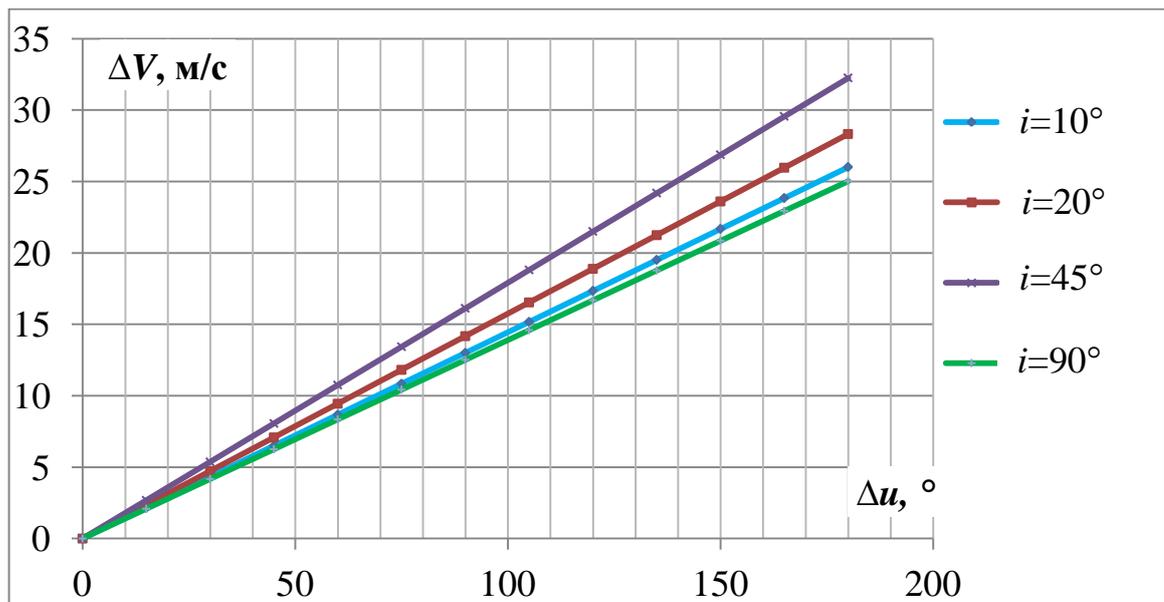


Рисунок 16. Зависимость затрат СХС от Δu для различных наклонений

Покажем, что максимум затрат суммарной характеристической скорости имеет место при наклонении:

$$i_{max} = \arcsin \sqrt{\frac{-4+2\sqrt{4+\alpha^2 N^2}}{\alpha^2 N^2}} \quad (11)$$

где

$$\alpha = -\frac{2\pi\varepsilon}{\mu p^2}.$$

Согласно формуле (10), для изменения положения КА вдоль орбиты на угол Δu с использованием орбиты ожидания, на которой КА будет находиться N витков, необходимые затраты СХС составят:

$$\Delta V = \frac{2}{3} |\Delta u| V_0 \sqrt{\frac{1}{N^2} + \frac{4\delta\Omega^2 \sin^2 2i}{N^2 \delta\Omega^2 \sin^4 i + 4\cos^2 i}} = \frac{2}{3} |\Delta u| V_0 \sqrt{\frac{1}{N^2} + \frac{4\alpha^2 \cos^2 i \cdot \sin^2 2i}{N^2 \alpha^2 \cos^2 i \sin^4 i + 4\cos^2 i}}.$$

Необходимым условием экстремума полученной функции является равенство нулю её производной по наклонению орбиты:

$$\frac{d\Delta V}{di} = \frac{2}{3} |\Delta u| \cdot V_0 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\frac{1}{N^2} + \frac{4\alpha^2 \cos^2 i \cdot \sin^2 2i}{N^2 \cdot \alpha^2 \cos^2 i \cdot \sin^4 i + 4\cos^2 i}}} \cdot \frac{4\alpha^2 \cdot 2 \cdot \sin 2i \cdot \cos 2i \cdot 2 \cdot (N^2 \cdot \alpha^2 \cdot \sin^4 i + 4) - 4\alpha^2 \cdot \sin^2 2i \cdot N^2 \cdot \alpha^2 \cdot 4 \cdot \sin^3 i \cdot \cos i}{(N^2 \cdot \alpha^2 \cdot \sin^4 i + 4)^2}$$

Так как знаменатель полученной дроби никогда не обращается в ноль, то решение уравнения $\frac{d\Delta V}{di} = 0$ сводится к решению более простого уравнения:

$$\sin 2i \cdot (\cos 2i \cdot (N^2 \cdot \alpha^2 \cdot \sin^4 i + 4) - \alpha^2 \cdot N^2 \cdot \sin 2i \cdot \sin^3 i \cdot \cos i) = 0.$$

Это уравнение равносильно совокупности двух уравнений:

$$\begin{cases} \sin 2i = 0 ; \\ \cos 2i \cdot (N^2 \cdot \alpha^2 \cdot \sin^4 i + 4) - \alpha^2 \cdot N^2 \cdot \sin 2i \cdot \sin^3 i \cdot \cos i = 0. \end{cases} \quad (*)$$

Условие $\sin 2i = 0$ означает, что возможное наклонение или равно 0° или равно 90° . При этих значениях наклонения функция СХС имеет минимум, так как при наклонении 0° не определено значение ДВУ, а при наклонении 90° вековой уход ДВУ отсутствует. В обоих случаях затраты СХС будут равны $\frac{2}{3} \frac{|\Delta u| V_0}{N}$.

Второе уравнение из совокупности (*) равносильно уравнению

$$4\cos^2 i - N^2 \cdot \alpha^2 \sin^6 i - 4\sin^2 i - \alpha^2 N^2 \sin^4 i \cdot \cos^2 i = 0,$$

которое сводится к биквадратному уравнению относительно величины $\sin i$:

$$\alpha^2 N^2 \sin^4 i + 8\sin^2 i - 4 = 0,$$

$$i = \arcsin \sqrt{\frac{-4 \pm 2\sqrt{4 + \alpha^2 N^2}}{\alpha^2 N^2}}.$$

Так как $\alpha = f(p)$, а i_{max} – функция фокального параметра и числа витков ожидания N , то рассмотрев варианты высот орбит 300 км, 700 км и 20000 км, можно констатировать, что, в отличие от зависимости i_{max} от количества витков перелёта N зависимость i_{max} от фокального параметра p крайне слабая (рисунок 17а), а точки $i = 0$ и $i = \pi/2$ являются точками минимума и не зависят от p . Как показывает анализ функции (10), с ростом величины фокального параметра зависимость ΔV от i ослабевает так, что для высот функционирования систем ГЛОНАСС и GPS поверхность, показанная на рисунке 17б, не содержит заметного экстремума по наклонению и фактически может рассматриваться только как функция фокального параметра.

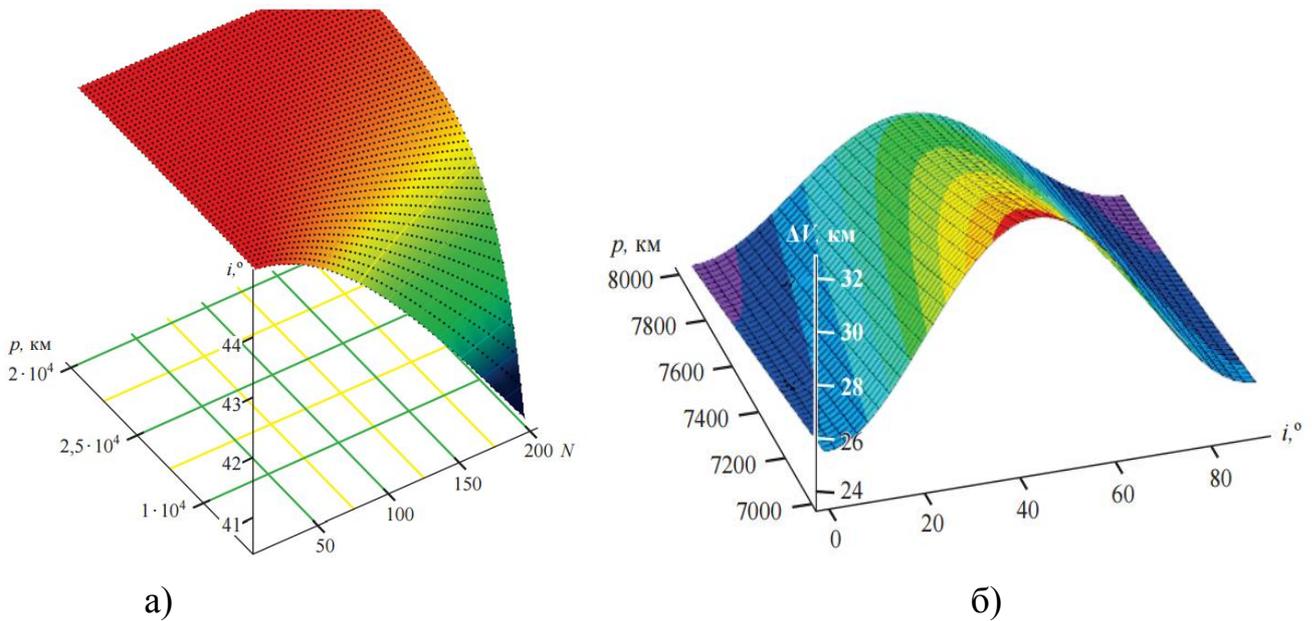


Рисунок 17. Зависимость величины наклонения, при котором достигается экстремум, от фокального параметра и количества витков перелёта (а); Зависимость характеристической скорости перелёта от фокального параметра и наклонения орбиты при фиксированном числе витков перелёта $N=100$ (б)

Затраты СХС, требуемой для перевода КА в целевую точку орбиты, гиперболически зависят от количества витков ожидания на промежуточной орбите для всех высот. Зависимости затрат СХС от количества витков для высот 700 км и 2500 км показаны на рисунке 18; они изохронны по числу витков на высоте 300 км, принятой ранее в качестве базовой. Имеет место существенное

расхождение кривых при малых N и существует такое значение N , при котором кривые затрат СХС перелёта пересекаются.

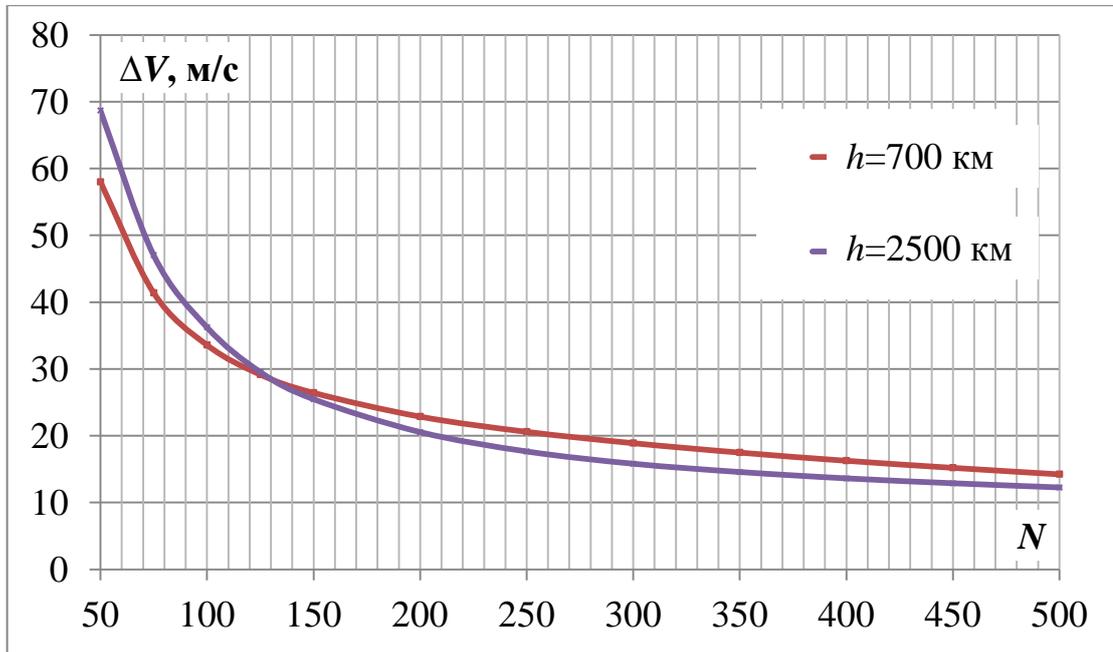


Рисунок 18. Зависимость затрат СХС от изохронных N для различных высот

Точка пересечения характеризуется резким уменьшением абсолютного значения производной функции ΔV по переменной N и может рассматриваться как некое компромиссное количество витков ожидания между временем перелёта и затратами на его осуществление. Вычисление этой точки для разной комбинации высот можно выполнить аналитически [40]. Согласно (10), для изменения положения КА вдоль орбиты на угол Δu с использованием орбиты ожидания, на которой КА будет находиться N витков, необходимые затраты СХС составят:

$$\Delta V = \frac{2}{3} \cdot |\Delta u| \cdot V_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{N^2} + \frac{4\delta\Omega^2 \cdot \sin^2 2i}{N^2 \cdot \delta\Omega^2 \cdot \sin^4 i + 4\cos^2 i}}$$

Местная круговая скорость определяется соотношением $V_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r_0}}$, при рассмотрении околокруговых орбит можно считать, что $r_0 = p$.

Представив величину векового ухода ДВУ как $\delta\Omega = -\frac{2\pi\varepsilon}{\mu p^2} \cos i$ и сделав замену

$\beta = -\frac{2\pi\varepsilon}{\mu}$, функцию затрат СХС можно представить в виде:

$$\Delta V = \frac{2}{3} \cdot |\Delta u| \cdot V_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{N^2} + \frac{4\beta^2 \frac{\cos^2 i}{p^4} \cdot \sin^2 2i}{N^2 \cdot \beta^2 \frac{\cos^2 i}{p^4} \cdot \sin^4 i + 4\cos^2 i}}.$$

В результате преобразований функция затрат СХС имеет вид:

$$\Delta V = \frac{2}{3} \cdot |\Delta u| \cdot V_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{N^2} + \frac{4\beta^2 \cdot \sin^2 2i}{N^2 \cdot \beta^2 \cdot \sin^4 i + 4p^4}}.$$

Рассмотрим перевод на угол Δu вдоль орбиты за некоторое фиксированное число витков двух КА, расположенных на двух близких круговых орбитах. Пусть для первого КА количество витков на орбите ожидания составит величину $N_1 = N$, тогда с учётом разницы по периодам обращения второй КА, переводимый вдоль своей орбиты на угол Δu , за это же время успеет совершить $N_2 = N_1 \cdot \frac{T_1}{T_2} = N \cdot \frac{T_1}{T_2}$ витков. Так как на рисунке 18 кривые затрат СХС пересекаются, то можно приравнять значения функции затрат СХС:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \cdot |\Delta u| \cdot \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{p_1}} \cdot \sqrt{\frac{1}{N^2} + \frac{4\beta^2 \cdot \sin^2 2i}{N^2 \cdot \beta^2 \cdot \sin^4 i + 4p_1^4}} = \\ = \frac{2}{3} \cdot |\Delta u| \cdot \frac{\sqrt{\mu}}{\sqrt{p_2}} \cdot \sqrt{\frac{T_2^2}{N^2 \cdot T_1^2} + \frac{4\beta^2 \cdot \sin^2 2i}{N^2 \cdot \frac{T_1^2}{T_2^2} \cdot \beta^2 \cdot \sin^4 i + 4p_2^4}}. \end{aligned}$$

После возведения в квадрат и последующих преобразований равенство принимает вид:

$$\frac{1}{N^2} + \frac{4\beta^2 \cdot \sin^2 2i}{N^2 \cdot \beta^2 \cdot \sin^4 i + 4p_1^4} = \frac{p_1}{p_2} \cdot \left[\frac{T_2^2}{N^2 \cdot T_1^2} + \frac{4T_2^2 \beta^2 \cdot \sin^2 2i}{N^2 \cdot T_1^2 \cdot \beta^2 \cdot \sin^4 i + 4T_2^2 p_2^4} \right];$$

$$\frac{N^2 \cdot \beta^2 \cdot \sin^4 i + 4p_1^4 + 4N^2 \beta^2 \cdot \sin^2 2i}{N^2 \cdot \beta^2 \cdot \sin^4 i + 4p_1^4} =$$

$$= \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{N^2 T_1^2 T_2^2 \beta^2 \sin^4 i + 4p_2^4 T_2^4 + 4N^2 T_1^2 T_2^2 \beta^2 \sin^2 2i}{N^2 \cdot T_1^4 \cdot \beta^2 \cdot \sin^4 i + 4T_1^2 T_2^2 p_2^4} . \quad (**)$$

Введём новые переменные:

$$A = \beta^2 \sin^4 i ; B = 4p_1^4 ; C = 4\beta^2 \sin^2 2i ; D = T_1^2 T_2^2 \beta^2 \sin^4 i ; E = 4T_2^4 p_2^4 ;$$

$$F = 4T_1^2 T_2^2 \beta^2 \sin^2 2i ; K = T_1^4 \beta^2 \sin^4 i ; M = 4T_2^2 T_1^2 p_2^4 ; P = \frac{p_1}{p_2} ;$$

T_1 и T_2 – периоды двух сравниваемых орбит, p_1 и p_2 – их фокальные параметры.

Тогда соотношение (**) имеет вид:

$$\frac{AN^2 + B + CN^2}{AN^2 + B} - \frac{P(DN^2 + E + FN^2)}{KN^2 + M} = 0$$

и сводится к биквадратному уравнению относительно количества витков на орбите ожидания N :

$$C_1 N^4 + C_2 \cdot N^2 + C_3 = 0 .$$

Новые переменные:

$$C_1 = A \cdot K + C \cdot K - A \cdot P \cdot D - A \cdot P \cdot F$$

$$C_2 = A \cdot M + B \cdot K + C \cdot M - B \cdot P \cdot D - B \cdot P \cdot F - A \cdot P \cdot E$$

$$C_3 = B \cdot M - B \cdot P \cdot E .$$

В этих переменных решение исходного уравнения имеет вид:

$$N = \sqrt{\frac{-C_2 \pm \sqrt{C_2^2 - 4C_1 C_3}}{2C_1}} . \quad (12)$$

Из (12) следует, что графики функций $\Delta V(N)$ на рисунке 18 пересекаются в общем случае дважды. Для двух близко расположенных орбит они мало различимы. Поэтому в качестве примера рассмотрим высоты 700 и 2500 км. Для этих высот формула (12) даёт значения $N_1=121$ и $N_2=844$ витка. Необходимо

отметить, что принципиальное изменение динамики убывания функции $\Delta V(N)$ происходит именно в точке N_1 , которую можно рассматривать как точку компромиссного значения продолжительности перелёта. Рисунок 18 и формула (12) применимы для оценки компромиссного времени ожидания на фазирующей орбите путём нахождения точки пересечения кривой затрат скорости с аналогичной кривой, получающейся для орбиты с высотой, близкой к заданной. В процессе исследований пределов применимости формулы (12) обнаружено, что для всех околокруговых орбит кривые, показанные на рисунке 18, пересекаются только в том случае, если наклонение начальной орбиты меньше 70° . Это объясняется тем, что при близком к 90° наклонении множитель $\cos i$, входящий в формулу скорости прецессии ДВУ, оказывается по своему значению близким к нулю, уменьшая тем самым влияние изменённой большой полуоси на вековой уход ДВУ. Следовательно, при значениях наклонения, бóльших 70° , выбор компромиссного значения витков ожидания на промежуточной орбите необходимо осуществлять, ориентируясь на график зависимости затрат СХС от количества витков перелёта.

2.2. Перевод КА в целевую точку орбиты, имеющей существенное отклонение долготы восходящего узла ($u_1 \neq u_2, \Omega_1 \neq \Omega_2$)

При переводе КА на рабочую орбиту, имеющую существенное отличие по ДВУ, затраты СХС на перелёт резко возрастают [41, 42]. Для перелёта от одного объекта к другому используется орбита ожидания, формируемая таким образом, чтобы при движении по ней КА за заданное количество витков полёта цели N компенсировал отклонения по ДВУ и по аргументу широты вследствие разной скорости прецессии ДВУ и разного периода обращения. Переход на орбиту ожидания и дальнейший перевод активного КА в окрестность цели осуществляются за счёт исполнения 4-х манёвров, которые попарно реализуются на двух интервалах маневрирования. Каждый из маневров имеет трансверсальную

и бинормальную составляющие. Предполагается, что первый интервал маневрирования расположен на первом витке перелёта, а второй интервал – на последнем витке перелёта. Суммы трансверсальных и бинормальных составляющих импульсов скорости первого и второго интервалов маневрирования обозначим соответственно $\Delta V_{\text{I}} = \Delta V_{\text{I1}} + \Delta V_{\text{I2}}$, $\Delta V_{\text{II}} = \Delta V_{\text{I3}} + \Delta V_{\text{I4}}$, $\Delta V_{\text{ZI}} = \Delta V_{\text{Z1}} + \Delta V_{\text{Z2}}$, $\Delta V_{\text{ZII}} = \Delta V_{\text{Z3}} + \Delta V_{\text{Z4}}$. За счет разницы больших полуосей и наклонов орбиты ожидания КА-сборщика и орбиты целевого объекта ККМ за N витков полета цели КА пролетит $N + n$ витков, то есть на n целых витков больше. Выражение для оптимальных затрат суммарной характеристической скорости для перевода КА в целевую точку орбиты с ДВУ, отличающейся на $\Delta\Omega$, имеет вид [39]:

$$\Delta V = \frac{2}{3} V_0 \sqrt{\frac{(\Delta u + n)^2}{(N + n)^2} + \frac{(3\Delta\Omega - (4\Delta u + 7n)\delta\Omega)^2}{(N + n)^2 \delta\Omega^2 \operatorname{tg}^2 i + \frac{4}{\sin^2 i}}}. \quad (13)$$

Здесь угол Δu также выражен в долях витка, но его значения теперь принимаются лежащими в интервале $[0; 1]$, n - разница в числе витков полета активного КА и целевой точки, в которую надо перевести КА. Для отыскания минимума функции $\Delta V(n)$ (13) в качестве первого приближения искомого значения n может быть использована зависимость $n_{\text{app}} = \frac{3\Delta\Omega}{7\delta\Omega} - \frac{4}{7} \frac{\Delta u}{2\pi}$ [39].

В первую очередь имеет смысл рассмотреть вопрос существования минимума функции (13). Учитывая, что основные затраты СХС приходятся на поворот орбитальной плоскости, можно считать, что $n_{\text{app}} \approx \frac{3\Delta\Omega}{7\delta\Omega}$. Чтобы отыскать минимум функции $\Delta V(n)$, необходимо преобразовать уравнение, получающееся в результате дифференцирования функции ΔV по переменной n . В результате анализа полученного уравнения можно констатировать следующее:

1) В ходе преобразований получается полное уравнение 5-ой степени, аналитическое решение которого не представляется возможным отыскать. Вместе с тем, из теоремы Гаусса для алгебраического уравнения следует, что данное уравнение содержит хотя бы один вещественный корень, а физический смысл задачи позволяет утверждать, что этот вещественный корень – единственный.

Действительно, вследствие разных значений СХС, требуемых для изменения большой полуоси и наклонения, существует только одна орбита ожидания (единственное значение n) с промежуточной большой полуосью и наклонением, которая обеспечит изменение ДВУ на нужную величину за разумное время при минимальных затратах СХС (рисунок 19а).

2) Рассматриваемая функция $\Delta V(n)$ является положительной на всей области определения.

3) Рассматриваемая функция $\Delta V(n)$ имеет вертикальную ($n = -N$) и горизонтальную асимптоты: $\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \Delta V = \frac{2}{3} V_0 \sqrt{1 + \frac{49}{\text{tg}^2 i}}$.

В ходе исследований графиков функции (13) в различных гравитационных полях удалось выяснить некоторые особенности динамики её поведения [43]. Две возможные качественные ситуации показаны ниже на рисунке 19: ожидаемый минимум затрат СХС как функции от n может лежать как левее, так и правее от вертикальной асимптоты $n = -N$.

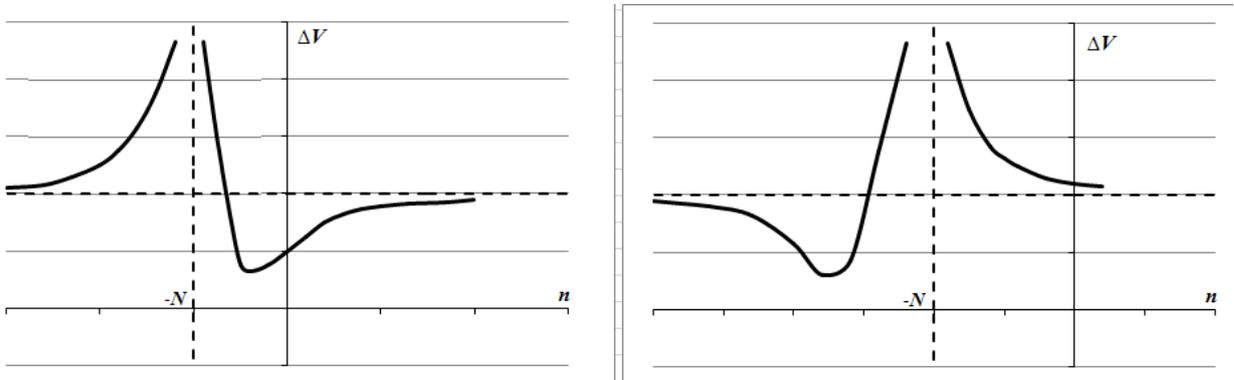


Рисунок 19. Качественные возможные варианты графика функции $\Delta V(n)$

С учётом ограничений на продолжительность перелёта необходимо требовать, чтобы $n_{app} > -N$, $n_{app} = \frac{3\Delta\Omega}{7\delta\Omega}$, что соответствует первому случаю, показанному на рисунке 19. Из данного условия можно получить максимально допустимое рассогласование по $\Delta\Omega$, которое при фиксированном наклонении можно компенсировать за заданное число витков:

$$\Delta\Omega < \frac{-7N \cdot \delta\Omega}{3}.$$

Из приведённой формулы следует, что при повороте орбитальной плоскости по направлению прецессии для наклонений, меньших 90° ($\Delta\Omega < 0$ и $\delta\Omega < 0$), никаких ограничений на угол $\Delta\Omega$ нет. А минимальное число витков, за которое можно провести расчёты для всех положительных значений $\Delta\Omega$ (поворот плоскости против направления естественной прецессии), составит

$$N > \frac{3\pi}{7\delta\Omega}.$$

Зависимость затрат СХС от рассогласования в ДВУ при повороте против направления прецессии близка к линейной, но сильно зависит от наклона орбиты, причём интенсивность роста затрат резко возрастает в интервале значений $i \in [60^\circ; 90^\circ]$ (рисунок 20). Важным моментом является существенное сокращение затрат СХС при использовании естественной прецессии ДВУ (направление поворота плоскости совпадает с направлением прецессии). Помимо уменьшения величины и скорости роста соответствующих значений СХС изменяется и направление кривизны кривой.

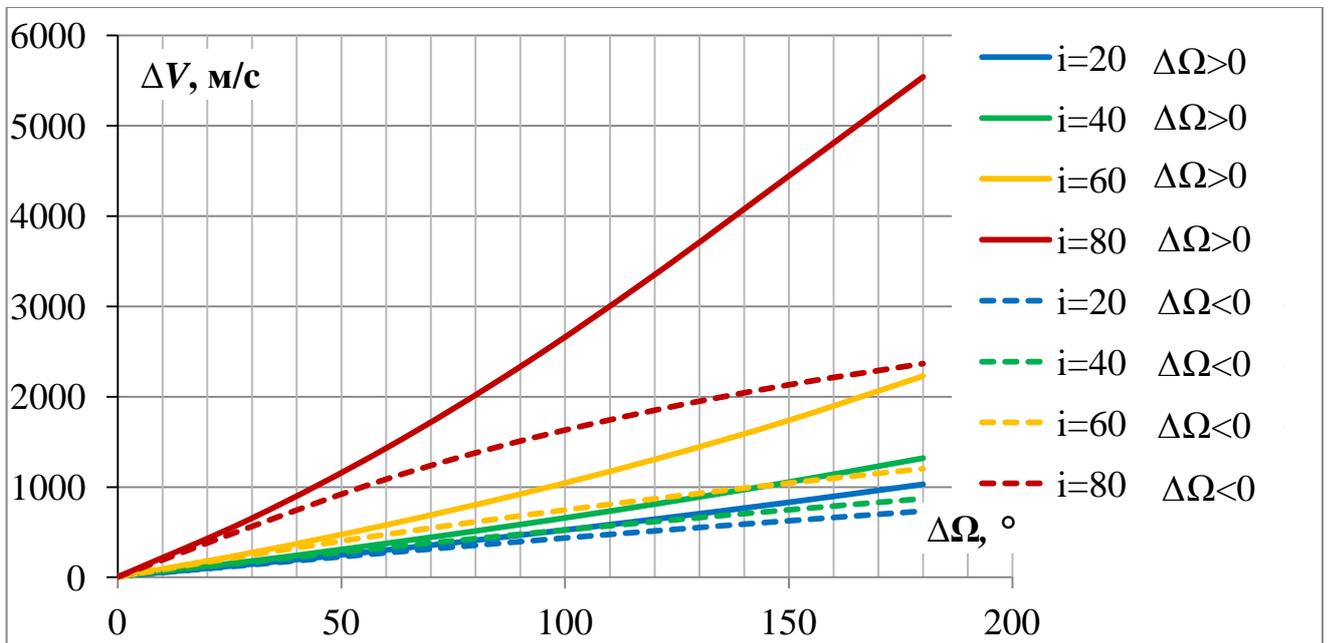


Рисунок 20. Зависимость затрат скорости от рассогласования по ДВУ для разных наклонений для высоты 700 км и $N=1000$ при повороте плоскости по ($\Delta\Omega < 0$) и против ($\Delta\Omega > 0$) направления естественной прецессии ДВУ

Влияние особенностей гравитационного поля Земли заметно проявляется и в случае малых отклонений по ДВУ, не видных на рисунке 20. На рисунке 21 представлены результаты расчётов для различных наклонений в малом диапазоне углов $\Delta\Omega$. Функция затрат СХС в этом случае представляет собой кривую с затухающими колебаниями [44], причём интенсивность этих колебаний зависит как от наклона, так и от величины большой полуоси (вид зависимости аналогичный, меньшим высотам соответствует бóльшая интенсивность колебаний). Из рисунка 21 видно, что для наклонов, лежащих в интервале 20° - 40° , эти колебания выражены наиболее ярко.

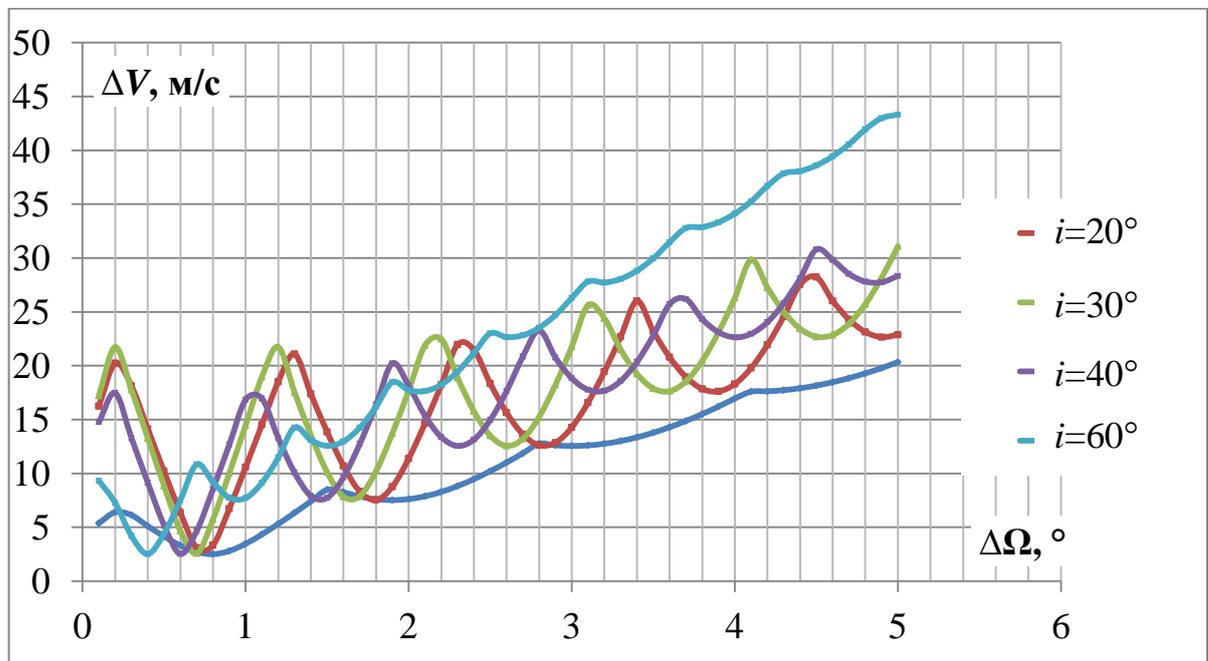


Рисунок 21. Зависимость затрат скорости от рассогласования по ДВУ для разных наклонений для высоты 700 км и $N=1000$

При фиксированных наклонении и высоте начальной орбиты возможен перевод КА в плоскость с бóльшей ДВУ, но с меньшими затратами скорости (рисунок 21), причём отличие для средних наклонений при $N=1000$ может достигать 20 м/с (до 86%). Это обстоятельство имеет следующее объяснение: при учёте фазирования был введён специальный параметр n , который по своему определению является целочисленным, что исключает возможность точной компенсации расхождений в ДВУ одной лишь операцией фазирования в

плоскости орбиты и необходима непосредственная коррекция оставшегося отличия ДВУ. Однако найденное значение n (n_{app}) будет дробной величиной. Ниже приведена зависимость дробной части абсолютного значения n от угла между плоскостями для высоты 700 км. График, представленный на рисунке 22, связывает дробный остаток n с амплитудами колебаний затрат характеристической скорости перелёта (рисунок 21): в том случае, когда разница в числе витков полета n близка к целочисленному значению и фазированием удаётся практически полностью совместить плоскости, функция $\Delta V(\Delta\Omega)$ имеет минимумы.

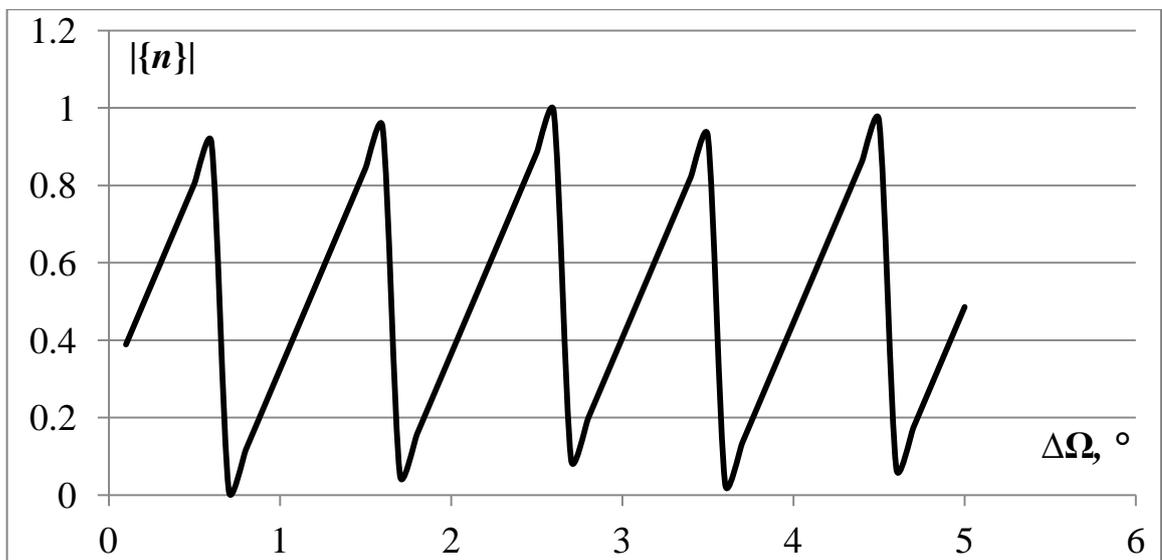


Рисунок 22. Зависимость дробной части абсолютного значения n от угла между плоскостями для высоты 700 км и $N=1000$ витков

При расчёте затрат суммарной характеристической скорости для изменения ДВУ на малые углы также необходимо учитывать знак $\Delta\Omega$. На рисунке 23 приведены кривые затрат СХС для двух наклонений для случая поворота плоскости на углы 0.1° - 5° против и по направлению прецессии ДВУ для высоты 700 км. При развороте плоскости против направления прецессии кривая затрат СХС смещена по отношению к кривой, полученной для попутного разворота. Это объясняется тем, что разные знаки $\Delta\Omega$ приводят к разным значениям n , доставляющим минимум функции (13), а, следовательно, и к разной величине округляемых дробных частей найденного оптимального значения n . Как было

отмечено ранее, именно величина дробного остатка n определяет положение минимумов и максимумов функции (13). Вследствие малости разности ДВУ на рисунке 23 не наблюдается резкого отличия соответствующих кривых, которое имеет место на рисунке 20.

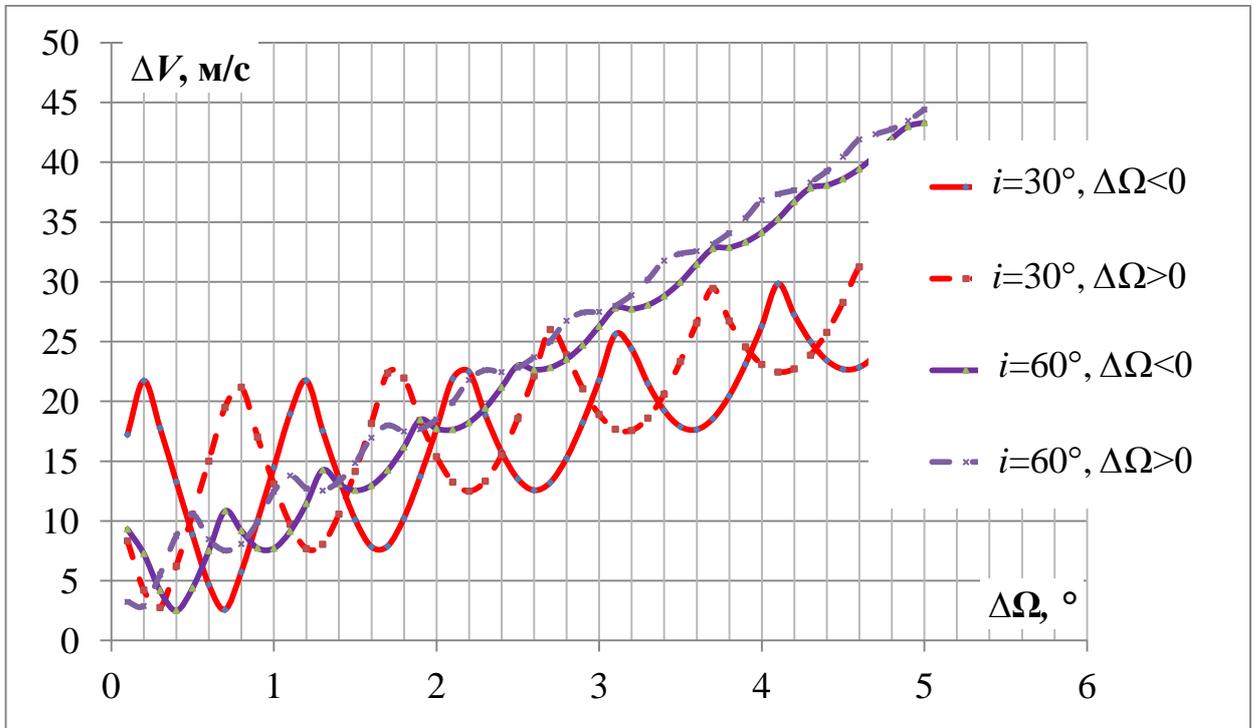


Рисунок 23. Затраты скорости, необходимые для поворота плоскости для наклонений 30° и 60° против направления прецессии ($\Delta\Omega > 0$) и по направлению прецессии ($\Delta\Omega < 0$)

Влияние направления поворота плоскости также хорошо заметно на зависимости СХС от числа витков перелёта (рисунок 24). С ростом значения требуемого угла поворота плоскости это влияние всё более заметно в области относительно малых значений N . Разворот плоскости в направлении естественной прецессии линии узлов позволяет, к примеру, при требуемом угле разворота плоскости на 30° получить выигрыш в 60 м/с в случае 450 витков ожидания (≈ 31 день).

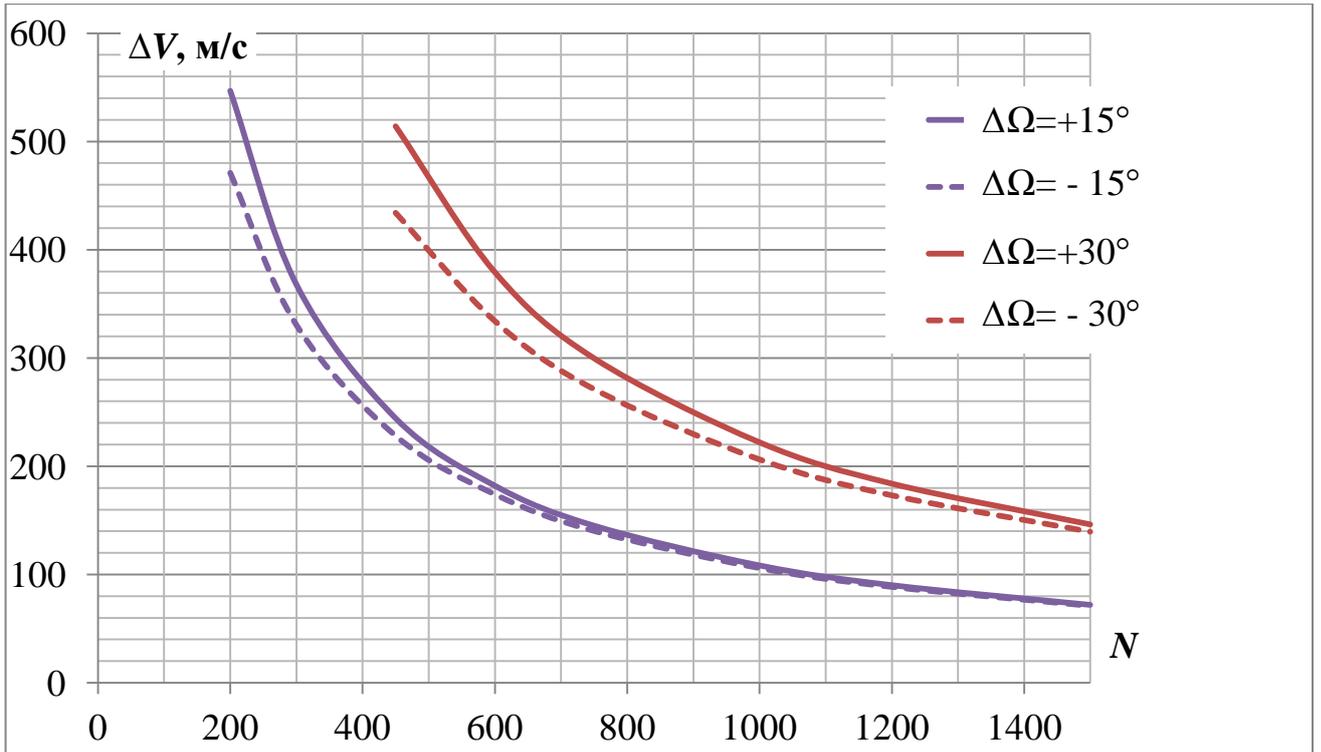


Рисунок 24. Зависимость затрат характеристической скорости от количества витков для разных направлений и величин изменения ДВУ для высоты 700 км.

При фиксированной величине угла поворота плоскости для заданной орбиты существует такое значение N витков ожидания, при котором затраты СХС, необходимой для поворота плоскости по или против направления прецессии практически одинаковы (рисунок 24). Например, для случая высоты 700 км, при наклонении 51.6° при требуемой компенсации $\Delta\Omega = \pm 15^\circ$ значение граничного N близко к 800 (≈ 55 дней). Этот эффект может быть учтён при проектировании схем обслуживания группировки КА с разных орбитальных станций. В целом, можно сказать, что при решении данной задачи использование естественной прецессии ДВУ в любом случае заметно уменьшает затраты СХС, и чем меньше времени даётся на манёвр, тем больше выигрыш по требуемому значению ΔV .

Характер поведения кривой затрат СХС для малых отклонений по ДВУ (рисунок 25) качественно зависит от количества витков, которое задаётся исходя из текущей обстановки. Кривая СХС выходит на колебательный режим в том случае, если число витков ожидания на промежуточной орбите превышает 500. То

есть можно говорить о таком граничном числе витков ожидания, начиная с которого нецентральность гравитационного поля приводит к длительным колебаниям кривой СХС. Вместе с тем, из рисунка 25 заметно, что отличие кривых для $N=1000$ и для $N=1500$ незначительно.

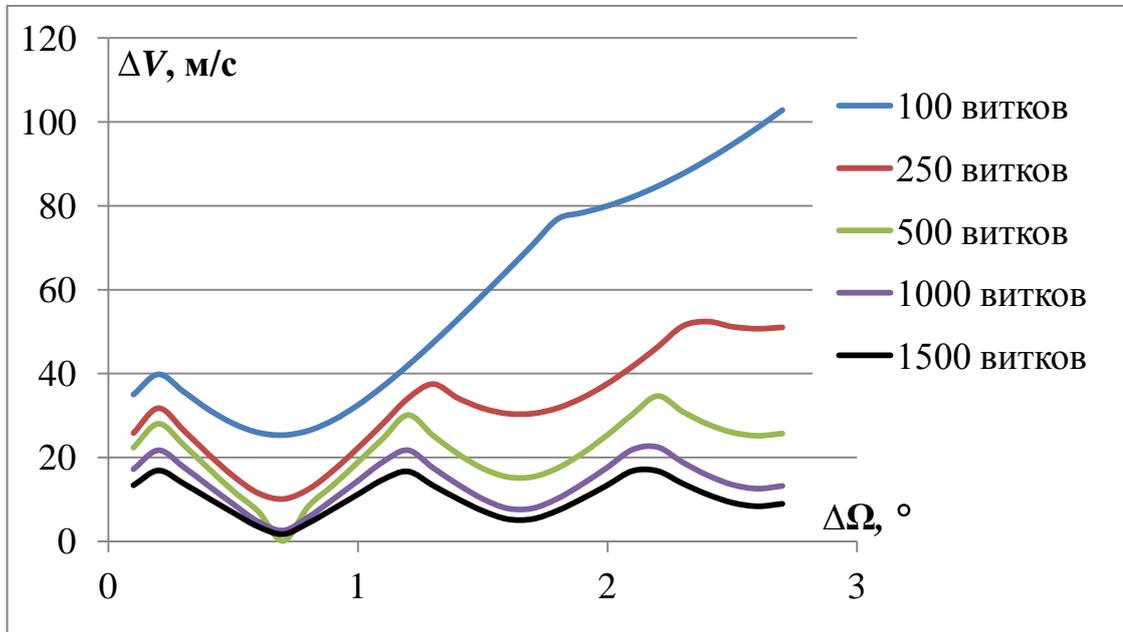


Рисунок 25. Характер поведения кривой СХС для наклона $i=30^\circ$ и высоты 700 км при разном количестве витков ожидания

Исследования функции $\Delta V(\Delta u, \Delta\Omega)$ показали, что диапазон изменения затрат СХС при различных отклонениях по фазе $\Delta u \in [0^\circ; 180^\circ]$ в случае наличия разницы в ДВУ представляет собой величину, которая для наклона 51.6° и $\Delta\Omega=2^\circ$ не превышает 6 м/с по значению. С ростом значений требуемого угла поворота $\Delta\Omega$, рассогласование по фазе можно не учитывать при оценке общей энергетики перелёта.

2.3. Общий случай перевода КА в целевую точку другой некомпланарной околокруговой орбиты

Задача перевода КА в заданную точку конечной орбиты в данном разделе рассматривается в самой общей постановке, когда начальная и конечная орбиты имеют близкие, но разные значения большой полуоси и наклона, отклонение ДВУ и разность фаз могут быть любыми по величине. Схема маневрирования совпадает с описанной ранее в разделе 2.2. Предполагается, что все импульсы скорости прикладываются на экваторе, что оптимально для коррекции наклона. Коррекция отклонения по ДВУ осуществляется за счет формирования необходимой эволюции плоскости орбиты ожидания. Для выхода в окрестность цели за N витков её полёта активному КА необходимо сообщить следующие импульсы скорости на двух интервалах маневрирования [45, 46]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta V_{tI} = V_0 \left[\frac{N\Delta a}{2(N+n)a_0} - \frac{\Delta u^* + n}{3(N+n)} \right], \quad (14a) \\ \Delta V_{tII} = V_0 \frac{\Delta a}{2a_0} - \Delta V_{tI}, \quad (14б) \\ \Delta V_{zI} = \frac{V_0}{N+n} \left(N\Delta i - \frac{4(\Delta u^* + n)\delta\Omega + 3(\delta\Omega n - \Delta\Omega)}{3\text{tg}i\delta\Omega} \right), \quad (14в) \\ \Delta V_{zII} = V_0\Delta i - \Delta V_{zI}, \quad (14г) \end{array} \right.$$

здесь: $V_0 = \sqrt{\mu/r_0}$, $r_0 = a_0$ – радиус опорной круговой орбиты, V_0 – местная круговая скорость, $\mu = \gamma M = 398600.44 \text{ км}^3/\text{с}^2$ (γ – гравитационная постоянная, M – масса планеты); Δa , $\Delta\Omega$, Δi , Δu – отклонения между орбитой активного КА и цели по большой полуоси, долготе восходящего узла, наклону и аргументу широты соответственно. Угол Δu измеряется в долях витка, его максимальное значение по модулю не может быть больше 1; N – количество витков полета цели, за которое осуществляется перевод активного КА в точку встречи; n – разница в числе витков полета активного КА и целевой точки, которая накопится за N витков

полета цели; $\delta\Omega = -(2\pi\varepsilon/\mu p^2) \cdot \cos i$ – изменение ДВУ за один виток, вследствие влияния второго члена разложения потенциала гравитационного поля в ряд по сферическим функциям геоцентрической широты; i – наклонение орбиты, p – фокальный параметр, $\varepsilon = 1.5J_2 \mu R_e^2 = 2.634 \cdot 10^{10} \text{ км}^5/\text{с}^2$.

Формулы (14а-14г) не учитывают коррекцию отклонения вектора эксцентриситета, так как для околокруговых орбит эти отклонения малы, и не оказывают существенного влияния на СХС перелета.

Оптимальным будет значение n , доставляющее минимум функционалу:

$$\Delta V = \sqrt{\Delta V_{tI}^2 + \Delta V_{zI}^2} + \sqrt{\Delta V_{tII}^2 + \Delta V_{zII}^2} \quad (15)$$

Разницу в количестве витков полёта активного КА и цели, как и в разделе 2.2, в первом приближении можно определить как [47]:

$$n = \frac{3\Delta\Omega}{7\delta\Omega} - \frac{4}{7}\Delta u^*, \quad (16)$$

где $\Delta u^* = \frac{\Delta u}{2\pi}$.

Одномерная оптимизация по n может быть выполнена итерационно, учитывая, что формула (16) даёт хорошее приближение для этого параметра. Необходимо помнить, что n – целое число, следовательно, только за счет подбора n нельзя убрать все отклонение ДВУ, но остающаяся часть не будет превышать $\frac{1}{2}\delta\Omega$ и легко устраняется с помощью ΔV_z .

2.3.1. Перевод КА в целевую точку орбиты, имеющей отличие в долготе восходящего узла и большой полуоси ($u_1 \neq u_2$, $a_1 \neq a_2$, $\Omega_1 \neq \Omega_2$, $i_1 = i_2$)

Пусть необходимо перевести КА в целевую точку орбиты, которая отличается от исходной по большой полуоси и ДВУ, но имеет такое же наклонение. Параметры манёвров КА рассчитываются по формулам (14а)-(14г), при этом величина $\Delta i = 0$. При повороте плоскости орбиты против направления прецессии затраты СХС находятся в прямой зависимости от изменения большой полуоси для разных высот полёта (рисунок 26). Для низких орбит (300-700 км) рост затрат на изменение большой полуоси происходит практически одинаково. С

ростом высоты орбиты крутизна кривой постепенно уменьшается, а интенсивность роста затрат СХС по равным высотным промежуткам возрастает. При повороте плоскости орбиты по направлению прецессии график СХС представляет собой кривую, имеющую минимум при определённой величине Δa , причём положение точки минимума различно в зависимости от базовой высоты. Сама точка минимума смещается вправо и вверх при росте высоты исходной орбиты, при этом кривая СХС постепенно распрямляется. Происходит это вследствие того, что с ростом высоты при фиксированном числе витков ожидания влияние нецентральности гравитационного поля уменьшается обратно пропорционально квадрату фокального параметра. Сдвиг точки минимума вверх с ростом высоты рабочей орбиты хорошо согласуется с результатами, представленными на рисунке 15 в задаче фазирования по аргументу широты, где напрямую используется изменение большой полуоси.

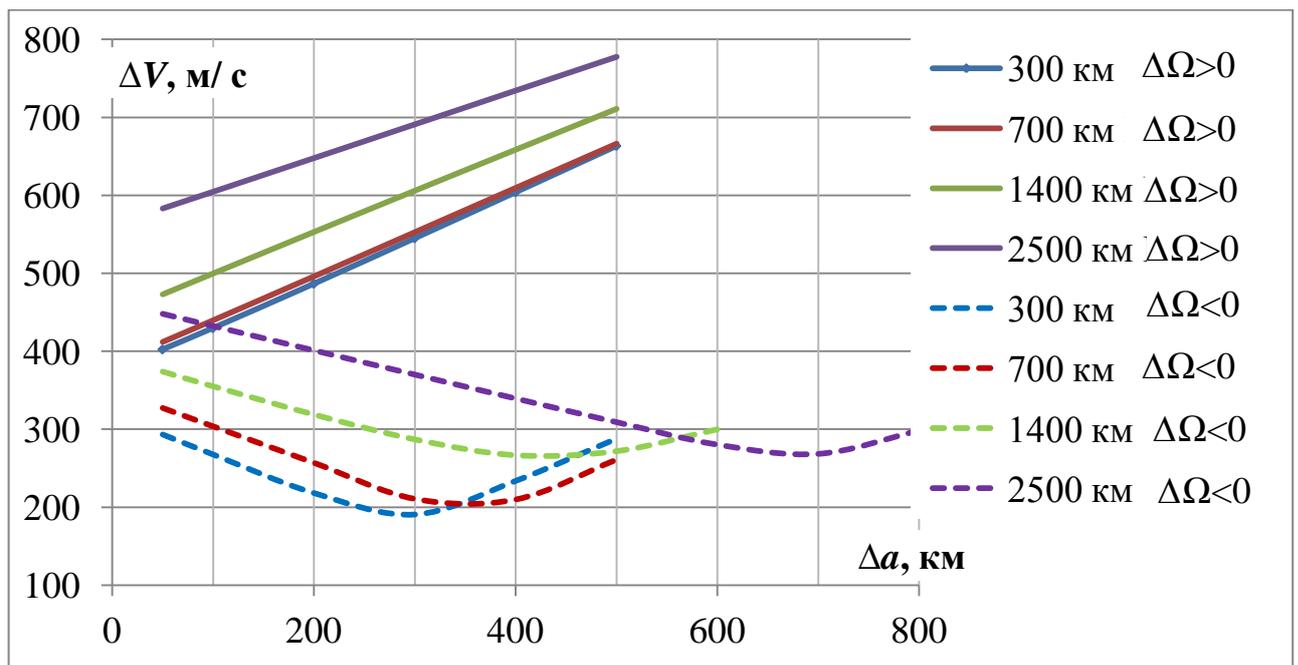


Рисунок 26. Зависимость СХС от изменения большой полуоси для разных высот, $\Delta u=180^\circ$, $i=51.6^\circ$, $N=100$, $\Delta\Omega=+5^\circ$ (против направления прецессии ДВУ) $\Delta\Omega=-5^\circ$ (по направлению прецессии ДВУ)

При необходимости поворота плоскости против направления прецессии затраты СХС находятся в прямой зависимости от изменения большой полуоси для

разного числа витков перелёта. Для текущих начальных условий, начиная с $N=500$, смещение линий происходит более плавно (рисунок 27), что в целом подтверждает результат, полученный в конце второго раздела (рисунок 25).

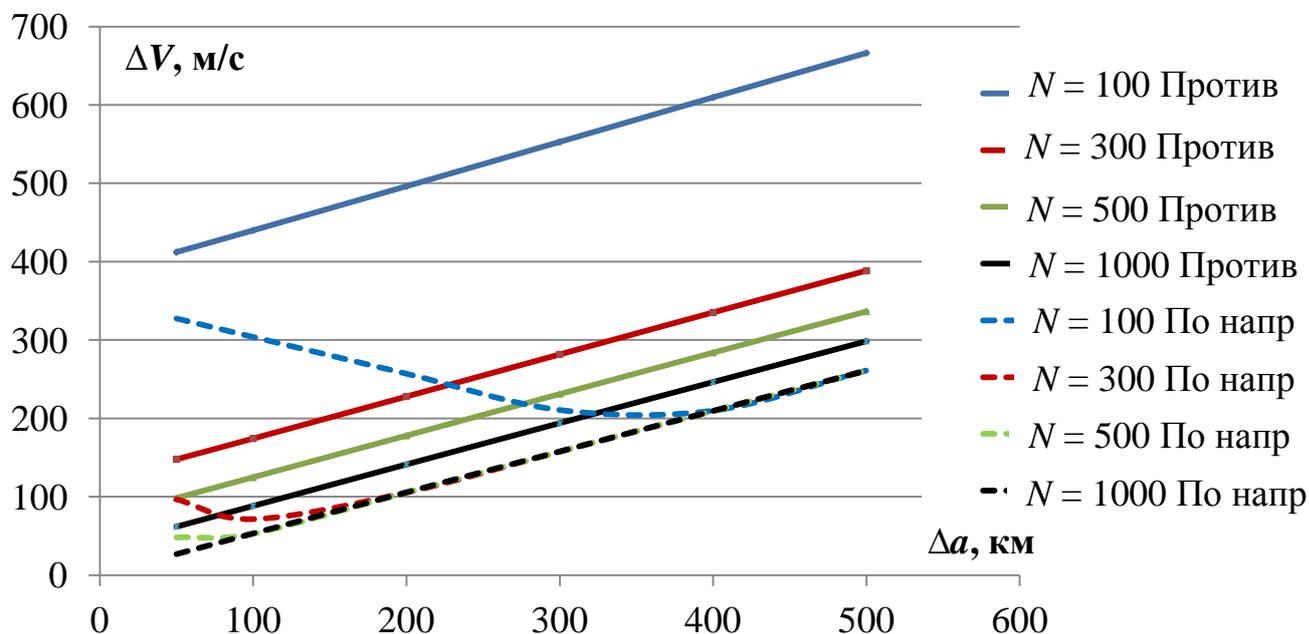


Рисунок 27. Зависимость СХС от изменения большой полуоси для разного числа витков $\Delta u=180^\circ$, $i=51.6^\circ$, $h=700$ км, $\Delta\Omega=+5^\circ$ (против направления прецессии ДВУ) $\Delta\Omega=-5^\circ$ (по направлению прецессии ДВУ)

При необходимости поворота плоскости по направлению прецессии кривая СХС вогнута и сильно зависит от количества витков перелёта и величины Δa . Так как ДВУ корректируется и импульсным способом, и, в основном, естественной прецессией, то затраты трансверсальной составляющей СХС можно разделить на используемые для изменения ДВУ (получение другой скорости прецессии) и необходимые для остаточного изменения большой полуоси с целью выполнения краевого условия по Δa . Наличие $\Delta a \neq 0$ не требует восстановления большой полуоси орбиты в конце второго интервала маневрирования, поэтому появляется возможность того, что в результате приложения первых двух импульсов, формирующих орбиту ожидания, величина Δa будет частично скомпенсирована. На рисунке 27 точкам минимума функции СХС соответствуют такие начальные

условия перелёта, при которых величина Δa оказывается полностью скорректированной после исполнения двух импульсов первого интервала маневрирования. Как только корректируемое значение Δa превышает изменение большой полуоси, необходимое для создания орбиты ожидания с нужной скоростью прецессии, функция затрат СХС начинает расти, так как трансверсальные импульсы второго интервала маневрирования становятся отличными от нуля. С ростом N положение точки минимума смещается влево и вниз, так как большему времени перелёта соответствует меньшее требуемое отличие в скорости прецессии, то есть всё большая часть Δa будет корректироваться на втором интервале маневрирования.

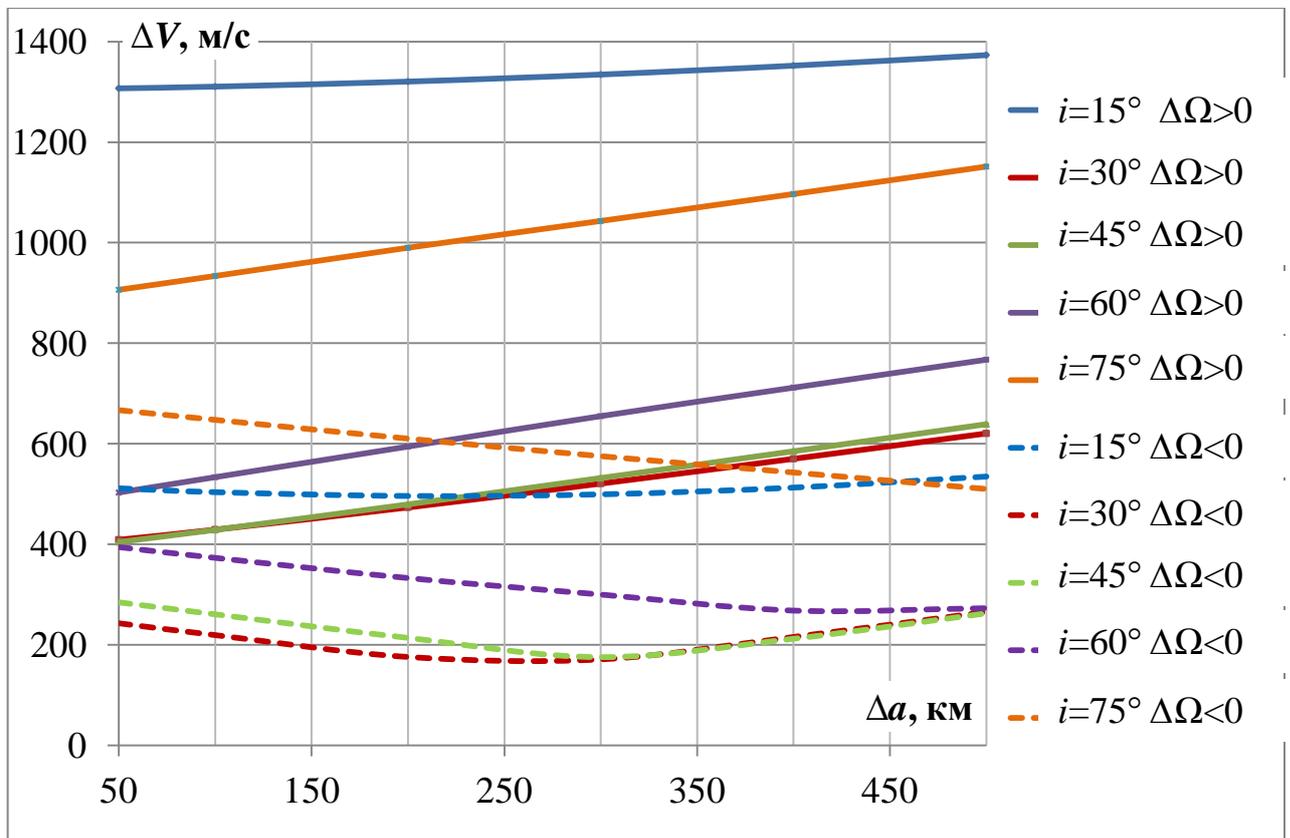


Рисунок 28. Зависимость СХС от изменения большой полуоси для разных наклонений $\Delta u=180^\circ$, $h_0=700$ км, $N=100$, $\Delta\Omega=+5^\circ$ (против направления прецессии ДВУ) $\Delta\Omega=-5^\circ$ (по направлению прецессии ДВУ)

Затраты скорости при необходимости поворота плоскости против направления прецессии находятся в прямой зависимости от изменения большой полуоси при фиксированной величине $\Delta\Omega$. Минимум СХС приходится на область наклонов 30° - 45° градусов (рисунок 28). Причём для малых изменений высоты меньшие затраты соответствуют наклону 45° , а для бóльших изменений высоты – наклону 30° . Этот результат согласуется с рисунком 21 из раздела 2.2, где этим значениям i соответствовали кривые СХС, имеющие наиболее ярко выраженный колебательный характер. Кроме того, при стремлении к этому диапазону уменьшается интенсивность роста затрат СХС по равным промежуткам наклонов, особо отметим, что график СХС не симметричен относительно оптимального наклона. При повороте плоскости по направлению прецессии также выгодно изменять Δa при наклонах 30° - 45° , но график СХС нелинейный и имеет точку минимума в месте соприкосновения с наблюдаемой на рисунке 28 асимптотой. Изменение положения точки минимума объясняется так же, как это было показано выше.

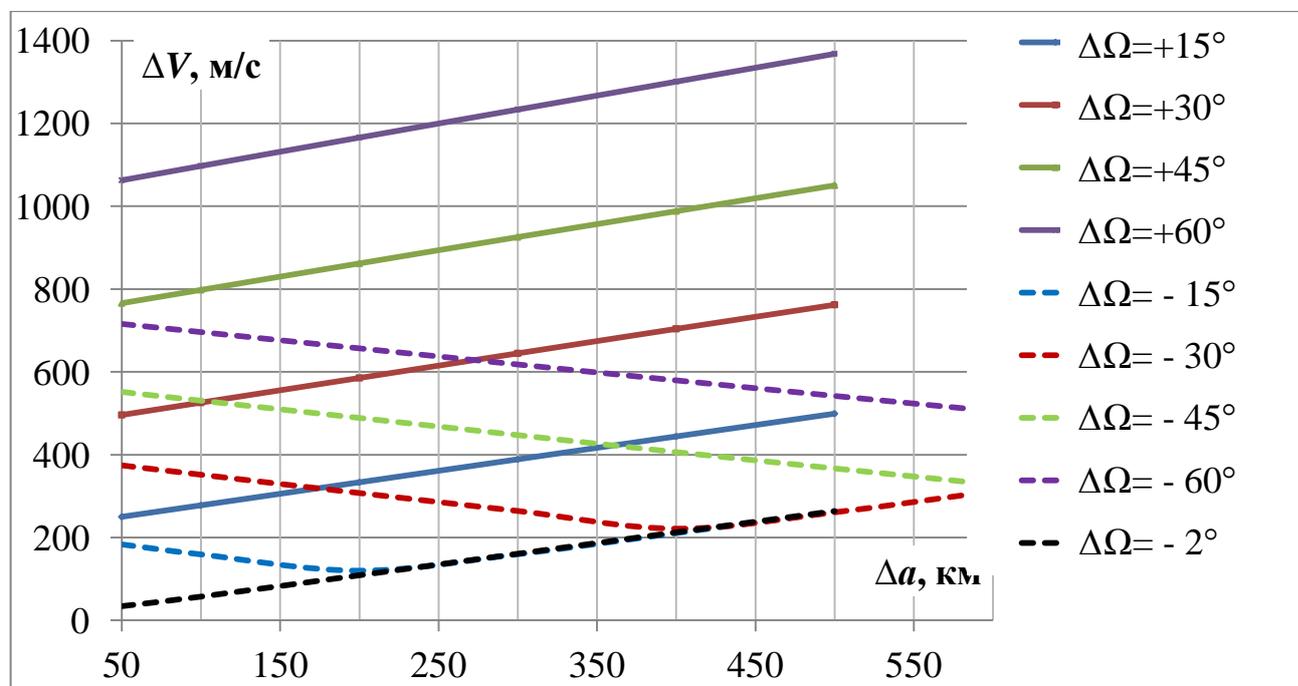


Рисунок 29. Зависимость СХС от изменения большой полуоси для разных различий в ДВУ $\Delta u=180^\circ$, $h=700$ км, $N=100$, $i=51.6^\circ$

При повороте плоскости орбиты против направления прецессии затраты скорости находятся в прямой зависимости от изменения большой полуоси для разных рассогласований в ДВУ. Шаг между кривыми при равномерном увеличении рассогласования по ДВУ меняется слабо (рисунок 29). Для двух орбит, имеющих разницу в наклонении $i_2 - i_1 = 15^\circ$, затраты СХС, необходимые для увеличения большой полуоси на 500 км для орбиты i_1 , равны затратам СХС, необходимым для увеличения большой полуоси на 50 км для орбиты i_2 .

В случае поворота плоскости по направлению прецессии кривая СХС вогнута и сильно зависит от величины угла поворота плоскости и величины Δa . При угле поворота в 2° зависимость близка к линейной, то есть можно считать, что кривая в $0^\circ - 2^\circ$ является асимптотой для всех кривых с большим по модулю отличием в ДВУ, так как в этом случае затраты СХС обусловлены только изменением большой полуоси. Рост Δa способствует увеличению пространства для манёвра, что сказывается в уменьшении СХС до соприкосновения с асимптотой, точка пересечения является одновременно точкой минимума СХС, её положение зависит от величины требуемого угла поворота плоскости.

2.3.2. Перевод КА в целевую точку орбиты, имеющей отличие по всем параметрам ($u_1 \neq u_2, a_1 \neq a_2, \Omega_1 \neq \Omega_2, i_1 \neq i_2$)

Облёт некоторого количества космических объектов, орбиты которых имеют близкие, но разные значения большой полуоси, незначительные отличия по наклонению и любые по величине отклонения ДВУ, имеет место в задаче очистки околоземного пространства от крупногабаритного космического мусора. Орбиты нефункционирующих объектов не поддерживаются в заданной конфигурации, поэтому для разных моментов времени их взаимное расположение меняется. За счёт появившейся необходимости коррекции Δi затраты СХС в общем случае растут при фиксированном значении Δa , однако появляется дополнительная возможность коррекции $\Delta \Omega$ за счёт наклонения, частично

изменённого на первом интервале маневрирования и влияющего на скорость прецессии орбиты ожидания.

Расчёт параметров манёвров осуществляется по формулам (14а)-(14г) при $\Delta i \neq 0$. В предыдущих параграфах было показано, что наименьшие затраты СХС достигаются при перелёте в направлении естественной прецессии ДВУ. Коррекция Δi не может быть выполнена за счёт прецессии, при этом она является наиболее энергетически затратной. Следовательно, необходимо определить, при каких значениях Δi теряются преимущества использования свойства естественной прецессии ДВУ.

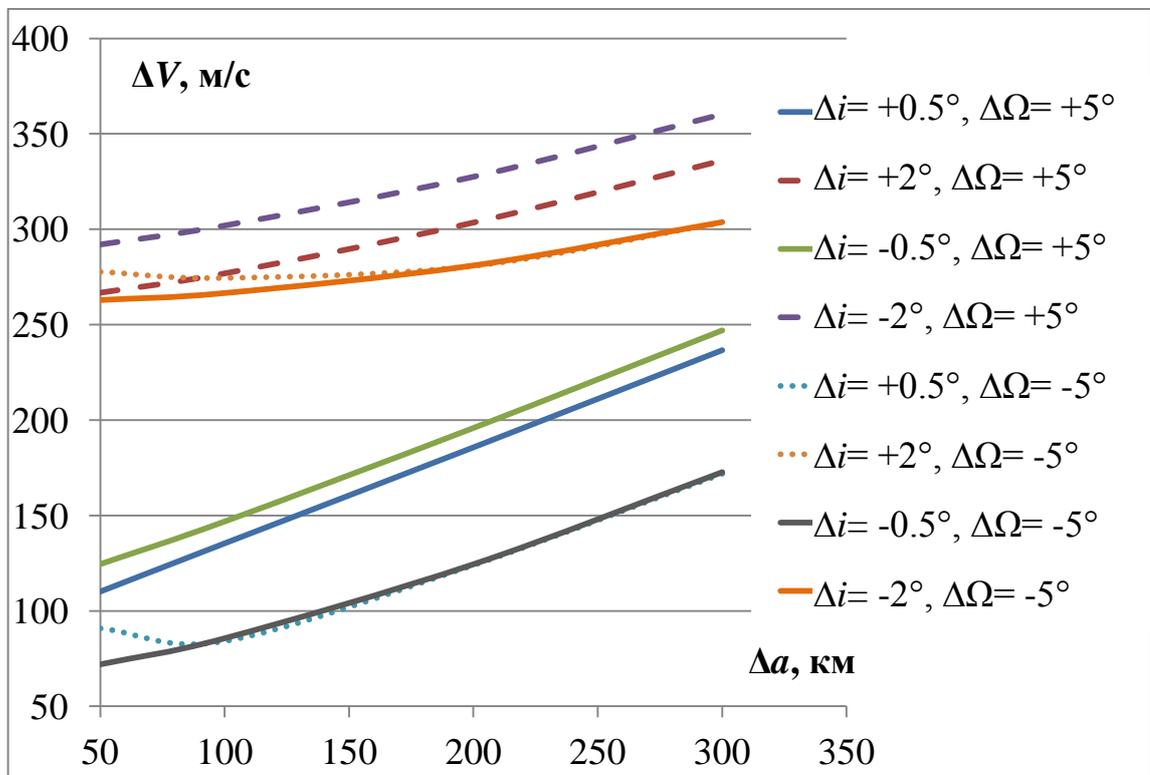


Рисунок 30. Затраты СХС, необходимые для изменения наклона для разных Δa , $\Delta u = 180^\circ$, $h_0 = 700$ км, $\Delta \Omega = 5^\circ$, $N = 500$, $i = 51.6^\circ$

При повороте плоскости против направления прецессии затраты СХС находятся практически в прямой зависимости от изменения большой полуоси. Здесь имеет смысл учитывать направление изменения наклона: поворот к углу $i = 45^\circ$ оказывается более затратным. Аналогичный, но противоположный эффект имеет место при повороте плоскости орбиты по направлению прецессии.

В этом случае с увеличением разницы по величине большой полуоси отличные по направлению изменения Δi кривые сходятся, при этом точка соприкосновения смещается вправо и вверх с ростом требуемого изменения Δi (рисунок 30). Совпадающее с прецессионным направление поворота плоскости орбиты по $\Delta\Omega$ существенно уменьшает затраты на перелёт для малых Δi . С ростом требуемого изменения Δi при малом изменении большой полуоси на значении потребной СХС сильно сказывается сочетание Δa , Δi (с учётом знака последнего), при больших Δa поворот по направлению прецессии является более выгодным.

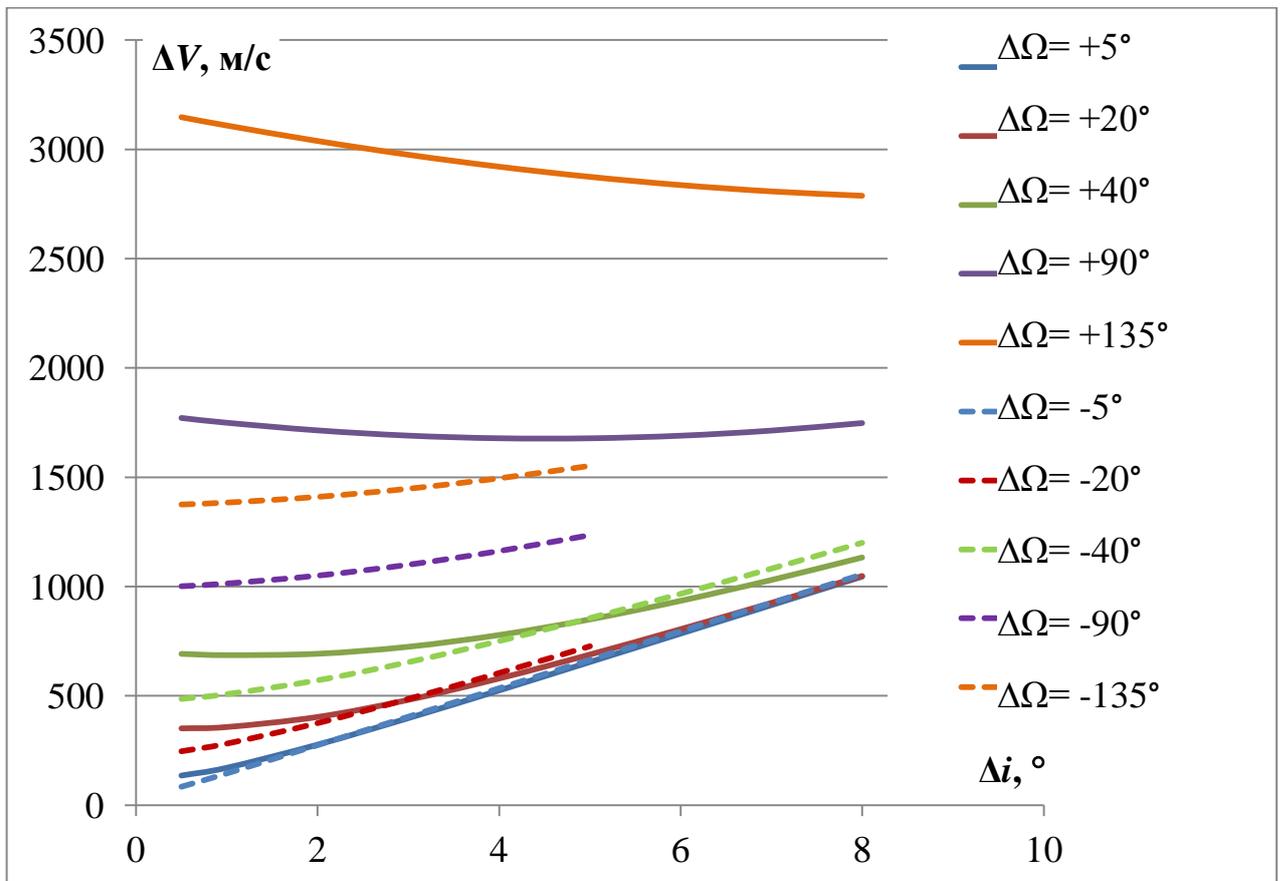


Рисунок 31. Затраты СХС, необходимые для изменения наклона для разных значений $\Delta\Omega$, $\Delta a=100$ км, $h=700$ км, $\Delta u=180^\circ$, $N=500$, $i=51.6^\circ$

При повороте плоскости против направления прецессии затраты СХС находятся в нелинейной зависимости от изменения наклона для разных различий в ДВУ. По мере роста требуемого изменения наклона все кривые сходятся (рисунок 31). Характерным моментом является появление заметного экстремума для рассогласований в ДВУ около 90 градусов и более. При повороте

плоскости по направлению прецессии существует такое значение Δi , при котором изменяется выгодное направление изменения ДВУ. Положение этой точки смещается право и вверх с ростом $\Delta\Omega$.

Для малого изменения наклона при фиксированных других параметрах существует ярко выраженное значение N , которое можно считать компромиссным числом витков перелёта. В отличие от раздела 2.1 вычисление этой точки аналитически представляет собой трудности, связанные с тем, что параметр n находится итерационно, его аналитическая оценка отличается от уточнённой при наличии у орбит рассогласований по всем параметрам. Вместе с тем, с ростом требуемого изменения Δi компромиссное значение N уменьшается, сама кривая СХС становится более крутой (рисунок 32). Небольшие вариации начальных условий показывают, что при фиксированном значении N затраты СХС уменьшаются с уменьшением Δa и при использовании прецессии ДВУ, увеличение затрат СХС происходит вследствие увеличения абсолютного значения $\Delta\Omega$ и при изменении Δi в сторону значения 45° .

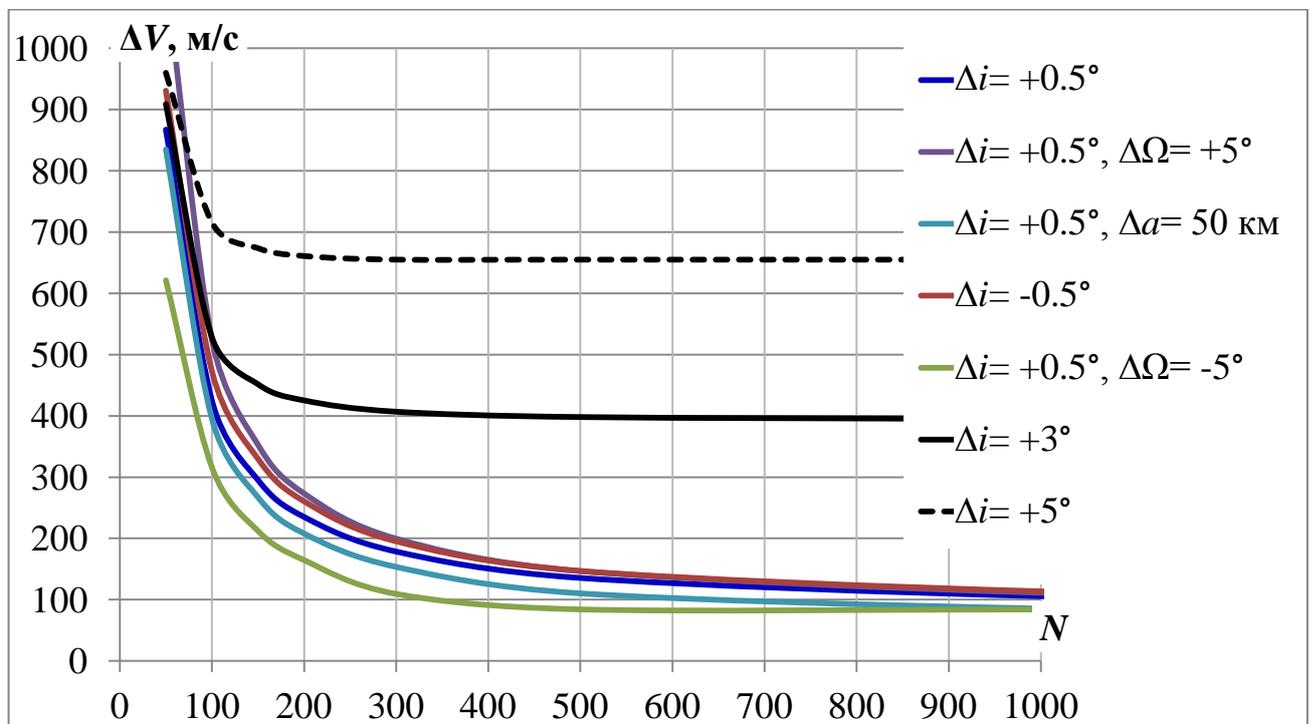


Рисунок 32. Зависимость затрат СХС от количества витков для разных отличий в наклонениях и малых вариациях отличий в ДВУ и большой полуоси

Характер зависимости затрат СХС от изменения наклона для разных высот различен. Для низкоорбитальных систем зависимость близка к прямой, для высокоорбитальных систем функция имеет экстремум. В зависимости от требуемой величины Δi изменять наклонение с учётом использования естественной прецессии ДВУ выгодно на разных высотах (рисунок 33), а выигрышное направление поворота плоскости орбиты по ДВУ может изменяться.

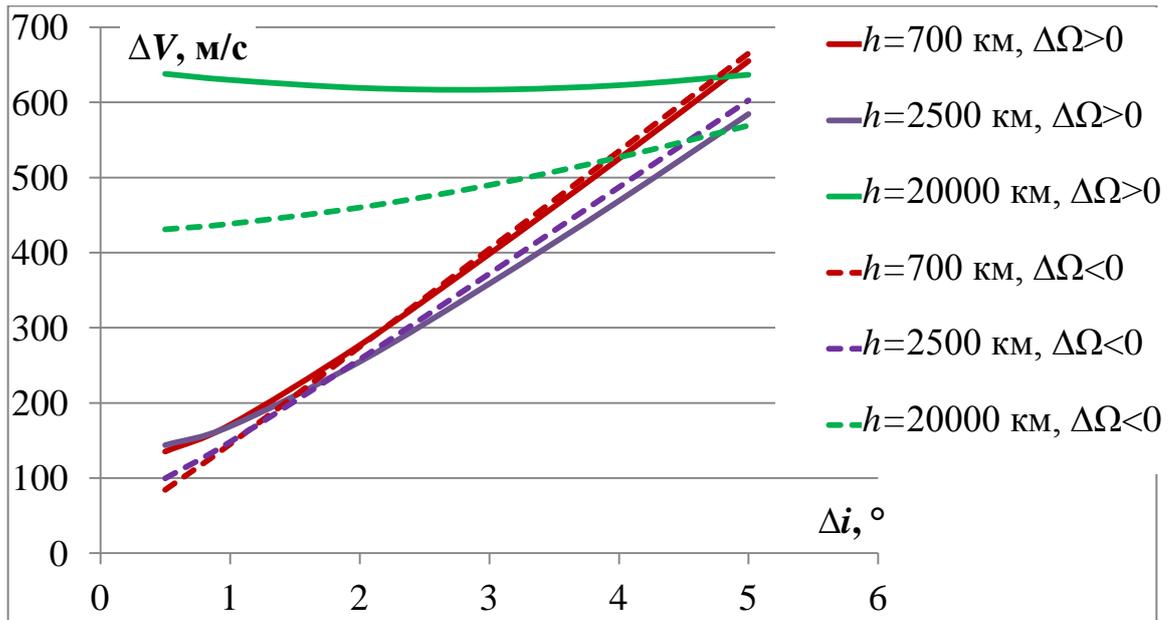


Рисунок 33. Затраты скорости, необходимые для изменения наклона для разных h , $\Delta a=100$ км, $N=500$, $\Delta u=180^\circ$, $\Delta \Omega=5^\circ$, $i=51.6^\circ$

Зависимость затрат скорости от Δi при разных значениях наклона начальной орбиты отличается от прямой при малых Δi (рисунок 34). При развороте плоскости по направлению прецессии наименьшие затраты СХС достигаются при наклонениях 30° - 45° . Для больших наклонений заметно изменение направления вогнутости кривых СХС. При больших Δi затраты на изменение наклона преобладают, поэтому для выбранных значений Δa и $\Delta \Omega$ при $\Delta i > 3^\circ$ кривые затрат СХС для всех наклонений и направлений изменения ДВУ сходятся в одну линию.

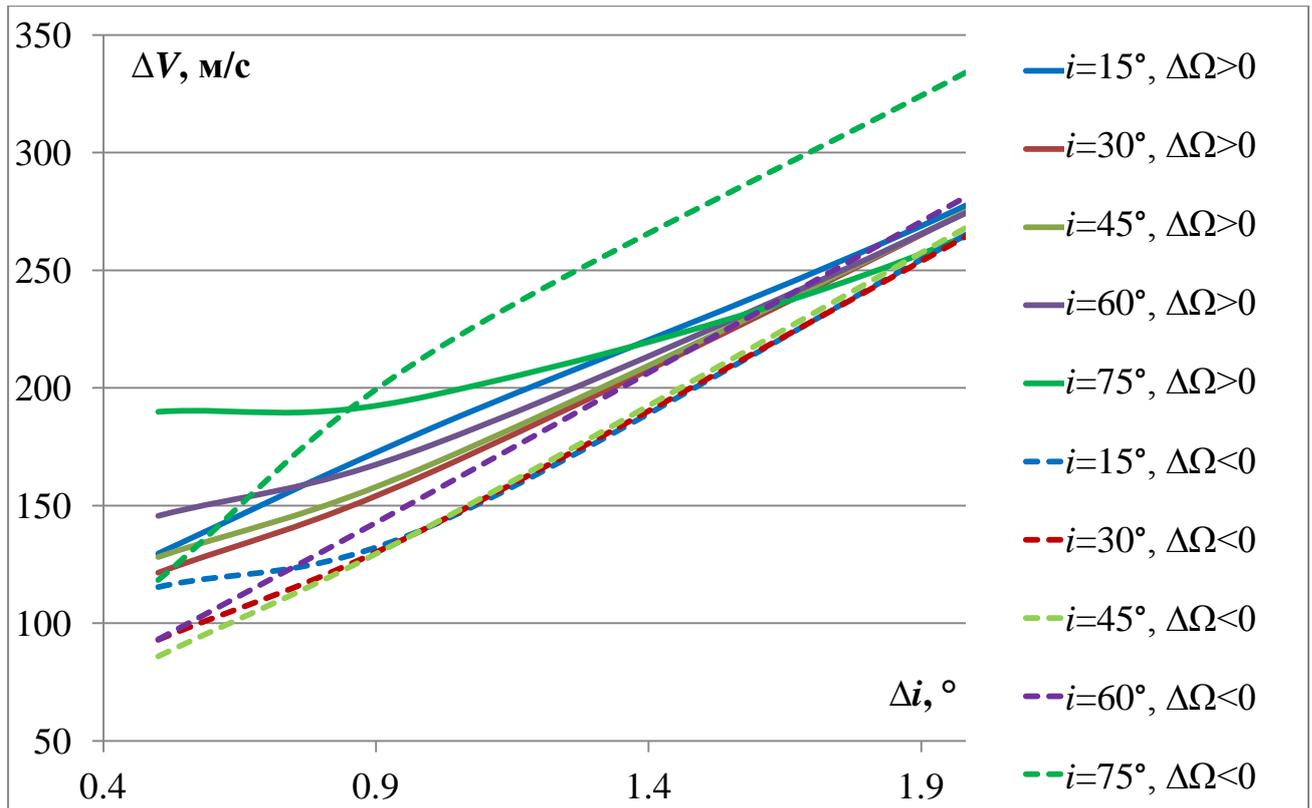


Рисунок 34. Затраты скорости, необходимые для изменения наклона для разных i , $\Delta a=100$ км, $h=700$ км, $\Delta i=180^\circ$, $\Delta\Omega=+5^\circ$, $i=51.6^\circ$, $N=500$

Выводы ко II главе

1. При переводе КА вдоль орбиты затраты СХС существенно зависят от числа витков ожидания, наклона и высоты орбиты. Сравнение различных сочетаний начальных условий по критерию изохронности показывает, что наибольшие затраты СХС для одинаковых Δi приходятся на высокие орбиты и на наклоны, близкие к 45° . С ростом числа N витков ожидания значения требуемой СХС на манёвр непрерывно падают в обратной зависимости от N . Существует и может быть рассчитано такое компромиссное число витков ожидания, при превышении которого продолжение фазирования будет малоэффективным. Влияние фазового рассогласования при наличии $\Delta\Omega$ (и в дальнейшем при наличии Δa , Δi) сказывается незначительно, изменяя затраты СХС не более чем на 5 м/с.
2. Решение задачи коррекции орбиты по ДВУ отличаются следующие особенности. При малых отличиях в ДВУ (до 10°) кривые СХС представляют собой затухающие относительно некой наклонной асимптоты колебания,

интенсивность которых зависит от наклона и высоты орбиты. Максимум амплитуд приходится на наклона 20° - 30° и высоты 300-700 км. При малых отличиях в ДВУ учёт направления поворота приводит к такому положению кривой СХС, когда она оказывается в противофазе с аналогичной кривой, построенной для противоположного направления поворота. С ростом рассогласований в ДВУ колебания кривой СХС затухают, при этом ветвь, соответствующая повороту в направлении прецессии выпукла и существенно ниже ветви, соответствующей противоположному направлению поворота и имеющей вогнутость.

3. При одновременной коррекции $\Delta\Omega$ и Δa использование естественной прецессии ДВУ существенно уменьшает затраты СХС, минимальные затраты при этом достигаются для наклонов 30° - 45° , для которых ранее было установлено свойство обладать наиболее заметным колебательным характером при использовании свойств естественной прецессии. Параметры $\Delta\Omega$, Δa , N связаны между собой с точки зрения влияния на затраты СХС. При определённом сочетании они обеспечивают минимум СХС.

4. Полученные результаты показывают, что при необходимости коррекции наклона начальной орбиты нет однозначного направления поворота линии узлов, которое бы позволяло достичь меньших затрат СХС. В зависимости от величин Δi и $\Delta\Omega$ может быть выгодным как поворот по направлению естественной прецессии, так и против него. Орбита, имеющая наклонение в диапазоне 30° - 45° , характеризуется наименьшими затратами на изменение наклона. При изменении наклона в сторону значения 45° затраты СХС максимальны. С увеличением требуемого значения Δi при неизменном значении $\Delta\Omega$ компромиссное число витков ожидания уменьшается. Для каждого подлежащего коррекции Δi при требуемом конкретном изменении $\Delta\Omega$ найдётся такая высота начальной орбиты, для которой затраты СХС будут минимальны. С увеличением $\Delta\Omega$ существенно расширяется та область из пространства рассматриваемых функциональных зависимостей $\Delta V(\Delta i, \Delta\Omega, \Delta a, \Delta u)$, где могут быть получены существенно меньшие затраты СХС.

5. В данной работе были рассмотрены случаи перевода КА с одной околокруговой орбиты на другую. Общее решение задачи встречи для двух произвольных околокруговых орбит с учётом изменения вектора эксцентриситета приводится в [47, 48]. Обнаруженные эффекты могут быть использованы при выработке рациональной стратегии сбора космического мусора перспективными КА, предназначенными для совершения перелётов между крупногабаритными объектами и сведения их с орбиты.

ГЛАВА III. ОБЛЁТ ОБЪЕКТОВ ККМ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ С ОТДЕЛЯЕМЫМИ МОДУЛЯМИ (I ВАРИАНТ УВОДА)

3.1. Постановка задачи

В данной главе рассматривается облёт объектов ККМ внутри выделенной группы с целью последующего их перевода на низкие орбиты захоронения по описанному во введении первому варианту увода. Активный КА представляет собой платформу, оснащённую двигательной установкой большой тяги. На этой платформе размещены специальные модули (Thruster de-orbiting kits, TDK) с запасом топлива, которые после установки на объекте ККМ способны перевести его на орбиту захоронения. Задача активного КА – доставить отделяемый модуль в окрестность объекта ККМ, а затем осуществить перелёт к следующему объекту ККМ. Активный КА непосредственно не участвует в процессе увода объекта ККМ на орбиту захоронения. Исполняемые им манёвры должны обеспечить решение некомпланарной задачи встречи большой продолжительности.

При решении задачи перевода КА в заданную окрестность объекта ККМ предполагается, что начальная и конечная орбиты имеют близкие, но разные значения большой полуоси, возможны незначительные отличия по наклонению, отклонение ДВУ может быть любым по величине. Разница эксцентриситетов мала и существенно не влияет на характер решения, поэтому ей можно пренебречь при оценке затрат СХС маневров. Импульсы скорости, имеющие трансверсальные и бинормальные составляющие, прикладываются на экваторе на двух интервалах маневрирования, расположенных соответственно на первом и на последнем витках перелета. За счет трансверсальных составляющих импульсов первого интервала большая полуось орбиты изменяется таким образом, чтобы, двигаясь по новой (фазирующей) орбите, КА компенсировал имеющееся в начальный момент отклонение по аргументу широты Δu и возникающую разницу в числе витков перелета. При этом за счёт целенаправленного изменения скорости прецессии орбиты и разного числа витков перелёта корректируется также значительное

первоначальное угловое рассогласование по ДВУ $\Delta\Omega$. Бинормальные составляющие импульсов скорости обеспечивают суммарное изменение наклона на требуемую величину, но так распределены между I и II интервалами маневрирования, чтобы дополнительно нужным образом повлиять на скорость прецессии фазирующей орбиты.

Значения суммы трансверсальных и бинормальных составляющих импульсов скорости первого ΔV_{I1} , ΔV_{z1} и второго ΔV_{II1} , ΔV_{zII} интервалов маневрирования могут быть определены по формулам (14а)-(14г).

Орбиты объектов в первых трёх группах ККМ имеют близкие значения наклона (в пределах 0.5°), а также близкие (в пределах 50 км) значения большой полуоси. Для всех выделенных групп имеют место значительные угловые отклонения плоскостей орбит по долготе восходящего узла (ДВУ). Несмотря на необходимость коррекции всех Кеплеровых параметров в задаче облёта объектов ККМ, затраты СХС будут обусловлены преимущественно величинами отклонений орбит целей по ДВУ. Для изменения ДВУ в сторону естественной прецессии требуются существенно меньшие затраты СХС (рисунок 35), что особенно важно при малых значениях Δi .

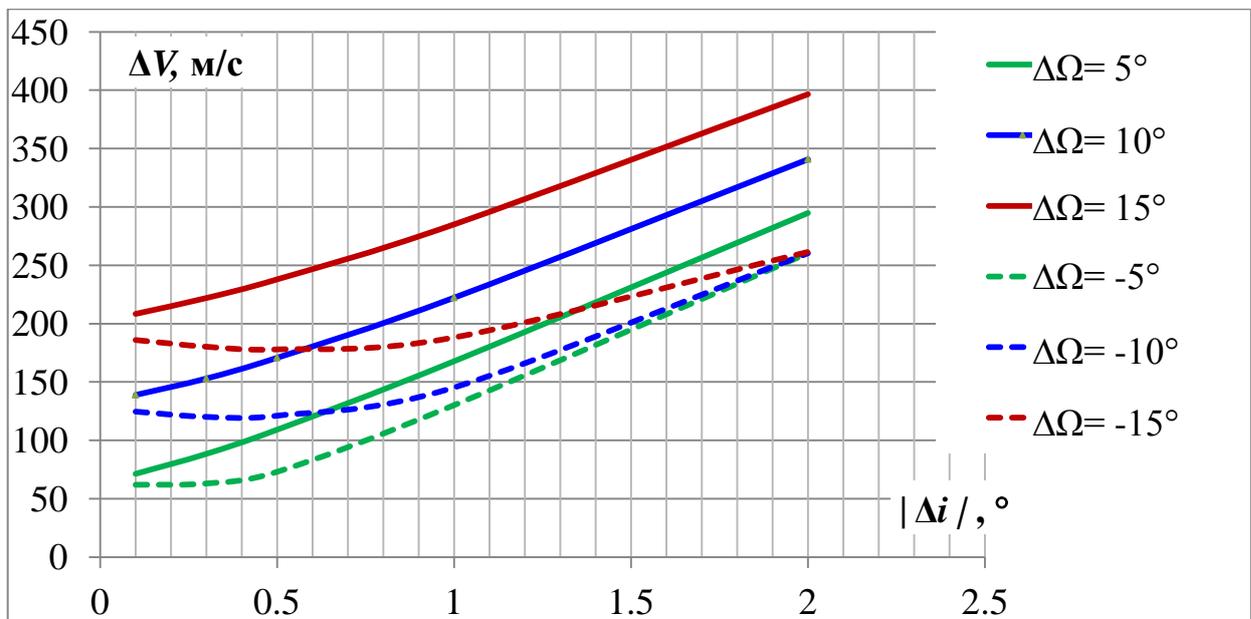


Рисунок 35. Затраты СХС, необходимые для изменения наклона для разных $\Delta\Omega$,

$$h=800 \text{ км}, \Delta u=180^\circ, N=1000, i=71^\circ, \Delta i < 0$$

На основании полученных в I и II главе результатов можно сформулировать несколько положений, которые являются основой разрабатываемой методики составления схем облёта объектов ККМ:

1. Объекты, образующие группы ККМ №1-№3 характеризуются близкими значениями параметров орбит. Отличия по наклонению орбит внутри этих групп или отсутствуют, или составляют доли градуса.
2. Из графиков на рисунках 31, 33 и 35 видно, что при коррекции $\Delta a < 100$ км направление выгодного поворота плоскости даже для малых отклонений по ДВУ изменяется, только если отклонение по наклонению превышает 1 градус. Следовательно, для первых четырёх групп ККМ применима стратегия последовательного облёта в направлении прецессии ДВУ. Наклонения и высоты у орбит пятой группы ККМ заметно отличаются, поэтому следует искать другие решения.
3. При стремлении отклонения по ДВУ к нулю, для 1-ой и 2-ой групп ККМ (наклонения 71° и 74°) можно использовать формулу (12) для поиска компромиссной продолжительности перелёта.
4. Колебательный характер функции $\Delta V(\Delta\Omega)$ при малых значениях $\Delta\Omega$ не может быть использован, так как колебания значений функции вырождаются при наклонениях, больших 60° .
5. Из зависимостей $\Delta V(N)$ видно, что задаваемая продолжительность перелёта оказывает существенное влияние (до 1 км/с) на значение СХС перелёта, следовательно, продолжительность перелёта необходимо задавать как функцию от корректируемой разницы $\Delta\Omega$.

3.2. Возможные схемы облёта при уходе объектов ККМ с использованием отделяемых модулей

В том случае, когда портрет эволюции отклонений ДВУ содержит преимущественно квазипараллельные прямые (рисунок 3ба), для перелёта между

тремя объектами ККМ необходимо выполнить следующую последовательность действий. После доставки отделяемого модуля в окрестность объекта №1, маневрирующий КА осуществляет перелет к объекту №2. Для этого импульсом $\overline{\Delta V}_1$ обеспечивается перевод активного КА с орбиты объекта №1 на орбиту ожидания (под импульсом здесь подразумеваются, как правило, два включения двигательной установки, локализованные на одном витке). По достижении нужной ориентации плоскости орбиты ожидания и требуемой фазовой разницы при помощи импульса $\overline{\Delta V}_2$ осуществляется перевод активного КА на орбиту объекта №2, для обеспечения возможности внедрения отделяемого модуля в сопло объекта №2. Далее описанные действия повторяются в виде импульсов $\overline{\Delta V}_3$ и $\overline{\Delta V}_4$ для достижения объекта №3 и т.д. Таким образом, имеет место такой последовательный облет объектов ККМ, при котором перелет всегда осуществляется к ближайшему по ДВУ объекту в сторону естественной прецессии ДВУ орбит рассматриваемой группы. Эта последовательная схема облёта применима к первым трём выделенным группам ККМ [49, 50]. Алгоритм решения задачи встречи большой продолжительности, который используется для расчета параметров маневров при последовательном облете (расчет импульсов 1,2 и импульсов 3,4 на рисунке 36а), приведен в работе [47].

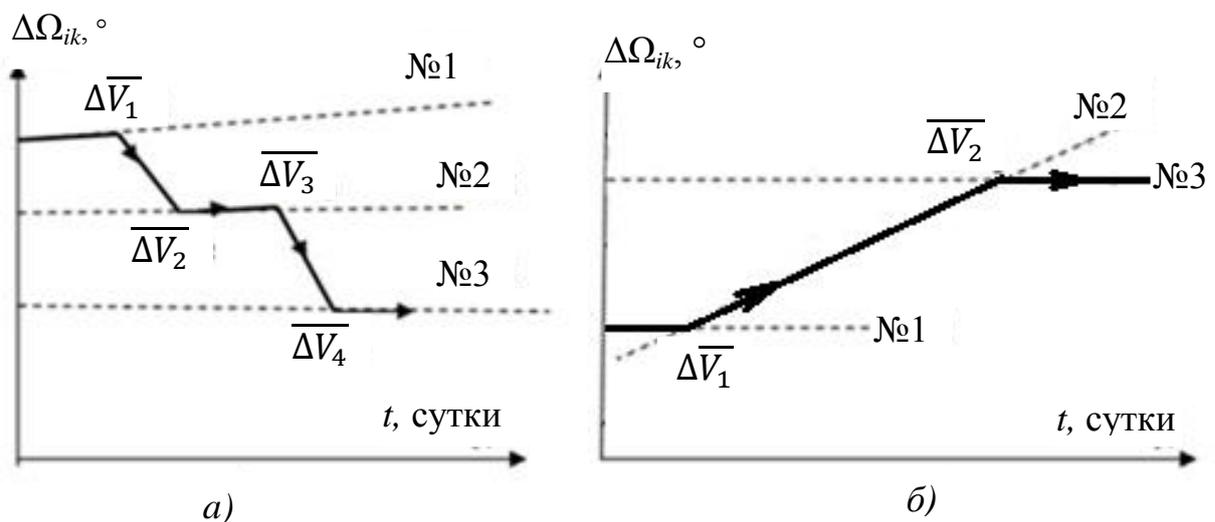


Рисунок 36. Возможные варианты взаимного расположения прямых на портрете эволюции отклонений ДВУ: а) параметры орбит объектов ККМ в группе имеют малые взаимные отклонения Δa , Δe и Δi ; б) параметры орбит объектов ККМ в группе имеют значительные взаимные отклонения Δa , Δe и Δi

В группе ККМ №5 присутствуют объекты, орбиты которых имеют заметные отличия по большой полуоси и наклонению. В результате прямые относительного рассогласования по ДВУ $\Delta\Omega_{ik}(t)$ имеют значительное количество пересечений. В этом случае, находясь на орбите объекта №1 (рисунок 3бб), достаточно приложить только один импульс $\overline{\Delta V_1}$ (два включения двигательной установки на витке) в момент совпадения ДВУ, чтобы сблизиться с объектом №2, и также единственный импульс $\overline{\Delta V_2}$ для последующего сближения с объектом №3. Таким образом, количество включений двигательной установки на участке движения от объекта №1 к объекту №3 может быть уменьшено вдвое. Существенно уменьшаются и затраты СХС, так как пропадает наиболее затратная по требуемой СХС коррекция ДВУ. Линию $\Delta\Omega_{ik}(t)$, соответствующую одной из орбит и пересекающую две линии, соответствующие другим орбитам, назовем «диагональю». Для группы №5 имеется возможность найти несколько веток, состоящих из последовательности прямых и диагоналей, позволяющих облететь почти все объекты ККМ, входящие в группу. Предложенное решение было названо "диагональным".

В момент пересечения прямых $\Delta\Omega_{ik}(t)$ и $\Delta\Omega_{jk}(t)$ на портрете эволюции отклонений ДВУ орбиты i -го и j -го объектов ККМ имеют равные значения ДВУ. Следовательно, орбиты этих объектов могут отличаться только по большой полуоси, вектору эксцентриситета, наклонению и аргументу широты. Численно-аналитический алгоритм решения задачи встречи средней продолжительности, который можно использовать для расчета маневров сближения с новым объектом при диагональной схеме облета (определение импульсов на рисунке 3бб), приведен в работе [51].

Для решения задачи поиска веток-решений в условиях большого количества прямых и их взаимных пересечений целесообразно применить некоторые элементы теории графов. Рассматривая портрет эволюции отклонений ДВУ, представленный на рисунке 12, как граф, можно выделить некоторые его особенности:

- 1) Каждая из точек пересечения (узел графа) содержит два входа и два выхода. Маловероятно, что 3 и более прямых $\Delta\Omega_{ik}(t)$ пересекутся в одном узле.
- 2) Граф является ориентированным, кроме того, движение возможно только в положительном направлении, то есть в сторону возрастания t .
- 3) Каждая прямая $\Delta\Omega_{ik}(t)$ может быть использована только один раз. После захвата i -го объекта ККМ (чему соответствует выбывание i -го узла графа) повторное использование прямой $\Delta\Omega_{ik}(t)$ приведёт к локальному вырождению «диагонального» решения до обычного перелёта с использованием орбиты ожидания.
- 4) Узлы графа должны располагаться в диапазоне значений $\Delta\Omega_{ik} \in (-\pi; +\pi]$;
- 5) Из двух веток приоритет отдаётся более длинной;
- 6) Из двух веток одинаковой длины приоритет отдаётся той, у которой сумма модулей угловых коэффициентов задействованных прямых $\Delta\Omega_{ik}(t)$ меньше.

Зная законы изменения $\Delta\Omega_{ik}(t)$, в двумерном пространстве t , $\Delta\Omega$ можно определить все узлы графа. Для описания узлов можно использовать квадратную матрицу координат узлов \mathbf{T} размерности $n \times n$ с элементами $t_{m,l}$, которая по своему физическому смыслу является модификацией классической матрицы смежности [52].

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \& & t_{1,2} & - & \dots & t_{1,46} \\ t_{2,1} & \& & \dots & \dots & \dots \\ - & \dots & \& & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{46,1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \& \end{bmatrix}$$

Матрица \mathbf{T} является симметрической, а её диагональ составляют символы «&», описывающие совпадение прямых $\Delta\Omega_{ik}(t)$. Если точка пересечения прямых $\Delta\Omega_{ik}(t)$ существует, то в полях элемента $t_{m,l}$ указывается её координата t (время пересечения прямых $\Delta\Omega_{ik}(t)$ и $\Delta\Omega_{jk}(t)$), а если точек пересечения нет, или пересечение имеет место при $t \rightarrow \infty$, то вместо элемента матрицы стоят прочерки (рисунок 37).

номер Матрицы 1	Диапазон действия от [0 до 32)																	
&	5	-	426	64	237	308	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
5	&	-	-	231	1247	1764	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3385	-	3615
-	-	&	3	12	87	118	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
426	-	3	&	22	213	292	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
64	231	12	22	&	-	-	-	-	-	-	-	-	3478	-	2514	-	2590	
237	1247	87	213	-	&	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2961	-	3095	
308	1764	118	292	-	-	&	-	-	-	-	-	-	-	-	3089	-	3240	
-	-	-	-	-	-	-	&	-	321	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	&	245	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	321	245	&	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	&	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	&	-	-	-	2385	-	2411	-
-	-	-	-	3478	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	814	-	1200	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2385	814	&	-	2463	-	-
-	3385	-	-	2514	2961	3089	-	-	-	-	-	-	-	-	&	163	1729	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2411	1200	2463	163	&	-	-
-	3615	-	-	2590	3095	3240	-	-	-	-	-	-	-	-	1729	-	&	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1501	1025	1157	387	847	178	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1348	954	1024	396	763	210	-
-	2594	-	-	1959	2335	2447	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1677	1310	1504	719	1374	596	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1393	1123	1213	664	1090	556	-
-	2481	-	-	1860	2236	2350	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	2290	-	-	1754	2096	2200	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	2124	-	-	1651	1969	2065	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	2446	-	-	1814	2200	2317	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	2079	1756	-	1363	1097	655	566	539	402	473	338	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2779	2144	2922	1156	3022	1070	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2380	1893	2379	1090	2366	1006	-
-	2568	-	-	1840	2269	2400	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	3357	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1777	-	1786	-
-	1909	-	-	1465	1784	1883	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	2529	3336	3582	-	-	-	-	-	-	-	-	2492	-	2708	-
-	2687	-	-	1851	2326	2473	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2867	-	1599	-	1578	-
-	3336	-	-	2107	2714	2900	-	-	-	-	-	-	-	-	3453	-	-	-
-	-	-	-	2258	2945	3156	-	-	-	-	-	-	-	-	2987	-	3410	-
-	2138	-	-	1571	1946	2064	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3248	2596	3528	1512	-	1482	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3166	-	1759	-	1764	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1662	1430	1564	990	1500	928	-
-	2694	-	-	1796	2302	2460	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	2594	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2440	-	2586	-
-	2561	-	-	1493	2096	2297	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	1967	3481	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2782	-	2942	-

Рисунок 37. Пример одной из матриц координат узлов графа для группы ККМ №5 (диагональные решения)

Для поиска решения с диагональными переходами используются три цикла [53, 54].

Внутренний цикл. Пусть движение начинается с объекта №1. Тогда в первой строке матрицы \mathbf{T} необходимо найти первый элемент $t_{1,l} \neq \&$ и $t_{1,l} \neq \text{" - "}$. Пусть это будет элемент $t_{1,2}$. Рассчитывается импульс скорости ΔV_1 , необходимый для перелета на новую орбиту. Рассчитав ΔV_1 , необходимо объявить $t_{1,l} = t_{m,1} = \text{" - "}$, $m, l = \overline{1..n}$ (в случае 5-ой группы ККМ $n=46$), чтобы исключить дальнейшее использование 1-ой ветки, а также присвоить "-" всем $t_{m,l}$, у которых $t_{m,l} < t_{1,2}$. После перехода на орбиту объекта №2, требуется найти первый элемент $t_{2,l} \neq \&$ и $t_{2,l} \neq \text{" - "}$. И так до тех пор, пока не возникнет ситуация, когда с узла $t_{m,l}$ или нет возможности отыскать удовлетворяющий ограничениям элемент $t_{m+1,l}$, или $l=n$ (количество объектов ККМ в группе №5), то есть найден конец ветки с максимальной длиной. После этого нужно записать в память номера объектов ветки, затраты СХС, из матрицы \mathbf{T} вывести последнюю пару $t_{m,l}$, присвоив ей значение " - ", и повторить поиск веток. Задача внутреннего цикла – определить ветку наибольшей длины при начале облёта с первого объекта.

Средний цикл. Зафиксировав самую длинную ветку с началом в первом объекте и затраты СХС, необходимо вызвать внутренний цикл для строки №2, считая объект №2 точкой старта, и так n раз. По итогам из n промежуточных вариантов можно будет выбрать самую длинную ветку для первого КА-сборщика, работающего по «диагональной» схеме. Задача среднего цикла – определить приоритетную точку старта и приоритетную ветку, исходящую из этой точки и определяющую первое решение задачи.

После выполнения среднего цикла и сортировки найденных веток по их длине может возникнуть ситуация, когда наибольшую длину при текущей конфигурации матрицы \mathbf{T} имеют несколько полученных решений. В этом случае необходимо косвенно сравнить энергетические затраты на облёт этих качественно равнозначных веток. На портрете эволюции отклонений ДВУ угол между прямыми $\Delta\Omega_{ik}(t)$

определяется разностью их угловых коэффициентов, а они, как следует из (3), зависят от величины фокального параметра и наклона. Следовательно, чем больше отличия Δp и Δi у орбит двух объектов, тем больший угол будут образовывать соответствующие прямые $\Delta\Omega_{ik}(t)$. Поэтому в качестве косвенной энергетической оценки для каждой найденной ветки необходимо вычислить сумму модулей изменения угловых коэффициентов при переходе от одного объекта к другому.

В конце среднего цикла из всех веток наибольшей длины выбирается та, у которой величина суммы модулей изменения угловых коэффициентов принимает наименьшее значение. Объекты ККМ, образующие выбранное решение, выводятся из начальной матрицы T_0 , и в рамках внешнего цикла вновь повторяется поиск ветки наибольшей длины среди оставшихся объектов.

Внешний цикл. Необходимо вывести из начальной матрицы T_0 все элементы, использованные в найденном 1-ом решении, и повторить внутренний и средний циклы заново. Задача внешнего цикла – получить набор всех возможных «диагональных» веток, упорядоченных по убыванию их длин и охватывающих максимально возможное количество объектов.

После осуществления трёх циклов часть объектов оказывается охваченной «диагональными» переходами, а облёт остальной части может быть рассчитан по упомянутой выше последовательной схеме, по которой рассчитывался облёт первых трех групп ККМ [49].

3.3. Продолжительность перелёта к очередному объекту при использовании последовательной схемы облёта

При последовательном облёте объектов ККМ в группах №1-№3 заданная продолжительность нахождения на орбите ожидания определяет параметры этой орбиты, а тем самым – затраты СХС на перелёт к очередному объекту. Выбор постоянной продолжительности перелёта между объектами ККМ является заведомо

неоптимальным. Требуется искать значения продолжительности перелёта, которые находятся в той компромиссной области графика функции $\Delta V(N)$ (рисунок 38), где затраты ΔV перестают резко уменьшаться с ростом N . Для поиска компромиссных продолжительностей перелёта можно предложить два подхода, каждый из которых позволяет получить продолжительность перелёта как функцию от корректируемой разницы по ДВУ.

Первый подход является довольно простым и основан на анализе графиков $\Delta V(N)$, построенных для различных $\Delta\Omega_{ik}$ (рисунок 38). На координатной плоскости $\Delta V, N$ можно провести некоторое количество медленно возрастающих выпуклых кривых, которые будут пересекать графики $\Delta V(N)$ в компромиссной области. По точкам пересечения одной такой выбранной кривой с линиями $\Delta V(N)$ можно построить зависимость $N(\Delta\Omega_{ik})$, которая, как показано в [49] для групп ККМ №1-№3, достаточно точно аппроксимируется линейной функцией. График одной из таких компромиссных кривых, пересекающих графики $\Delta V(N)$ в точках с равными значениями производной $\Delta V'(N)$, изображен на рисунке 38 сплошной зелёной линией (N компромиссный), соответствующая ей линейная зависимость имеет вид:

$$N(\Delta\Omega_{ik}) = 68.32|\Delta\Omega^\circ| + 250.6. \quad (17)$$

Второй подход предполагает использование функционала, включающего затраты СХС, уменьшающиеся при увеличении продолжительности перелета N , и штраф за увеличение его продолжительности. Затраты СХС в рассматриваемой задаче обусловлены преимущественно величиной отклонения по ДВУ, следовательно, их величина может быть оценена следующим образом [39]:

$$\Delta V = \frac{2}{3} V_0 \sqrt{\frac{(\Delta u + n)^2}{(N + n)^2} + \frac{(3\Delta\Omega - (4\Delta u + 7n)\delta\Omega)^2}{(N + n)^2 \delta\Omega^2 \operatorname{tg}^2 i + \frac{4}{\sin^2 i}}} \quad (18)$$

В первом приближении разница числа витков полёта КА и цели n вычисляется по формуле (16). Принимая $\Delta u = 0$, соотношение (18) можно привести к виду:

$$\Delta V = \frac{2}{3} V_0 \frac{\Delta\Omega}{7\delta\Omega \cdot N + 3\Delta\Omega}. \quad (19)$$

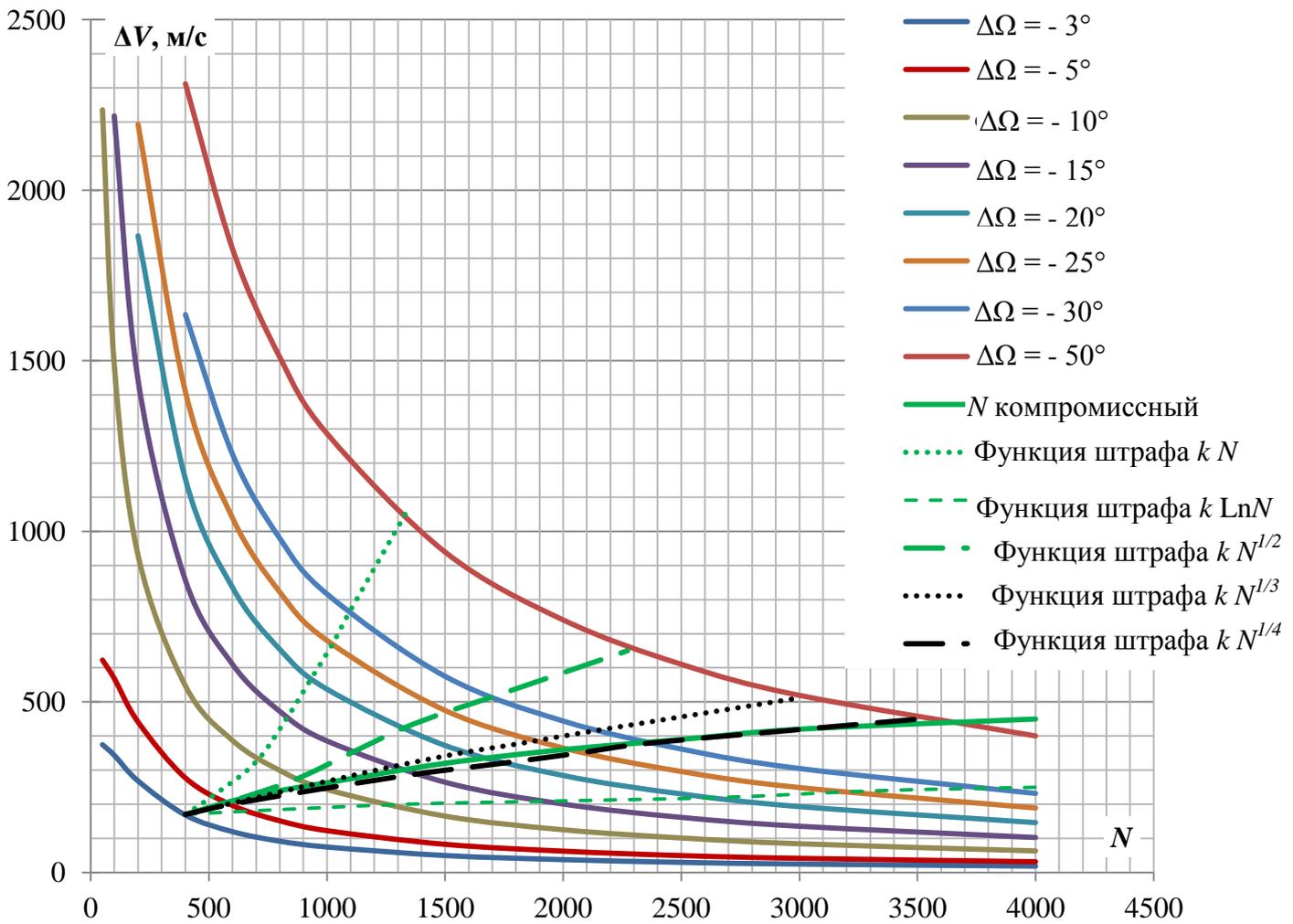


Рисунок 38. Зависимость затрат СХС от числа витков перелёта при разных $\Delta\Omega_{ik}$ для группы ККМ №4 (типовой пример).

Возможность получения компромиссного значения N основывается на том, что, с одной стороны, затраты СХС уменьшаются с увеличением длительности перелёта при фиксированном отклонении $\Delta\Omega$ (рисунок 38), но эта длительность перелёта не может быть бесконечно большой. Одним из способов получения аналитического или численно-аналитического решения для нахождения компромиссного значения N является рассмотрение функционала следующего вида:

$$F = \Delta V(N) + f(N). \quad (20)$$

В формуле (20) второе слагаемое представляет собой штрафную функцию, которая возрастает с увеличением N [55]. Для всех пяти групп ККМ были рассмотрены следующие штрафные функции:

$$f(N) = \begin{cases} k \cdot N \\ k \cdot N^2 \\ k \cdot \ln N \\ k \cdot \sqrt[m]{N}. \end{cases}$$

Вариант линейной штрафной функции кажется наиболее очевидным (понимая при этом одинаковую ценность затрат СХС и продолжительности перелёта). Однако этот вариант является самым неподходящим (рисунок 38), так как слишком быстрое возрастание функции штрафа приводит к большим затратам СХС за счёт сокращения времени перелёта. Использование полиномиальных штрафных функций более высоких порядков приведёт к аналогичным результатам, поэтому их рассмотрение не имеет смысла. Логарифмическая функция, напротив, приводит к значительному увеличению продолжительности перелётов. Из трёх рассмотренных вариантов функции корня m -ой степени, только при $m=4$ достигаемый результат совпадает с ранее построенным (чёрная пунктирная линия на рисунке 38). Компромиссное значение N может быть определено из уравнения (21) параметр k определяется по одной фиксируемой точке графика $\Delta V(N)$:

$$-56V_0 \cdot \delta\Omega \cdot \Delta\Omega \cdot \sqrt[4]{N^3} + k \cdot (7\delta\Omega \cdot N + 3 \cdot \Delta\Omega)^2 = 0, \quad (21)$$

Как можно видеть из рисунка 38, оба описанных выше подхода дают примерно один и тот же результат, поэтому можно использовать более простой первый подход, примером применения которого служит формула (17).

3.4. Пример расчёта манёвров облёта групп ККМ №1-№3

Орбиты объектов выделенных групп ККМ №1-3 имеют наклонение 71° , 74° , 81° , параметры этих орбит по состоянию на ноябрь 2013 года [34] представлены в таблицах приложений №1-№3 соответственно. В этих таблицах разница по ДВУ между орбитами последнего и первого объектов в момент начала облета

максимальна, объекты ККМ упорядочены по убыванию ДВУ так, чтобы исключить этот самый затратный перелёт.

Для групп ККМ №1-3 были построены графики $\Delta V(N)$ для различных $\Delta\Omega_{ik}$ (рисунки 39-41) и были выбраны варианты «гибкого» закона $N(\Delta\Omega_{ik})$. Соответствующие кривые в пространстве $\Delta V, N$ показаны на рисунках 39-41 тёмно-зелёными сплошными линиями.

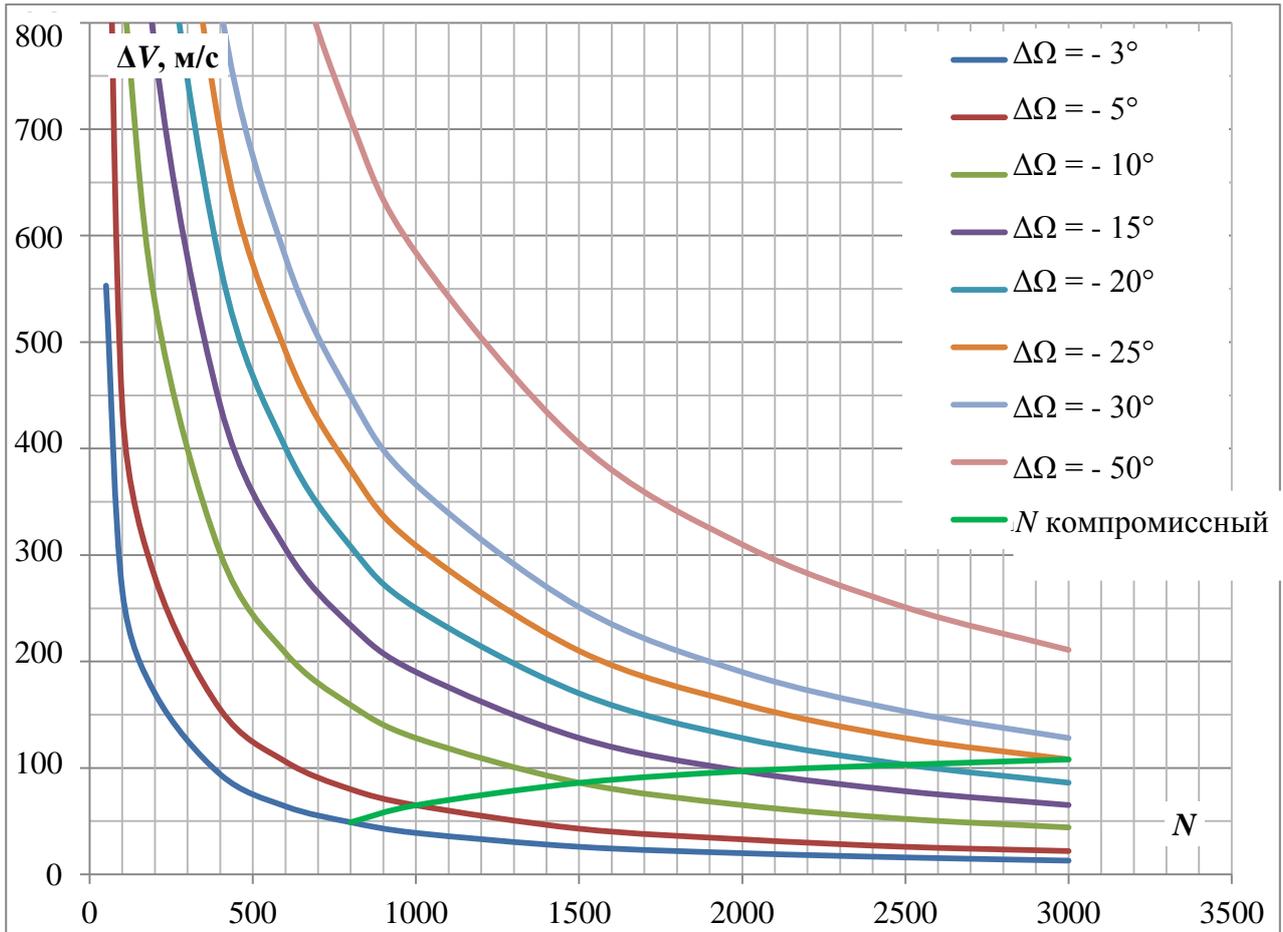


Рисунок 39. Зависимость затрат СХС от числа витков перелёта при разных $\Delta\Omega_{ik}$ для группы ККМ №1

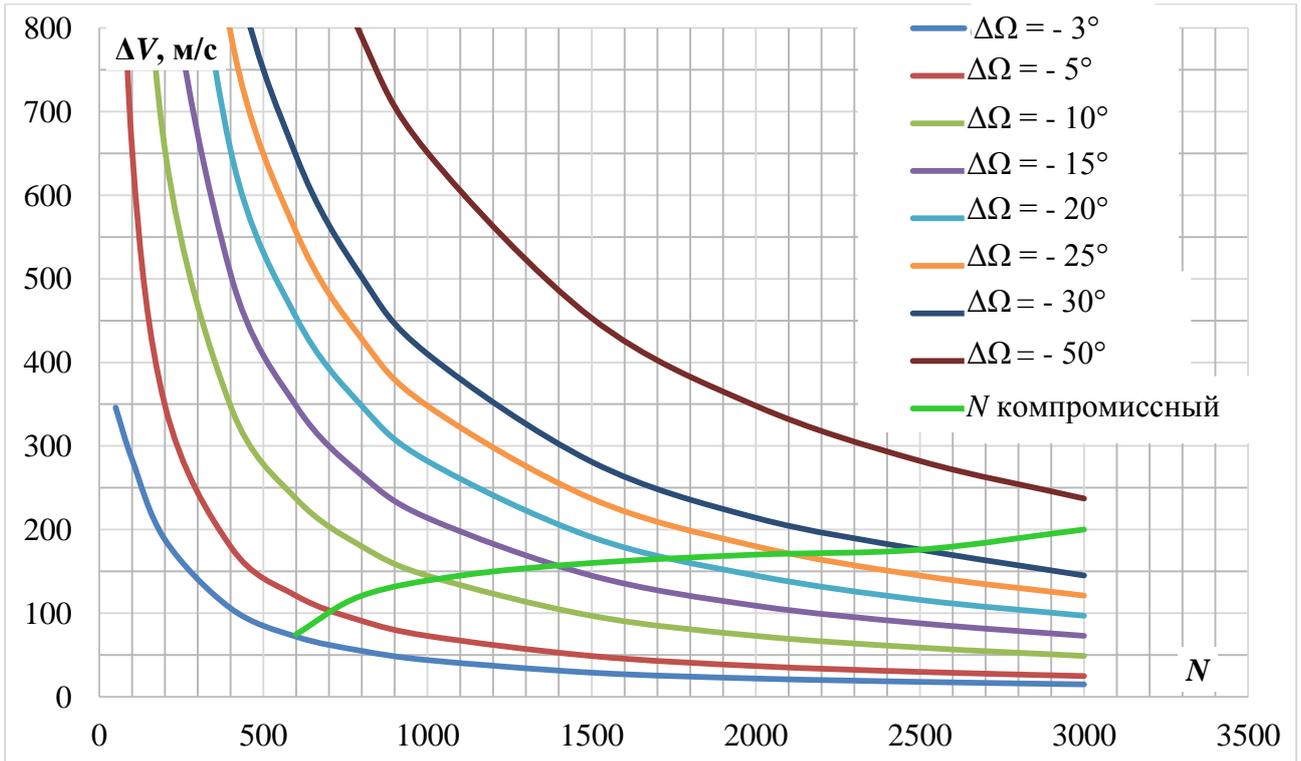


Рисунок 40. Зависимость затрат СХС от числа витков перелёта при разных $\Delta\Omega_{ik}$ для группы ККМ №2

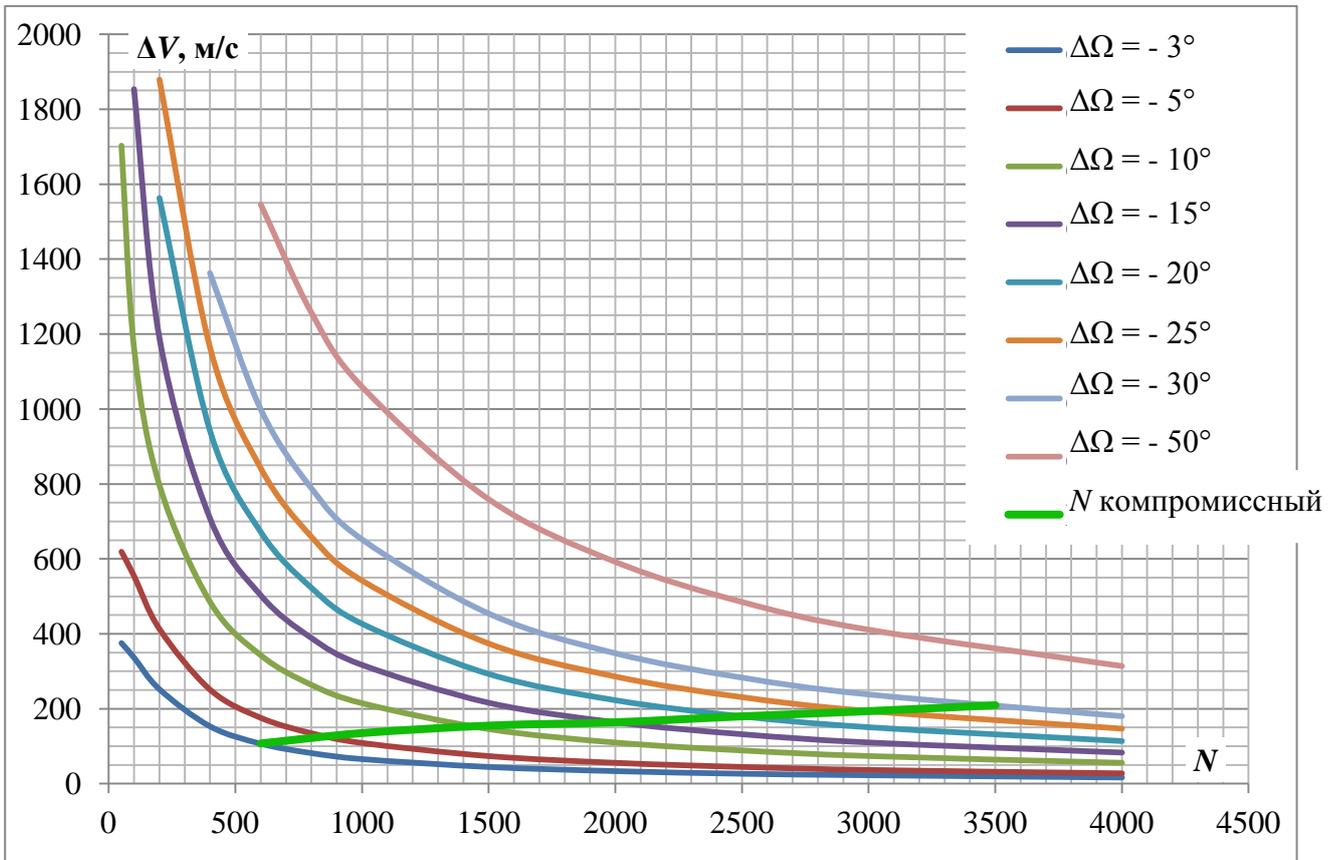


Рисунок 41. Зависимость затрат СХС от числа витков перелёта при разных $\Delta\Omega_{ik}$ для группы ККМ №3

В таблицах 4-6 показаны результаты расчётов СХС маневров для перелетов с фиксированным числом витков $N=1000$ (1-ый и 2-ой столбцы) и для перелетов с использованием компромиссного выбора числа витков N в зависимости от рассогласования по ДВУ (3-ий – 6-ой столбцы). В первом и третьем столбцах приведена последовательность перелётов между объектами ККМ. Во втором и шестом столбцах – соответствующие затраты СХС. В четвертом и пятом столбцах приведены рассчитываемые по эмпирической формуле значения продолжительности перелетов в витках и сутках для компромиссного решения.

Таблица 4

Расчёты СХС облётов группы ККМ №1 различными методами

Порядок переходов при фиксированном количестве витков $N=1000$	ΔV , м/с	Порядок переходов при гибком количестве витков	Компромиссное количество витков $N(\Delta\Omega_{ik})$	Время, сутки	ΔV , м/с
1	2	3	4	5	6
1-2	14	1-2	504	35.7	16
2-3	123	2-3	1349	95.6	94
3-4	11	3-4	598	42.4	21
4-5	257	4-5	2520	178.5	105
5-7	158	5-7	1709	121	90
7-8	65	7-8	1009	71.5	68
8-9	100	8-9	1285	91	81
9-10	77	9-10	1100	77.9	73
10-12	338	10-12	3225	228.5	122
12-13	92	12-13	1369	97	76
13-11	135	13-15	2134	151.2	94
11-15	211	15-11	1263	89.5	134
15-14	121	11-14	1501	106.3	90
14-17	378	14-17	1528	108.3	183
17-16	105	17-16	1710	121.2	96
16-18	213	16-18	2122	150.3	99
18-19	343	18-19	2905	205.8	104

19-21	230	19-21	2313	163.9	102
21-20	540	21-23	6303	446.6	118
20-22	176	23-22	1241	87.9	82
22-23	18	22-20	5346	378.8	162
23-6	1104	20-6	3805	269.6	223
ΔV_{Σ} , м/с	4 809				2 233
Общая продолжительность	22 000 витков 1558.7 суток		46 839 витков	3318.5 суток	

Таблица 5

Расчёты СХС облётов группы ККМ №2 различными методами

Порядок переходов при фиксированном количестве витков $N=1000$	ΔV , м/с	Порядок переходов при гибком количестве витков	Компромиссное количество витков $N(\Delta\Omega_{ik})$	Время, сутки	ΔV , м/с
1	2	3	4	5	6
1-2	57	1-2	633	43.9	89
2-3	836	2-3	5026	348.8	183
3-4	306	3-4	2066	143.4	176
4-5	612	4-5	3517	244	182
5-6	616	5-6	3429	237.9	192
6-8	290	6-8	1749	121.4	152
8-7	69	8-7	1216	84.4	150
7-9	530	7-9	3324	230.7	196
9-10	180	9-10	855	59.3	116
10-11	101	10-11	819	56.8	104
ΔV_{Σ} , м/с	3 597				1 540
Общая продолжительность	10 000 витков 693.9 суток		22 634 витка	1570.6 суток	

Расчёты СХС облётов группы ККМ №3 различными методами

Порядок переходов при фиксированном количестве витков $N=1000$	ΔV , м/с	Порядок переходов при гибком количестве витков	Компромиссное количество витков $N(\Delta\Omega_{ik})$	Время, сутки	ΔV , м/с
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
1-2	211	1-2	1293	91.6	167
2-3	222	2-3	1483	105.1	149
3-4	325	3-4	1968	139.5	182
4-5	499	4-5	2601	184.3	189
5-6	57	5-6	770	54.6	108
6-7	144	6-7	752	53.3	129
7-8	155	7-8	1005	71.2	139
8-9	289	8-9	2007	142.2	167
9-10	320	9-10	1591	112.7	174
10-11	89	10-11	885	62.7	137
11-12	48	11-12	367	26	26
12-13	168	12-13	1185	84	153
13-14	156	13-14	1093	77.5	147
14-16	985	14-16	4896	346.9	213
16-17	340	16-17	2576	182.5	199
17-15	56	17-15	2044	144.8	177
15-18	791	15-18	3499	247.9	209
18-19	207	18-19	1117	79.2	128
19-21	521	19-21	2141	151.7	169
21-20	132	21-26	2306	163.4	193
20-23	231	26-23	1243	88.1	147
23-26	107	23-20	422	29.9	61
26-24	168	20-25	1555	110.2	156
24-25	3	25-24	679	48.1	113
25-22	58	24-22	1026	72.7	145
22-28	341	22-27	5456	386.6	232
28-27	564	27-28	6457	457.6	204
ΔV_{Σ} , м/с	7 187				4 213
Общая продолжительность	27 000 ВИТКОВ 1913.3 СУТОК		52 417 ВИТКОВ	3714.3 СУТОК	

Затраты СХС даже в случае компромиссного выбора числа витков перелета имеют порядок в несколько км/с, что слишком много для современных КА. Проведённые расчёты [17] показали, что при использовании I варианта увода объектов ККМ активный КА должен иметь запас СХС около 2 км/с при наличии до 7 отделяемых модулей на борту. Таким образом, имеющаяся тенденция проектирования одной платформы с большим числом модулей (более 25) является неверной, так как облететь такое число объектов на одной заправке топливом невозможно; предпочтительнее ограничивать количество модулей 11-12 единицами.

Продолжительности облёта каждой подгруппы зависят от того, насколько плотно расположены друг относительно друга орбитальные плоскости объектов этих подгрупп. Энергетические затраты, требуемые для выведения каждого активного КА в нужную начальную позицию, не относятся к используемым ресурсам самого КА и не зависят от того, с какого именно объекта ККМ будет начинаться облет подгруппы. Внутри выделенных групп ККМ существенным является отличие орбит по ДВУ, что в привязке к конкретной точке выведения приводит только к различным датам запуска.

3.5. Пример расчёта манёвров облёта группы ККМ №5

Орбиты объектов выделенной группы ККМ №5 имеют наклонение в диапазоне 97.1° - 100.4° . Номера объектов группы ККМ №5 в каталоге *NORAD* [34] и некоторые элементы их орбит по состоянию на ноябрь 2013 г. представлены в Приложении 4. Разница ДВУ орбит последнего (№ 25759) и первого (№ 27940) объектов ККМ в момент начала облета максимальна и составляет 53.9° ; объекты ККМ группы №5 упорядочены по убыванию начального значения ДВУ.

Портрет эволюции отклонений ДВУ орбит элементов группы №5 представлен на рисунке 12. Как можно видеть, прямые отклонений ДВУ $\Delta\Omega_{ik}(t)$ на нем многократно и хаотично пересекаются. Последовательный облет объектов становится неэффективным.

Для указанных орбит объектов ККМ группы №5 были рассчитаны точки пересечения прямых относительного рассогласования по ДВУ $\Delta\Omega_{ik}$ и была составлена матрица координат узлов \mathbf{T} . Вследствие того, что $\Delta\Omega_{ik} \in (-\pi; +\pi]$, матрица \mathbf{T} представлена семейством матриц. Первая матрица $\mathbf{T}^{(1)}$ действительна в промежутке от $t=0$ до момента t_{f1} , когда любая из прямых Ω_{ik} пересечёт границу $\pm 180^\circ$, матрица $\mathbf{T}^{(2)}$ действительна на интервале $[t_{f1}; t_{f2})$ и т.д. Правой границей для последней матрицы является правая граница диапазона построения портрета эволюции отклонений ДВУ. Для группы ККМ №5 при поиске диагональных решений на расчётном интервале $t \in [0; 15 \text{ лет}]$ требуется рассматривать от 10 до 25 матриц координат узлов в зависимости от объекта ККМ, относительно орбиты которого строится портрет эволюции отклонений ДВУ.

В результате применения описанного выше алгоритма были найдены два диагональных решения (рисунок 42), в сумме охватывающие 30 объектов ККМ из 46. Дальнейшее расширение расчётного временного интервала незначительно улучшает полученное решение, но при этом существенно возрастает размерность задачи (при текущих условиях имеют место вычислительные операции с кубом данных с параметрами $46 \times 46 \times 18$), что приводит к нелинейному увеличению требуемых вычислительных затрат.

В таблице 7 в столбцах 1 и 4 приведены полученные ветки (номера объектов в последовательности осуществляемых перелетов), а в столбцах 2 и 5 затраты СХС на перелет к соответствующему объекту. Предполагается, что для каждой ветки используется свой КА-сборщик.

Используя активный КА с отделяемыми модулями (ТДК, Thruster de-orbiting kits), рассмотренный в работе [17], можно облететь все найденные 30 объектов при помощи всего двух активных КА и двух КА-заправщиков. Кроме того, применение диагональных решений в группе №5 по сравнению со схемой последовательного облёта позволяет уменьшить затраты СХС более чем в 4 раза (2.658 км/с вместо 10.863 км/с), количество включений двигательной установки – примерно в 2 раза (28 вместо 60). Время облета каждой ветки, полученное для каждого из

диагональных решений, сопоставимо с временем последовательного облёта в группах №1 и №3.

Таблица 7

Диагональные решения для группы ККМ №5

<i>Первое решение</i>	ΔV , м/с	Время, сутки	<i>Второе решение</i>	ΔV , м/с	Время, сутки
1	2	3	4	5	6
37-38	161	60	30-26	87	161
38-40	77	5	26-32	54	244
40-33	127	52	32-25	83	88
33-35	24	16	25-36	67	52
35-41	41	100	36-10	174	1270
41-24	48	497	10-13	221	448
24-34	94	130	13-15	81	122
34-21	228	303	15-17	193	78
21-3	89	429	17-1	221	554
3-5	177	171	1-29	57	1
5-27	124	51	29-4	225	458
27-8	83	213	-	-	
8-28	127	52	-	-	
28-16	209	331	-	-	
16-44	90	30	-	-	
44-18	123	146	-	-	
18-46	69	356	-	-	
ΔV_{Σ} , м/с по веткам	1 891			767	
Время по веткам, в сутках		2942			3476
ΔV_{Σ} , м/с	2658				

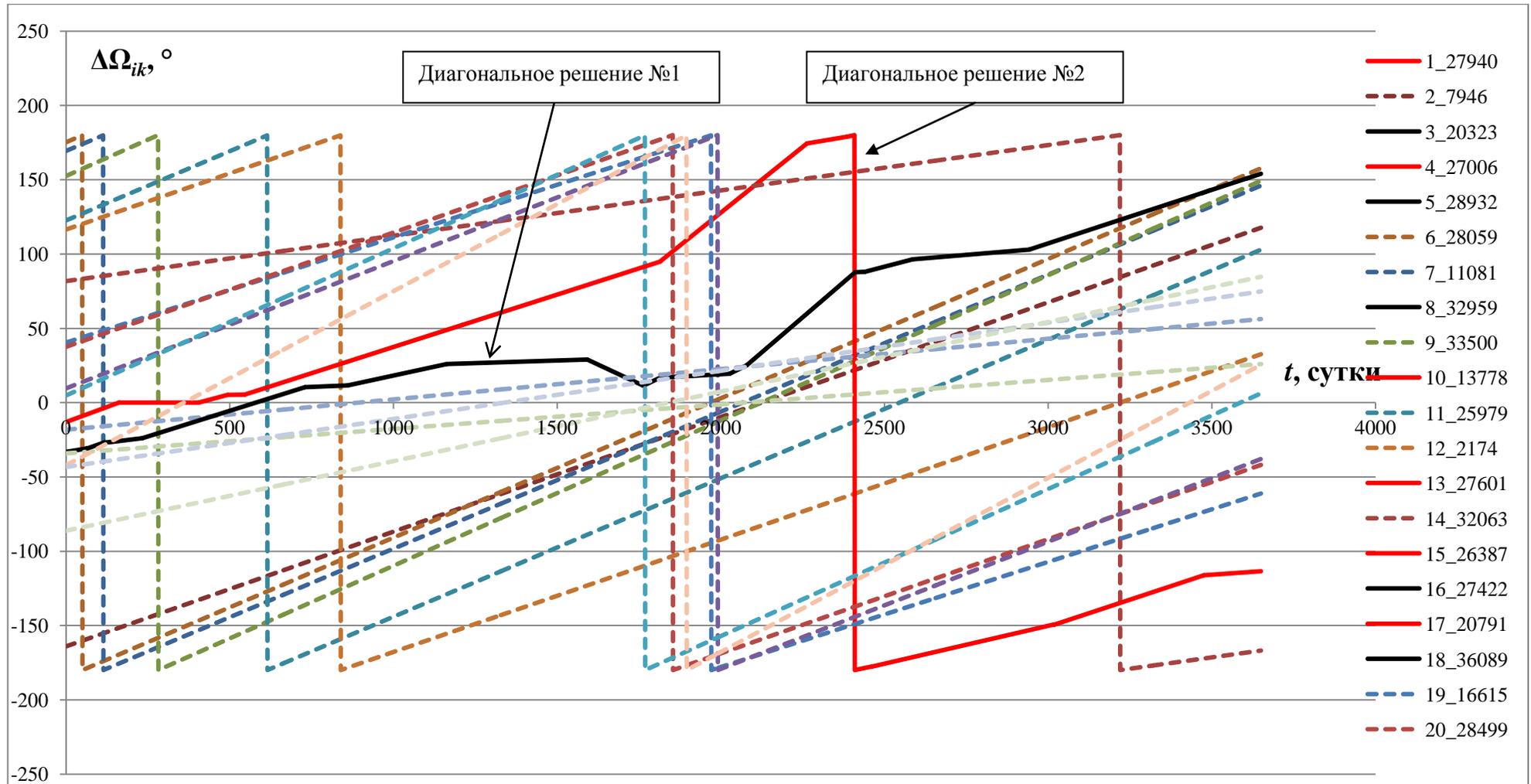


Рисунок 42. Два диагональных решения и неохваченные ими объекты при облёте группы ККМ №5 (пунктирным линиям соответствуют орбиты объектов, оставшихся неохваченными диагональными решениями)

Неохваченными диагональными решениями остались 16 объектов. Для их облёта можно применить последовательную схему с использованием орбиты ожидания. Эта схема была задействована для расчёта маневров в случае групп №1-№3 [49]. Результаты расчёта последовательного облёта объектов ККМ, не охваченных диагональными решениями, приведены в таблице 8. Данные первого столбца показывают, между какими двумя объектами ККМ осуществляется перелет. Во втором столбце приведены рассчитываемые в зависимости от рассогласования по ДВУ значения компромиссной продолжительности перелетов N , в третьем столбце указано время перелета в сутках, а в четвертом столбце – затраты СХС, необходимые для осуществления этого перелета. В случае использования КА, описанных в работе [17], для облёта оставшихся объектов в группе №5 потребуется один активный КА и одна его дозаправка топливом и отделяемыми модулями.

Таблица 8

Последовательный облёт объектов ККМ группы №5, оставшихся после применения диагональной схемы облета

Порядок перелетов	Количество витков $N(\Delta\Omega_{ik})$	Время, сутки	ΔV , м/с	Продолжительность перелёта при одной заправке	ΔV , м/с при одной заправке
1	2	3	4	5	6
2-6	1669	118.2	248	11439 витков 810.1 суток	2190
6-7	660	46.7	387		
7-9	1350	95.6	247		
9-11	2368	167.7	282		
11-12	1185	83.9	681		
12-14	4207	298	345		
14-20	706	50	187	12893 витка 913.1 суток	2260
20-19	406	28.8	242		
19-23	970	68.7	356		
23-22	804	56.9	113		
22-42	1599	113.3	200		
42-31	6068	429.8	361		
31-43	693	49	265		
43-39	1373	97.2	137		
39-45	274	19.4	399		
ΔV_{Σ} , м/с			4450		
Продолжительность	24332 витков	1723.2 суток			

3.6. Пример расчёта манёвров облёта группы ККМ №4

Номера объектов группы ККМ №4 в каталоге *NORAD* [34] и некоторые элементы их орбит по состоянию на ноябрь 2013 г. представлены в Приложении 5. Орбиты объектов выделенной группы имеют наклонение 83° , значения большой полуоси лежат в диапазоне 7318-7358 км.

Портрет эволюции отклонений ДВУ для группы ККМ №4 представляет собой сочетание квазипараллельных и наклонных прямых $\Delta\Omega_{ik}(t)$ (рисунок 11). Следовательно, наиболее эффективным будет сочетание диагональной и последовательной схем облёта [55]. В первую очередь ищутся возможные диагональные решения (ветки, охватывающие как можно больше объектов ККМ), так как их реализация требует значительно меньших затрат СХС. Таких решений в данном примере два, порядок облёта объектов и требуемые затраты СХС показаны в таблице 9. В первом столбце приведены номера объектов, между которыми осуществляется перелет по первой ветке, в четвёртом столбце – по второй. В третьем и шестом столбцах содержатся данные по затратам СХС, требуемым для перелёта между указанными объектами. Продолжительность перелётов приведена во втором и пятом столбцах. В нижних строках таблицы приведены суммарные характеристики облетов веток.

После того, как активный КА выполнит облёт конкретной ветки, его можно и дальше использовать для последовательного облёта объектов, не вошедших в диагональные решения, особенно учитывая относительно небольшие потребовавшиеся затраты СХС. Однако значительная продолжительность каждой из найденных веток делает дальнейшую эксплуатацию такого КА технически нерациональной.

После расчёта параметров найденных двух диагональных решений все объекты ККМ (22 из 52), составляющие эти решения, должны быть выведены из рассмотрения. Портрет эволюции отклонений ДВУ оставшихся объектов (рисунок 43) имеет тот же принципиальный вид, что и в случаях групп ККМ №1-№3.

Диагональные решения для группы ККМ №4

<i>Первое решение</i>	Время, сутки	ΔV , м/с	<i>Второе решение</i>	Время, сутки	ΔV , м/с
1	2	3	4	5	6
48-3	88	19	29-22	409	54
3-14	9	15	22-17	81	55
14-15	290	19	17-24	102	43
15-20	653	67	24-27	254	41
20-39	309	56	27-43	528	19
39-21	469	56	43-31	752	19
21-7	75	66	31-18	714	54
7-23	363	54	18-30	617	54
23-16	439	55	30-45	65	19
16-19	392	67	-	-	-
19-52	61	66	-	-	-
Время, сутки по ветке 1	3148		Время, сутки по ветке 2	3522	
ΔV_{Σ}, м/с по ветке 1	540		ΔV_{Σ}, м/с по ветке 2	358	
ΔV_{Σ}, м/с диагонального решения	898				

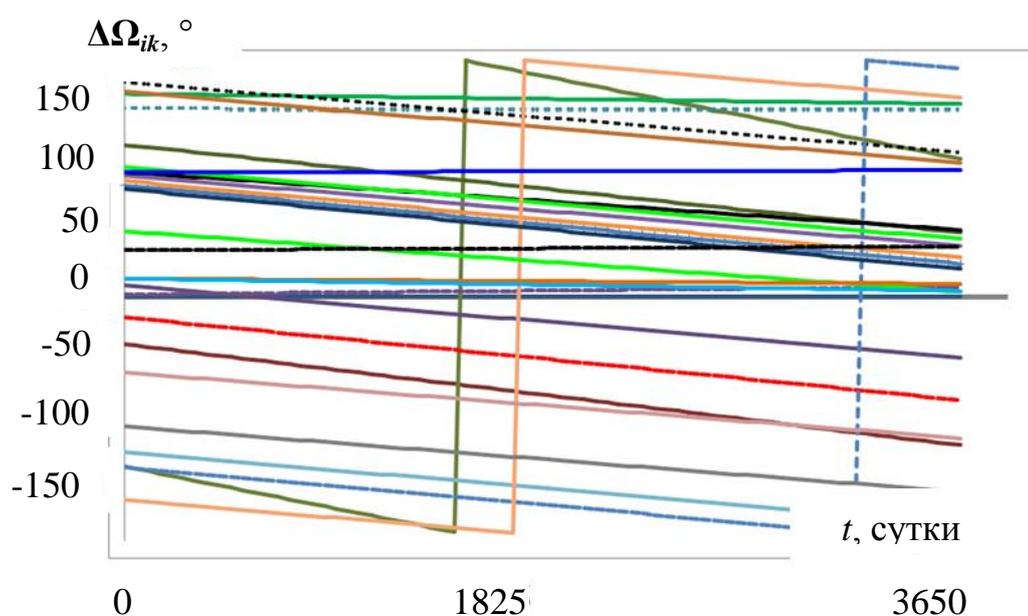


Рисунок 43. Портрет эволюции отклонений ДВУ группы ККМ №4 после исключения объектов, использованных в диагональных решениях

Несмотря на наличие нескольких пересечений между прямыми $\Delta\Omega_{ik}(t)$ на рисунке 43, составить ещё одну длинную "диагональную" ветку уже не получается, так как охватываются не более 3-4 объектов. Результаты расчёта последовательного облёта объектов ККМ, не охваченных диагональными решениями, приведены в таблице 10. Данные первого столбца показывают, между какими двумя объектами ККМ осуществляется перелет. Во втором столбце приведены рассчитываемые по формуле (17), значения компромиссной продолжительности перелетов N , в третьем столбце указано время перелета в сутках, а в четвертом столбце - затраты СХС, необходимые для осуществления этого перелета. С учётом данных о возможностях КА-сборщика из работы [17], уводимые с орбиты объекты ККМ распределены в таблице 10 между 4-мя такими КА (один активный КА и 3 КА-заправщика). Результаты приведены в пятом и шестом столбцах.

Общие затраты СХС на группу №4 (сочетание диагональной и последовательной схем облёта) составляют 8 116 м/с. При этом на облёт примерно половины объектов (22 из 52) с применением диагонального решения требуется только 11% от общих затрат СХС на группу. Для реализации рассмотренного решения задачи требуется 3 активных КА-сборщика и 3 КА-заправщика. Недостатком диагональных решений является значительная временная продолжительность каждой из двух найденных веток (3148 и 3522 суток).

Таблица 10

Последовательный облёт объектов ККМ, оставшихся после применения диагональной схемы облета

Порядок перелетов	Количество витков $N(\Delta\Omega_{ik})$	Время, сутки	ΔV , м/с	Продолжительность перелёта при одной заправке	ΔV , м/с при одной заправке
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
1-11	750	54.3	241	6640 витков 480.7 суток	1836
11-5	334	24.2	106		
5-10	990	71.7	272		
10-40	482	34.9	166		
40-8	756	54.7	253		
8-51	2049	148.3	385		
51-49	472	34.2	174		
49-34	807	58.4	239		

34-33	387	28	128	7358 витков 532.6 суток	1936
33-28	540	39.1	199		
28-46	671	48.6	236		
46-25	464	33.6	163		
25-37	459	33.2	167		
37-41	1352	97.9	318		
41-44	1620	117.2	348		
44-47	1865	135	377		
47-12	1105	80	291	7436 витков 538.1 суток	1745
12-26	353	25.5	102		
26-9	343	24.8	100		
9-6	1958	141.7	378		
6-50	492	35.6	181		
50-4	317	22.9	72		
4-13	2083	150.8	385		
13-38	785	56.8	236		
38-42	3046	220.5	420	8695 витков 629.3 суток	1701
42-35	1784	129.1	364		
35-32	1144	82.8	295		
32-36	1821	131.8	364		
36-2	900	65.1	258		
ΔV_{Σ} , м/с			7218		
Продолжи- тельность	30 129 витков	2180.7 суток			

Выводы к III главе

1. В III главе рассмотрен облёт групп объектов ККМ №1-№5 на низких околокруговых орбитах по первому варианту увода, который предполагает наличие активного КА с отделяемыми модулями на борту.
2. Конфигурация орбитальных плоскостей на портрете эволюции отклонений ДВУ в группах ККМ №1-№3 мало изменяется во времени. Эффективен последовательный облёт объектов в направлении естественной прецессии ДВУ. В случае неравномерного распределения орбитальных плоскостей начальную точку облёта (точку выведения) следует выбирать так, чтобы исключить наибольшую разницу по ДВУ между парами соседних объектов.
3. Число витков перелета между объектами при последовательном облёте может быть фиксированным, но в то же время компромиссный выбор этого параметра в

зависимости от корректируемого рассогласования по ДВУ является более выгодным по затратам СХС, так как учитываются особенности конкретного перелета. Зависимость компромиссного числа витков перелета от рассогласования по ДВУ между плоскостями орбит двух соседних объектов может быть получена на основе анализа графиков $\Delta V(N)$ для нескольких значений $\Delta\Omega_{ik}$ или с использованием специального функционала со штрафными функциями.

4. Несмотря на применение компромиссного выбора количества витков перелета между двумя соседними объектами, стремление облететь всю группу ККМ единственным активным КА ведёт к неприемлемым для современной космической техники затратам СХС и к слишком большой продолжительности облета группы. Таким образом, обязательной частью стратегии облета объектов выделенных групп является использование активного КА и нескольких КА-заправщиков. Если затраты СХС, требуемые на облёт всех элементов группы, близки к предельным возможностям КА (как это имеет место в случае с группы №2), можно или пренебречь несколькими объектами, или скорректировать формулу расчёта $N(\Delta\Omega_{ik})$ в сторону увеличения продолжительности перелёта между двумя объектами.
5. Использование диагональной схемы облёта позволяет уменьшить по сравнению с последовательной схемой как количество исполняемых манёвров, так и затраты СХС на облёт объектов группы, а, следовательно, и количество требуемых КА-сборщиков. Недостатком диагональных схем, применимых к 4-ой и 5-ой группам, является значительная временная продолжительность облёта (10-12 лет). Это связано с относительно небольшой разницей в скорости прецессии орбитальных плоскостей объектов конкретной группы.

ГЛАВА IV. ОБЛЁТ ОБЪЕКТОВ ККМ И ИХ УВОД НА ОРБИТУ ЗАХОРОНЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОБСТВЕННОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ АКТИВНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА (II ВАРИАНТ УВОДА)

Второй вариант увода объектов ККМ предусматривает использование активного КА, который после захвата объекта ККМ уводит его на специально рассчитываемую круговую или эллиптическую орбиту захоронения, а затем через некоторое время возвращается за новым объектом. Продолжительность нахождения активного КА на орбите захоронения определяется разностью скоростей прецессии плоскости орбиты захоронения и плоскости орбиты следующего объекта ККМ. Задача состоит в определении плана облёта выделенной группы объектов ККМ, позволяющего минимизировать затраты СХС. Захват объекта ККМ осуществляется с помощью специально разработанного устройства, расположенного на активном КА [19, 20].

4.1. Выбор орбиты захоронения

В соответствии с международными договорённостями низкоорбитальный КА должен находиться на орбите захоронения (ОЗ) не более 25 лет. Для объектов из выделенных групп ККМ целесообразно рассмотреть два типа орбит захоронения (круговые и эллиптические), которые существуют заданное время и деградируют вследствие влияния верхних слоёв атмосферы [56]. Для формирования эллиптической ОЗ необходимо выдать один тормозной импульс скорости в апоцентре орбиты объекта ККМ. Это приведёт к тому, что будет уменьшена высота перицентра, который окажется в верхних слоях атмосферы. При исполнении двух тормозных импульсов скорости в апоцентре и перицентре можно сформировать круговую ОЗ, которая должна располагаться в верхних слоях атмосферы. Для создания эллиптической ОЗ требуются меньшие затраты топлива, однако апогей такой ОЗ в течение некоторого времени остается в области функционирования

многих активных КА. Эта проблема отсутствует при выборе круговой ОЗ, хотя её высота будет несколько больше высоты перицентра эллиптической ОЗ.

Для определения ОЗ объектов из первых трёх групп КKM был использован программный комплекс «TRACE», основанный на методах численно-аналитической теории движения КА THEONA, разработанной в Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН [57]. В таблице 12 приведены радиусы круговых ОЗ (столбец 4), а также большие полуоси и эксцентриситеты эллиптических ОЗ (столбцы 5-8), рассчитанных для объекта КKM со средним значением баллистического коэффициента 0.045; начальная дата прогноза – 01 декабря 2013 г. В таблице 12 столбцы, содержащие сокращения Min и Max, показывают параметры ОЗ, соответствующей нижней (Min) и верхней (Max) границам значений большой полуоси орбит объектов каждой группы (столбец 3).

Таблица 12

Основные параметры орбит захоронения для групп КKM №1-№5

№ группы	$i, ^\circ$	$a, \text{ км}$	$R, \text{ км}$	Min $a, \text{ км}$	Min есс	Max $a, \text{ км}$	Max есс
1	2	3	4	5	6	7	8
1	71	7193-7281	6912.7	7000.3	0.02760	7040.3	0.03420
2	74	7122-7152	6912.8	6969.6	0.02194	6981.9	0.02436
3	81	7211-7262	6913.1	7007.5	0.02911	7030.5	0.03292
4	83	7318-7358	6913.5	7056.7	0.03709	7075.6	0.03991
5	97-100	6973-7500	6915.4	6937.6	0.02434	7090.4	0.03316

Большая полуось круговой ОЗ для всех объектов из первых трёх групп КKM фактически одинакова и равна 6913 км. На рисунке 44 относительная эволюция плоскости круговой ОЗ одного из объектов 2-ой группы показана пунктирной линией. Параметры эллиптических ОЗ из таблицы 12 изменяются по мере возрастания величины большой полуоси начальной орбиты объекта КKM в рамках каждой группы, причём изменения эти существенны. Если значение большой полуоси орбиты объекта КKM лежит внутри границ соответствующего диапазона (столбец 3), то для

4.2. Стратегия маневрирования в группах ККМ №1-№3

В том случае, когда портрет эволюции отклонений ДВУ содержит преимущественно квазипараллельные прямые (рисунок 36а), для перелёта между двумя объектами ККМ по второму варианту необходимо выполнить следующую последовательность действий. После выведения активного КА в окрестность объекта №1 происходит сближение с этим объектом и его захват. Далее импульсом ΔV_1 обеспечивается перевод сцепки "активный КА + объект ККМ" с орбиты объекта №1 на ОЗ объекта №1. Для круговой ОЗ, в отличие от эллиптической, под импульсом здесь подразумеваются два включения двигательной установки, локализованные на одном витке. После формирования ОЗ объект №1 должен быть отделён от активного КА, который остаётся на этой орбите, ожидая, пока плоскости ОЗ и орбиты следующего объекта ККМ не совпадут по ДВУ. Затем при помощи импульса ΔV_2 осуществляется перевод активного КА в окрестность объекта №2, далее описанные действия повторяются. Совпадению орбитальных плоскостей по ДВУ соответствуют точки пересечений прямых $\Delta\Omega_{ik}(t)$ и $\Delta\Omega_{jk}(t)$ на портрете эволюции отклонений ДВУ. В этот момент времени орбиты i -го и j -го объектов могут отличаться только по большой полуоси, вектору эксцентриситета, наклонению и аргументу широты.

Задача расчёта манёвров облёта по второму варианту увода фактически разбивается на две независимые подзадачи. Во-первых, для каждого объекта группы могут быть определены параметры его ОЗ (относительная эволюция её плоскости показана на рисунке 44 пунктирной линией), следовательно, можно рассчитать манёвры компланарного перевода объекта ККМ на эту орбиту [56]. Во-вторых, зная, что перелёт к новому объекту ККМ осуществляется с ОЗ предыдущего объекта в момент совпадения ДВУ их орбитальных плоскостей, можно вычислить параметры маневров возвращения за новым объектом при помощи численно-аналитического алгоритма решения задачи некомпланарной встречи средней продолжительности [51].

Орбиты объектов ККМ в рамках группы имеют небольшие отличия по наклонению, точка оптимальной коррекции которого расположена на экваторе. Как известно, вследствие гравитационных возмущений перицентр орбиты прецессирует.

Поэтому импульс ΔV_i , переводящий объект на эллиптическую ОЗ, необходимо прикладывать не в произвольной точке орбиты, а на таком аргументе широты, чтобы по истечении времени нахождения активного КА на ОЗ её перицентр располагался бы над экватором.

Зная законы изменения $\Delta\Omega_{ik}(t)$ орбит всех объектов группы (1) и $\Delta\Omega_{ik}^{3ax}(t)$ орбит захоронения, в двумерном пространстве $\Delta\Omega$, t можно определить время нахождения активного КА на каждой ОЗ (временные интервалы между пересечениями на рисунке 44 пунктирной линии и сплошных линий $\Delta\Omega_{ik}(t)$). Орбиты объектов ККМ в рамках одной группы могут иметь отличия по наклонению до нескольких долей градуса, при этом продолжительность нахождения активного КА на ОЗ достаточно велика. Вследствие разных значений больших полуосей и наклонов орбит уводимых объектов, показанная на рисунке 44 пунктирная линия, соответствующая ОЗ, на самом деле представляет собой ломанную, вершины которой совпадают с точками пересечения прямых $\Delta\Omega_{ik}(t)$.

Алгоритм поиска времени нахождения активного КА на каждой из ОЗ показан на рисунке 45. Предполагается, что все функции $\Delta\Omega_{ik}(t)$ известны, так как они были использованы ранее для построения портрета эволюции отклонений ДВУ. На этом же портрете орбита захоронения i -го объекта задаётся линейной функцией вида $\Delta\Omega_{ik}^{3ax}(t) = \Delta\Omega_{ik}^{3ax}(0) + \Delta k_{ik}^{3ax} \cdot t$. Прямые $\Delta\Omega_{1k}^{3ax}(t)$ и $\Delta\Omega_{1k}(t)$ пересекаются при $t=0$ в точке $\Delta\Omega_{1k}^{3ax}(0) = \Delta\Omega_{1k}(0)$, таким образом значение свободного члена $\Delta\Omega_{1k}^{3ax}(0)$ известно, а величина углового коэффициента Δk_{1k}^{3ax} может быть определена по формуле (3) из раздела 1.3. Знание функциональной зависимости для линии $\Delta\Omega_{1k}^{3ax}(t)$ позволяет найти координаты её точки пересечения с линией, соответствующей относительной эволюции орбитальной плоскости 2-го объекта. Далее процедура повторяется.

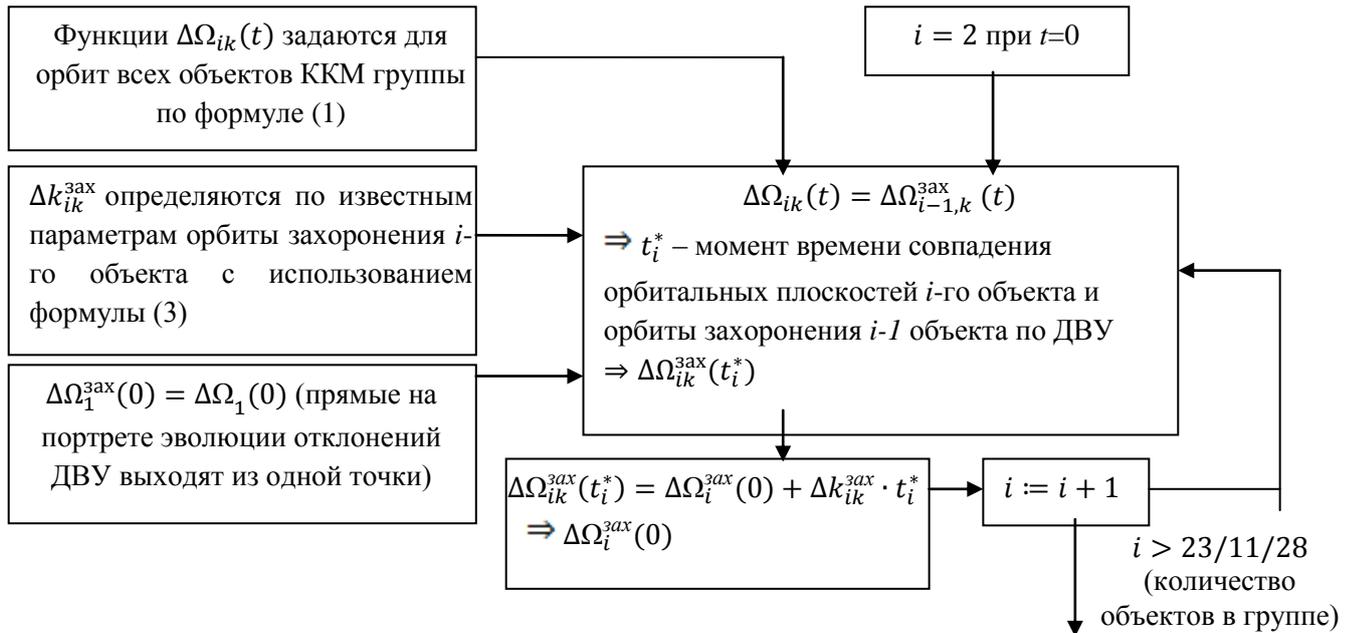


Рисунок 45. Алгоритм поиска времени нахождения активного КА на каждой из орбит захоронения

4.3. Пример расчёта манёвров облёта групп ККМ №1-№3

Результаты расчёта маневров облёта объектов из групп ККМ №1-№3 представлены в однотипных таблицах 13-15 [60]. Каждая из таблиц состоит из двух частей, отличающихся друг от друга типом ОЗ, на которую уводится очередной объект ККМ. Все объекты в рамках одной группы были предварительно упорядочены по убыванию начальных значений ДВУ их орбит и пронумерованы [49]. Доставка активного КА к первому объекту осуществляется при помощи ракеты-носителя, последовательность дальнейших перелётов для случая круговой ОЗ показана в первом столбце. Так как конфигурация орбитальных плоскостей на портрете эволюции отклонений ДВУ у первых трёх групп мало меняется с течением времени, то изначальная упорядоченность орбит объектов по ДВУ в целом соответствует последовательности облёта с некоторыми исключениями. Во втором столбце приведена продолжительность пребывания активного КА на ОЗ предыдущего объекта до начала перелета к текущему объекту. В третьем столбце приведены затраты СХС, необходимые для перелета с ОЗ предыдущего объекта к текущему объекту. В четвёртом столбце – затраты СХС, требуемой для увода

текущего объекта на очередную ОЗ. В пятом столбце приведена объединенная СХС, требуемая для перелета к текущему объекту и для увода его на ОЗ. Аналогичные данные приведены в столбцах 6-10 для эллиптической ОЗ.

Таблица 13

Параметры манёвров облёта группы ККМ №1

Круговая орбита захоронения					Эллиптическая орбита захоронения				
Порядок облёта	Время на ОЗ, сутки	Затраты СХС, м/с			Порядок облёта	Время на ОЗ, сутки	Затраты СХС, м/с		
		С ОЗ к тек. объекту	Увод на ОЗ	Σ по объектам			С ОЗ к тек. объекту	Увод на ОЗ	Σ по объектам
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>
→ 1	0	0	162	162	→ 1	0	0	108	108
2	0.1	165	165	330	2	0.2	112	110	222
3	24.1	159	158	317	3	36.6	109	106	215
4	4.5	161	161	322	4	6.4	109	107	216
5	58.5	159	159	318	5	88.4	106	107	213
6	1.8	161	161	322	6	2.1	108	107	215
7	37.5	162	162	324	7	55.7	108	108	216
8	12.3	160	160	320	8	19.3	107	107	214
9	20.1	159	159	318	9	31.1	106	107	213
10	15.6	158	158	316	10	24.1	106	106	212
12	72.3	150	150	300	12	111.7	99	102	201
11	10.5	240	192	432	13	31.6	106	104	210
13	6.6	202	153	355	11	5.5	193	124	317
14	58.7	226	193	419	14	68.8	125	124	249
15	13.4	198	160	358	15	5.1	169	107	276
17	110.2	161	161	322	17	162.4	108	108	216
16	8.8	157	157	314	16	21.5	103	105	208
18	52.1	157	157	314	18	76.6	106	106	212
19	93.4	160	160	320	19	131.9	109	107	216
21	53.2	160	160	320	21	79.9	107	107	214
20	75.4	242	195	437	20	198.9	202	126	328
22	58.8	213	157	370	22	34.5	192	106	298
23	18.7	161	161	322	23	14.1	110	108	218
СХС сумм, м/с		3871	3761	7632	СХС сумм, м/с		2700	2507	5207
Время сумм, сутки	806.6				Время сумм, сутки	1206.4			

Параметры манёвров облёта группы ККМ №2

Круговая орбита захоронения					Эллиптическая орбита захоронения				
Порядок облёта	Время на ОЗ, сутки	Затраты СХС, м/с			Порядок облёта	Время на ОЗ, сутки	Затраты СХС, м/с		
		С ОЗ к тек. объекту	Увод на ОЗ	Σ по объектам			С ОЗ к тек. объекту	Увод на ОЗ	Σ по объектам
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>
→1	0	0	125	125	→1	0	0	88	88
2	16.7	124	124	248	2	23.7	88	88	176
3	299.7	129	129	258	3	426.4	93	91	184
4	104.8	122	122	244	4	163	84	87	171
5	200.3	125	125	250	5	274.7	89	88	177
6	191.8	121	121	242	6	261.9	85	86	171
8	91.2	129	128	257	8	122.8	95	90	185
7	42.8	122	122	244	7	88.2	84	87	171
9	187.2	114	113	227	9	280.1	82	81	163
10	42.4	116	116	232	10	37.2	85	83	168
11	32.3	124	124	248	11	40.4	92	88	180
СХС сумм, м/с		1226	1349	2575	СХС сумм, м/с		877	957	1834
Время сумм, сутки	1209.2				Время сумм, сутки	1718.4			

Таблица 15

Параметры манёвров облёта группы ККМ №3

Круговая орбита захоронения					Эллиптическая орбита захоронения				
Порядок облёта	Время на ОЗ, сутки	Затраты СХС, м/с			Порядок облёта	Время на ОЗ, сутки	Затраты СХС, м/с		
		С ОЗ к тек. объекту	Увод на ОЗ	Σ по объектам			С ОЗ к тек. объекту	Увод на ОЗ	Σ по объектам
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>
→1	0	0	175	175	→1	0	0	116	116
2	50.7	170	169	339	2	75.9	111	113	224
3	66.1	177	176	353	3	102.7	120	116	236
4	88.9	163	163	326	4	148.5	103	109	212
5	131.3	167	167	334	5	174.8	114	111	225
6	21.1	174	173	347	6	39.6	119	115	234
7	33.3	172	171	343	7	35.5	114	114	228
8	42.3	175	175	350	8	57.5	118	116	234
9	80.8	177	177	354	9	146.9	118	116	234
10	81.4	175	175	350	10	100.3	116	116	232
11	21.5	170	170	340	11	45.8	110	113	223
12	16.8	177	177	354	12	8.5	120	116	236
13	42.2	174	174	348	13	70.6	114	115	229
14	40.6	173	173	346	14	63.9	114	115	229

16	265.3	185	185	370		16	360.4	127	121	248
17	89.5	174	174	348		17	185.4	110	115	225
15	17.3	164	164	328		15	149.4	106	110	216
18	213.2	162	161	323		18	261.3	108	108	216
19	62.1	177	177	354		19	70.9	125	117	242
21	128.7	185	185	370		21	145.8	125	121	246
20	48.1	166	166	332		26	154.9	115	117	232
23	55.9	177	177	354		20	64.7	106	111	217
26	16.3	179	178	357		23	4.3	121	116	237
25	54.3	176	175	351		25	111.1	115	116	231
24	0.3	172	172	344		24	25.6	112	114	226
22	12.1	168	168	336		22	53.6	110	112	222
28	94.4	172	172	344		28	20.4	117	114	231
27	163.3	160	159	319		27	500.2	103	107	210
СХС сумм, м/с		4661	4828	9489		СХС сумм, м/с		3091	3200	6291
Время сумм, сутки	1937.8					Время сумм, сутки	3178.5			

Продолжительность облёта группы при использовании эллиптической ОЗ по сравнению с круговой больше в среднем в 1.5 раза, однако при этом требуются примерно в 1.5 раза меньшие затраты СХС. Продолжительность облёта групп при уводе объектов на эллиптическую ОЗ составляет 3.3, 4.7 и 8.7 лет, что является вполне приемлемыми сроками для современной космической техники.

Облёт объектов ККМ, расположенных на орбитах с наклонениями 71° и 74° , по второму варианту увода среди известных публикаций наиболее полно рассмотрен в работе [25] для случаев активного КА с химической или с электро-ракетной двигательной установкой. Несмотря на использование различных подходов к прогнозу орбитального движения в работах [56] и [25] получены примерно одинаковые результаты, связанные с параметрами ОЗ. Например, для объекта #31793 (2-ая ступень РН "Зенит-2") параметры эллиптической ОЗ в [25] определены как 850x420 км, а в работе [56] 850x434 км. Совпадают и оценки продолжительности нахождения апогея ОЗ в зоне рабочих орбит КА: апогей ОЗ для рассматриваемых групп ККМ опускается ниже высоты 700 км в течение примерно 10 лет. Утверждение о слишком большом времени пассивного ожидания на ОЗ, приведённое в [25], является не совсем верным. Как следует из таблиц 13-15, оно

полностью определяется текущей конфигурацией орбитальных плоскостей объектов группы и может составлять от нескольких часов до нескольких месяцев. По сравнению с [25] для увода 5-ти объектов с однотипных орбит проведённые расчёты позволили получить примерно на 200-300 м/с меньшие требуемые значения СХС, что объясняется выбором оптимальной схемы маневрирования, при этом используемые эллиптические ОЗ имеют близкие параметры. В данной работе рассматривался только вариант активного КА с химической двигательной установкой, так как применение двигателя с малой тягой приводит к значительному увеличению продолжительности облёта группы.

4.4. Стратегия маневрирования в группах ККМ №4 и №5

Портреты эволюции отклонений ДВУ 4-ой и 5-ой групп ККМ (рисунки 11-12) содержат прямые $\Delta\Omega_{ik}(t)$, которые многократно и хаотически пересекаются друг с другом. Если в случае первых трёх групп определение номера следующего объекта ККМ, ближайшего по ДВУ к прецессирующей орбитальной плоскости ОЗ предыдущего объекта, не составляло особого труда, то в случае четвёртой и пятой групп определение последовательности облёта объектов в группе заметно усложняется. Для отыскания возможных решений введём в рассмотрение специальную матрицу \mathbf{D} , которая описывает координаты точек пересечения линии $\Delta\Omega_{ik}^{3ax}(t)$ ОЗ i -го объекта с линиями $\Delta\Omega_{jk}(t)$ орбит j -ых объектов на портрете эволюции отклонений ДВУ. Ординаты точек пересечения, исходя из физического смысла задачи, должны лежать в диапазоне $(-\pi; +\pi]$. В тот момент, когда некоторая прямая $\Delta\Omega_{ik}(t)$ выходит за указанный интервал, на портрете эволюции отклонений ДВУ она заменяется на параллельную прямую $\Delta\Omega_{ik}(t) \pm 2\pi$ (положительному знаку второго слагаемого соответствует отрицательный коэффициент прямой). Каждая из прямых $\Delta\Omega_{ik}(t)$ фактически образует семейство параллельных прямых, то есть матрица пересечений \mathbf{D} должна быть трёхмерной. В данной работе семейство прямых $\Delta\Omega_{ik}(t)$ задавалось сдвигами основной функции на $\pm 2\pi$ и $\pm 4\pi$. Первому индексу i в матрице $\mathbf{D}(i;j;k)$ соответствует номер ОЗ предыдущего объекта (на ней

находится активный КА). Второму параметру j соответствуют номера объектов ККМ из рассматриваемой группы (то есть обеспечивается перебор точек пересечений линии, соответствующей текущей i -ой ОЗ, с линиями $\Delta\Omega_{jk}(t)$ всех остальных j -ых объектов группы). Индекс k отвечает за величину кратного 2π сдвига j -ых прямых относительно начального коэффициента $\Delta\Omega_{i0}$ из формулы (1). Матрица D динамически заполняется по мере совершения итераций алгоритма, показанного на рисунке 45.

В группах ККМ №4 и №5 заранее неизвестно, с какого объекта необходимо начинать облёт группы, чтобы добиться наименьших затрат СХС или наименьшего суммарного времени облёта. Для ответа на данный вопрос необходимо провести моделирование всех возможных вариантов, поочередно изменяя номер начального объекта. Результаты расчётов показаны на рисунке 46(а, б) для 4-ой группы и на рисунке 47(а, б) для 5-ой группы ККМ [61]. Столбцы, выделенные зелёным, показывают продолжительность облёта группы, которая будет достигнута при начале облёта с объекта ККМ с текущим порядковым номером. Столбцы, выделенные красным, отображают СХС, которая потребуется для выполнения указанного облёта. Использование эллиптических ОЗ в случае групп №4 и №5 приводит к увеличению продолжительности облёта примерно в 1.5 раза, во столько же раз уменьшаются затраты СХС. Из приведённых данных следует, что СХС облёта группы ККМ №4 при использовании круговой ОЗ мало чувствительна (отклонение в 80 м/с при общей величине 23400 м/с) к изменению начальной точки облёта, в то время как продолжительность облёта может быть уменьшена примерно в 2 раза при правильном выборе точки выведения активного КА. При использовании эллиптической ОЗ отклонение СХС составляет 200 м/с при общей величине 14650 м/с, при этом продолжительность облёта может быть уменьшена более чем в 2 раза. В качестве оптимальной начальной точки облета выбран объект №18. Энергетические и временные затраты этого варианта, требуемые для облёта группы ККМ №4 приведены в таблице 16.

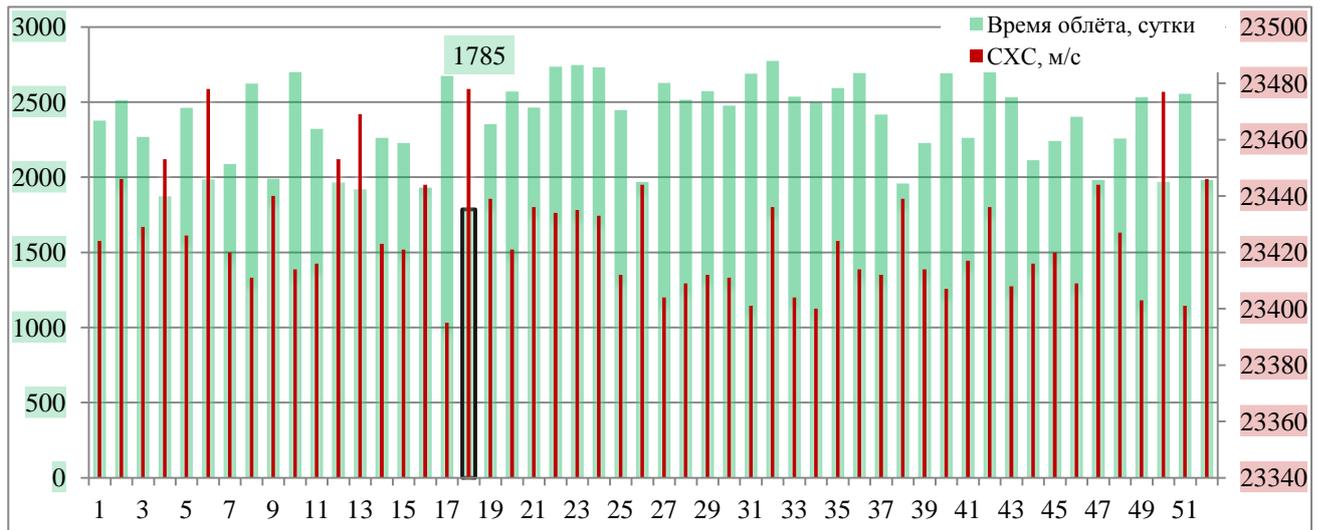


Рисунок 46а. Энергетические и временные затраты на облёт группы ККМ №4 при разных номерах первого объекта при использовании круговой ОЗ

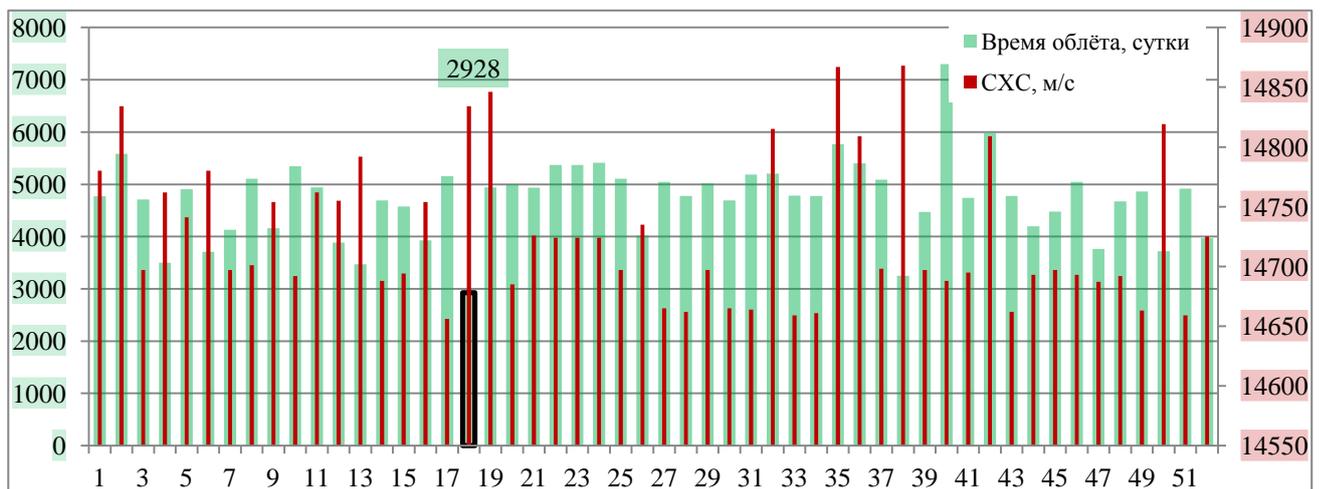


Рисунок 46б. Энергетические и временные затраты на облёт группы ККМ №4 при разных номерах первого объекта при использовании эллиптической ОЗ

Таблица 16

Энергетические и временные затраты, требуемые для облёта группы ККМ №4

Порядок облёта	Круговая орбита захоронения				Эллиптическая орбита захоронения				
	Время на ОЗ, сутки	Затраты СХС, м/с			Порядок облёта	Время на ОЗ, сутки	Затраты СХС, м/с		
		С ОЗ к тек. объекту	Увод на ОЗ	Σ по объектам			С ОЗ к тек. объекту	Увод на ОЗ	Σ по объектам
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
→ 18	0	0	214	214	→ 18	0	0	136	136
42	35.1	238	232	470	42	49.1	162	145	307
35	109.1	230	230	460	35	178.4	142	144	286
32	64.1	229	229	458	32	105.0	142	143	285
2	17.2	222	222	444	2	49.8	137	140	277
36	111.1	230	230	460	36	149.5	148	144	292
19	125.6	220	214	434	1	380.4	144	144	288
1	85.2	236	230	466	5	16.4	144	142	286

5	25.3	227	226	453		11	56.3	146	144	290
11	17.1	230	230	460		10	20.4	144	144	288
10	34.4	230	230	460		19	3.1	157	135	292
40	43.4	233	233	466		40	60.8	163	145	308
8	18.9	229	229	458		8	3.8	142	143	285
29	75.5	229	229	458		29	169.3	144	143	287
17	17.9	234	234	468		17	14.5	148	145	293
31	12.1	227	227	454		31	40.7	139	142	281
23	30.1	218	215	433		51	14.4	144	143	287
51	8.0	234	228	462		49	37.4	142	142	284
24	8.8	222	216	438		43	45.3	146	144	290
27	1.3	228	224	452		27	3.4	139	141	280
49	9.5	227	227	454		33	85.1	151	146	297
21	26.3	223	214	437		34	14.3	141	144	285
43	6.9	240	231	471		46	17.3	144	144	288
22	22.6	226	216	442		28	38.8	145	144	289
34	8.7	236	230	466		30	60.9	142	143	285
33	2.5	235	235	470		25	37.6	142	142	284
28	30.7	230	230	460		23	25.0	148	136	284
46	10.5	230	230	460		15	2.8	162	145	307
30	23.1	228	228	456		37	2.6	140	142	282
25	21.4	227	227	454		24	17.9	143	137	280
37	17.9	227	227	454		48	4.9	156	142	298
15	48.6	233	233	466		45	80.3	143	143	286
48	3.8	227	227	454		14	40.4	146	144	290
20	17.2	223	214	437		41	2.9	142	143	285
41	15.3	234	228	462		44	53.0	146	144	290
14	5.3	231	231	462		3	14.6	138	141	279
45	9.1	228	228	456		39	4.2	150	146	296
3	16.8	225	225	450		7	35.0	141	143	284
39	29.4	234	234	468		21	69.5	156	135	291
44	22.3	232	231	463		22	14.7	138	137	275
7	27.8	229	229	458		47	54.7	162	143	305
47	110.1	228	228	456		52	34.9	140	141	281
52	13.9	226	226	452		16	10.3	149	145	294
16	28.4	233	233	466		12	55.3	142	144	286
12	25.6	230	230	460		9	150.2	144	143	287
26	32.1	227	227	454		26	5.5	141	142	283
9	4.8	229	229	458		6	110.3	143	142	285
6	118.0	228	228	456		20	28.4	155	135	290
50	22.0	226	226	452		50	10.9	161	142	303
4	22.0	226	226	452		4	135.2	142	142	284
13	162.0	219	219	438		38	265.2	148	147	295
38	29.9	232	232	464		13	47.4	132	138	270
СХС сумм, м/с		11675	11801	23476		СХС сумм, м/с		7446	7394	14 840
Время сумм, сутки	1784.7					Время сумм, сутки	2928.1			

В группе ККМ №5 (рисунок 47б) интервал изменений СХС в зависимости от начальной точки облёта составляет около 1 км/с, что составляет примерно 10% от всей требуемой величины СХС. В то же время правильный выбор начальной точки в случае использования эллиптических ОЗ позволяет добиться

трёхкратного уменьшения продолжительности миссии [61]. Из всех вариантов выбираются несколько, отвечающие критерию минимизации общей продолжительности облёта. После чего из этих отобранных вариантов, близких к оптимальному по времени, выбирается вариант облёта, оптимальный по требуемой СХС. Именно поэтому при расчёте маневров облёта группы ККМ №5 (эллиптические ОЗ) отдано предпочтение точке выведения активного КА, соответствующей объекту №10, которая незначительно уступает точке №28 по суммарной продолжительности облёта, но выигрывает примерно на 400 м/с по требуемой СХС. Энергетические и временные затраты, требуемые для облёта группы ККМ №5 (начальная точка – объект №10) приведены в таблице 17.

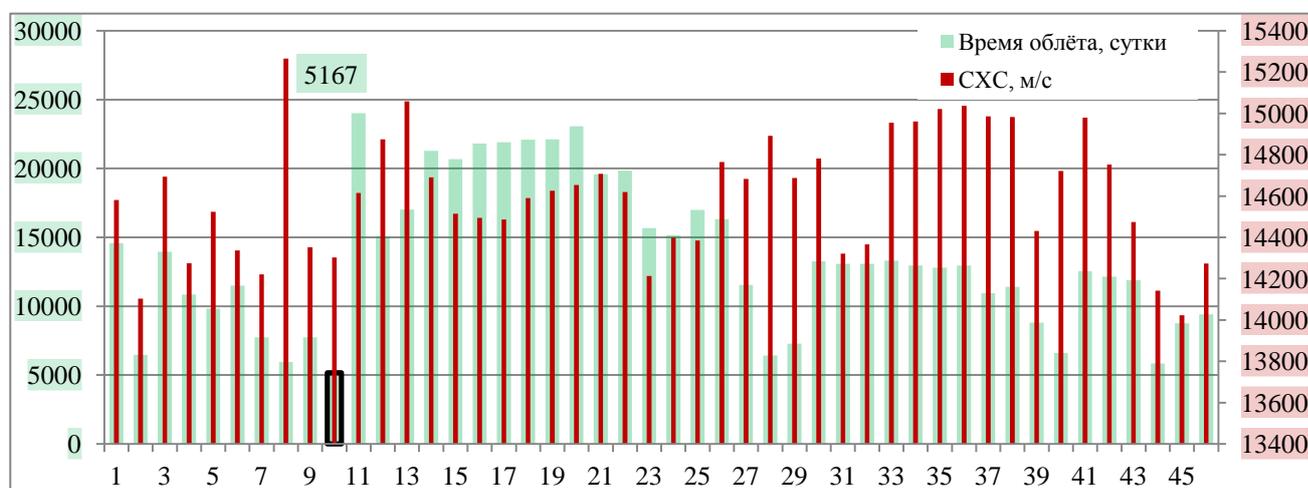


Рисунок 47а. Энергетические и временные затраты на облёт группы ККМ №5 при разных номерах первого объекта при использовании круговой ОЗ

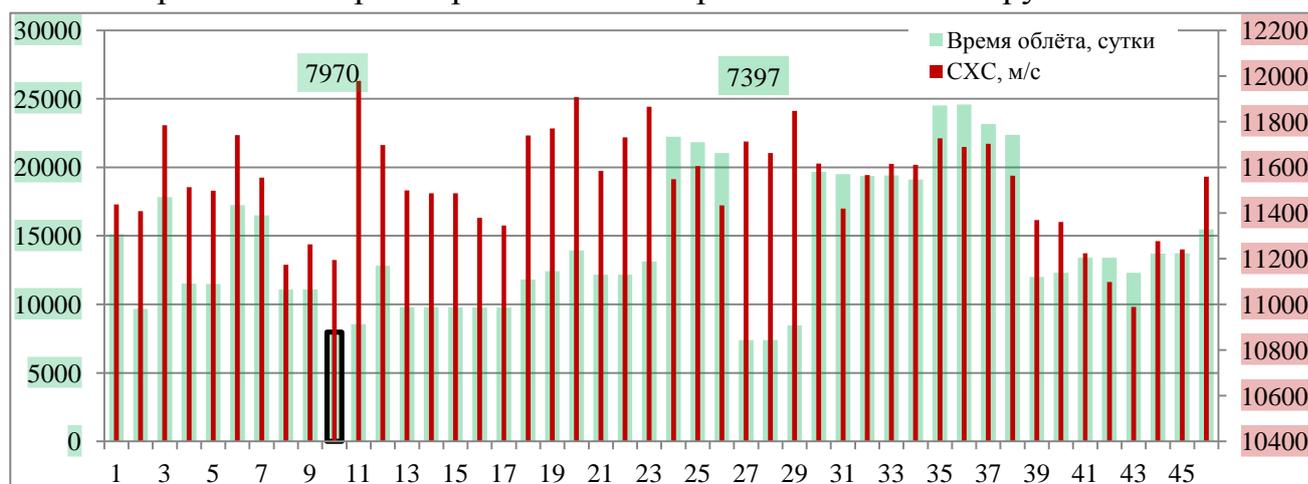


Рисунок 47б. Энергетические и временные затраты на облёт группы ККМ №5 при разных номерах первого объекта при использовании эллиптической ОЗ

Энергетические и временные затраты, требуемые для облёта группы ККМ №5

Круговая орбита захоронения					Эллиптическая орбита захоронения				
Порядок облёта	Время на ОЗ, сутки	Затраты СХС, м/с			Порядок облёта	Время на ОЗ, сутки	Затраты СХС, м/с		
		С ОЗ к тек. объекту	Увод на ОЗ	Σ по объектам			С ОЗ к тек. объекту	Увод на ОЗ	Σ по объектам
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>
→ 10	0	0	171	171	→ 10	0	0	116	116
9	71	247	42	289	9	92.4	253	25	278
8	97.3	147	115	262	3	94.8	180	69	249
3	6.7	272	104	376	11	238.8	176	19	195
11	321.5	149	34	183	1	331.6	102	49	151
1	245.4	92	76	168	4	94.9	279	163	442
4	54.6	300	238	538	7	514.7	151	145	296
7	238.3	222	213	435	2	35.5	208	184	392
6	32.8	163	96	259	6	14.3	210	64	274
2	26.3	325	270	595	8	72.2	91	76	167
5	82.2	257	41	298	33	114.9	139	104	243
45	192.3	365	291	656	39	121.1	111	40	151
33	6.9	260	153	413	45	41.9	392	199	591
39	60.0	103	63	166	26	13.6	195	142	337
26	142.0	246	209	455	25	80.3	127	96	223
46	32.9	102	94	196	27	76.9	114	107	221
43	16.2	149	149	298	43	14.0	99	100	199
25	3.6	148	142	290	31	16.0	102	83	185
27	34.2	160	158	318	24	5.4	109	100	209
35	4.5	130	129	259	35	16.9	81	87	168
31	2.9	125	124	249	21	72.6	141	28	169
24	28.2	149	149	298	28	65.8	325	94	419
21	68.5	115	45	160	46	42.9	209	62	271
37	372.2	66	52	118	37	21.3	123	33	156
28	110.4	297	139	436	38	351.8	185	110	295
38	14.5	217	162	379	16	102.1	122	92	214
34	96.3	183	181	364	18	95.8	78	67	145
44	6.1	158	157	315	34	29.6	188	123	311
16	16.9	157	136	293	44	50.3	100	106	206
18	44.6	105	101	206	5	163.5	106	22	128
32	497.3	188	156	344	32	244.7	161	105	266
41	80.9	125	122	247	14	91.7	126	67	193
14	37.9	120	100	220	41	236.3	118	82	200
36	128.5	154	132	286	13	141.5	95	89	184
13	100.1	138	132	270	36	22.6	107	89	196
40	11.7	213	185	398	15	95.7	132	45	177
15	32.2	173	70	243	17	163.1	226	136	362

17	65.1	246	200	446		40	55.5	122	126	248
29	43.0	143	55	198		29	108.9	181	35	216
30	500.1	146	122	268		30	1067.0	128	82	210
19	113.4	132	132	264		19	27.3	92	89	181
20	170.1	102	51	153		20	346.3	105	32	137
22	219.5	141	117	258		22	915.7	125	78	203
12	488.7	366	301	667		12	469.8	334	206	540
23	10.6	218	184	402		23	256.9	164	125	289
42	238.9	144	48	192		42	740.9	158	29	187
СХС сумм, м/с		8158	6141	14 299		СХС сумм, м/с		7070	4120	11 190
Время сумм, сутки	5167. 3					Время сумм, сутки	7970			

4.5. Сравнение двух вариантов увода объектов ККМ

Основные результаты расчёта маневров облёта всех пяти групп ККМ по первому и второму вариантам увода приведены в таблице 18. Во втором столбце приведено количество объектов ККМ, образующих группу. В столбцах 3 и 4 отражены соответственно затраты СХС и время, требуемые для облёта группы; первое число в каждом столбце соответствует облёту объектов по I варианту увода, а второе число – облёту по II варианту. В пятом столбце приведено количество активных КА, необходимых для облёта группы, и количество его дозаправок при размещении 6-7 отделяемых модулей [17] на борту и при предлагаемом оснащении 11-12 модулями (данные в скобках).

Как следует из таблицы 18, в случае группы ККМ №2 первый вариант выигрывает у второго как по СХС, так и по продолжительности облёта объектов. С одной стороны, это объясняется выбранным при расчёте этой группы по первому варианту соотношением, которое определяло продолжительность перелёта в зависимости от рассогласования по ДВУ между орбитальными плоскостями двух объектов. Задаваемые при расчёте [49] малые продолжительности перелёта требовали формирования низких околокруговых орбит ожидания, высота которых сравнима с полученными в данной работе величинами перицентров эллиптических орбит захоронения (примерно 400 км). С другой стороны, именно по этой причине при облете по I варианту должны были

получиться бóльшие затраты СХС, необходимые на формирование таких низких орбит ожидания, однако это не наблюдается.

Таблица 18

Сравнительные характеристики I и II вариантов увода объектов ККМ

№ группы	Число объектов	СХС, м/с	Длительность облёта, сутки	Кол-во КА для первого варианта
	2	3	4	5
1	23	2233 / 5207	3318 / 1206	1 КА+2 (1) Зап
2	11	1540 / 1834	1570 / 1718	1 КА+1 (0)
3	28	4213 / 6291	3744 / 3179	1 КА+3 (1) Зап
4	12	540	3148	1 КА+1 (0) Зап
	10	358	3522	1 КА
	30	7218	2180	1 КА+3 (2) Зап
4 _Σ	52	8116 / 14834	8850 / 2928	3 КА+4 (2) Зап
5	18	1891	2942	1 КА+2 (1) Зап
	12	767	3476	1 КА+1 (0) Зап
	16	4450	1723	1 КА+1 (0) Зап
5 _Σ	46	7108 / 11194	8141 / 7970	3 КА+4 (1) Зап
Σ	160	23210 / 39360	25623 / 17001	9 КА+14 (5) Зап

При облёте объектов ККМ по первому варианту увода требуемое изменение наклона происходит на двух интервалах маневрирования: при переходе на орбиту ожидания и при возвращении к новому объекту. Такая схема позволяет использовать изменение наклона совместно с изменением большой полуоси для формирования нужной скорости прецессии ДВУ орбиты ожидания. Второй вариант увода требует перевода объекта на ОЗ с заданным сроком существования; при расчётах манёвров коррекция наклона осуществлялась при перелёте с ОЗ к новому объекту. Если при использовании второго варианта коррекция наклона будет частично или полностью проводиться на этапе увода текущего объекта на ОЗ, это не приведёт к изменению требуемой СХС манёвров. Вместе с

тем, коррекция наклона в сторону экватора (для групп №1-№4), выполненная на этапе спуска объекта с орбиты, может сократить требуемое время нахождения активного КА на текущей ОЗ, так как увеличится скорость прецессии орбитальной плоскости по ДВУ. Учёт этого эффекта позволит получить несколько меньшую продолжительность облёта 2-ой группы по сравнению со значением, приведённым в таблице 18.

Облёт 5-ой группы по первому варианту увода требует в 1.5 раза меньших затрат СХС по сравнению с использованием второго варианта, при этом требуются три отдельных активных КА. Время функционирования каждого из этих КА как минимум вдвое меньше того времени, которое потребуется для облёта всей группы по второму варианту.

Облёт 4-ой группы по первому варианту увода требует в 2 раза меньше СХС по сравнению со вторым вариантом, однако при этом потребуются три отдельных КА, время функционирования каждого из которых сравнимо с общей длительностью облёта всей 4-ой группы по второму варианту.

Выводы к IV главе

1. В IV главе рассмотрен облёт групп объектов ККМ №1-№5 на низких околокруговых орбитах по второму варианту, который предполагает наличие активного КА, уводящего объект на орбиту захоронения и возвращающегося за новым объектом. В этом случае орбита захоронения является одновременно и орбитой ожидания для достижения следующего объекта ККМ.
2. Важным этапом при расчёте маневров облёта ККМ по второму варианту является выбор типа и определение параметров ОЗ. Использование круговой ОЗ приводит к тому, что объект ККМ сразу выводится из области долговременного существования орбит активных КА и других объектов ККМ (выше 700 км), в то время как апогей эллиптической орбиты в течение 10 лет остаётся в указанной области.
3. При формировании эллиптических ОЗ и при возвращении с них за новым объектом требуется примерно на 30% меньше СХС по сравнению с круговыми ОЗ.

4. В случае первых трёх групп ККМ преимущество второго варианта заключается только в сокращённой продолжительности облёта объектов (кроме группы №2), в то время как по энергетике и по количеству дополнительных заправок топливом он уступает первому варианту.

5. Второй вариант может быть реализован при облёте объектов группы №2 для отработки технологий сведения объектов с орбиты, так как по требуемому количеству активных КА, энергетическим и временным затратам оба варианта увода в целом эквивалентны, однако в случае реализации второго варианта потребуется несколько дозаправок активного КА топливом.

6. В случае группы №5 первый вариант выигрывает у второго в 1.5 раза по требуемым затратам СХС, и в 2 раза по продолжительности облёта. В случае 4-ой группы двукратное преимущество наблюдается только по затратам СХС.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены два наиболее известных в мире варианта увода объектов ККМ с низких орбит. Они предусматривают наличие активного КА-сборщика, который осуществляет перелёты между объектами. В рамках *первого* варианта предполагается, что на борту активного КА имеются отделяемые модули с собственной двигательной установкой и с запасом топлива для выдачи тормозного импульса. После установления физической связи с объектом ККМ эти модули фиксируются на нём и после отстыковки от КА-сборщика обеспечивают перевод этого объекта на специально рассчитываемую ОЗ. Сам активный КА остаётся на орбите этого объекта и далее осуществляет перелёт к следующему объекту. При реализации *второго* варианта активный КА стыкуется с объектом и за счёт своей собственной двигательной установки сам уводит образованную сцепку на ОЗ. КА-сборщик остаётся на этой ОЗ до тех пор, пока её плоскость и плоскость орбиты следующего объекта не совпадут по ДВУ, а затем перелетает к новому объекту. Рассмотрев оба указанных варианта увода объектов ККМ, можно сделать следующие выводы.

1. Из каталога космических объектов на низких околокруговых орбитах можно выделить пять компактных групп ККМ (ступени ракет-носителей и разгонные блоки), орбиты элементов которых имеют близкие наклонения.
2. Портрет эволюции отклонений ДВУ, построенный для конкретной группы ККМ, позволяет выбрать адекватную стратегию облёта объектов этой группы: стратегию последовательного облёта (группы №1-3) или стратегию комбинации диагонального и последовательного облёта (группы №5 и №4).
3. В работе предложены методики, позволяющие минимизировать и рассчитать энергетические и временные затраты, требуемые для облёта элементов всех пяти групп ККМ. Данные методики включают в себя следующие основные пункты:

- выбор математического аппарата, позволяющего с достаточной точностью рассчитать величины импульсов скорости, необходимых для выполнения оптимального перелёта между двумя объектами ККМ;
 - определение рационального времени на перелёт между двумя объектами ККМ, представляющего собой компромисс между продолжительностью перелёта (которую требуется уменьшить) и затратами СХС (растут с уменьшением продолжительности перелёта);
 - выбор направления и последовательности облётов объектов ККМ внутри группы.
4. Использование оптимальных схем маневрирования и компромиссной продолжительности перелета позволяют существенно уменьшить затраты СХС при последовательном облете по I варианту увода.
 5. Использование в рамках I варианта увода "диагонального" решения позволяет уменьшить по сравнению с последовательным облетом, как количество исполняемых манёвров, так и затраты СХС на облёт объектов группы. Недостатком "диагонального" решения является большая по сравнению с последовательным облётом продолжительность миссии.
 6. Преимущество второй варианта увода заключается только в сокращённой продолжительности облёта объектов, в то время как по энергетике и по количеству требуемых дополнительных заправок топливом он заметно уступает первому варианту.
 7. Для очистки рассмотренных пяти групп по первому варианту (уводятся 160 объектов) необходимо 9 КА-сборщиков и 14 КА-заправщиков, описанных в работе [17].
 8. Планируемое в настоящее время в некоторых работах [16, 24] число отделяемых модулей на одном КА-сборщике (до 25 штук) является явно избыточным при очистке орбит от ККМ. В то же время количество модулей, предлагаемое в работе [17], 6-7 штук на одном КА-сборщике или заправщике, – явно недостаточно. Если увеличить количество малых КА до 11-12 штук, то

- число КА-заправщиков необходимых для облета объектов ККМ всех групп можно уменьшить с 14 до 5.
9. Необходимые запасы СХС на одном КА достаточно точно определены в [17] и составляют примерно 2300-2500 м/с.
 10. В работе [17] для увода 35 объектов с солнечно-синхронных орбит (5 группа ККМ) потребовалось 7 активных КА-сборщиков. Разработанная в данной работе методика позволяет увести с этих орбит 46 объектов при помощи 4 КА-сборщиков.
 11. Для обеспечения необходимых ежегодных темпов изъятия ККМ (4-5 объектов) желательно, чтобы на низких орбитах одновременно функционировали как минимум два КА-сборщика.
 12. Задачу очистки низких орбит от ККМ лучше решать комплексно, очищая одновременно несколько компактных групп ККМ.
 13. В качестве дальнейшего развития работы могут выступать следующие направления:
 - изучение применимости разработанных методик при учёте в качестве объектов ККМ не только разгонных блоков и ступеней ракет-носителей, но и нефункционирующих КА (в случае солнечно-синхронных орбит это должно привести к увеличению доли объектов, задействованных в "диагональной" схеме облёта);
 - проектирование КА-сборщика на основе требований к нему, полученных в данной работе;
 - разработка методик облёта объектов, расположенных на средних высотах и в геостационарной области.

Список литературы

1. The Threat of Orbital Debris and Protecting NASA Space Assets from Satellite Collisions. [Интернет ресурс]: <http://images.spaceref.com/news/2009/ODMediaBriefing28Apr09-1.pdf> (дата обращения 10.06.2014).
2. Morin H. La banlieue terrestre polluée par les débris spatiaux // *Le Monde*, 15.02.2009.
3. Pardini C., Anselmo L. Assessment of the consequences of the Fengyun-1C breakup in low Earth orbit // *Advances in Space Research*, Vol. 44, 2009, pp. 545-557.
4. Российский спутник BLITS столкнулся с обломками Fengyun-1C на орбите. [Интернет ресурс]: <http://globalscience.ru/article/read/21842/> (дата обращения 20.08.2016).
5. Kessler D.J., Cour-Palais B.G. Collision Frequency of Artificial Satellites: The Creation of a Debris Belt // *Journal of Geophysical Research*, Vol. 83, June 1978, pp.2637- 2646.
6. Федченков П.А., Сазонов В. В. Исследование эволюции формы скопления объектов космического мусора в околоземном пространстве // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, 2010, №76, 32 с.
7. Johnson N. L. et Al. The characteristics and consequences of the break-up of the Fengyun-1C spacecraft // *Acta Astronautica*, Vol. 63, 2008, pp. 128-135.
8. Anselmo L., Rossi A., Pardini C. Updated results on the long-term evolution of the space debris environment // *Advances in Space Research*, Vol. 23, Issue 1, 1999, pp. 201-211.
9. White A.E., Lewis H.G. An adaptive strategy for active debris removal // *Advances in Space Research*, Vol. 53, Issue 8, 15 April 2014, pp. 1195–1206.
10. Liou J.-C., Johnson N.L. A sensitivity study of the effectiveness of active debris removal in LEO // *Acta Astronautica*, Vol. 64, 2009, pp. 236-243.

11. Liou J.-C., Johnson N.L., Hill N.M. Controlling the growth of future LEO debris populations with active debris removal // *Acta Astronautica*, Vol. 66, 2010, pp. 648-653.
12. Liou J.C. An active debris removal parametric study for LEO environment remediation. *Adv. Space Res.*47(2011) pp.1865–1876.
13. Lewis H.G, White A.E. Synergy of debris mitigation and removal // *Acta Astronautica*, Vol. 81, Issue 1, December 2012, pp. 62–68.
14. Bonnal C., Ruault J.-M., Desjean M.-C. Active debris removal: Recent progress and current trends // *Acta Astronautica*, Vol. 85, 2013, pp. 51-60.
15. Shan M., Guo J., Gill E. Review and comparison of active space debris capturing and removal methods // *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 80, 2015, pp. 18-32.
16. Rocket space company Ad Astra™, low Earth orbit large debris removal using VASIMR® [Интернет ресурс]: <http://www.adastrarocket.com/aarc/SpaceCleaner> (дата обращения 10.06.2013).
17. Castronuovo M. Active space debris removal – A preliminary mission analysis and design // *Acta Astronautica*, Vol. 69, Issues 9–10, November–December 2011, pp. 848–859.
18. DeLuca L.T. et Al. Active space debris removal by a hybrid propulsion module // *Acta Astronautica*, Vol. 91, 2013, pp. 20-33.
19. Emanuelli M., Ronse A., Tintori C., Trushlyakov V.I. A space debris removal mission using the orbital stage of launchers // *Динамика систем, механизмов и машин.* 2012. № 2. С. 185-218. Режим доступа: <http://elibrary.ru/download/25972421.pdf> (Дата обращения 23.07.2015).
20. Трушляков В.И., Юткин Е.А. Обзор средств стыковки и захвата объектов крупногабаритного космического мусора // *Омский научный вестник.* 2013. № 2 (120). С. 56-61 [Интернет ресурс]: <http://elibrary.ru/download/14905068.pdf> (дата обращения 12.09.2014).
21. Aslanov V., Yudinsev V. Dynamics of large space debris removal using tethered space tug // *Acta Astronautica*. 2013. Т. 91. pp. 149-156 [Интернет ресурс]:

- http://www.researchgate.net/publication/259006537_Dynamics_of_Large_Space_Debris_Removal_Using_Tethered_Space_Tug. (дата обращения 14.02.2014).
22. Inter-Agency Space Debris Co-ordination Committee, IADC Space Debris Mitigation Guidelines, IADC-02-01, 2007[Интернет ресурс]: [http:// www.iadc-online.org](http://www.iadc-online.org) (дата обращения 15.02. 2013).
 23. Jing Yu , Xiao-qian Chen, Li-hu Chen. Optimal planning of LEO active debris removal based on hybrid optimal control theory // *Advances in Space Research*, Vol. 55, Issue 11, 1 June 2015, pp. 2628–2640.
 24. Sahara H. Evaluation of a satellite constellation for active debris removal // *Acta Astronautica*, Vol. 105, Issue 1, December 2014, pp. 136–144.
 25. Braun V. et Al. Active debris removal of multiple priority targets // *Advances in Space Research*, Vol. 51, Issue 9, 1 May 2013, pp. 1638–1648.
 26. Tadini P. et Al. Active debris multi-removal mission concept based on hybrid propulsion // *Acta Astronautica*, Vol. 103, 2014, pp. 26-35.
 27. Cerf M. Multiple space debris collecting mission: debris selection and trajectory optimization // *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 156, Issue 3, 2013, pp. 761-796.
 28. Barbee B.W. et Al. Design of Spacecraft Missions to Remove Multiple Orbital Debris Objects // 35th Annual AAS Guidance and Control Conference, Colorado, 2012, AAS 12-017.
 29. Pardini C., Anselmo L. Physical properties and long-term evolution of the debris clouds produced by two catastrophic collisions in Earth orbit // *Advances in Space Research*, Vol. 48, 2011, pp. 557-569.
 30. Liou J.C., Johnson N.L. Characterization of the cataloged Fengyun-1C fragments and their long-term effect on the LEO environment // *Advances in Space Research*, Vol. 43, 2009, pp. 1407-1415.
 31. Lang T. et Al. Short and long term efficiencies of debris risk reduction measures: Application to a European LEO mission // *Advances in Space Research*, Vol. 55, 2015, pp. 282-296.

32. White A.E, Lewis H.G. The many futures of active debris removal // Acta Astronautica, Vol. 95, 2014, pp. 189-197.
33. Баранов А.А., Гришко Д.А. Способы уменьшения энергетических затрат при облете элементов спутниковой группировки // Полёт. 2014. № 8 (8). С. 39-48.
34. Satellite Catalog. [Интернет ресурс]: <http://www.cesetrak.com/satcat/search.asp> (дата обращения 21.11.2013).
35. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. Изд. Ленанд, 2015, 544 с.
36. Разумный Ю.Н., Козлов П.Г., Разумный В.Ю. Методика расчета многоярусных спутниковых систем на круговых и эллиптических нодально-синхронных орбитах // Научно-технический вестник Поволжья №3 2015, с. 196-199.
37. Ильин В.А., Кузмак Г.Е. Оптимальные перелеты космических аппаратов, М.: Наука, 1976, 744 с.
38. Назаренко А.И., Скребушевский Б.С. Эволюция и устойчивость спутниковых систем, М., Машиностроение, 1981, 288 с.
39. Баранов А.А. (мл). Изменение положения КА в спутниковой системе // Космические исследования, 2008. Т.46. № 3. С. 219-224.
40. Баранов А.А., Гришко Д.А. Вопросы минимизации затрат суммарной характеристической скорости, необходимой для обслуживания и восполнения спутниковых систем на некомпланарных круговых орбитах // Наука и образование. 2013. №9. С. 289-312.
41. Баранов А.А. Оптимальные переходы между орбитами, имеющими значительные отклонения долготы восходящего узла // Труды XXV Научных чтений по космонавтике (Москва, 24-26 января 2001 г.). М.: Война и мир, 2001. С. 113.
42. Rainjonneau S., Cote J., Martinot V. Возможные стратегии обновления спутниковых группировок связи // Электронный журнал Труды МАИ. 2009. № 34. С. 12. [Интернет ресурс]:

- <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=8234> (дата обращения 10.02.2013).
43. Baranov A.A., Grishko D.A., Mayorova V.I. The features of constellations' formation and replenishment at near circular orbits in non-central gravity fields // *Acta Astronautica*, Vol. 116 (2015) , pp. 307–317.
 44. Баранов А.А., Гришко Д.А., Майорова В.И. Исследование затрат характеристической скорости, необходимой для обслуживания и восполнения спутниковых систем на круговых орбитах // *Инженерный журнал: наука и инновации*. 2013. № 3 (15). С. 26.
 45. Labourdette P., Baranov A.A. Software for rendezvous between near-circular orbits with large initial ascending node difference // *Proceedings of the 17 International Symposium on Space Flight Dynamics*. 16-20 June 2003, Moscow, RF. Moscow: Keldysh Institute of Applied Mathematics, 2003. P. 130-142.
 46. Баранов А.А. Маневрирование в окрестности круговой орбиты. Издательство «Спутник+», Москва, 2016, 512 с.
 47. Баранов А.А., Баранов А.А. (мл.) Алгоритм расчета параметров маневров формирования спутниковых систем // *Космические исследования*. 2009. Т. 47, № 3. С. 256-263.
 48. Baranov A.A., Labourdette P. Strategies for on-Orbit Rendez-vous Circling Mars // *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*. Quebec, Canada, 2001. Paper AAS 01-392.
 49. Баранов А.А., Гришко Д.А. Баллистические аспекты облета крупногабаритного космического мусора на низких околокруговых орбитах // *Известия Российской академии наук. Теория и системы управления*. 2015. № 4. С. 160-171.
 50. Baranov A.A., Grishko D.A. Ballistic Aspects of Large-Size Space Debris Flyby at Low Earth Near-Circular Orbits // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. #4, 2015, pp. 639-650.

51. Баранов А.А. Численно-аналитическое определение параметров маневров многовитковой встречи КА на близких околокруговых некомпланарных орбитах // *Космические исследования*, 2008, т.46, № 5, с. 430-439.
52. Белоусов А.И. Учеб. для студентов вузов / Белоусов А.И., Ткачев С.Б.; Под ред. Зарубина В.С. и Крищенко А.П. Москва, 2004. Сер. Вып. 19 Математика в техническом университете: Комплекс учеб. из 21 вып. / Под ред. Зарубина В.С. и Крищенко А.П. Т. Дискретная математика.
53. Баранов А.А., Гришко Д.А., Медведевских В.В., Лапшин В.В. Диагональное решение задачи облёта объектов крупногабаритного космического мусора на солнечно-синхронных орбитах // *Космические исследования*, Т.54, №3, 2016, с. 242-250.
54. Baranov A.A., Grishko D.A., Medvedevskikh V.V., Lapshin V.V. Solution of the Flyby Problem for Large Space Debris at Sun-Synchronous Orbits // *Cosmic Research*, Vol. 54, №3, 2016, pp. 229-236.
55. Baranov A.A., Grishko D.A., Razoumny Y.N. Large-size space debris flyby in low Earth orbits // *Cosmic Research*, Vol. 55, Issue 5, 2017, pp. 361-370.
56. Голиков А.Р., Баранов А.А., Будянский А.А., Чернов Н.В. Выбор низковысотных орбит захоронения и перевод на них выработавших свой ресурс космических аппаратов // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия "Машиностроение"*, 2015. № 4(103), с. 4-19.
57. Голиков А.Р. Численно-аналитическая теория THEONA движения искусственных спутников небесных тел // *Космические исследования*. 2012. Т. 50. № 6, с. 480–489.
58. Niels van der Pas et Al. Target Selection and Comparison of Mission Design for Space Debris Removal by DLR's Advanced Study Group // *Acta Astronautica*, Vol. 102, 2014, pp. 241-248.
59. Трофимов С.П. Увод малых космических аппаратов с низких околоземных орбит // *Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-*

математических наук [Интернет ресурс]: [http: www.keldysh.ru/council/1/2015-trofimov/diss.pdf](http://www.keldysh.ru/council/1/2015-trofimov/diss.pdf) (дата обращения 03.10.2015).

60. Баранов А.А., Гришко Д.А., Чернов Н.В. Облёт низкоорбитальных объектов крупногабаритного космического мусора с их последовательным уводом на орбиту захоронения // Наука и Образование, 2016, №4, с. 34-47.
61. Baranov A.A., Grishko D.A., Razoumny Y.N., Li Jun. Flyby of large-size space debris objects and their transition to the disposal orbits in LEO // Advances in Space Research, Vol. 59, 2017, pp. 3011–3022.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Номера объектов группы ККМ №1 в каталоге *NORAD* и некоторые параметры орбит

№	<i>NORAD</i>	a , км	Ω , °	i , °
1	28353	7216.5	306.56	71
2	24298	7222	306.52	70.9
3	22220	7209	298.12	71
4	22566	7214	296.47	71
5	25407	7211	276.8	71
6	15334	7214	275.93	71
7	31793	7216	262.9	71
8	23705	7213.5	259.02	71
9	19650	7211	252.57	71
10	16182	7209.5	247.55	71
11	2825	7276	229.27	70
12	15772	7193	224.78	71.1
13	19120	7200	219.41	71
14	1245	7276.5	205.4	70.1
15	26070	7212	190.22	71
16	17974	7206.5	152.45	71
17	23088	7215	151.5	71
18	22803	7207.5	134.57	71
19	23405	7213.5	99.62	71
20	727	7281.5	88.89	69.9
21	22285	7213.5	81.49	71
22	17590	7207.5	32.64	71
23	20625	7215	20.2	71

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Номера объектов группы ККМ №2 в каталоге *NORAD* и некоторые параметры орбит

№	<i>NORAD</i>	a , км	Ω , °	i , °
1	21015	7144.5	288.78	74.1
2	16012	7143.5	285.02	74.1
3	22081	7152.5	218.65	74
4	12792	7139.5	199.03	74
5	20433	7144.5	151.67	74
6	19039	7137	104.44	74.1
7	16953	7140	82.68	74
8	23432	7152	82.39	74
9	6966	7122	46.69	74.1
10	11574	7129	30.47	74.1
11	18096	7143	21.94	74

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Номера объектов группы ККМ №3 в каталоге *NORAD* и некоторые параметры орбит

№	<i>NORAD</i>	<i>a</i> , км	Ω , °	<i>i</i> , °
1	13771	7242	35.277	81.2
2	7493	7231	26.186	81.3
3	5732	7244	15.762	81.2
4	5918	7218.5	2.758	81.2
5	7275	7225.5	336.582	81.3
6	7210	7239	334.788	81.2
7	8846	7235	325.465	81.3
8	6393	7243	316.731	81.3
9	9904	7245	308.01	81.2
10	5118	7242	288.046	81.3
11	11963	7232	287.289	81.3
12	12457	7245	280.591	81.3
13	13403	7240.5	274.718	81.3
14	11166	7239	268.278	81.3
15	7364	7220.5	226.695	81.2
16	8800	7262	212.623	81.3
17	8027	7240	207.415	81.3
18	13719	7215.5	180.447	81.3
19	9482	7245.5	166.249	81.2
20	11608	7224	151.181	81.2
21	8520	7262	132.137	81.2
22	7715	7227.5	126	81.2
23	6257	7245	125.895	81.2
24	4420	7236	121.222	81.2
25	9662	7242.5	116.194	81.2
26	10515	7248.5	102.624	81.3
27	12646	7211.5	100.14	81.2
28	7575	7235.5	83.823	81.3

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Номера объектов группы ККМ №5 в каталоге *NORAD* и некоторые параметры орбит

<i>N</i>	<i>NORAD</i>	<i>a</i> , км	Ω ,	<i>i</i> ,
			градусы	
1	27940	7052	170.1286	97.8
2	7946	7430.5	169.7677	100.1
3	20323	7105	166.1984	97.1
4	27006	7367.5	165.7893	99.2
5	28932	6979.5	163.8276	98.3

6	28059	7090.5	149.0105	98.7
7	11081	7315.5	143.212	99.7
8	32959	7125.5	127.9842	99
9	33500	6989	126.2109	98.3
10	13778	7235	106.7009	100.1
11	25979	6973.5	96.3879	98.2
12	2174	7495.5	90.2609	100.4
13	27601	7159	65.798	98.5
14	32063	7098.5	55.4669	98.2
15	26387	7042	42.8234	98.1
16	27422	7166.5	37.8068	98.3
17	20791	7291	31.147	99.2
18	36089	7100	23.6017	98.1
19	16615	7159	14.203	98.8
20	28499	7005.5	11.2445	98.2
21	29713	6995	351.2681	97.6
22	21610	7129.5	343.3011	98.8
23	21689	7259	338.5724	99.5
24	37932	7191	336.9718	98.4
25	25400	7178.5	336.8603	98.3
26	10704	7308	333.6947	98.8
27	28050	7208.5	327.0023	98.5
28	815	7173	325.7258	99.9
29	23343	7013.5	325.2177	98.2
30	20443	7139.5	320.7193	98.8
31	27387	7144	315.5157	98.3
32	25732	7205	309.6141	98.9
33	31114	7200	306.3191	98.4
34	19468	7253.5	304.8742	99
35	25261	7153.5	303.4229	98.4
36	22830	7159.5	300.7151	98.8
37	25861	7008.5	300.5517	97.9
38	27432	7217	300.2821	98.8
39	28651	7027.5	299.5225	97.8
40	18961	7262	298.1063	99.3
41	23561	7139.5	293.7485	98.7
42	38341	6999.5	291.5595	98.5
43	23828	7191	290.3812	98.6
44	23324	7207.5	279.5703	98.9
45	3892	7473.5	247.489	100
46	25759	7086	224.0154	98.5

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Номера объектов группы ККМ №4 в каталоге *NORAD* и некоторые параметры орбит

<i>N</i>	<i>NORAD</i>	<i>a</i> , км	Ω ,	<i>i</i> ,
			градусы	
1	11289	7329.5	73.6622	82.9
2	21131	7334.5	340.672	82.8
3	24678	7340.5	172.2879	82.9
4	22208	7342.5	94.1841	82.9
5	26819	7343.5	263.8941	83
6	21876	7346	83.1548	83
7	18710	7348	142.5439	83
8	22007	7349	241.8947	83
9	12682	7349.5	118.766	82.9
10	24955	7350.5	252.8786	83
11	25569	7351	265.5485	82.9
12	27819	7351	109.5972	83
13	20509	7351.5	272.864	82.9
14	21231	7352.5	171.8711	82.9
15	32053	7356	167.4046	83
16	23774	7356.5	111.474	83
17	11327	7358	230.8018	82.9
18	15100	7319.5	19.4841	82.5
19	15517	7318	318.0135	82.5
20	16409	7318	236.493	82.5
21	16736	7318	263.3544	82.5
22	17242	7323	257.8371	82.5
23	18313	7320.5	260.4844	82.6
24	22784	7323	257.1819	82.6
25	6829	7345.5	194.4667	82.9
26	10918	7345	121.9273	82.9
27	11586	7339	225.249	82.9
28	11681	7351.5	201.9585	82.9
29	14085	7348.5	236.6751	82.9
30	15360	7347	197.7759	82.9
31	16799	7345	232.311	82.9
32	18130	7348	340.261	82.9
33	20528	7360.5	204.5554	82.9
34	20805	7350.5	208.2701	82.9
35	21153	7350.5	351.6455	82.9
36	22308	7350.5	315.5031	82.9
37	22591	7344.5	191.6403	82.9

38	23466	7355	52.1648	82.9
39	24773	7358.5	159.5764	82.9
40	25592	7356.5	250.7425	82.9
41	25893	7347.5	174.8071	82.9
42	27535	7355	11.261	82.9
43	8597	7352.5	204.1671	83
44	8874	7353.5	145.1377	83
45	10461	7347	160.6361	83
46	11668	7351	190.146	83
47	16728	7347	123.5242	83
48	19325	7344	171.2448	83
49	19922	7345	212.7931	83
50	23180	7342.5	81.2198	83
51	27437	7347.5	215.7	83
52	28381	7342	123.4479	83