

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМ. М. В. КЕЛДЫША  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»**

---

**Утверждена**

Ученым советом ФИЦ ИПМ  
им. М.В. Келдыша РАН,

протокол № \_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2018г.

Заместитель директора

\_\_\_\_\_ А.Л. Афендииков

(подпись, расшифровка подписи)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

# **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
Теория функциональных систем**

**Направление подготовки  
01.06.01 — «Математика и механика»**

**Профили (направленности программы)**  
01.01.09 — «Дискретная математика и математическая кибернетика»

**Квалификация выпускника**  
Исследователь. Преподаватель-исследователь

**Форма обучения**  
очная

Москва, 2018

**Направление подготовки:** 01.06.01 — «Математика и механика»

**Профиль (направленность программы):** 01.01.09 — «Дискретная математика и математическая кибернетика»

**Дисциплина:** Теория функциональных систем

**Форма обучения:** очная

Рабочая программа составлена с учетом ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 — «Математика и механика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 года № 866, зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 25 августа 2014 года № 33837, и Программы-минимум кандидатского экзамена по специальной дисциплине «Дискретная математика и математическая кибернетика», утвержденной приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 8 октября 2007 года № 274 (зарегистрировано Минюстом Российской Федерации 19 октября 2007 года № 10363).

**РЕЦЕНЗЕНТ:** Храпченко В.М., к.ф.-м.н., снс.

#### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА РЕКОМЕНДОВАНА**

Ученым советом ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, протокол № \_\_\_ от «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

**ИСПОЛНИТЕЛЬ** (разработчик программ):

Яшунский А.Д., ИПМ им. М.В.Келдыша, заведующий сектором, к.ф.-м.н.

Заведующий аспирантурой \_\_\_\_\_ / Меньшов И.С. /

## Оглавление

АННОТАЦИЯ .....	4
1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....	4
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	5
3.1. Структура дисциплины.....	5
3.2. Содержание разделов дисциплины .....	5
3.3. Семинарские занятия .....	5
4. ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ .....	6
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	7
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	7

## 1 АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Теория функциональных систем» реализуется в рамках Блока 1 Основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре Федерального исследовательского центра Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН) по направлению подготовки 01.06.01 — «Математика и механика».

Рабочая программа разработана с учетом требований ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 — «Математика и механика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 года № 866, зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 25 августа 2014 года № 33837, и Программы-минимум кандидатского экзамена по специальной дисциплине «Дискретная математика и математическая кибернетика», утвержденной приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 8 октября 2007 года № 274 (зарегистрировано Минюстом Российской Федерации 19 октября 2007 года № 10363).

Основным источником материалов для формирования содержания программы являются: материалы конференций, симпозиумов, семинаров, Интернет-ресурсы, научные издания и монографические исследования и публикации.

Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану составляет 3 зач.ед. (108 часов), из них лекций – 4 часа, семинарских занятий – 10 часов, практических занятий – 0 часов и самостоятельной работы – 94 часа. Дисциплина реализуется на 2-м курсе, в 4-м семестре, продолжительность обучения – 1 семестр.

Текущая аттестация проводится не менее 2 раз в соответствии с заданиями и формами контроля, предусмотренные настоящей программой.

Промежуточная оценка знания осуществляется в период зачетно-экзаменационной сессии в форме зачета.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

#### Цели и задачи дисциплины «Теория функциональных систем»

**Цель:** ознакомление с различными формализациями понятия вычисления; ознакомление с проблематикой полноты функциональных систем, представимости языков, вычислимости функций.

**Задачи:** изучить критерии полноты в конечно-значных логиках; изучить свойства о.-д. функций, конечных автоматов и регулярных языков; освоить методы доказательства алгоритмической неразрешимости проблем.

### 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Теория функциональных систем» направлен на формирование компетенций или отдельных их элементов в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 — «Математика и механика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 года № 866, зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 25 августа 2014 года № 33837.

**а) универсальные (УК):** не предусмотрено

**б) общепрофессиональных (ОПК):** не предусмотрено

**в) профессиональных (ПК):** Способность использовать основные понятия теории функциональных систем и проблематики полноты (ПК-2).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Иметь представление:** о месте теории функциональных систем в математических науках, ее предмете и задачах.

**Знать:** основные теоремы о конечнозначных, о.-д. и вычислимых функциях.

**Уметь:** устанавливать полноту систем функций конечнозначных логик, конструировать конечные автоматы, представляющие языки, строить частично-рекурсивные функции, эквивалентные машинам Тьюринга.

**Владеть:** алгоритмами преобразований между различными формами представления регулярных языков, алгоритмом минимизации конечного автомата.

**Приобрести опыт:** доказательства алгоритмической неразрешимости проблем.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1. Структура дисциплины

Распределение трудоемкости дисциплины по видам учебных работ

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	общая	
	зач.ед.	час.
<b>ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ</b> по Учебному плану	<b>3</b>	<b>108</b>
<i>Аудиторные занятия</i>		
Лекции (Л)		4
Практические занятия (ПЗ)		-
Семинары (С)		10
<b>Самостоятельная работа (СР) без учёта промежуточного контроля:</b>		
Самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к семинарским и практическим занятиям) и самостоятельное изучение тем дисциплины		94
<b>Вид контроля: зачет</b>		

#### 3.2. Содержание разделов дисциплины

Общее содержание дисциплины

№ раздела	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)	Форма текущей аттестации
1.	Функции алгебры логики	Функции алгебры логики. Проблема полноты. Теорема о полноте систем функций двузначной логики. Теорема Поста о конечной порождённости замкнутых классов булевых функций. Описание семейства всех замкнутых классов функций алгебры логики. Классы сохранения отношений и их свойства. Теорема о представлении замкнутых классов в терминах сохранения отношений. Описание замкнутых классов булевых функций в терминах сохранения отношений. Вычисление размерностей замкнутых классов.	О, ДЗ

2.	Функции многозначной логики	Функции $k$ -значной логики. Теорема Кузнецова. Алгоритм распознавания полноты конечных систем функций в $R_k$ . Теоремы Слупецкого, Яблонского, Бурле, Мальцева и Саломаа. Особенности множества функций $k$ -значной логики, $k > 2$ . Представление функций полиномами. Теоремы Янова и Мучника.	О, ДЗ
3.	Ограниченно-детерминированные функции	Ограниченно-детерминированные функции (о.д.-функции). Способы задания о.д.-функций. Операции суперпозиции и обратной связи. Проблема полноты для о.д.-функций. Примеры полных систем. Отсутствие конечной полной системы о.д.-функций относительно операции суперпозиции.	О, ДЗ
4.	Регулярные языки и автоматы	Регулярные языки. Представление языков диаграммами. Теорема о совпадении класса регулярных языков с классом языков, представимых диаграммами. Конечные автоматы. Представимые языки. Теорема Клини. Примеры нерегулярных языков. Характеризация языков в однобуквенном алфавите.	О, ДЗ
5.	Свойства автоматов	Эксперименты с автоматами. Теорема Мура. Сокращенный автомат. Метод построения сокращенного автомата.	О, ДЗ
6.	Алгоритмически неразрешимые проблемы	Машины Тьюринга. Вычислимые функции. Тезис Тьюринга. Проблемы самоприменимости и применимости для машин Тьюринга. Универсальная машина Тьюринга. Алгоритмически неразрешимые проблемы. Алгоритмическая неразрешимость проблемы эквивалентности слов в ассоциативных исчислениях. Алгоритмическая неразрешимость проблемы полноты для конечных автоматов. Проблема распознавания нетривиальных инвариантных свойств. Теорема Клини о неподвижной точке. Теорема Райса.	О, ДЗ
7.	Частично рекурсивные функции	Частично рекурсивные функции. Тезис Чёрча. Эквивалентность класса частично рекурсивных функций и класса функций, вычислимых на машинах Тьюринга.	О, ДЗ

**Примечание:** О – опрос, Д – дискуссия (диспут, круглый стол, мозговой штурм, ролевая игра), ДЗ – домашнее задание (эссе и пр.). Формы контроля не являются жесткими и могут быть заменены преподавателем на другую форму контроля в зависимости от контингента обучающихся. Кроме того, на занятиях семинарских может проводиться работа с нормативными документами, изданиями средств информации и прочее, что также оценивается преподавателем.

### 3.3. Лекционные занятия

№ занятия	№ Раздела (темы)	Краткое содержание Раздела (темы)	Кол-во часов
1.	1	Функции алгебры логики и проблема полноты	2
2.	6	Алгоритмически неразрешимые проблемы	2
<b>ВСЕГО</b>			<b>4</b>

### 3.4. Семинарские занятия

№ занятия	№ Раздела (темы)	Краткое содержание Раздела (темы)	Кол-во часов
3.	2	Задачи распознавания полноты в многозначных логиках	2
4.	3	Выражение о.-д. функций с помощью суперпозиции и операции обратной связи	2
5.	4	Представление регулярных языков автоматами	2
6.	5	Задачи построения сокращенного автомата	2
7.	7	Задачи построения частично-рекурсивных функций, эквивалентных заданной машине Тьюринга	2
<b>ВСЕГО</b>			<b>10</b>

## 4. ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**Текущая аттестация аспирантов.** Текущая аттестация аспирантов проводится в соответствии с локальным актом ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН - Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме опроса, а также оценки вопроса-ответа в рамках участия обучающихся в дискуссиях и различных контрольных мероприятиях по оцениванию фактических результатов обучения, осуществляемых преподавателем, ведущим дисциплину. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины см. ниже.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина – активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость занятий;
- степень усвоения теоретических знаний и уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы, проводимых в рамках семинаров, практических занятий и самостоятельной работы.

Оценивание обучающегося на занятиях осуществляется с использованием нормативных оценок по 4-х бальной системе (5-отлично, 4-хорошо, 3-удовлетворительно, 2-не удовлетворительно).

### Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Форма контроля знаний	Вид аттестации	Примечание
проверочные работы в течение всего курса	текущая	Ниже приведены перечни рекомендуемых задач и контрольных вопросов

зачет	итоговая	
-------	----------	--

Примерный перечень рекомендуемых **контрольных вопросов** для оценки текущего уровня успеваемости студента:

1. Теорема о полноте систем функций двузначной логики.
2. Теорема о представлении замкнутых классов в терминах сохранения отношений.
3. Теорема Кузнецова.
4. Теоремы Слупецкого, Яблонского, Бурле, Мальцева и Саломаа.
5. Теоремы Янова и Мучника.
6. Отсутствие конечной полной системы о.д.-функций относительно операции суперпозиции.
7. Теорема о совпадении класса регулярных языков с классом языков, представимых диаграммами.
8. Теорема Клини.
9. Теорема Мура.
10. Алгоритмическая неразрешимость проблемы эквивалентности слов в ассоциативных исчислениях.
11. Алгоритмическая неразрешимость проблемы полноты для конечных автоматов.
12. Теорема Клини о неподвижной точке.
13. Теорема Райса.
14. Эквивалентность класса частично рекурсивных функций и класса функций,

вычислимых на машинах Тьюринга.

Рекомендуемые **контрольные задачи** для оценки текущего уровня успеваемости студента содержатся в соответствующих разделах задачника: Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной математике.

**Промежуточная аттестация аспирантов.** Промежуточная аттестация аспирантов по дисциплине проводится в соответствии с локальным актом ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН – Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Итоговая аттестация по дисциплине осуществляется в форме зачета в период зачетно-экзаменационной сессии в соответствии с Графиком учебного процесса по приказу (распоряжению заместителю директора по научной работе). Обучающийся допускается к зачету в случае выполнения аспирантом всех учебных заданий и мероприятий, предусмотренных настоящей программой. В случае наличия учебной задолженности (пропущенных занятий и (или) невыполненных заданий) аспирант отрабатывает пропущенные занятия и выполняет задания.

Оценивание обучающегося на промежуточной аттестации осуществляется с использованием нормативных оценок на зачете – зачет, незачет.

## Оценивание аспиранта на промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Требования к знаниям и критерии выставления оценок
Незачет	<p>основное содержание учебного материала не раскрыто;</p> <p>допущены грубые ошибки в определении понятий и при использовании терминологии;</p> <p>не даны ответы на дополнительные вопросы.</p>
Зачет	<p>раскрыто содержание материала, даны корректные определения понятий;</p> <p>допускаются незначительные нарушения последовательности изложения;</p> <p>допускаются небольшие неточности при использовании терминов или в логических выводах;</p> <p>при неточностях задаются дополнительные вопросы.</p>

### Список вопросов к зачету.

1. Функции алгебры логики.
2. Проблема полноты. Теорема о полноте систем функций двузначной логики.
3. Теорема Поста о конечной порождённости замкнутых классов булевых функций.
4. Описание семейства всех замкнутых классов функций алгебры логики.
5. Классы сохранения отношений и их свойства.
6. Теорема о представлении замкнутых классов в терминах сохранения отношений.
7. Описание замкнутых классов булевых функций в терминах сохранения отношений. Вычисление размерностей замкнутых классов.
8. Функции  $k$ -значной логики. Теорема Кузнецова.
9. Алгоритм распознавания полноты конечных систем функций в  $P_k$ .
10. Теоремы Слупецкого, Яблонского, Бурле, Мальцева и Саломаа.
11. Особенности множества функций  $k$ -значной логики,  $k > 2$ .
12. Представление функций полиномами. Теоремы Янова и Мучника.
13. Ограниченно-детерминированные функции (о.д.-функции).
14. Способы задания о.д.-функций. Операции суперпозиции и обратной связи. Проблема полноты для о.д.-функций.
15. Примеры полных систем. Отсутствие конечной полной системы о.д.-функций относительно операции суперпозиции.
16. Машины Тьюринга. Вычислимые функции. Тезис Тьюринга.
17. Проблемы самоприменимости и применимости для машин Тьюринга.
18. Универсальная машина Тьюринга. Алгоритмически неразрешимые проблемы.
19. Алгоритмическая неразрешимость проблемы эквивалентности слов в ассоциативных исчислениях. Алгоритмическая неразрешимость проблемы полноты для конечных автоматов.
20. Проблема распознавания нетривиальных инвариантных свойств.
21. Теорема Клини о неподвижной точке. Теорема Райса.
22. Частично рекурсивные функции.
23. Тезис Чёрча.

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### *Основная литература*

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 2001.
2. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. Том I. Под общ. ред. С. В. Яблонского и О. Б. Лупанова. М.: Наука, 1974.
3. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М.: Физматлит, 2004.

### *Дополнительная литература и Интернет-ресурсы*

1. Яблонский С. В., Гаврилов Г. П., Кудрявцев В. Б. Функции алгебры логики и классы Поста. М.: Наука, 1966.
2. Марченков С. С., Угольников А. Б. Замкнутые классы булевых функций. М.: ИПМ АН СССР, 1990.
3. Угольников А. Б. Классы Поста. М.: Изд.-во ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова, 2008.
4. Яблонский С. В. Функциональные построения в  $k$ -значной логике // Труды матем. ин-та АН СССР им. Стеклова. 1958. Т. 51. С. 5-142.
5. Кудрявцев В.Б., Алешин С. В., Подколзин А. С. Введение в теорию автоматов. М.: Наука, 1985.
6. Пентус А. Е., Пентус М. Р. Теория формальных языков. М.: Интернет-университет информационных технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для обеспечения интерактивных методов обучения для чтения лекций требуется аудитория с мультимедиа (возможен вариант с интерактивной доской).

Для проведения дискуссий и круглых столов, возможно, использование аудиторий со специальным расположением столов и стульев.

**ИСПОЛНИТЕЛИ** (разработчики программы):

Яшунский А.Д., ИПМ им. М.В.Келдыша, заведующий сектором, к.ф.-м.н.