

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМ. М.В. КЕЛДЫША  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»**

---

**Утверждена**

Ученым советом

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,

протокол № \_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

Заместитель директора

\_\_\_\_\_ А.Л. Афондинов

(подпись, расшифровка подписи)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

# **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Устойчивость движения

**Направление подготовки**

01.06.01– «Математика и механика»

**Профили (направленности программы)**

01.02.01 – «Теоретическая механика»

**Квалификация выпускника**

Исследователь. Преподаватель-исследователь

**Форма обучения**

очная

Москва, 2018

**Направление подготовки:** 01.06.01 – «Математика и механика»

**Профиль (направленность программы):** 01.02.01 – «Теоретическая механика»

**Дисциплина:** Устойчивость движения

**Форма обучения:** очная

Рабочая программа составлена с учётом ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 – «Математика и механика», утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 г. № 866 (зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 25 августа 2014 г. № 33837), и Программы-минимум кандидатского экзамена по общенаучной дисциплине 01.02.01 – «Теоретическая механика», утверждённой приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 08 октября 2007 г. № 274 (зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 19 октября 2007 г. № 10363).

**РЕЦЕНЗЕНТ:**

Боровин Г.К., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, зам. директора Института, д.ф.-м.н., профессор.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА РЕКОМЕНДОВАНА**

Ученым советом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, протокол № \_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

**ИСПОЛНИТЕЛЬ** (разработчик программ):

Тучин А.Г., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, зав. сектором № 2 отдела № 5, д.ф.-м.н.

Заведующий аспирантурой \_\_\_\_\_ / Меньшов И.С. /

## Оглавление

АННОТАЦИЯ .....	4
1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....	4
2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....	4
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
3.1. Структура дисциплины .....	5
3.2. Содержание разделов дисциплины .....	6
3.3. Лекционные занятия .....	6
3.4. Семинарские занятия .....	7
4. ТЕКУЩАЯ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ И ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.....	7
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	9
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	10

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Устойчивость движения» реализуется в рамках Блока 1 Основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук» (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН) по направлению подготовки 01.06.01 – «Математика и механика», направленность программы: 01.02.01 – «Теоретическая механика».

Рабочая программа разработана с учётом требований ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 – «Математика и механика», утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 г. № 866 (зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 25 августа 2014 г. № 33837), и Программы-минимум кандидатского экзамена по общенаучной дисциплине 01.02.01 – «Теоретическая механика», утверждённой приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 08 октября 2007 г. № 274 (зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 19 октября 2007 г. № 10363).

Основным источником материалов для формирования содержания программы являются: учебные издания, монографии, научные публикации, Интернет-ресурсы.

Общая трудоёмкость дисциплины по учебному плану составляет 2 ЗЕТ (72 часа), из них лекций – 4 часа, семинарских занятий – 8 часов, практических занятий – 0 часов и самостоятельной работы – 60 часов. Дисциплина реализуется на 1-м курсе, во 2-м семестре, продолжительность обучения – 1 семестр.

Текущая и промежуточная аттестация проводится не менее двух раз в соответствии с заданиями и формами контроля, предусмотренными настоящей программой.

Итоговая оценка знания осуществляется в период зачётно-экзаменационной сессии в форме зачёта.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цели** освоения учебной дисциплины «Устойчивость движения»:

- освоение теоретического материала дисциплины: определения, теоремы и их доказательства;
- формирование профессиональных компетенций, связанных с использованием методов и алгоритмов, изученных в рамках дисциплины, для решения прикладных задач.

**Задачи** освоения учебной дисциплины «Устойчивость движения»:

- изучение методики составления уравнений возмущённого движения;
- овладение методами анализа устойчивости динамических систем;
- применение изученных методов и алгоритмов для решения задач, связанных с устойчивостью механических систем.

### 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Устойчивость движения» направлен на формирование компетенций или отдельных их элементов в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 – «Математика и механика».

**а) универсальные (УК):** не предусмотрено

- б) общепрофессиональные (ОПК):** не предусмотрено
- способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий (ОПК-1).

- в) профессиональные (ПК):**
- способность разрабатывать и исследовать теоретико-механические модели материальных систем (ПК-1);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Иметь представление:**

- об основных подходах к изучению устойчивости движения;

**Знать:**

- основные определения: устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость, неустойчивость;
- основные теоремы об устойчивости, асимптотической устойчивости, неустойчивости;
- влияние структуры сил на характер устойчивости положения равновесия механической системы;

**Уметь:**

- использовать метод функций Ляпунова для исследования устойчивости;
- использовать алгебраические и частотные критерии для исследования устойчивости линейных стационарных систем управления;
- исследовать устойчивость по первому приближению, в том числе в критических случаях;
- использовать показатели Ляпунова для выявления хаотического поведения динамической системы;

**Владеть:**

- навыком получения уравнений возмущённого движения;
- методом функций Ляпунова, критерием Рауса-Гурвица, частотными критериями устойчивости;

**Приобрести опыт:**

- исследования устойчивости движения механических систем.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1. Структура дисциплины

##### Распределение трудоёмкости дисциплины по видам учебных работ

Вид учебной работы	Трудоёмкость	
	ЗЕТ	час.
Общая трудоёмкость по учебному плану	2	72
Лекции (Л)		4
Практические занятия (ПЗ)		0
Семинары (С)		8
Самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к семинарским и практическим занятиям) и самостоятельное изучение тем дисциплины		60
<b>Вид контроля: зачёт</b>		

### 3.2. Содержание разделов дисциплины

#### Общее содержание дисциплины

№ раздела	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)	Форма текущей аттестации
1.	Основные определения и теоремы	Уравнения возмущённого движения. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Асимптотическая устойчивость по первому приближению. Неустойчивость. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости движения. Теорема Барбашина-Красовского. Теорема Четаева о неустойчивости движения. Построение функций Ляпунова с помощью связки интегралов.	О, ДЗ
2.	Алгебраические и частотные критерии устойчивости	Критерии устойчивости Рауса-Гурвица и Льенара-Шипара. Критерий устойчивости Михайлова. Критерий устойчивости Найквиста. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Теория Флоке. Матрица монодромии. Мультипликаторы. Условия устойчивости и асимптотической устойчивости.	О, ДЗ
3.	Устойчивость по первому приближению	Устойчивость по первому приближению. Понятие о критических случаях. Критический случай одного нулевого корня. Критический случай пары чисто мнимых корней.	О, ДЗ
4.	Влияние структуры сил на характер устойчивости положения равновесия механической системы	Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия и её обобщение. Теорема Рауса. Обращение теоремы Лагранжа об устойчивости положения равновесия. Коэффициенты устойчивости Пуанкаре. Влияние гироскопических и диссипативных сил на устойчивость равновесия потенциальной системы, теоремы Томсона-Гета-Четаева. Устойчивость равновесия под действием одних гироскопических и диссипативных сил. Влияние на устойчивость равновесия неконсервативных позиционных сил. Устойчивость точек либрации в круговой ограниченной задаче трёх тел.	О, ДЗ
5.	Показатели Ляпунова	Показатель Ляпунова функции и вектор-функции. Свойства показателей. Свойства показателей Ляпунова для линейных дифференциальных уравнений. Ляпуновское линейное преобразование. Использование показателей Ляпунова для исследования хаоса в динамических системах.	О, ДЗ

**Примечание:** О – опрос, Д – дискуссия (диспут, круглый стол, мозговой штурм, ролевая игра), ДЗ – домашнее задание (эссе и пр.). Формы контроля не являются жёсткими и могут быть заменены преподавателем на другую форму контроля.

### 3.3. Лекционные занятия

№ занятия	№ раздела (темы)	Краткое содержание раздела (темы)	Кол-во часов
1.	1	Уравнения возмущённого движения. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Асимптотическая устойчивость по первому приближению. Неустойчивость. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости движения. Теорема Барбашина-Красовского. Теорема Четаева о неустойчивости движения. Построение функций Ляпунова с помощью связки интегралов.	2
2.	2,3	Критерии устойчивости Рауса-Гурвица и Льенара-Шипара. Критерий устойчивости Михайлова. Критерий устойчивости Найквиста. Устойчивость по первому приближению. Понятие о критических случаях. Критический случай одного нулевого корня. Критический случай пары чисто мнимых корней.	2

	<b>ВСЕГО</b>		<b>4</b>
--	--------------	--	----------

### 3.4. Семинарские занятия

№ занятия	№ Раздела (темы)	Краткое одержание раздела (темы)	Кол-во часов
1.	1,2	Уравнения возмущённого движения. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Асимптотическая устойчивость по первому приближению. Неустойчивость. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости движения. Теорема Барбашина-Красовского. Теорема Четаева о неустойчивости движения. Построение функций Ляпунова с помощью связки интегралов.	2
2.	2,3	Линейные системы с периодическими коэффициентами. Теория Флоке. Матрица монодромии. Мультипликаторы. Условия устойчивости и асимптотической устойчивости. Устойчивость по первому приближению. Понятие о критических случаях. Критический случай одного нулевого корня. Критический случай пары чисто мнимых корней.	2
3.	4	Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия и её обобщение. Теорема Рауса. Обращение теоремы Лагранжа об устойчивости положения равновесия. Коэффициенты устойчивости Пуанкаре. Влияние гироскопических и диссипативных сил на устойчивость равновесия потенциальной системы, теоремы Томсона-Тета-Четаева. Устойчивость равновесия под действием одних гироскопических и диссипативных сил. Влияние на устойчивость равновесия неконсервативных позиционных сил. Устойчивость точек либрации в круговой ограниченной задаче трёх тел.	2
4.	5	Показатель Ляпунова функции и вектор-функции. Свойства показателей. Свойства показателей Ляпунова для линейных дифференциальных уравнений. Ляпуновское линейное преобразование. Использование показателей Ляпунова для исследования хаоса в динамических системах.	2
	<b>ВСЕГО</b>		<b>8</b>

## 4. ТЕКУЩАЯ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ И ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**Текущая и промежуточная аттестация аспирантов.** Текущая аттестация аспирантов проводится в соответствии с локальным актом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН – Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме опроса, а также оценки вопроса-ответа в рамках участия обучающихся в дискуссиях и различных контрольных мероприятиях по оцениванию фактических результатов обучения, осуществляемых преподавателем, ведущим дисциплину. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины см. ниже.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина: активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость занятий;
- степень усвоения теоретических знаний и уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы, проводимым в рамках семинаров, практических занятий и самостоятельной работы.

Оценивание обучающегося на занятиях осуществляется с использованием нормативных оценок по четырёхбалльной системе (5 – отлично, 4 – хорошо, 3 – удовлетворительно, 2 – неудовлетворительно).

## Оценочные средства для текущей и промежуточной аттестации

Форма контроля знаний	Вид аттестации	Примечание
Опрос слушателей	текущая	Опрос по темам предыдущего занятия
Домашние задания	промежуточная	Подготовка рефератов

Список тем рефератов для **промежуточного** и **домашних заданий** контроля:

1. Алгебраические и частотные критерии устойчивости.
2. Устойчивость по первому приближению.
3. Влияние структуры сил на характер устойчивости положения равновесия механической системы.
4. Показатели Ляпунова.
5. Критерии устойчивости Рауса-Гурвица и Льенара-Шипара.
6. Теорема Барбашина-Красовского.
7. Критический случай пары чисто мнимых корней.
8. Теорема Рауса.
9. Ляпуновское линейное преобразование.
10. Влияние гироскопических и диссипативных сил на устойчивость равновесия потенциальной системы.

**Итоговая аттестация аспирантов.** Итоговая аттестация аспирантов по дисциплине проводится в соответствии с локальным актом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН – Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Итоговая аттестация по дисциплине осуществляется в форме зачёта в период зачётно-экзаменационной сессии в соответствии с графиком учебного процесса по приказу (распоряжению заместителю директора по научной работе). Обучающийся допускается к зачёту в случае выполнения аспирантом всех учебных заданий и мероприятий, предусмотренных настоящей программой. В случае наличия учебной задолженности (пропущенных занятий и (или) невыполненных заданий) аспирант отрабатывает пропущенные занятия и выполняет задания.

Оценивание обучающегося на итоговой аттестации осуществляется с использованием нормативных оценок на зачёте – зачёт, незачёт.

### Оценивание аспиранта на итоговой аттестации в форме зачёта

Оценка	Требования к знаниям и критерии выставления оценок
Незачёт	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Основное содержание учебного материала не раскрыто;</li> <li>– допущены грубые ошибки в определении понятий и при использовании терминологии;</li> <li>– не даны ответы на дополнительные вопросы.</li> </ul>



Зачёт	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Раскрыто содержание материала, даны корректные определения понятий;</li> <li>– допускаются незначительные нарушения последовательности изложения;</li> <li>– допускаются небольшие неточности при использовании терминов или в логических выводах;</li> <li>– при неточностях задаются дополнительные вопросы.</li> </ul>
-------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Ниже приведён примерный вопросник для **ИТОВОГО** зачёта.

1. Уравнения возмущённого движения.
2. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость.
3. Асимптотическая устойчивость по первому приближению.
4. Неустойчивость.
5. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости движения. Теорема Четаева о неустойчивости движения.
6. Построение функций Ляпунова с помощью связки интегралов.
7. Критерий устойчивости Рауса-Гурвица.
8. Критерий устойчивости Михайлова.
9. Критерий устойчивости Найквиста.
10. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Теория Флоке. Матрица монодромии. Мультипликаторы. Условия устойчивости и асимптотической устойчивости.
11. Устойчивость по первому приближению. Понятие о критических случаях.
12. Критический случай одного нулевого корня.
13. Критический случай пары чисто мнимых корней.
14. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия и её обобщение. Теорема Рауса.
15. Обращение теоремы Лагранжа об устойчивости положения равновесия.
16. Коэффициенты устойчивости Пуанкаре.
17. Влияние гироскопических и диссипативных сил на устойчивость равновесия потенциальной системы, теоремы Томсона-Тета-Четаева.
18. Устойчивость равновесия под действием одних гироскопических и диссипативных сил.
19. Влияние на устойчивость равновесия неконсервативных позиционных сил.
20. Показатель Ляпунова функции и вектор-функции. Свойства показателей.
21. Свойства показателей Ляпунова для линейных дифференциальных уравнений. Ляпуновское линейное преобразование.
22. Использование показателей Ляпунова для исследования хаоса в динамических системах.

## **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### *Основная литература*

1. Былов Б. Ф., Виноград Р. Э., Гробман Д. М., Немыцкий В. В. Теория показателей Ляпунова и ее приложения к вопросам устойчивости. – М.: Наука, 1966. – 576 с.
2. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. – М.: Наука, 1967. – 472 с.
3. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. – М.: Наука, 2001. – 320 с.
4. Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. – М.: Мир, 1984. – 528 с.
5. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
6. Руш Н., Абетс П., Лалуа М. Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости. – М.: Мир, 1980. – 300 с.
7. Четаев Н.Г. Устойчивость движения. – М.: Наука, 1990. – 176 с.

### *Дополнительная литература и Интернет-ресурсы*

1. Барбашин Е.А. Функции Ляпунова. – М.: Наука, 1970. – 240 с.
2. Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В. Теоретическая механика. – М.: Изд. центр «Академия», 2010. – 432 с.
3. Булгаков Н.Г. Знакопостоянные функции в теории устойчивости. – Минск: Изд-во «Университетское», 1984. – 80 с.
4. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
5. Красовский Н.Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. – М.: Изд-во физико-математической литературы, 1959. – 211 с.
6. Куницын А.Л. Основы теории устойчивости. — Ижевск; Москва: Регулярная и хаотическая динамика, 2013. — 162 с.
7. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. – М.: Наука, 1966. – 530 с.
8. Маркеев А.П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. – М.: Наука, 1978. – 312 с.
9. Морбиделли А. Современная небесная механика. Аспекты динамики Солнечной системы. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2014. – 413 с.
10. Рубановский В.Н., Самсонов В.А. Устойчивость стационарных движений в примерах и задачах. – М.: Наука, 1988. – 304 с.

## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для чтения лекций и проведения семинаров требуется мультимедийная аудитория с проектором. Желательно наличие интерактивной доски.

**ИСПОЛНИТЕЛИ** (разработчики программы):

Тучин А.Г., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, зав. сектором № 2 отдела № 5, д.ф.-м.н.