

# Онтологическое описание для некоторых краевых задач теории упругости

О.М. Атаева<sup>1</sup>, В.А. Серебряков<sup>1</sup>, Н.П.Тучкова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ФИЦ ИУ РАН, Москва, ул. Вавилова, 40

**Аннотация.** В работе используется подход онтологического проектирования для описания семантики некоторых краевых задач из области механики твердого тела. Современные материалы, моделируемые в рамках теории упругости, требуют новых постановок классических задач математической физики. Для описания новых задач необходимо установить связи новых терминов и понятий с классическими определениями математической энциклопедии и других первоисточников. Установление связей позволяет сформировать словарь и тезаурус прикладной предметной области новых краевых задач и поместить результаты в семантическую среду цифровой библиотеки. Примеры такого подхода демонстрируются с использованием возможностей семантической библиотеки LibMeta, которая содержит в оцифрованном виде версию математической энциклопедии, классификаторы и прикладные математические тезаурусы и словари. Цель таких исследований состоит в предоставлении пользователю дополнительных сервисов в поиске публикаций в прикладной научной области.

**Ключевые слова:** прикладная онтология, тезаурус предметной области, источники данных, разработка онтологии

## Ontological description for some boundary value problems of elasticity theory

O.M. Ataeva<sup>1</sup>, V.A. Serebryakov<sup>1</sup>, N.P. Tuchkova<sup>1</sup>

<sup>1</sup>FRS «Computer Sciences and Control», Russian Academy of Sciences, Vavilov str., 40, Moscow, 119333, Russia

**Abstract.** The paper uses the ontological design approach to describe the semantics of some boundary value problems from the field of solid mechanics. Modern materials modeled within the framework of the theory of elasticity require new formulations of classical problems of mathematical physics. To describe new problems, it is necessary to establish connections between new terms and concepts with the classical definitions of the mathematical encyclopedia and other primary sources. Establishing links allows you to form a dictionary and thesaurus of the applied subject area of new boundary value

problems and place the results in the semantic environment of the digital library. Examples of this approach are demonstrated using the capabilities of the LibMeta semantic library, which contains a digitized version of the mathematical encyclopedia, classifiers, and applied mathematical thesauri and dictionaries. The purpose of such research is to provide the user with additional services in the search for publications in the applied scientific field.

**Keywords:** applied ontology, domain thesaurus, data sources, ontology development

## 1. Введение

Современный подход к представлению знаний в интернет предполагает наличие средств навигации с помощью графа знаний [1]. Это связано с известной проблемой роста объемов публикаций в цифровом пространстве. Без подготовки и ориентации в предметной области довольно трудно разобраться в потоке информации. Идея навигации по заранее систематизированной информации существовала начиная с первых цифровых коллекций и была развита на основе онтологического проектирования [2,3] и семантического подхода [4], которые логически привели сегодня к навигации по дереву графа. Существует огромное количество цифровых ресурсов, для которых достаточно тех средств, которые предлагаются глобальными поисковыми системами, в том числе с использованием графов знаний [5]. Тем не менее, если речь идет о научной сфере, то этих средств может не хватать, поскольку существует специфика и терминология, характерная для отдельных предметных научных областей.

Учесть такую специфику можно дополняя существующие ресурсы, такие, например, как математическая энциклопедия, путем достраивания онтологий предметных областей. Одна из таких областей [6] анализируется для семантического описания и представления в цифровой библиотеке LibMeta [7,8]. О преимуществах технологии графа знаний при информационном запросе для выбранной предметной области говорится на примере контента тематического журнала в семантической библиотеке.

## 2. Описание статей тезауруса

Семантическое описание предметной области начинается с формирования представительного списка понятий и соответствующих им терминов и установления связей между ними, то есть построения тезауруса.

Специфика современного представительства предметной области *краевых задач теории упругости* изучалась на основе контента научного журнала МКМК (<https://mkmk.ras.ru/>).

*Устойчивые словосочетания и структура изложения*, характерные для большинства математических научных трудов, известны и

предлагаются как стандарт издательствами. На них будем опираться при первичной обработке текстов статей. Для учета специфики предметной области понадобятся текстовые конструкции (контексты терминов), характерные именно для нее.

Для задач *теории упругости*, естественно, выбраны «задачи» в качестве основных понятий и их видовые формы (частные случаи).

Основные термины – *формулировки задач в виде уравнений математической физики* (см. Таблицы 1, 2, как примеры статей тезауруса: «Дифференциальные уравнения линейной теории упругости»).

В Таблицах 1, 2 используются стандартные сокращения для позиций статьи тезауруса (см. <https://www.ifap.ru/library/gost/70912015.pdf>): D – дескриптор, BT – родовой (вышестоящий) термин, NT – видовой (нижестоящий) термин, RT – ассоциативный термин. А также принятые в нашем изложении ссылки на публикации - Ref, относящиеся к статье тезауруса, и SeeAlso – позиция примечаний. Идентификаторы терминов также соответствуют логике подчинения терминов, что используется для классификации терминов в семантической библиотеке.

**Таблица 1.** Статья для термина «Основные уравнения линейной теории упругости. Дифференциальные уравнения линейной теории упругости».

Метка	Описание	Идентификатор
<b>D:</b>	Основные уравнения линейной теории упругости. Дифференциальные уравнения линейной теории упругости.	<b>EqTE000</b>
<b>BT:</b>	Дифференциальные уравнения с частными производными	<b>PDE000</b>
<b>NT:</b>	Уравнения статики в объеме. Уравнения равновесия.	<b>EqTE001</b>
<b>NT:</b>	Определение линейного тензора деформации через вектор перемещения. Геометрическая сторона задачи, связь 3-х компонент перемещений с 6-ю компонентами симметричного тензора деформации.	<b>EqTE002</b>
<b>NT:</b>	Закон состояния линейно-упругого тела. Обобщенный закон Гука для изотропного тела в изотермическом или адиабатическом процессах. Физическая модель теории упругости, связь компонентов тензора напряжения с компонентами тензора деформации.	<b>EqTE003</b>
<b>SeeAlso:</b>	Гипотеза <i>сплошности (сплошной среды)</i> (link MathEnc)	
<b>Ref:</b>	Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970 (link p.124)	<b>RefTE001</b>

Замечание 1. Погружение в терминологию предметной области означает принятие некоторых нестандартных терминов, установившихся у специалистов. Например, термины «сплошность», «условие сплошности». В обычных текстах эти термины могли бы считаться неправильными с точки зрения русского языка, но они характерны для *теории упругости*.

Замечание 2. Для навигации по первоисточникам исследуемой предметной области в цифровой библиотеке создан и пополняется список литературы, который также может быть использован для цитирования читателями. Отметим один из наиболее полных в русскоязычном сегменте список по механике - это ресурс мехмата МГУ им. М.В. Ломоносова

(<https://mechmath.ipmnet.ru/lib/?s=solid>). Тем не менее, наличие специального списка в цифровой библиотеке отличается навигацией по терминам, что можно проследить на примерах Таблиц 1, 2. Отличие позволяет организовать отсылку к конкретному контексту термина в первоисточнике. Такая особенность позволяет составить пользователю мнение о достоверности предъявленных описаний понятий и терминов и/или самостоятельно получить дополнительную информацию.

**Таблица 2.** Статья термина «Краевые задачи линейной теории упругости»

Метка	Описание	Идентификатор
<b>D:</b>	Краевые задачи линейной теории упругости	<b>EqTE200</b>
<b>BT:</b>	Краевые задачи для уравнений математической физики	<b>BdMF001</b>
<b>NT:</b>	Первая задача. Для системы уравнений <b>EqTE001, EqTE002, EqTE003.</b>	<b>EqTE201</b>
<b>NT:</b>	Вторая задача. Для системы уравнений <b>EqTE001, EqTE002, EqTE003.</b>	<b>EqTE202</b>
<b>NT:</b>	Третья задача. Для системы уравнений <b>EqTE001, EqTE002, EqTE003.</b>	<b>EqTE203</b>
<b>Ref:</b>	<b>RefTE001</b> (link, p.124)	
<b>SeeAlso:</b>	Решения задач теории упругости.	<b>EqTE300</b>
<b>SeeAlso:</b>	Приведение к краевым задачам для уравнений Лапласа и Пуассона. (link MathEnc) <b>RefTE001</b> (link p. 388)	
<b>SeeAlso:</b>	Задача о кручении. <b>RefTE001</b> (link p. 388)	
<b>SeeAlso:</b>	Изгиб силой. <b>RefTE001</b> (link p. 430)	
<b>SeeAlso:</b>	Задача Мичелла. <b>RefTE001</b> (link p. 443)	

В Таблице 3 приведен фрагмент списка литературы по теории упругости. Список формируется в порядке появления ссылок при описании терминов (порядок возрастания номера во второй части идентификатора) и учитывает первую букву фамилии в метке и количество меток с этой буквой в английской транскрипции независимо от языка публикации. Такая логика списка позволяет продлевать его не переформатируя по алфавиту и организовывать связи с помощью идентификатора.

**Таблица 3.** Литература по «теории упругости»

Метка	Библ. описание	Идентификатор
<b>L1:</b>	Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970, 940 с.	<b>RefTE001</b>
<b>L2:</b>	Лурье А.И. Пространственным задачам теории упругости. Гостехиздат, 1955, 491с.	<b>RefTE002</b>
<b>L3:</b>	Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980, 512 с.	<b>RefTE003</b>
<b>T1:</b>	Тимошенко С.П. Курс теории упругости. Киев: Наук. думка, 1972.	<b>RefTE004</b>
<b>M1:</b>	Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. М.: Мир, 1974.	<b>RefTE005</b>
<b>S1:</b>	Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1, 2. М.: Наука, 1970	<b>RefTE006</b>
	.....	
<b>V1:</b>	Vasiliev V.V., Morozov E.V. Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures. Fourth Edition, Elsevier, 2018, 856 p.	<b>RefTE100</b>
	.....	

Описание задачи *теории упругости* включает описание объекта исследования, а именно постановку задачи для конкретной модели

материала (конструкции), математическую формулировку в виде уравнения, методы решений и представление решения в определенном виде. Таким образом, специфика описания такой задачи заключается в указании не только математической постановки, но и описании материала и физического процесса. Эта особенность в дальнейшем используется в организации отображения задачи на страничке библиотеки публикации из МКМК.

Решения задач теории упругости в самом общем виде различаются постановкой «в перемещениях» или «в напряжениях». Таким образом, термин «Решения задач теории упругости» представляет собой главный дескриптор к остальным формулировкам.

Пример для дескриптора «Решения задач теории упругости» в Таблице 4.

**Таблица 4.** Статья термина «Решения задач теории упругости»

Метка	Описание	Идентификатор
<b>D:</b>	Решения задач теории упругости.	<b>EqTE300</b>
<b>NT:</b>	Решение <b>в перемещениях</b> : находится вектор перемещения и по нему вычисляется тензор деформации. Чаще применяется к первой задаче <b>EqTE201</b>	
<b>NT:</b>	Решение <b>в напряжениях</b> : находится такой статически возможный тензор напряжения $T$ , что определяемый по нему тензор деформации $e$ , удовлетворяет условию <i>сплошности</i> .	
<b>NT:</b>	<b>Прямые методы решения вариационных задач.</b>	
<b>SeeAlso:</b>	Вектор перемещения и находится по <i>формуле Чезаро</i> ( <a href="#">link MathEnc</a> )	
<b>SeeAlso:</b>	Известны два способа решения задач теории упругости. <b>В первом</b> начинают с <i>разыскания вектора перемещения</i> и, по которому уже не представляет затруднения вычислить <i>тензор деформации</i> $e$ , а по последнему — тензор напряжения. Это естественный путь, особенно если речь идет о первой краевой задаче. Но он не всегда является наиболее простым, и ему во многих случаях следует предпочесть <b>второй</b> способ решения задачи <b>в напряжениях</b> . Тогда ставится вопрос о разыскании такого статически возможного тензора напряжения $T$ , что определяемый по нему тензор деформации $e$ удовлетворяет условию <i>сплошности</i> . Оба описанных способа основываются на <i>дифференциальных уравнениях теории упругости</i> , но ими не исчерпываются возможные подходы к решению задач. Еще одна возможность заключена в использовании минимальных энергетических принципов и в применении основанных на них <i>прямых методов решения вариационных задач</i> .	

Замечание 3. В Таблицах 1-4 также встречается указание на связь с математической энциклопедией *link MathEnc* для терминов из теории упругости, которые в ней присутствуют.

В результате, с учетом особенностей предметной области получаем следующий состав статьи тезауруса *задача*:

- *идентификатор термина(понятия)*;
- *объекты исследования (описание материала, конструкции)*;
- *постановка задачи (модель, процесс)*;
- *математическая постановка задач (уравнение)*;

- методы решения (*численные, аналитические*);
- решение (*представление решения в виде аналитическом, численном, спецфункций и т.д.*);
- авторы (*первоисточников и статей журнала*);
- ключевые слова (*из первоисточников и статей*);
- синонимы;
- видовые термины (*частные случаи задач*);
- ассоциативные термины (*все термины из статей, где встречается эта задача*);
- примечания (*любые комментарии к статье мета-тезауруса, которые не подходят к перечисленным позициям статьи*).

### 3. Реализация подхода в библиотеке LibMeta

Были обработаны текстовые документы, которые содержали информацию о ГОСТе (<https://docs.cntd.ru/document/1200113813>), о предметном указателе [9] и его оглавлении, а также список задач теории упругости и связанные с ними решения, уравнения, методы, список дескрипторов и список связей.

В результате были получены файлы в формате xml, на основе онтологии, пригодные для пакетной загрузки в систему (пример, Рис. 1)

```

<lbm:Concept rdf:about='http://libmeta.ru/thesaurus/concept/lur1.1.4.11'>
  <lbm:thesaurus rdf:resource='http://libmeta.ru/thesaurus/471472' />
  <lbm:code>1.1.4.11</lbm:code>
  <lbm:descriptor>Оценка снизу максимума компонент
напряжений</lbm:descriptor>
  <lbm:properties>
    <lbm:property>
      <lbm:type rdf:resource='http://libmeta.ru/thesaurus/attribute/note' />
      <lbm:value>52</lbm:value>
    </lbm:property>
  </lbm:properties>
</lbm:Concept>
<lbm:Concept rdf:about='http://libmeta.ru/thesaurus/concept/lur1.1.4.12'>
  <lbm:thesaurus rdf:resource='http://libmeta.ru/thesaurus/471472' />
  <lbm:code>1.1.4.12</lbm:code>
  <lbm:descriptor>Уточненная оценка</lbm:descriptor>
  <lbm:properties>
    <lbm:property>
      <lbm:type rdf:resource='http://libmeta.ru/thesaurus/attribute/note' />
      <lbm:value>54</lbm:value>
    </lbm:property>
  </lbm:properties>
</lbm:Concept>

```

Рис. 1. Фрагмент файла загрузки, который содержит экземпляры онтологии тезауруса в формате RDF/XML

В качестве внешних базовых таксономий, с которыми устанавливаются связи, используются «Математическая энциклопедия», тезаурус ОДУ, словарь специальных функций математической физики [7] и другие составляющие библиотеки.

Предварительно выполняется при необходимости приведение слов к именительному падежу, единственному числу, начальной форме глагола, к мужскому роду. Затем проводится сравнение терминов, при этом порядок слов не учитывается. Если совпадение полное, то устанавливается связь типа «*sameAs*». Если совпадение терминов не полное, то выполняется поиск понятия, которое соответствует совпавшим словам, если такой термин есть, тогда устанавливается связь «*seeAlso*» и «*narrower*».

### **3.1. Формирование тезауруса**

Термины в формирующемся тезаурусе были расставлены в соответствии с разделами в качестве корневых понятий «*Задача*», «*Метод*», «*Решение*», «*Материал*», «*Уравнение*», которые применяются в ПО МКМК. Часть работы по составлению разделов была выполнена вручную, часть связей сформировалась автоматически на основе связей между терминами тезауруса. Так как коды классификаторов были проставлены только у внешних таксономий, то термины, которые связались по связям «*sameAs*», получают код автоматически. Работа по формированию этих разделов является итеративным процессом и зависит от новых поступающих публикаций журнала.

### **3.2. Пример добавления статьи в тезаурус**

В математической энциклопедии встречается понятие «*Краевая задача*», которое является *родовым* для следующих понятий из математической энциклопедии:

1. внешняя и внутренняя краевые задачи,
2. первая краевая задача,
3. аппроксимация дифференциальной краевой задачи разностной,
4. коэрцитивная краевая задача,
5. нелинейная краевая задача,
6. линейная краевая задача,
7. третья краевая задача,
8. вторая краевая задача,
9. смешанная и краевая задачи для гиперболических уравнений и систем,
10. смешанная и краевая задачи для параболических уравнений и систем.

В результате связывания с понятиями теории упругости, у понятия математической энциклопедии «*Краевая задача*» появляются связи типа

«seeAlso» со следующими понятиями из тезауруса ПО МКМК:

1. Интегральные уравнения первой краевой задачи
2. Интегральные уравнения второй краевой задачи
3. Сопоставление интегральных уравнений первой и второй краевых задач
4. Вторая внутренняя краевая задача
5. Первая внешняя краевая задача
6. Краевая задача для двусвязного тела вращения
7. Первая краевая задача для полупространства
8. Первая краевая задача
9. Вторая краевая задача для сферы
- 10....

При этом каждое из этих понятий предметной области МКМК является *видовым* понятием для рассматриваемого понятия из математической энциклопедии. Каждое из них в свою очередь может образовывать свои связи с математической энциклопедией. Например, понятие из математической энциклопедии «*Интегральное уравнение*» оказывается связанным с понятием из тезауруса предметной области МКМК «*Интегральные уравнения первой краевой задачи*» и одновременно оказывается для него *родовым* понятием.

Связи «seeAlso» устанавливаются изначально между понятиями разных источников. На Рис. 2 представлен фрагмент тезауруса с установленными связями между понятиями из различных источников.

При дополнительном анализе эти понятия могут связываться дополнительными связями, как в случае, представленном на Рис. 2, новая связь «narrower» демонстрирует *иерархическую* связь между понятиями.

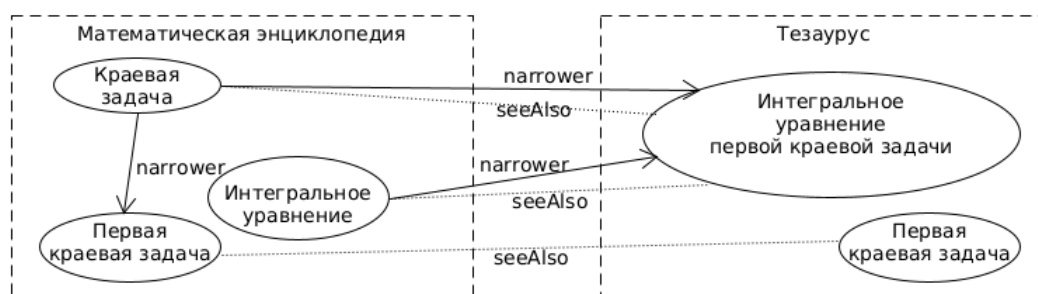


Рис. 2. Фрагмент тезауруса ПО МКМК со связями между понятиями из различных источников

Включение задач теории упругости в библиотеку LibMeta расширило возможности навигации по контенту библиотеки. На примере странички публикации из МКМК (Рис. 3), можно видеть, что пользователю предоставляются дополнительные поля для навигации по терминам.



Показано, что появились связи с различными первоисточниками, которых раньше в библиотеке не было.

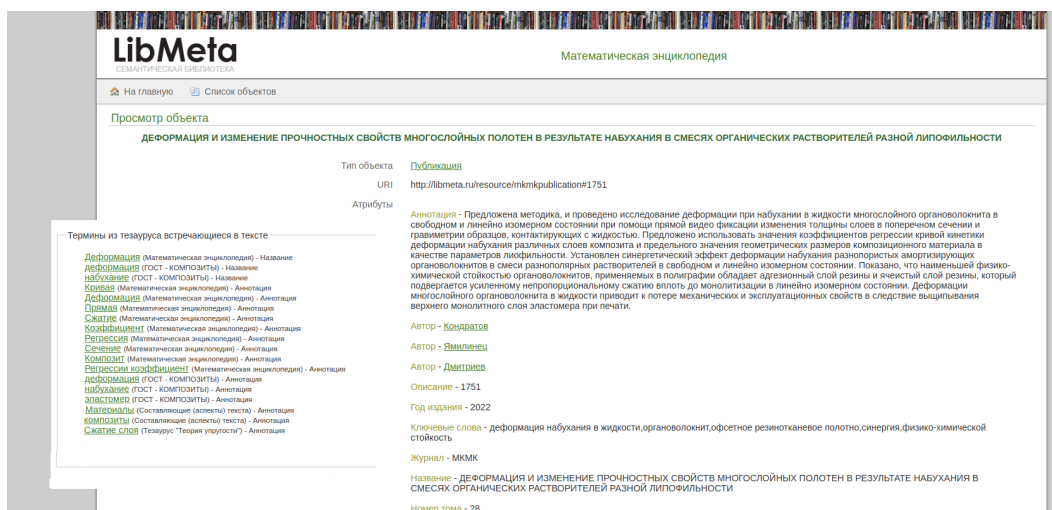


Рис. 3. Пример странички публикации из МКМК с навигацией левом столбце

#### 4. Заключение и выводы

Предложенная работа составляет один и результатов по исследованию вопросов представительства русскоязычного научного контента в цифровых информационных ресурсах. Дальнейшие исследования направлены на персонафикацию предметных областей для предоставления пользователю возможностей навигации по авторским публикациям с учетом специфик информационного запроса, таких как задачи, методы, решения и т.д.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект #22-21-00449.

#### Литература

1. <https://arxiv.org/abs/2301.10140>
2. Gruber T. Ontology of folksonomy: A mash-up of apples and oranges //International Journal on Semantic Web and Information Systems (IJSWIS). 2007. Т. 3. №. 1. С. 1-11.
3. D. Vrandecic, Ontology Evaluation, In Handbook on Ontologies, International Handbooks on Information Systems, edited by S. Staab, R. Studer, 293 – 313 (2009) [https://doi.org/10.1007/978-3-540-92673-3\\_13](https://doi.org/10.1007/978-3-540-92673-3_13).
4. Semantic Web. <https://www.w3.org/standards/semanticweb>.
5. L. Liu, A. Omidvar, Z. Ma, A. Agrawal, and A. An, Unsupervised Knowledge Graph Generation Using Semantic Similarity Matching, Proceedings of the Third Workshop on Deep Learning for Low Resource

Natural Language Processing, 169–179 (2022)  
<https://doi.org/10.18653/v1/2022.deeplo-1.18>.

6. Vasiliev V.V., Morozov E.V. Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures. Fourth Edition, Elsevier, 2018, 856 p.
7. O. Ataeva, V. Serebryakov, and N. Tuchkova, Development of the semantic space 'Mathematics' by integrating a subspace of its applied area, Lobachevskii J. of Mathematics, 43, (12) 3435–3446. (2022) <https://doi.org/10.1134/S1995080222150069>.
8. O. Ataeva, V. Serebryakov, and N. Tuchkova, Creating the Applied Subject Area Ontology by Means of the Content of the Digital Semantic Library, Lobachevskii J. of Mathematics, 43, (7) 1795–1804. (2022) <https://doi.org/10.1134/S1995080222100043>.
9. Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970, 940 с.

## References

1. <https://arxiv.org/abs/2301.10140>
2. Gruber T. Ontology of folksonomy: A mash-up of apples and oranges //International Journal on Semantic Web and Information Systems (IJSWIS). 2007. Т. 3. №. 1. С. 1-11.
3. D. Vrandečić, Ontology Evaluation, In Handbook on Ontologies, International Handbooks on Information Systems, edited by S. Staab, R. Studer, 293–313 (2009) [https://doi.org/10.1007/978-3-540-92673-3\\_13](https://doi.org/10.1007/978-3-540-92673-3_13).
4. Semantic Web. <https://www.w3.org/standards/semanticweb>.
5. L. Liu, A. Omidvar, Z. Ma, A. Agrawal, and A. An, Unsupervised Knowledge Graph Generation Using Semantic Similarity Matching, Proceedings of the Third Workshop on Deep Learning for Low Resource Natural Language Processing, 169–179 (2022) <https://doi.org/10.18653/v1/2022.deeplo-1.18>.
6. Vasiliev V.V., Morozov E.V. Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures. Fourth Edition, Elsevier, 2018, 856 p.
7. O. Ataeva, V. Serebryakov, and N. Tuchkova, Development of the semantic space 'Mathematics' by integrating a subspace of its applied area, Lobachevskii J. of Mathematics, 43, (12) 3435–3446. (2022) <https://doi.org/10.1134/S1995080222150069>.
8. O. Ataeva, V. Serebryakov, and N. Tuchkova, Creating the Applied Subject Area Ontology by Means of the Content of the Digital Semantic Library, Lobachevskii J. of Mathematics, 43, (7) 1795 – 1804. (2022) <https://doi.org/10.1134/S1995080222100043>.
9. A.I. Lurie. Teoriya uprugosti. M.: Nauka, 1970, 940 p.